Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2007, filière PSI

Physique I

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : sonde à effet Hall
- Partie 2 : loi d'Ohm anisotrope
- Partie 3 : effet Corbino

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2007/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Supérieure d'Électricité et de Mécanique
ENSEM

Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées
Session 2007

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière PSI

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

Conduction électrique sous champ magnétique

Le problème propose l'étude de quelques aspects de l'influence d'un champ magnétique sur la conduction électrique. Il est constitué de trois parties largement indépendantes entre elles. La partie 1 traite de l'effet HALL et de son application à la mesure d'un champ magnétique. La partie 2 étudie la modification de la loi d'OHM en présence d'un champ magnétique. Un résultat donné dans cette partie est utilisé dans la dernière partie pour étudier l'effet de magnéto-résistance dans la géométrie de CORBINO.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI).

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Dans tout le problème, le poids des particules chargées sera négligé devant les actions électriques et magnétiques.

Données utiles

- Nombre d'AVOGADRO : $N_A = 6,02\times10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$.
- Charge élémentaire : $e = 1,6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$.
- Masse volumique du cuivre : $\rho = 8,96\times10^{3}\ \mathrm{kg.m}^{-1}$.
- Masse molaire du cuivre : $M = 63,5\times10^{-3}\ \mathrm{kg.mol}^{-1}$.

1ère partie
Sonde à effet HALL

On considère une plaque conductrice ou semi-conductrice $\mathcal{P}$ allongée selon l'axe Ox, de largeur a et d'épaisseur b. Elle est parcourue par un courant d'intensité $I_0 > 0$ réparti uniformément sur toute la section droite de $\mathcal{P}$ (figure 1). La plaque $\mathcal{P}$ peut être soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et constant $\overrightarrow{B} = B\ \overrightarrow{u}_z$ parallèle à l'axe Oz. On négligera alors le champ magnétique créé par les charges de $\mathcal{P}$ en mouvement.

1.1. En l'absence de tout champ magnétique extérieur ($B = 0$), exprimer le vecteur courant électrique $\overrightarrow{j}$ et tracer les lignes de courant correspondantes.

La plaque $\mathcal{P}$ est à présent soumise au champ $\overrightarrow{B}$ dirigé dans le sens des z croissants ($B > 0$). On admet qu'en régime établi, les lignes de courant restent des droites parallèles à l'axe Ox.

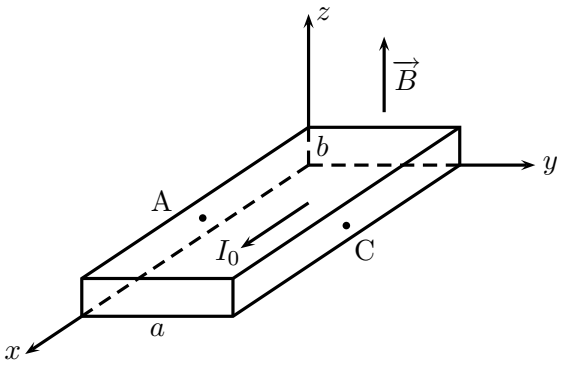


Figure 1: Ruban conducteur dans un champ magnétostatique.

1.2. On considère un porteur mobile de charge q (algébrique) animé d'une vitesse $\overrightarrow{v} = v\ \overrightarrow{u}_x$.

1.2.1. Exprimer la force de LORENTZ $\overrightarrow{f}_L$ agissant sur le porteur de charge. Quel est l'effet de cette force sur le porteur de charge ?

1.2.2. Montrer qu'il en résulte une accumulation de charges opposées sur certaines faces de la plaque que l'on précisera à l'aide d'un schéma pal. On distinguera, pour le sens du courant donné figure 1, les cas $q > 0$ et $q < 0$.

On se place dans la suite en régime établi.

1.2.3. En déduire qu'un champ électrique $\overrightarrow{E}_h$, dit de HALL, prend naissance au sein du matériau pour s'opposer à l'effet de $\overrightarrow{f}_L$. Donner l'expression de $\overrightarrow{E}_h$, d'abord en fonction de q et $\overrightarrow{f}_L$ puis en fonction de v et B en précisant sa direction et son sens.

1.2.4. Montrer qu'en régime établi, une différence de potentiel $V_h = V_A - V_C$ prend naissance entre les faces A et C de la plaque et exprimer V_h en fonction de v, a et B. Quel est le signe de la tension V_h appelée tension de HALL ? Dépend-il de celui de q ?

1.2.5. Exprimer la tension de HALL V_h en fonction de I_0, B, b et de la constante de HALL $R_h = 1/n\,q$. n étant le nombre de porteurs de charge par unité de volume.

1.3. Applications

1.3.1. La plaque $\mathcal{P}$ est constituée de cuivre métallique. On note ρ et M respectivement la masse volumique et la masse molaire du cuivre. On admet que chaque atome de cuivre met en jeu un seul électron de *conduction*.

1.3.1.1. Donner l'expression de n en fonction de ρ, M et du nombre d'AVOGADRO N_A. En déduire la valeur numérique de n.

1.3.1.2. Donner la valeur numérique de la constante de HALL R_h correspondante.

1.3.1.3. Calculer la tension de HALL V_h pour un champ magnétique $B = 1$ T, une intensité de courant $I_0 = 1$ A et une épaisseur $b = 0,1$ mm. Commenter ces valeurs numériques.

1.3.2. Les sondes de HALL utilisées au laboratoire pour mesurer les champs magnétiques sont constituées d'un matériau semi-conducteur.

1.3.2.1. Pourquoi utilise-t-on un matériau semi-conducteur ?

1.3.2.2. Que mesure-t-on dans la pratique ? Comment fait-on pour remonter à la valeur du champ magnétique ?

2ème partie

Loi d'OHM anisotrope

On considère un matériau conducteur comportant n porteurs de charge par unité de volume. Tous les porteurs de charge ont la même charges q. Le matériau est soumis à l'action d'un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B}$ uniforme et permanent. Sous l'action d'un champ électrique permanent $\overrightarrow{E}$, le matériau devient alors siège d'un courant électrique caractérisé par le vecteur courant électrique $\overrightarrow{j}$. Pour tenir compte de l'action du matériau sur les porteurs de charge, on considère que ces derniers sont soumis à une force du type collisionnel $\overrightarrow{f}_c$ donnée par :

$$\overrightarrow{f}_c = -\frac{m}{\tau}\,\overrightarrow{v} \tag{1}$$

où $\overrightarrow{v}$ est la vitesse des porteurs de charge et m leur masse. τ est une constante caractéristique des collisions entre les porteurs et le réseau cristallin qui constitue le matériau.

Toute l'étude sera faite dans l'hypothèse d'un régime permanent.

2.1. Quelle est la dimension de τ ?

2.2. Exprimer $\overrightarrow{j}$ en fonction de n, q et $\overrightarrow{v}$.

2.3. En appliquant la deuxième loi de NEWTON en régime permanent, montrer que le vecteur courant électrique $\overrightarrow{j}$ est relié aux champ électrique $\overrightarrow{E}$ et magnétique $\overrightarrow{B}$ par :

$$\overrightarrow{E} = \frac{1}{\sigma}\,\overrightarrow{j} + R_h\,\overrightarrow{B}\times\overrightarrow{j} \tag{2}$$

où σ et R_h sont respectivement la conductivité électrique et la constante de HALL que l'on exprimera en fonction de n, q, m et τ.

2.4. L'axe Oz est choisi pour être celui du champ magnétique : $\overrightarrow{B} = B\,\overrightarrow{u}_z$.

2.4.1. En projetant convenablement la relation (2), exprimer les composantes j_x, j_y et j_z du vecteur courant électrique $\overrightarrow{j}$ en fonction de E_x, E_y, E_z, τ, σ et $\omega_c = q\,B/m$.

2.4.2. En déduire que la loi d'OHM peut être généralisée en présence du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ selon :

$$\overrightarrow{j} = \overline{\overline{\sigma}}\,\overrightarrow{E} \tag{3}$$

où $\overline{\overline{\sigma}}$ est une matrice 3×3 appelée *tenseur conductivité électrique* et dont on exprimera les éléments en fonction de σ, τ et ω_c.

2.4.3. Pourquoi dit-on qu'en présence du champ magnétique, le milieu devient anisotrope vis-à-vis de la loi d'OHM ?

2.4.4. Le milieu reste-t-il linéaire en présence du champ magnétique ? Justifier.

2.4.5. Que devient la relation (3) en l'absence de champ magnétique ? Que retrouve-t-on ainsi ?

3ème partie

Effet CORBINO

On considère un matériau conducteur ohmique de conductivité électrique σ contenu entre deux cylindres coaxiaux $\mathcal{C}_a$ et $\mathcal{C}_b$ parfaitement conducteurs, de rayons respectifs a et b ($a < b$). Les deux

cylindres sont supposés être suffisamment longs pour permettre de négliger tout effet de bord. Le cylindre $\mathcal{C}_a$ est porté au potentiel électrostatique V_a et le cylindre $\mathcal{C}_b$ au potentiel électrostatique V_b (figure 2). Dans toute la suite, on supposera que $V_a > V_b$. On repère un point M de l'espace par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) habituelles et on note $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_z)$ la base locale de ce système de coordonnées.

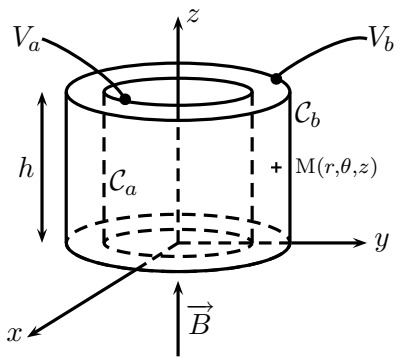


Figure 2: Milieu conducteur entre deux cylindres.

3.1. On considère d'abord le cas d'un champ magnétique nul ($B = 0$).

3.1.1. Le conducteur compris entre les deux cylindres $\mathcal{C}_a$ et $\mathcal{C}_b$ est-il en équilibre électrostatique ?

3.1.2. Montrer que le champ électrique $\overrightarrow{E}$ entre les deux cylindres est radial et s'écrit $\overrightarrow{E} = E(r)\ \overrightarrow{u}_r$.

3.1.3. En utilisant le théorème de GAUSS, exprimer $E(r)$ entre les deux cylindres $\mathcal{C}_a$ et $\mathcal{C}_b$ en fonction de la densité surfacique de charge ρ_a^s de $\mathcal{C}_a$, a, r et ε_0.

3.1.4. Que vaut le champ électrique E_a en $r = a$.

3.1.5. Exprimer ρ_a^s en fonction de ε_0, a, b et $V_{ab} = V_a - V_b$.

3.1.6. En déduire l'expression de $\overrightarrow{E}$ en tout point de l'espace en fonction de V_{ab}, r, a et b et tracer l'évolution de $E(r)$ en fonction de r.

3.1.7. Déterminer la valeur E_b de $E(r)$ en $r = b$ et montrer qu'elle s'exprime simplement en fonction de la densité surfacique de charge ρ_b^s de $\mathcal{C}_b$ et ε_0. On admettra que les deux surfaces $\mathcal{C}_a$ et $\mathcal{C}_b$ sont en état d'influence totale.

3.1.8. Tracer les lignes de champ de $\overrightarrow{E}$. Quelle est la forme des lignes de courant électrique ?

3.1.9. Exprimer l'intensité du courant électrique I_0 qui traverse une surface cylindrique $\mathcal{C}_h$ coaxiale à $\mathcal{C}_a$ et $\mathcal{C}_b$ et de hauteur h placée entre les deux cylindres en fonction de σ, h, a, b et V_{ab}.

3.1.10. En déduire l'expression de la résistance électrique R_0 de la tranche de hauteur h du milieu conducteur. Commenter les variations de R_0 en fonction de h et du rapport b/a.

3.2. Le milieu est soumis à présent à l'action d'un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B} = B\ \overrightarrow{u}_z$. On admettra que les lignes de courant restent planes en présence de $\overrightarrow{B}$.

3.2.1. En utilisant la relation vectorielle (2) montrer à l'aide d'une construction graphique, que les lignes de courant, font un angle θ_h avec les lignes de champ électrique $\overrightarrow{E}$.

3.2.2. Exprimer $\tan\theta_h$ en fonction de σ, R_h et B.

3.2.3. Montrer qu'en coordonnées cylindriques, la ligne de courant passant par le point de coordonnées (r_0, θ_0, z_0) peut s'écrire sous la forme :

$$r(\theta) = r_0 \exp[f(\theta)] \tag{4}$$

où $f(\theta)$ est une fonction analytique de θ à déterminer. Que devient la relation (4) en champ nul ($B = 0$) ? Commenter le résultat obtenu.

3.2.4. On note $\overrightarrow{j}$ le vecteur courant électrique en présence du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ et j_0 le module du vecteur courant électrique en l'absence du champ magnétique.

3.2.4.1. Exprimer le module j de $\overrightarrow{j}$ en fonction de j_0, σ, R_h et B.

3.2.4.2. En déduire l'expression de la composante radiale j_r de $\overrightarrow{j}$ en fonction des mêmes paramètres.

3.2.5. On note I l'intensité du courant qui traverse une surface cylindrique $\mathcal{C}_h$ coaxiale $\mathcal{C}_a$ et $\mathcal{C}_b$ et de hauteur h placée entre les deux cylindres.

3.2.5.1. Exprimer I en fonction de σ, R_h, B, et I_0 intensité du courant électrique en l'absence du champ magnétique.

3.2.5.2. En déduire l'expression de la résistance électrique R de la tranche de hauteur h du milieu conducteur en présence du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ en fonction de σ, B, R_h et R_0.

3.2.5.3. Exprimer la variation relative de résistance $\delta = \frac{R-R_0}{R_0}$ en fonction de σ, R_h et B. Commenter le résultat obtenu.

3.2.5.4. Comment peut-on expliquer qualitativement l'effet de magnétorésistance exprimé par δ ?

3.2.5.5. Déterminer la valeur numérique de la variation relative de résistance δ sous un champ magnétique $B = 1$ T dans le cas du cuivre pour lequel : $R_h \approx -0,7 \times 10^{-10}$ $\mathrm{m}^3.\mathrm{C}^{-1}$ et $\sigma \approx 6 \times 10^7$ $\Omega^{-1}.\mathrm{m}^{-1}$.

3.2.5.6. Répondre à la même question dans le cas d'un semi-conducteur comme l'arséniure d'indium InAs pour lequel : $R_h \approx +0,7$ $\mathrm{m}^3.\mathrm{C}^{-1}$ et $\sigma \approx 1$ $\Omega^{-1}.\mathrm{m}^{-1}$. Commenter en comparant les valeurs obtenues.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi