Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2006, filière PSI

Physique II

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : réfraction atmosphérique
- Partie 2 : interférences à deux ondes
- Partie 3 : mesure de l'indice de réfraction de l'air
- Partie 4 : modèle de variation d'indice

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2006/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Mohammadia d'Ingénieurs
EMI

Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées
Session 2006

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Filière **PSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve comporte 9 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

Indice de réfraction de l'air

Le problème propose l'étude et l'exploitation d'une méthode de mesure simple de l'indice de réfraction de l'air. Une telle mesure est rendue difficile par le fait que l'indice de réfraction de l'air est très proche de 1. Aussi recourt-on à une méthode interférentielle utilisant l'interféromètre de MICHELSON. La première partie est une étude succincte et simplifiée du phénomène de réfraction atmosphérique. La deuxième partie propose de retrouver quelques résultats généraux sur les interférences à deux ondes. La troisième partie est consacrée à la mesure de l'indice de réfraction de l'air alors que la quatrième partie propose de retrouver théoriquement les variations de l'indice en fonction des paramètres d'état du système. Les quatre parties sont indépendantes entre elles. Au sein de chaque partie, plusieurs questions sont indépendantes.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI). On notera i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$.

Une feuille de papier millimétré recto-verso sera fournie à chaque candidat. Elle servira aux représentations graphiques, une par face, demandées aux questions 3.1.16. et 3.2.6.2.

1ère partie

Réfraction atmosphérique

La réfraction atmosphérique est une manifestation naturelle de l'existence de l'atmosphère terrestre avec un indice de réfraction de l'air $n \neq 1$. Pour se rendre compte de ce phénomène atmosphérique, considérons le modèle simple selon lequel on néglige la courbure de la Terre et où l'on considère que l'atmosphère, de hauteur uniforme H, est isobare et isotherme. L'indice de réfraction n de l'air est donc uniforme en tout point de l'atmosphère.

1.1. On considère un rayon lumineux, émis par exemple par une étoile et arrivant en haute atmosphère sous un angle d'incidence i_0.

1.1.1. Montrer à l'aide d'un schéma, qu'un observateur à la surface de la Terre reçoit ce rayon sous un angle d'incidence i différent de i_0.

1.1.2. Donner la relation entre i_0, i et n. Pourquoi i est-il très proche de i_0 ?

1.1.3. En faisant un développement limité adéquat, exprimer $\Delta = i_0 - i$ en fonction de i_0 et n.

1.1.4. Calculer numériquement Δ en minutes d'arc pour $i_0 = 0°$, $i_0 = 60°$ et $i_0 = 80°$ et commenter les résultats obtenus. On donne $n - 1 = 3 \times 10^{-4}$.

1.1.5. Que dire du résultat obtenu pour $i_0 = 90°$? Expliquer.

1.2. Sur Terre, les étoiles paraissent souvent colorées lorsqu'elles se lèvent ou se couchent à l'horizon. Pourquoi ?

2ème partie

Interférences à deux ondes

L'interféromètre de MICHELSON est un dispositif interférentiel à deux ondes aux usages multiples. Pour la présente étude, on considère (figure 1) un modèle d'interféromètre de MICHELSON constitué de :

- un miroir plan M_1 pouvant tourner autour de l'axe $\mathrm{A}_1 z$ orthogonal au plan de la figure ;
- un miroir plan M_2 pouvant tourner autour de l'axe $\mathrm{A}_2 z$, orthogonal au plan de la figure, et subir un mouvement de translation parallèlement à la direction $\mathrm{O}y$;
- une lame séparatrice $\mathrm{S_p}$, qui réfléchit la moitié de la lumière qu'elle reçoit et transmet l'autre moitié. Elle est orientée à $45°$ des axes $\mathrm{O}x$ et $\mathrm{O}y$ et placée de sorte que son centre coïncide avec O. On suppose que son épaisseur est nulle et qu'elle n'introduit aucun déphasage supplémentaire.

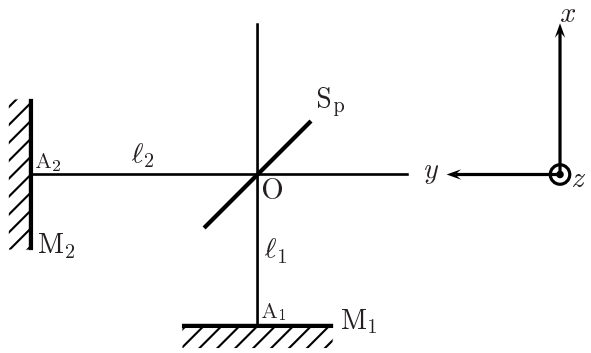


Figure 1: Modèle d'interféromètre de MICHELSON.

2.1. Dire brièvement en quoi le modèle d'interféromètre de MICHELSON proposé, est-il différent de l'interféromètre réel. On expliquera le rôle des éléments essentiels de l'interféromètre réel.

2.2. On rappelle les équations de MAXWELL dans un milieu optique transparent, linéaire, isotrope et homogène d'indice de réfraction n :

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} = 0 \qquad \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0 \qquad \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \frac{n^2}{c_0^2}\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$$

c_0 est la célérité de la lumière dans le vide.

2.2.1. Donner les valeurs de l'indice de réfraction n pour l'eau pure et pour le verre ordinaire.

2.2.2. Montrer que le champ électrique $\overrightarrow{E}$ est solution d'une équation de propagation que l'on établira et exprimer la célérité c de la lumière dans le milieu considéré en fonction de c_0 et n.

2.3. Par la suite on utilisera l'approximation scalaire dans le cadre de laquelle la lumière est décrite par une grandeur scalaire $\psi(\mathrm{M},t)$ appelée *vibration lumineuse* et représentant l'une des composantes du champ électromagnétique de l'onde.

2.3.1. Écrire l'équation de propagation dont $\psi(\mathrm{M},t)$ est solution.

On s'intéresse à la description de la propagation par onde plane.

2.3.2. Qu'appelle-t-on onde plane ?

2.3.3. Donner la solution générale $\psi(\mathrm{M},t)$ de l'équation de propagation précédente pour une onde plane se propageant dans la direction $\mathrm{O}z$. Quelle interprétation physique peut-on donner à chacun des termes qui constituent la solution ?

2.3.4. Donner le schéma d'un montage optique simple permettant de réaliser une onde quasi-plane au laboratoire.

On considère maintenant le cas où $\psi(\mathrm{M},t)$ dépend du temps t et d'une *seule* coordonnée spatiale notée r et représentant la distance entre le point M et une origine fixe O.

2.3.5. Établir dans ce cas, l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $\phi(r,t) = r\,\psi(r,t)$. On rappelle que le laplacien d'une une fonction f ne dépendant que de la variable sphérique r est donné par :

$$\Delta f(r) = \frac{1}{r}\,\frac{\mathrm{d}^2[r\,f(r)]}{\mathrm{d}r^2}$$

2.3.6. En déduire que $\psi(r,t)$ est donnée par :

$$\psi(r,t) = \frac{1}{r}\,f_1\left(t-\frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r}\,f_2\left(t+\frac{r}{c}\right)$$

2.3.7. Que représente chacun des deux termes de cette solution. Comment qualifie-t-on l'onde décrite par chacun des deux termes pris séparément ?

2.3.8. Donner le schéma d'un montage optique simple où l'on rencontre les deux ondes précédentes.

3ème partie

Mesure de l'indice de réfraction de l'air

Dans cette partie, on se propose de montrer comment on peut réaliser des mesures très précises de l'indice de réfraction n de l'air en utilisant un interféromètre de MICHELSON.

3.1. Étude de la figure d'interférence

On considère le montage représenté figure 2. Les deux miroirs M_1 et M_2 de l'interféromètre sont perpendiculaires d'un à l'autre. La source est un Laser He-Ne de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 632{,}8$ nm. Elle éclaire l'interféromètre à travers un oculaire de microscope que l'on peut assimiler à une seule lentille convergente L de courte distance focale $f_0 = 5$ mm. L'écran d'observation E est placé à la sortie de l'interféromètre, perpendiculairement à la droite A_1O.

3.1.1. Quelle est la couleur du faisceau Laser utilisé ?

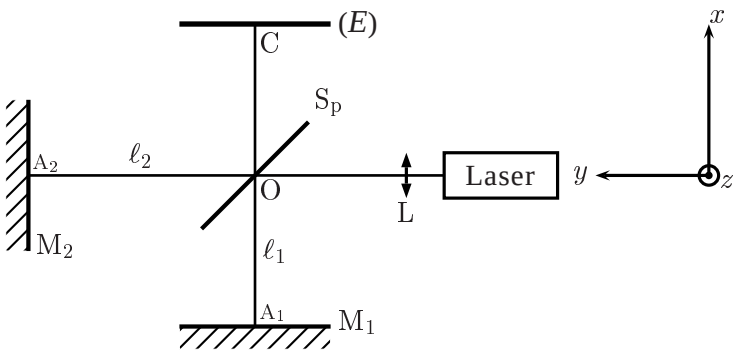


Figure 2: Interféromètre de MICHELSON en observation longitudinale.

3.1.2. Montrer à l'aide d'un schéma, que l'ensemble constitué de la source Laser et de l'oculaire du microscope permet d'éclairer l'interféromètre de MICHELSON par une source ponctuelle monochromatique S. Où se trouve S ? On pourra poser $SO = \ell_0$.

Soient S_1 et S_2 les images de S à travers l'interféromètre :

– S_1 est l'image de S successivement par S_p et M_1 ;

– S_2 est l'image de S successivement par M_2 et S_p.

3.1.3. Faire un schéma représentatif de l'interféromètre indiquant les positions des images S_1 et S_2. On indiquera aussi les positions de l'image intermédiaire S_{1_0} de S par S_p ainsi que l'image intermédiaire S_{2_0} de S par M_2.

3.1.4. Déterminer l'expression de la distance $a = S_1S_2$ séparant S_1 et S_2 en fonction des longueurs ℓ_1 et ℓ_2 des deux bras de l'interféromètre.

3.1.5. En considérant le cheminement au sein de l'interféromètre des deux rayons lumineux issus de S et qui interfèrent en un point M du champ d'interférence, montrer à l'aide d'une construction graphique, que la différence de marche optique est donnée par :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M)$$

3.1.6. Donner l'expression de l'intensité lumineuse en un point M du champ d'interférence en fonction de δ et λ_0. On notera I_0 l'intensité totale injectée par la source S dans l'interféromètre. Quelle est la nature géométrique des surfaces d'égale intensité ?

On dispose un écran (E) perpendiculairement à la droite joignant S_1 et S_2 (figure 3) à la distance D du milieu du segment $[S_1, S_2]$. On note $r_1 = S_1M$ et $r_2 = S_2M$.

3.1.7. Quelle est la nature géométrique des franges d'interférence obtenues sur l'écran E ?

3.1.8. Exprimer $r_2 - r_1$ en fonction de y, z, D et a. y et z étant les coordonnées du point M dans le plan de l'écran (E).

Dans la pratique, on limite l'observation au voisinage du centre C de la figure d'interférence. Dans ce cas, un développement limité donne :

$$\frac{r_2 - r_1}{a} \approx 1 - \frac{y^2 + z^2}{2\,D^2}$$

3.1.9. Donner dans ce cas, l'expression de l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda_0$ au point M. Montrer qu'il est maximum au centre C de la figure d'interférence obtenue sur l'écran E. Par la suite, on note p_0 la valeur de p en C.

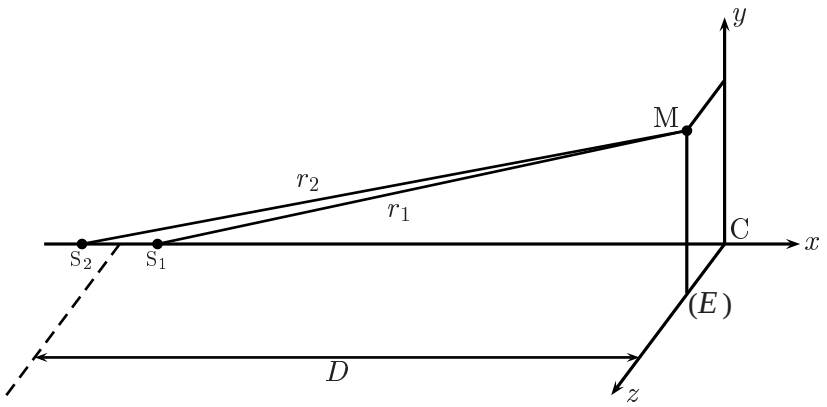


Figure 3: Observation longitudinale.

3.1.10. Montrer que les franges obtenues sur l'écran (E) sont des anneaux concentriques de centre C et de rayon R_p que l'on exprimera en fonction de n, a, λ_0, D et $p_0 - p$.

On note $\mathrm{E}[p(\mathrm{C}')] = k_0$ la partie entière de l'ordre d'interférence en C et on pose :

$$p_0 = k_0 + \epsilon$$

ϵ est appelé ordre fractionnaire en C ($0 \leqslant \epsilon < 1$).

3.1.11. Que vaut ϵ respectivement dans le cas où le centre est brillant (maximum d'intensité) et dans le cas où le centre est sombre (minimum d'intensité) ?

3.1.12. Que vaut p pour un anneau clair ? En déduire que les rayons des anneaux clairs peuvent être écrits sous la forme :

$$R_{c,m} = D\sqrt{2\,\frac{\lambda_0}{n\,a}\,(m+\epsilon)}$$

et donner l'expression de m. Quelles sont les valeurs permises pour m ?

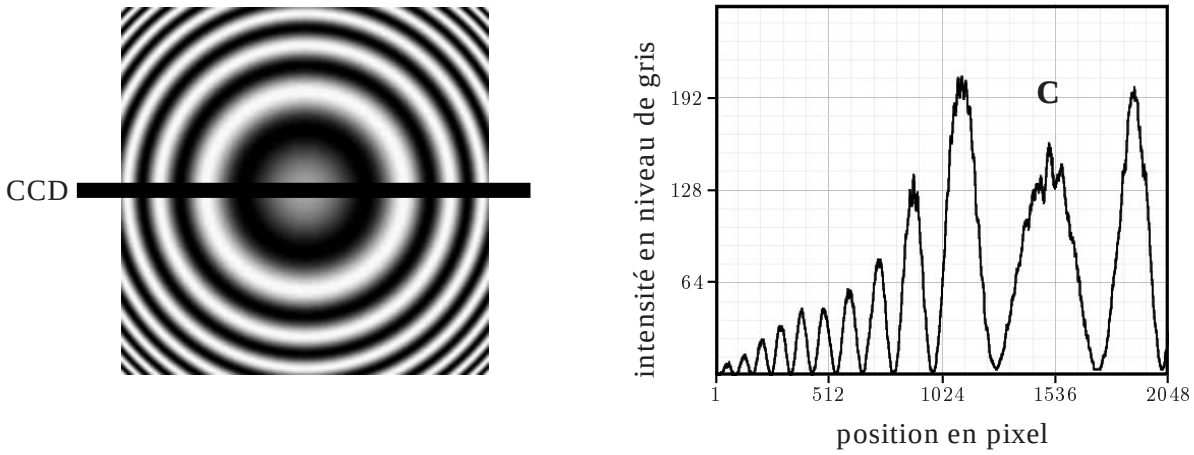
Pour vérifier expérimentalement la loi de variation des rayons des anneaux, on remplace l'écran (E) par un capteur linéaire à barrette CCD (charge coupled device) ou DTC (dispositif à transfert de charges). Cette barrette est composée de 2048 éléments photosensibles ou pixel (Picture Element) indépendants. Chaque pixel a une largeur moyenne de $14\ \mu\mathrm{m}$. La barrette CCD est reliée via son boîtier électronique à un ordinateur qui, grâce à un logiciel approprié, affiche en temps réel l'intensité lumineuse reçue par chaque pixel sous forme d'un graphique.

La figure 4 donne la disposition de la barrette par rapport aux franges d'interférence (figure 4(a)) ainsi que l'intensité lumineuse enregistrée par chaque pixel en fonction du numéro du pixel (figure 4(b)).

3.1.13. Pourquoi faut-il que la barrette CCD coïncide avec un diamètre commun des anneaux ? Comment peut-on s'assurer de cela dans la pratique ?

3.1.14. Pour pouvoir pointer un maximum d'anneaux clairs, la barrette CCD a été décentrée par rapport aux anneaux formant la figure d'interférence. Quel est l'intérêt de garder un anneau de l'autre côté du centre ?

3.1.15. Déterminer les numéros de pixel des différents anneaux clairs présents sur le graphique de la figure 4. En déduire la position du centre de la figure d'interférence ainsi que les rayons $R_{c,m}$ des différents anneaux brillants.



(a) Disposition de la barrette CCD.

(b) Enregistrement obtenu.

Figure 4: Disposition de la barrette CCD et enregistrement obtenu.

3.1.16. À l'aide d'une représentation graphique adéquate, montrer que la loi théorique donnant les rayons des anneaux est vérifiée et en déduire la valeur de l'ordre fractionnaire au centre. Le résultat obtenu est-il en accord avec la figure 4 ?

Le miroir M_1 étant fixe, on translate M_2 dans le le sens qui fait diminuer la distance $a = S_1S_2$.

3.1.17. Montrer que les anneaux voient leur rayons diminuer et finissent par disparaître en C.

3.2. Indice de réfraction de l'air

En partant du réglage précédent (3.1.2.), on place une cuve hermétique *C* à faces parallèles dans l'un des bras de l'interféromètre de MICHELSON. La cuve *C*, de longueur intérieure ℓ, est placée de sorte que ses faces soient parallèles au miroir M_2. L'intérieur de la cuve peut être mis à la pression atmosphérique à l'aide d'un robinet. Une pompe à vide permet de réaliser un vide partiel au sein de la cuve. Un manomètre indique la dépression $\Delta P = P' - P$; P' étant la pression à l'intérieur de la cuve et P la pression atmosphérique de travail ou pression ambiante. On note n' l'indice de réfraction de l'air à l'intérieur de la cuve où la pression vaut P'.

3.2.1. Calculer la différence de marche optique δ_0 des deux ondes lumineuses qui interfèrent en C et en déduire la nouvelle distance $a' = S_1S_2$ entre les deux images de la source S par l'interféromètre en fonction de ℓ, ℓ_1, ℓ_2, n et n'.

3.2.2. Donner l'expression de l'intensité lumineuse I en un point M de coordonnées y et z du champ d'interférence. On notera encore I_0 l'intensité totale injectée dans l'interféromètre et on négligera les réflexions sur les faces de la cuve.

3.2.3. Quel est l'ordre d'interférence p au point M ? En déduire que, lorsque la pression dans la cuve augmente de P' à P, les anneaux défilent dans le champ d'interférence. On rappelle que l'indice de réfraction d'un gaz augmente lorsque sa pression augmente.

3.2.4. Exprimer la variation $\Delta p_0 = p_0 - p'_0$ de l'ordre d'interférence en C lorsque la pression dans la cuve passe de P' à P. Que représente Δp_0 ?

3.2.5. En déduire que l'indice de réfraction de l'air dans les conditions de l'expérience est donné par :

$$n = 1 + \frac{N_0\,\lambda_0}{2\,\ell}$$

N_0 étant le nombre de franges qui défilent au centre C de la figure d'interférence, lorsque la pression dans la cuve passe de 0 (vide parfait) à P (pression atmosphérique ambiante).

3.2.6. Conduite d'une expérience de mesure d'indice

Pour mesurer l'indice de l'air par la méthode précédente, on utilise un détecteur de lumière relié à une système informatique d'acquisition. Le détecteur, qui peut être considéré comme ponctuel en bonne approximation, est placé au centre C de la figure d'interférence. La mesure de l'indice se fait alors selon les étapes suivantes :

– Le robinet de communication de la cuve à faces parallèles *C* avec l'extérieur étant fermé, on commence par créer une dépression ΔP au sein de *C*.

– On lance l'enregistrement de l'interférogramme et on ouvre le robinet pour laisser rentrer l'air dans la cuve.

– On répète cette opération pour différentes valeurs de la dépression ΔP.

La figure 5 donne les interférogrammes obtenus pour différentes valeurs de ΔP. L'expérience a été réalisée sous une pression atmosphérique $P = 969$ hPa et une température $\theta = 21$ °C.

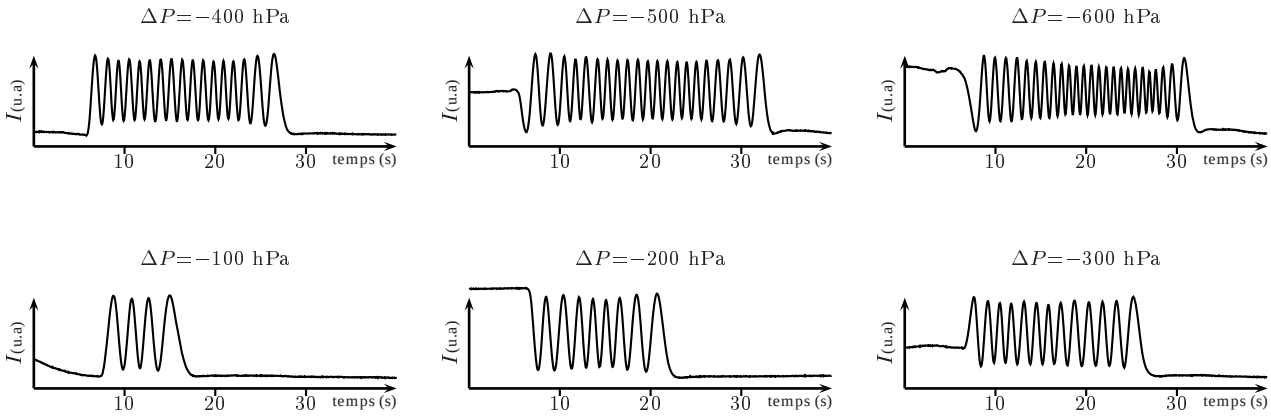


Figure 5: Interférogrammes obtenus pour différentes valeurs de la pression $P' = P + \Delta P$ dans la cuve à la température $\theta = 21$ °C sous la pression ambiante $P = 969$ hPa.

3.2.6.1. Déterminer le nombre N des franges d'interférence qui défilent à l'ouverture du robinet pour les différentes valeurs de ΔP. On présentera les résultats sous forme d'un tableau.

3.2.6.2. Tracer la courbe représentative du nombre N de franges qui défilent à l'ouverture du robinet, en fonction de la pression P' à l'intérieur de la cuve *C*.

3.2.6.3. Déterminer graphiquement le nombre N_0 de franges qui défilerait si la cuve était initialement parfaitement vidée.

3.2.6.4. En déduire la valeur de $n - 1$. Données : $\lambda_0 = 632,8$ nm et $\ell = 50$ mm.

4ème partie

Modèle de variation d'indice

Dans cette partie, on se propose d'utiliser le modèle de l'électron élastiquement lié pour se rendre compte des variations de l'indice de réfraction de l'air en fonction des paramètres pression P et température T. On suppose alors qu'un électron optique[1] est lié élastiquement à l'atome, d'azote ou d'oxygène, avec une force de rappel que l'on écrit sous la forme simplifiée :

$$\overrightarrow{f}_r = -m_e\,\omega_0^2\ \overrightarrow{r}$$

où $\overrightarrow{r}$ désigne le déplacement de l'électron par rapport à sa position d'équilibre correspondant à un moment dipolaire nul. Pour tenir compte de l'amortissement de son mouvement, on suppose que l'électron est aussi soumis à l'action d'une force de frottement de type fluide que l'on écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{f}_f = -\frac{m_e}{\tau}\,\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t}$$

$\overrightarrow{r}$ désigne le déplacement de l'électron sous l'action du champ électromagnétique de l'onde lumineuse. L'étude sera menée dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

On rappelle que, tout en étant différent de 1, l'indice de réfraction de l'air n reste très proche de 1.

4.1. L'onde lumineuse incidente est décrite par une onde électromagnétique plane progressive et monochromatique dont le champ électrique s'écrit en notation complexe :

$$\underline{\overrightarrow{E}} = \underline{\overrightarrow{E}}_0 \exp \mathrm{i}(\overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{r} - \omega\, t)$$

4.1.1. Montrer que le champ électrique est transverse.

4.1.2. Exprimer le champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B}}$ de l'onde lumineuse en fonction de $\underline{\overrightarrow{E}}$, $\overrightarrow{k}$ et ω. Montrer qu'il est également transverse.

4.2. Dans toute la suite, on néglige le poids de l'électron.

4.2.1. Exprimer la force de LORENTZ à laquelle est soumis un électron atomique de la part de l'onde électromagnétique et montrer que, dans le cadre non relativiste, la partie magnétique peut être négligée devant la partie électrique.

4.2.2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement de l'électron vérifiée par $\overrightarrow{r}(t)$.

4.2.3. En se plaçant en régime forcé, déterminer la représentation complexe du déplacement $\underline{\overrightarrow{r}}$ de l'électron. On négligera les variations du champ électrique de l'onde sur des distances de l'ordre de $||\overrightarrow{r}||$.

4.2.4. En déduire le moment dipolaire $\underline{\overrightarrow{p}}$ induit par le déplacement de l'électron ainsi que le vecteur polarisation $\underline{\overrightarrow{P}}$. On notera N la densité volumique des électrons optiques.

4.2.5. Déterminer le vecteur déplacement électrique $\underline{\overrightarrow{D}}$ et montrer qu'il peut se mettre sous la forme :

$$\underline{\overrightarrow{D}} = \varepsilon_0\,\underline{\varepsilon_r}\ \underline{\overrightarrow{E}}$$

En déduire l'expression de la permittivité diélectrique relative complexe $\underline{\varepsilon_r}$ ainsi que l'indice complexe $\underline{n}$ du milieu. On exprimera $\underline{n}^2$ en fonction de N, e, ε_0, m_e, τ, ω et ω_0.

[1] C'est-à-dire pouvant répondre à une excitation optique.

4.3. Dans le domaine visible auquel on s'intéresse, on peut considérer que $\omega \ll \omega_0$ et on peut négliger l'amortissement. Montrer alors que, compte tenu de $n \approx 1$:

$$n \approx 1 + \frac{N\,e^2}{2\,m_e\,\varepsilon_0\,\omega_0^2}$$

4.4. On admet que les molécules de dioxygène et de diazote qui composent majoritairement l'air, possèdent chacune deux électrons optiques. On suppose en plus que l'air se comporte comme un gaz parfait. En déduire la loi de GLADSTONE donnant l'indice de réfraction de l'air en fonction de la pression P et la température T :

$$n - 1 = \alpha\,\frac{P}{T}$$

et exprimer la constante α en fonction de e, ε_0, m_e, ω_0 et la constante de BOLTZMAN k_B.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Optique géométrique et formation des images
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Mesures et incertitudes
- Fonctions usuelles et lecture des graphes
- Régime sinusoïdal forcé
- Équations différentielles linéaires du second ordre

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi