Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2008, filière PSI

Physique II

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- 1re partie, 1.1 : relations générales
- 1re partie, 1.2 : condensateur cylindrique en ARQS, applications
- 2e partie : oscillateur commandé en tension (OCT)

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2008/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Royaume du Maroc

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Nationale des Industries Minérales
ENIM

Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées Session 2008

Épreuve de Physique II

Filière **PSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats du concours PSI, comporte 8 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé .

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

Le sujet comporte deux parties *totalement indépendantes*.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité.

On donne pour toute l'épreuve :

– la permittivité du vide $\varepsilon_0 \approx 8,854 \times 10^{-12}$ SI ;

– on note j le nombre complexe de module unité et d'argument $\pi/2$.

1ère partie

Conducteurs en équilibre électrostatique

Dans cette partie, on propose d'étudier certaines des propriétés électrostatiques des milieux conducteurs.

Aucune connaissance préalable des propriétés de ces milieux n'est exigible pour traiter cette partie de l'épreuve.

La principale caractéristique des milieux conducteurs est de contenir des charges électriques capables de se mettre en mouvement d'ensemble sous l'action d'une force aussi faible soit elle. Si bien que le champ électrostatique en tout point à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique est nul :

$$\overrightarrow{E}(\mathrm{M}) = \overrightarrow{0}$$

Par ailleurs, pour de tels milieux, les équations de MAXWELL s'écrivent comme dans le vide chargé avec une densité volumique de charge $\rho(\mathrm{M})$.

1.1. Relations générales

1.1.1. Théorème de Gauss

1.1.1.1. Écrire l'équation de MAXWELL-GAUSS. Que vaut la densité volumique de charges en tout point d'un conducteur en équilibre électrostatique ?

1.1.1.2. En déduire que lorsqu'un conducteur en équilibre électrostatique est chargé, toute sa charge est répartie de manière surfacique. On notera σ la densité surfacique des charges.

1.1.1.3. Montrer qu'un conducteur en équilibre électrostatique est un volume équipotentiel. On notera $\phi(\mathrm{M})$ le potentiel électrostatique dont dérive le champ $\overrightarrow{E}(\mathrm{M})$.

1.1.2. Conducteur cylindrique chargé

On considère un conducteur cylindrique $(\mathcal{C}_1)$ de section circulaire de rayon R_1, d'axe Oz et de hauteur $h \gg R_1$ de sorte que l'on puisse négliger tout effet de bord. Ce conducteur présente une charge $Q > 0$, il est en équilibre électrostatique placé dans le vide et est suffisamment éloigné de toute autre distribution de charges pour que l'on puisse négliger toute influence. On pourra utiliser les coordonnées cylindriques habituelles (r, θ, z) et on notera $(\overrightarrow{e}_r, \overrightarrow{e}_\theta, \overrightarrow{e}_z)$ la base locale de ces coordonnées.

1.1.2.1. Déterminer l'expression de la densité surfacique des charges portée par $\mathcal{C}_1$.

1.1.2.2. Analyser les symétries et les invariances de la distribution de charges. En déduire d'une part les composantes non nulles du champ électrique et d'autre part les coordonnées d'espace dont dépend $\overrightarrow{E}$.

1.1.2.3. Énoncer le théorème de GAUSS et en déduire l'expression du champ électrique en tout point M de l'espace. Représenter graphiquement le module $|\overrightarrow{E}|$ en fonction de r.

1.1.2.4. Quelle est la valeur du champ électrique en $r = R_1^-$? En $r = R_1^+$? Quel résultat retrouve-t-on ainsi ?

1.1.2.5. Déterminer le potentiel électrostatique $\phi(r)$ en tout point de l'espace. On ne cherchera pas à déterminer la constante d'intégration.

1.1.3. Quadrupôle cylindrique

On considère maintenant un ensemble de quatre conducteurs cylindriques identiques chargés $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_3)$ et $(\mathcal{C}_4)$ formant un quadrupôle électrique en équilibre électrostatique placé dans le vide (figure 1). La charge totale du système est nulle. On note $Q > 0$ la valeur absolue de la charge du conducteur $(\mathcal{C}_1)$.

La figure 1 représente l'allure des lignes équipotentielles au voisinage du centre X du quadrupôle.

On donne la valeur du potentiel électrique ϕ du système sur certaines équipotentielles :

- ▷ équipotentielle g : $\phi_g = 0,90\ \text{kV}$;
- ▷ équipotentielle f : $\phi_f = 0,60\ \text{kV}$;
- ▷ équipotentielle c : $\phi_c = -0,30\ \text{kV}$.

1.1.3.1. Déterminer en le justifiant la valeur du potentiel électrique ϕ sur les équipotentielles d.

1.1.3.2. En analysant les symétries du problème, déterminer en le justifiant la valeur du potentiel électrique ϕ sur les équipotentielles e, b et a.

1.1.3.3. Comment les lignes de champ électrostatique se positionnent-elles par rapport aux surfaces équipotentielles ? Justifier la réponse et montrer que le potentiel électrostatique décroît le long d'une ligne de champ.

1.1.3.4. Recopier l'allure des équipotentielles sur la copie et représenter soigneusement la ligne de champ électrique reliant dans le vide les points A et B. On n'omettra pas d'indiquer l'orientation de cette ligne de champ sur le schéma.

1.1.3.5. Déterminer en le justifiant la valeur du champ électrique $\overrightarrow{E}$ au centre X du quadrupôle.

1.1.3.6. Représenter de même la ligne de champ électrique orientée reliant dans le vide les points Y et X et celle reliant X et Z.

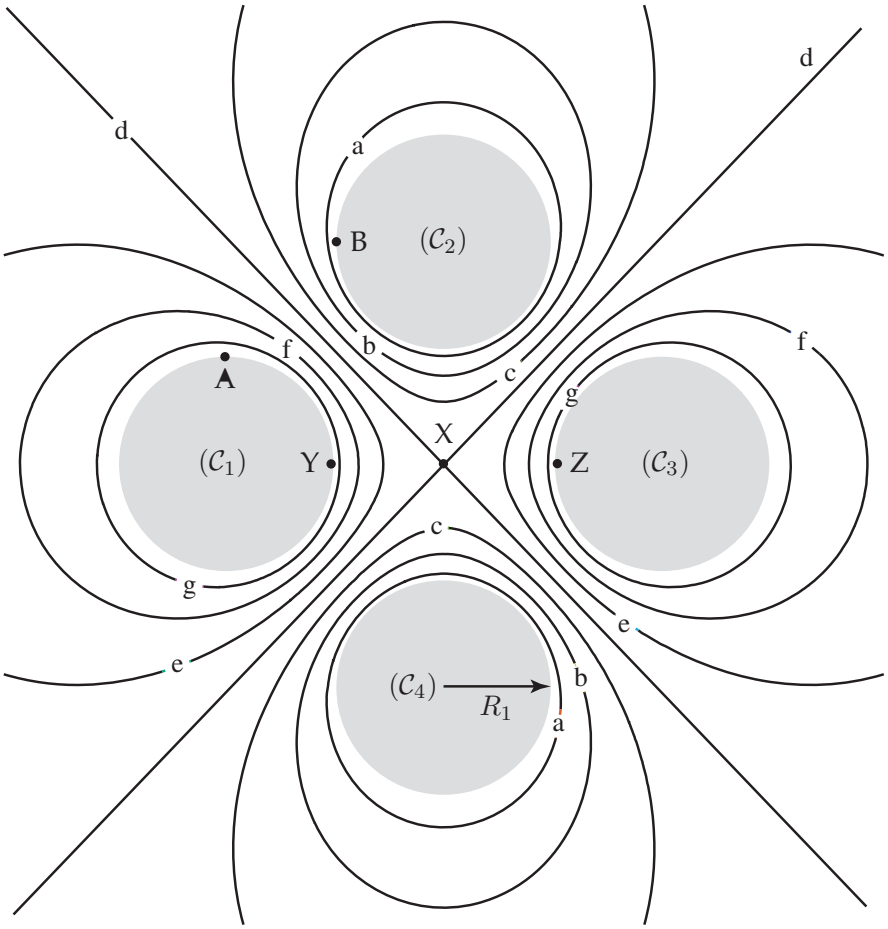


Figure 1: **A**llure des équipotentielles du quadrupôle électrique en équilibre électrostatique.

1.1.3.7. Déterminer en le justifiant la charge Q_i (avec $i = 1, 2, 3$ ou 4) de chacun des quatre conducteurs en fonction de Q.

1.1.4. Condensateur cylindrique – Généralités

Pour constituer un condensateur, on entoure le conducteur $(\mathcal{C}_1)$ d'un autre conducteur $(\mathcal{C}_2)$ de même hauteur h, de rayon intérieur R_2 et de même axe de révolution $\mathrm{O}z$ (figure 2). Un générateur de tension continue impose au conducteur $(\mathcal{C}_1)$ un potentiel constant $U > 0$. On note Q_1 la charge totale de $(\mathcal{C}_1)$ et Q_2 la charge totale de $(\mathcal{C}_2)$. Un milieu isolant assimilable au vide sépare $(\mathcal{C}_1)$ de $(\mathcal{C}_2)$. La liaison du conducteur $(\mathcal{C}_2)$ à la terre lui impose un potentiel nul. $(\mathcal{C}_2)$ ne porte alors aucune charge sur sa face externe.

1.1.4.1. En appliquant le théorème de GAUSS à une surface convenablement choisie, montrer que $Q_2 = -Q_1$.

1.1.4.2. Déterminer l'expression du potentiel électrique ϕ que créerait le conducteur cylindrique $(\mathcal{C}_1)$ en tout point de l'espace *s'il était seul*. On exprimera $\phi(r)$ en fonction de Q_1, r, R_1, h et U.

1.1.4.3. Compte tenu de la valeur du potentiel sur le conducteur $(\mathcal{C}_2)$, déterminer l'expression de $\phi(r)$ en tout point de l'espace compris entre $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ en fonction de r, U, R_1 et R_2. Représenter graphiquement $\phi(r)$ en fonction de r pour $r \in [0, R_2^{\text{ext}}]$.

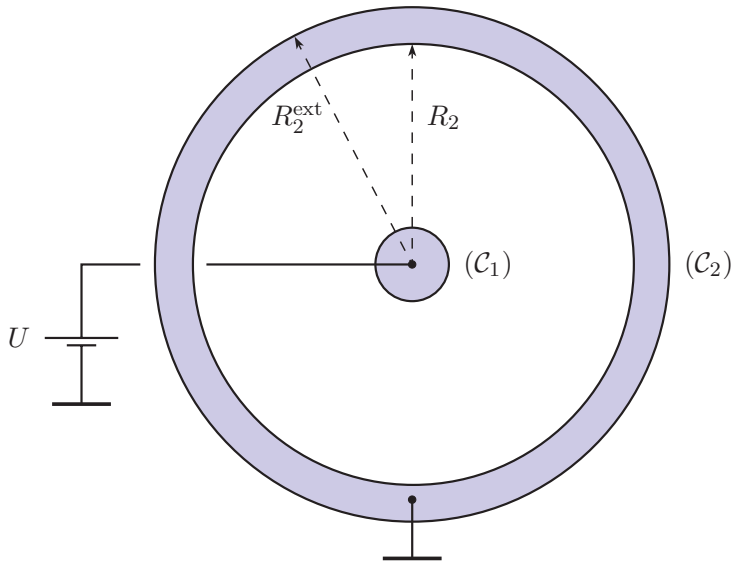


Figure 2: Conducteurs cylindriques en équilibre électrostatique.

1.1.4.4. Montrer que la charge Q_1, dite aussi charge du condensateur, pour se mettre sous la forme :

$$Q_1 = C\,(\phi_1 - \phi_2)$$

Dans cette formule qui définit la capacité C du condensateur, ϕ_1 représente le potentiel de $(\mathcal{C}_1)$ et ϕ_2 celui de $(\mathcal{C}_2)$. En déduire l'expression de la capacité C du condensateur cylindrique représenté figure 2, en fonction de R_1, R_2, h et ε_0.

La *densité volumique* w_e d'énergie électrostatique dans le vide et dans les conducteurs est donnée par $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$.

1.1.4.5. Déterminer l'expression de w_e en tout point entre $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$. En déduire l'énergie électrostatique W_e du condensateur cylindrique définie comme étant l'énergie électrostatique emmagasinée dans l'espace délimité par $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$.

1.1.4.6. Montrer que W_e s'exprime simplement en fonction de C et U uniquement.

On suppose maintenant que $R_2 = R_1 + \delta R_1$ avec $\delta R_1 \ll R_1$.

1.1.4.7. Montrer alors que la capacité C du condensateur cylindrique s'écrit en bonne approximation sous la forme :

$$C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{e} \tag{1}$$

avec e et Σ des grandeurs positives que l'on exprimera en fonction de δR_1 et de h.

1.2. Condensateur cylindrique en ARQS – Applications

On se place désormais dans l'**A**pproximation des Régimes Quasi-Stationnaires (**A**RQS) et l'on admettra que les expressions précédemment établies pour la capacité C du condensateur cylindrique restent valables. Les signaux électriques $x(t)$ utilisés dans cette partie sont tous harmoniques de pulsation ω et de notation complexe $\underline{x}(t) = X \exp \mathrm{j}(\omega\, t + \varphi_x)$. On suppose que les différents milieux qui entourent les conducteurs ont les mêmes propriétés électriques que le vide, caractérisés par une permittivité diélectrique ε_0.

1.2.1. Généralités

1.2.1.1. Rappeler le cadre d'application de l'ARQS.

1.2.1.2. Écrire les quatre équations de MAXWELL dans le cadre de l'ARQS.

1.2.1.3. Montrer que l'expression de la capacité C en ARQS est la même qu'en régime statique à condition que $E \gg \omega A$. Avec E et A respectivement l'amplitude du champ électrique $\overrightarrow{E}$ et l'amplitude du potentiel vecteur magnétique $\overrightarrow{A}$. Montrer que cela revient à négliger tout phénomène d'induction dans le condensateur.

On supposera désormais ce résultat applicable dans toute la suite du problème.

1.2.2. Capacité d'un câble coaxial

Un câble coaxial utilisé au laboratoire d'électronique est constitué d'un conducteur cylindrique $(\mathcal{C}_1)$ de rayon $R_1 = 0,1$ mm entouré d'une tresse métallique $(\mathcal{C}_2)$ de rayon interne $R_2 = 0,4$ mm, tous deux de longueur $h = 1,0$ m. Un milieu isolant assimilable au vide sépare $(\mathcal{C}_1)$ de $(\mathcal{C}_2)$. La tresse métallique est elle même protégée de l'extérieur par une gaine souple isolante en PVC par exemple. Une coupe transversale de ce câble est représentée figure 2.

1.2.2.1. Déterminer numériquement la valeur de la capacité C d'un câble coaxial de longueur $h = 1,0$ m.

Pour mesurer la capacité du câble coaxial de la question 1.2.2.1., on propose une simple expérience de résonance d'intensité avec un circuit RLC série, le condensateur étant constitué du câble coaxial à caractériser. On note $u_g(t) = U_g \cos \omega t$ la tension d'excitation délivrée par le générateur de tension qui excite le montage.

1.2.2.2. Représenter le schéma de principe du circuit RLC série et les branchements permettant de visualiser l'excitation $u_g(t)$ sur la voie X d'un oscilloscope et l'image du courant $i(t)$ sur la voie Y. On prendra garde aux éventuels problèmes de masse électrique.

1.2.2.3. Déterminer l'expression en régime harmonique, du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_g - \varphi_i$ entre la tension d'excitation et le courant $i(t)$ qui circule dans le circuit. Que vaut ce déphasage à la résonance d'intensité ? En déduire l'expression de la fréquence de résonance ν_0.

1.2.2.4. On se place en mode de visualisation XY sur l'oscilloscope. Quelle figure obtient-on hors résonance ? Même question à la résonance ?

1.2.2.5. Analyser de manière qualitative l'influence de la valeur de la résistance R sur la détermination de la résonance.

1.2.2.6. On donne $R = 100\ \Omega$ et $L = 100$ mH. Déterminer numériquement la valeur de ν_0 pour le câble coaxial de la question 1.2.2.1.

2ème partie

Oscillateur commandé en tension (OCT)

Les applications des condensateurs sont nombreuses en électronique. La réalisation d'un Oscillateur Commandé en Tension (OCT) nécessite quasi-systématiquement l'utilisation d'un condensateur. On indique qu'un OCT est un système fournissant un signal périodique dont la fréquence ν est commandée par une tension v_c.

On considère le circuit représenté figure 3. Les amplificateurs opérationnels (AO) sont supposés idéaux et sont polarisés de manière symétrique à $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$ avec $V_{cc} = 15$ V. On donne des tensions de saturation des deux AO : $V_{sat}^+ = +V_{sat} = +V_{cc}$ et $V_{sat}^- = -V_{sat} = -V_{cc}$.

L'amplificateur opérationnel AO1 est supposé fonctionner en régime linéaire. On posera $\tau = RC$.

Le transistor T fonctionne comme un interrupteur idéal commandé par le courant électrique i_B :

- lorsque $i_B > 0$, le transistor T fonctionne comme un interrupteur fermé idéal ($R_T = 0$) et relie directement la résistance $R/2$ à la masse. Dans ces conditions le potentiel du point B vaut en bonne approximation $V_B = U_s \approx 0,6$ V ;
- lorsque $i_B = 0$, le transistor T fonctionne comme un interrupteur ouvert idéal ($R_T = \infty$) et $i_T = 0$.
- lorsque $i_B < 0$, le transistor T est détruit !

La diode de signal D est supposée idéale :

- lorsque $u_D < 0$, la diode D est bloquée et $i_D = 0$;
- lorsque $i_D > 0$, la diode D est passante et $u_D = 0$.

La tension de commande v_c est supposée *constante*.

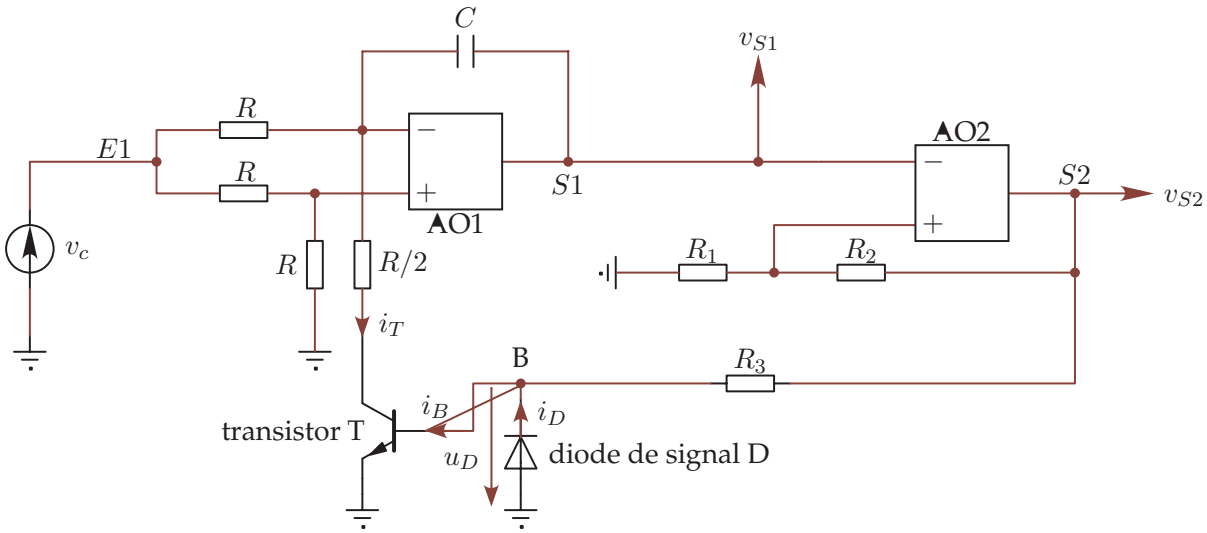


Figure 3: Oscillateur commandé en tension OCT.

2.1. Fonctionnement de l'amplificateur opérationnel AO1

2.1.1. Établir l'équation différentielle satisfaite par les tensions v_c et v_{S1} lorsque $i_B > 0$. Simplifier éventuellement cette équation en rappelant que v_c est constante. Quelle est alors l'opération mathématique effectuée par la portion $E1 - S1$ du circuit ? En déduire, à une constante C_1 près, l'expression de $v_{S1}(t)$ en fonction de t, de τ et de v_c. Représenter graphiquement l'allure de $v_{S1}(t)$.

2.1.2. Mêmes questions lorsque $i_B = 0$. Quelle est alors l'opération mathématique effectuée par la portion $E1 - S1$ du circuit ? En déduire, à une constante C_2 près, l'expression de $v_{S1}(t)$ en fonction de t, de τ et de v_c. Représenter graphiquement l'allure de $v_{S1}(t)$.

2.2. Fonctionnement de l'amplificateur opérationnel AO2

2.2.1. L'amplificateur opérationnel AO2 fonctionne-t-il de manière linéaire ou saturée ? Justifier simplement la réponse.

2.2.2. Quelles valeurs la tension v_{S2} peut-elle prendre ?

2.2.3. Déterminer et représenter graphiquement la caractéristique de transfert $v_{S2} = v_{S2}(v_{S1})$ de la portion $S1 - S2$ du montage. On pourra négliger l'effet de la résistance R_3 sur le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel AO2. Comment appelle-t-on un tel circuit ?

2.2.4. À quelle condition sur $v_{S1}(t)$ la sortie S2 passe-t-elle de sa valeur maximale à sa valeur minimale ? De même à quelle condition sur $v_{S1}(t)$ la sortie S2 passe-t-elle de sa valeur minimale à sa valeur maximale ?

2.3. Rôle de la diode D

2.3.1. Représenter la caractéristique statique $i_D = i_D(u_D)$ de la diode D.

2.3.2. Quel est l'état de la diode D lorsque la tension v_{S2} atteint sa valeur maximale ? Que vaut alors le courant i_D ? Donner dans ces conditions l'expression de i_B en fonction de V_{cc}, R_3 et U_s ? Comment se comporte alors le transistor T ? D'après les données de l'énoncé, montrer que l'expression de i_B peut être simplifiée. Quelle est alors l'expression de $v_{S1}(t)$?

2.3.3. De même lorsque la tension v_{S2} atteint sa valeur minimale, que vaut la tension u_D ? Quel est alors l'état de la diode D ? Que vaut le courant i_B ? Donner dans ces conditions l'expression de i_D en fonction de V_{cc} et de R_3 ? Comment se comporte alors le transistor T ? Quelle est alors l'expression de $v_{S1}(t)$?

2.4. Signaux délivrés par l'OCT

On suppose qu'à l'instant initial $t = 0$, la sortie S2 est à son niveau maximal et $v_{S1} = 0$.

2.4.1. Quel est alors l'état de fonctionnement du transistor T ? En déduire l'expression complète de $v_{S1}(t)$. Montrer qu'il existe un instant $t_1 > 0$ pour lequel la sortie S2 bascule vers son niveau minimal.

2.4.2. Lorsque S2 est à son niveau minimal, quel est alors l'état de fonctionnement du transistor T ? En déduire l'expression complète de $v_{S1}(t)$. Montrer qu'il existe un instant $t_2 > t_1$ pour lequel la sortie S2 bascule à nouveau vers son niveau maximal.

2.4.3. Déduire des questions précédentes que les signaux v_{S1} et v_{S2} sont périodiques de période T. Représenter graphiquement et en concordance des temps l'allure des signaux v_{S1} et v_{S2} pour $t \in [0, t_1 + 2\,T]$.

2.4.4. Déduire des questions précédentes l'expression de la période T des signaux v_{S1} et v_{S2} en fonction de τ, R_1, R_2, V_{cc} et v_c. En déduire l'expression de la fréquence ν de l'OCT et montrer qu'elle est commandée par la tension v_c.

2.4.5. **Application numérique :** On donne $R_1 = R_2$, $R = 10$ kΩ, $C = 500$ pF et $v_c = 0,1$ V. Déterminer numériquement la valeur de la fréquence ν délivrée par l'OCT.

2.5. Application

On remplace le générateur continu de commande par un générateur basse fréquence délivrant un signal composite :

$$v_c(t) = v_c + V_c \cos \Omega\, t$$

de fréquence $N = \Omega/2\,\pi$.

2.5.1. À quelle condition sur N, l'expression de la fréquence établie à la question 2.**4.4**. reste-t-elle valable ?

2.5.2. Donner dans ce cas la nouvelle expression de la fréquence des signaux v_{S1} et v_{S2}.

2.5.3. Représenter qualitativement l'évolution de $v_{S2}(t)$ sur une durée suffisante.

2.5.4. Citer une application pratique de sur montage.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Oscillateurs électroniques
- Amplificateur linéaire intégré

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi