Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2007, filière PSI

Physique II

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : étude géométrique d'une fibre optique à saut d'indice
- Partie 2 : modes d'une fibre optique
- Partie 3 : gyromètre optique (MP et TSI)

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2007/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Supérieure d'Électricité et de Mécanique
ENSEM

Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées Session 2007

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Filière **PSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 6 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

Fibres optiques

Les fibres optiques sont des guides d'ondes électromagnétiques dans le domaine optique. L'épreuve propose d'aborder quelques aspects de la physique des fibres optiques. Elle est composée de trois parties largement indépendantes entre elles.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI).

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'axe Oz entouré d'une gaine également cylindrique et de rayon $b > a$ (figure 1). Le cœur est composé d'un milieu diélectrique non magnétique, transparent, linéaire, isotrope et homogène d'indice de réfraction n_1. La gaine est elle aussi composée d'un milieu diélectrique non magnétique, transparent, linéaire, isotrope et homogène d'indice de réfraction n_2. Dans la pratique $n_2 < n_1$. Dans tout le problème, la fibre optique est supposée plongée dans l'air d'indice de réfraction $n_0 = 1$. La longueur d'onde dans le vide du rayonnement utilisé sera notée λ_0.

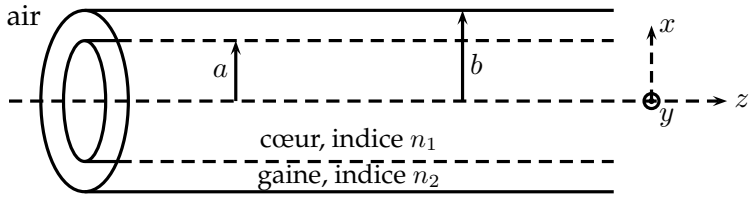


Figure 1: Fibre optique à saut d'indice.

Pour simplifier les calculs tout en s'assurant de pouvoir dégager l'essentiel des propriétés des fibres optiques, on limite l'étude, à la propagation du signal lumineux, selon la direction moyenne Oz dans un ensemble de milieux dont l'indice ne dépend que de la coordonnée x (figure 2).

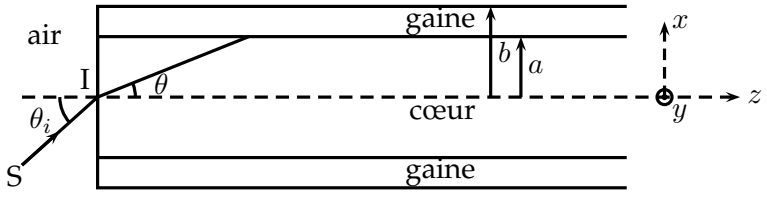


Figure 2: Modèle simplifié d'une fibre optique à saut d'indice.

Au besoin, on notera $\overrightarrow{u}_x$, $\overrightarrow{u}_y$ et $\overrightarrow{u}_z$ les trois vecteurs unitaires du repère orthonormé (O, x, y, z). Pour la célérité de la lumière dans le vide, on prendra la valeur approchée habituelle $c_0 \approx 3,0 \times 10^8$ m.s^{-1}.

1ère partie

Étude géométrique d'une fibre optique à saut d'indice

1.1. On se place dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique.

1.1.1. En quoi consiste une telle approximation ?

1.1.2. L'approximation de l'optique géométrique est-elle valable pour décrire la propagation d'une onde lumineuse dans le cœur d'une fibre optique en silice d'indice de réfraction $n_1 = 1,46$ et de rayon $a = 100\ \mu\text{m}$. On donne la longueur d'onde dans le vide du rayonnement $\lambda_0 = 1,55\ \mu\text{m}$. À quel domaine du spectre électromagnétique appartient ce rayonnement ?

1.2. On considère un rayon lumineux SI se propageant dans l'air et situé dans le plan $z\text{O}x$ (figure 2).

1.2.1. Rappeler les lois de DESCARTES-SNELL pour la réfraction. Qu'appelle-t-on réflexion totale ? Quand existe-t-elle ? Définir l'angle de réflexion totale Λ et donner son expression en fonction de n_1 et n_2.

1.2.2. Montrer que si l'angle θ_i est inférieur à une certaine valeur θ_a que l'on déterminera, alors ce rayon peut être guidé dans le cœur de la fibre.

1.2.3. Déterminer la valeur numérique de θ_a pour $n_1 = 1,46$ et $n_2 = 1,41$.

1.2.4. Déterminer l'expression de l'ouverture numérique $\text{ON} = \sin\theta_a$ en fonction de n_1 et $\Delta = \dfrac{n_1^2 - n_2^2}{2\,n_1^2}$.

1.2.5. Montrer que, pour un rayon lumineux guidé par la fibre optique, $|\theta| \leqslant \theta_{\text{lim}}$ et exprimer $\sin\theta_{\text{lim}}$ en fonction de Δ.

1.3. Un signal lumineux est émis au point I à l'instant $t = 0$ dans une direction faisant un angle θ avec l'axe $\text{O}z$ à l'intérieur de la fibre optique (figure 2). On note $\tau(\theta, z)$ le temps mis par le signal pour être détecté par un photorécepteur placé dans le plan d'abscisse z.

1.3.1. Représenter soigneusement le trajet d'un tel rayon lumineux au sein de la fibre optique.

1.3.2. Exprimer la longueur totale ℓ du trajet parcouru par la lumière au sein de la fibre optique entre le plan d'entrée et le plan d'abscisse z en fonction de z et θ.

1.3.3. En déduire l'expression de $\tau(\theta, z)$ en fonction de n_1, z, θ et c_0.

Lorsque θ prend les valeurs comprises entre 0 et $\pm\theta_{\text{lim}}$, τ prend les valeurs entre τ_0 et $\tau_0 + \Delta\tau$.

1.3.4. Exprimer $\Delta\tau$ en fonction de z, θ_{lim}, n_1 et c_0.

1.4. La source émet une succession d'impulsions lumineuses de période T et de durées très brèves devant T (figure 3). On note $I'(z,t)$ l'intensité lumineuse détectée en régime établi par le photorécepteur placé à l'abscisse z.

1.4.1. Représenter qualitativement $I'(z,t)$ et commenter le résultat dans les deux cas suivants :

- $z = z_1$ telle que $\Delta\tau(z_1) < T$;
- $z = z_2$ telle que $\Delta\tau(z_2) > T$.

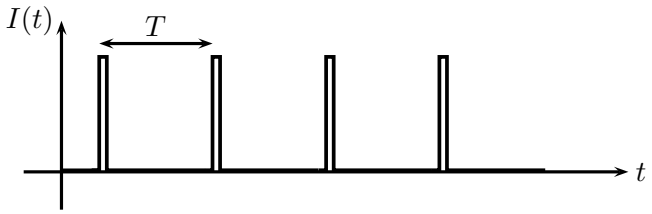


Figure 3: Suite d'impulsions lumineuses.

1.4.2. Déterminer l'expression de la valeur minimale T_m de T au-dessous de laquelle les impulsions détectées par le photorécepteur peuvent se chevaucher. On exprimera T_m en fonction de c_0, n_1, n_2 et z. Conclure quant à la transmission de signaux à grande distance.

1.4.3. Calculer T_m ainsi que l'ordre de grandeur du débit maximal de la fibre optique exprimé en nombre d'impulsions par seconde lorsque $z = 1\ \mathrm{km}$, $n_1 = 1,46$ et $n_2 = 1,41$. Commenter.

2ème partie
Modes d'une fibre optique

La condition de guidage de la lumière par la fibre optique, établie en 1.2.2. est en faite une condition nécessaire mais non suffisante. En effet, la description utilisée ne tient pas compte « suffisamment » du caractère ondulatoire de la lumière.

Un modèle simple permet d'introduire la notion de mode de propagation dans une fibre optique. Selon ce modèle, on décrit la propagation de la lumière au sein de la fibre optique à l'aide d'une onde électromagnétique plane monochromatique. La figure 4 représente une portion de la fibre optique. (Π) est le plan d'onde correspondant aux rayons lumineux $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{A_2B_2}$,... Pour qu'il y ait propagation le long de la fibre optique, il faut que les ondes issues des réflexions multiples soient en phase aux différents points $\mathrm{P_1}$, $\mathrm{P_2}$,... pour y interférer de manière identique.

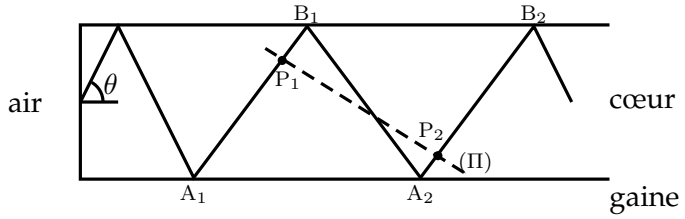


Figure 4: Onde lumineuse au sein d'un fibre optique.

2.1. Énoncer le théorème de MALUS-DUPIN.

Un calcul géométrique *non demandé* dans ce problème, montre que la longueur du trajet, le long du rayon lumineux, séparant deux points successifs P_i et P_{i+1} est donné par :

$$\mathrm{P}_i\mathrm{P}_{i+1} = 4\,a\sin\theta \tag{1}$$

2.2. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi$ entre les amplitudes des ondes aux points P_i et P_{i+1} en fonction de a, θ, n_1 et λ_0.

2.3. En explicitant la condition d'interférence constructive, montrer que seules certaines inclinaisons correspondant à des valeurs particulières θ_m ($m \in \mathbb{Z}$) de l'angle θ sont permises. Chacune de ces valeurs correspond à un mode de propagation. Le mode fondamental correspond à $m = 0$.

2.4. À quelle condition sur a le mode d'ordre m existe-t-il ?

2.5. En déduire le nombre N de modes possibles en fonction de n_1, n_2, a et λ_0. Faire l'application numérique pour $a = 100\ \mu$m, $n_1 = 1,46$, $n_2 = 1,41$ et $\lambda_0 = 1,55\ \mu$m.

2.6. Est-il possible dans la pratique de distinguer le mode $+m$ du mode $-m$?

Une fibre optique monomode est une fibre dans laquelle seul le mode fondamental peut se propager.

2.7. À quelle condition sur son rayon a, une fibre optique est-elle monomode ? On exprimera le rayon maximum a_{max} d'une telle fibre en fonction de λ_0, n_1 et n_2.

2.8. Calculer la valeur numérique de a_{max} pour $\lambda_0 = 1,55\ \mu$m, $n_1 = 1,46$ et $n_2 = 1,41$.

2.9. Quel intérêt peut-il y avoir à utiliser une fibre optique monomode compte tenu de l'étude effectuée en 1.3. et 1.4. ?

3ème partie
Gyromètre optique (MP et TSI)

Cette partie aborde l'étude du principe de fonctionnement d'un gyromètre optique. Comme son prédécesseur mécanique ou gyroscope, le gyromètre optique est capable de détecter de faibles rotations. Il trouve ainsi son utilisation dans la navigation inertielle.

3.1. Effet Sagnac

La figure 5 représente un interféromètre de SAGNAC éclairé par une source Laser. La lumière de la source est divisée à l'aide de la séparatrice S_p en deux ondes se propageant en sens opposés le long du chemin fermé défini par les miroirs $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ et $\mathcal{M}_3$.

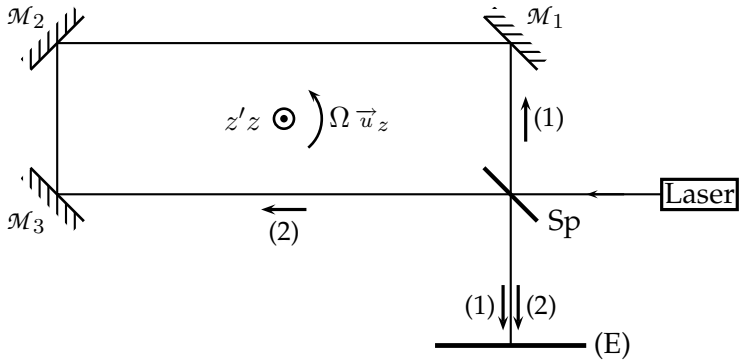


Figure 5: Interféromètre de SAGNAC.

Les ondes contrapropagatives (1) et (2) produisent une figure d'interférence sur l'écran (E). Lorsque l'interféromètre, la source et l'écran sont animés d'un mouvement d'ensemble de rotation de vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega\ \vec{u}_z$ par rapport à un référentiel galiléen, les chemins optiques dans les sens (1) et (2) ne sont pas égaux. Il en résulte un déphasage entre les ondes (1) et (2) dépendant de Ω : c'est l'effet SAGNAC. Cet effet, qui se traduit sur l'écran par un déplacement des franges d'interférences, peut être exploité pour mesurer la vitesse de rotation de l'ensemble.

Pour simplifier l'étude, on suppose que le trajet des rayons lumineux est un cercle de rayon R et non le rectangle représenté figure 5. L'interféromètre est placé dans l'air supposé avoir les mêmes propriétés électromagnétiques que le vide.

3.1.1. Exprimer la durée δt_0 que mettent les ondes (1) et (2) pour faire un tour lorsque l'interféromètre est au repos par rapport au référentiel galiléen.

3.1.2. Montrer que lorsque l'ensemble est en rotation, le trajet de l'onde (1) constituant un tour de séparatrice à séparatrice diffère d'une quantité $\Delta\ell$ de celui de l'onde (2).

3.1.3. Montrer que les durées de propagation δt_1 et δt_2 respectivement des trajets de l'onde (1) et de l'onde (2) vérifient des relations de la forme :

$$\delta t_i = \delta t_0 \pm \frac{R\,\Omega}{c_0}\,\delta t_i \tag{2}$$

En déduire les expressions de δt_1 et δt_2.

3.1.4. En déduire que, dans le cas où la vitesse de déplacement $R\,\Omega$ de la séparatrice est faible devant la célérité de la lumière dans le vide c_0, la différence de phase $\Delta\varphi$ entre les ondes qui interfèrent peut s'écrire :

$$\Delta\varphi = \frac{8\,\pi\,S\,\Omega}{\lambda_0\,c_0} \tag{3}$$

λ_0 étant la longueur d'onde dans le vide de l'onde lumineuse et S la surface de l'interféromètre supposé circulaire.

3.1.5. Calculer la différence de phase pour $R = 0,1$ m, $\lambda_0 = 0,8\ \mu$m et les trois vitesses angulaires suivantes : $\Omega = 10^{-8}\ \mathrm{s}^{-1}$, $\Omega = 10^{-1}\ \mathrm{s}^{-1}$ et $\Omega = 10^{2}\ \mathrm{s}^{-1}$. Commenter.

On supposera dans toute la suite du problème que l'expression (3) du déphasage en fonction de la vitesse de rotation ne dépend pas de l'indice du milieu.

3.2. Gyromètre à fibre optique

N tours de fibre optique sont enroulés autour d'un tambour circulaire d'axe $z'\mathrm{O}z$ et de rayon R. Les deux extrémités A et B de la fibre sont placés aux foyers de deux lentilles convergentes $\mathrm{L_A}$ et $\mathrm{L_B}$. Un faisceau Laser de fréquence ν est envoyé sous une incidence de $\pi/4$ sur la lame séparatrice $\mathrm{S_p}$ donnant lieu à deux ondes contrapropagatives (1) et (2) dans la fibre (figure 6).

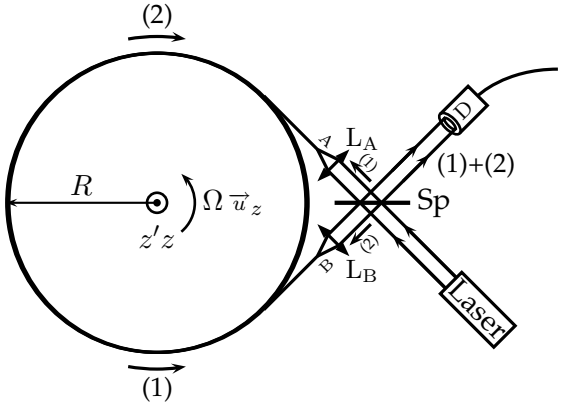


Figure 6: Schéma de principe d'un gyromètre à fibre optique.

Le photorécepteur analyse la figure d'interférence produite par les ondes (1) et (2) et fourni un signal électrique $s(t)$ proportionnel à l'intensité lumineuse $I(t)$ qu'il reçoit : $s(t) = \alpha\,I(t)$ où α est une constante positive. On négligera l'écart entre les points A et B et le tambour. L'ensemble est animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire Ω par rapport à un référentiel galiléen.

3.2.1. Principe

3.2.1.1. À partir des résultats établis à la question 3.1.4., déterminer l'expression du déphasage $\Delta\varphi$ entre les ondes (1) et (2) au niveau du photorécepteur en fonction de Ω, N, λ_0, c_0 et de l'aire $S = \pi R^2$ de la base du tambour.

3.2.1.2. Déterminer l'expression du signal $s(t)$ émis par le photorécepteur.

3.2.1.3. Montrer que l'introduction d'un déphasage supplémentaire constant de $\pi/2$ entre les deux ondes permet d'obtenir une réponse linéaire du système aux faibles vitesses de rotation.

3.2.2. Sensibilité aux effets extérieurs

3.2.2.1. Discuter qualitativement l'influence de chacun des phénomènes suivants sur le fonctionnement de l'interféromètre. Proposer, le cas échéant, lorsque l'effet est perturbateur, une démarche permettant de réduire son influence :

a) La silice constituant le cœur de la fibre se dilate thermiquement. La variation relative de longueur de la fibre est 1×10^{-7} K^{-1}.

b) Les vibrations mécaniques du gyromètre peuvent faires varier la distance des points A et/ou B à la séparatrice.

c) Les variations de température, les champs électromagnétiques extérieurs peuvent influer sur les propriétés optiques et mécaniques de la lame séparatrice.

d) Les extrémités des fibres donnent lieu à des réflexions parasites.

3.2.2.2. Quels peuvent être les avantages et les inconvénients d'une grande longueur de fibre ?

3.2.2.3. Calculer le déphasage $\Delta\varphi$ pour $R = 0,1$ m, $N = 1 \times 10^4$, $\nu = 3 \times 10^{14}$ Hz et les trois vitesses angulaires suivantes : $\Omega = 10^{-8}$ s^{-1}, $\Omega = 10^{-1}$ s^{-1} et $\Omega = 10^{2}$ s^{-1}. Commenter.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Optique géométrique et formation des images
- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi