Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2014, filière PSI

Physique II

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- 1. Capacité linéique d'une ligne bifilaire
- 2. Inductance linéique d'une ligne bifilaire
- 3. Propagation dans une ligne bifilaire parfaite
- 4. Téléphoner en naviguant

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2014/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*

Ligne téléphonique

Données :

- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c_0 = 3.10^8\ m.s^{-1}$.
- $\mu_0 \varepsilon_0 {c_0}^2 = 1$.

La transmission à distance de l'information a toujours été une préoccupation humaine importante. Dans les télécommunications, on distingue actuellement trois grandes familles de supports de transmission de l'information numérique :

- les liaisons filaires (ou lignes de transmission).
- les liaisons hertziennes.
- les liaisons optiques.



ligne bifilaire

On se propose d'étudier la propagation d'une onde électromagnétique dans une ligne bifilaire.

Cette ligne est constituée de deux fils conducteurs cylindriques pleins (F_1) et (F_2) rectilignes à l'axe (Oz), de rayon a, de conductivité électrique σ_c, de très grande longueur et parcourus par des courants électriques continus égaux et de sens opposés. Les deux fils sont séparés par un isolant de constante diélectrique ε_r et de conductivité électrique σ_d à une distance d l'un de l'autre.

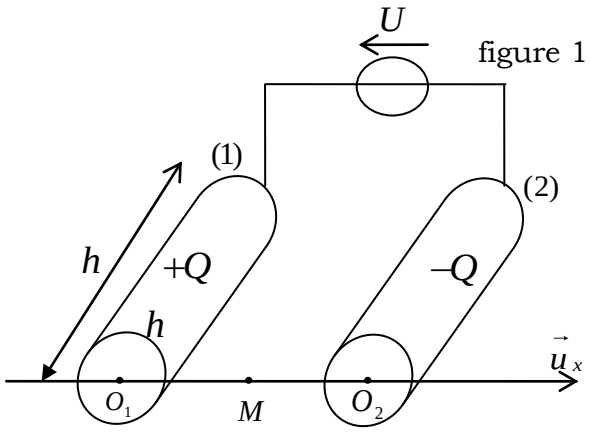
Les différentes parties sont largement indépendantes.

1. Capacité linéique d'une ligne bifilaire

On suppose dans un premier temps que les deux fils (F_1) et (F_2) sont séparés par le vide de permittivité diélectrique ε_0.

On considère un tronçon de longueur h de la ligne étudiée. Lorsqu'on applique une différence de potentiel $U = U_1 - U_2$ entre les conducteurs, les tronçons (1) et (2) reçoivent une charge électrique uniformément répartie valant respectivement $+Q$ et $-Q$ (figure 1).

figure 1



Le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ au point M sur l'axe (O_1x) suit alors, entre les conducteurs $(a < x < d - a)$, une loi d'évolution fonction de x s'écrivant : $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)\vec{u}_x$.

1.1. Calculer la différence de potentiel U en fonction de Q, des paramètres géométriques de la ligne et de ε_0.

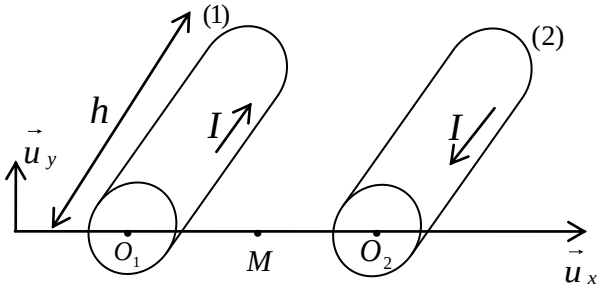
1.2. En déduire la capacité électrique linéique Γ de cette ligne bifilaire.

1.3. Comment est modifiée la capacité linéique Γ si l'on tient compte de la présence de l'isolant entre les deux fils ? L'isolant est caractérisé par sa constante diélectrique ε_r.

2. Inductance linéique d'une ligne bifilaire

La ligne bifilaire, toujours supposée infinie et constituée des deux conducteurs parfaits cylindriques pleins (F_1) et (F_2), est maintenant alimentée par une source de courant I et fermée par un court-circuit à son extrémité finale (figure 2).

figure 2



Le module du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé par cette ligne bifilaire en un point M situé entre les deux conducteurs est donné par l'expression : $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)$.

2.1. Exprimer le flux élémentaire $d\Phi$ du champ magnétique à travers la surface de longueur h et de largeur dx située entre les deux conducteurs.

2.2. Déterminer le flux total Φ du champ magnétique sur la totalité de la surface de longueur h entre les deux conducteurs.

2.3. En déduire l'inductance linéique Λ de cette ligne bifilaire.

3. Propagation dans une ligne bifilaire parfaite

Pour modéliser une ligne bifilaire, on considère qu'elle est formée d'une infinité de tronçons de longueur infinitésimale en cascade (figure 3). Ces tronçons seront caractérisés par les paramètres suivants :

- r : résistance linéique série ;

- Λ : inductance linéique série ;
- Γ : capacité linéique parallèle ;
- g : conductance linéique parallèle.

On désigne par $v(z,t)$ et $i(z,t)$ respectivement la tension entre les fils et l'intensité du courant qui les traverse à l'abscisse z et à l'instant t.

Dans la suite, on suppose $d >> a$ et on prend les expressions suivantes pour les deux paramètres Λ et Γ de la ligne bifilaire : $\Lambda = \frac{\mu_0}{\pi} Ln\left(\frac{d}{a}\right)$ et $\Gamma = \frac{\pi}{\mu_0 c_0^{\,2} Ln\left(\frac{d}{a}\right)}$.

3.1. Citer un inconvénient principal des liaisons filaires par rapport aux liaisons hertziennes.

3.2. Justifier le modèle de la ligne bifilaire comportant quatre paramètres r, g, Λ et Γ en expliquant la cause de la présence de chacun de ces quatre éléments.

3.3. Expliquer pourquoi il est possible de travailler sur un tronçon d'épaisseur dz dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires alors que le phénomène étudié est un phénomène de propagation.

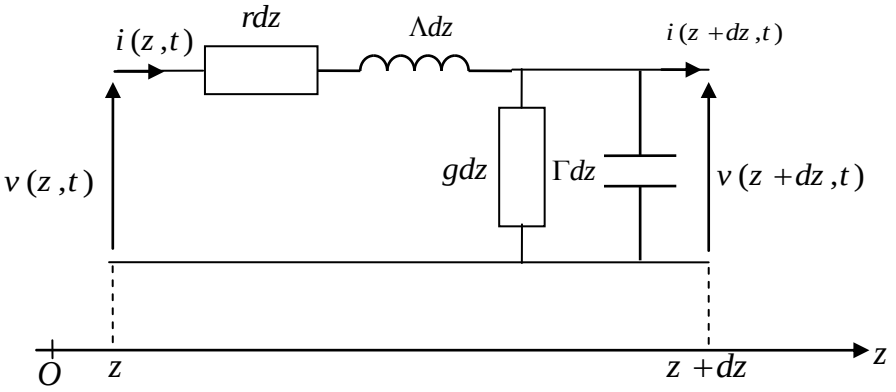


figure 3

3.4. Etablir deux équations aux dérivées partielles couplées reliant l'intensité $i(z,t)$ et la tension $v(z,t)$. On considère que les variations en fonction du temps de $v(z,t)$ et de $v(z+dz,t)$ sont les mêmes sur la longueur dz. En déduire l'équation différentielle aux dérivées partielles, dite des télégraphistes, vérifiées par $v(z,t)$.

Un générateur relié à l'entrée de la ligne, délivre une tension sinusoïdale de pulsation ω. On cherche une solution de l'équation des télégraphistes en notation complexe de la forme $\underline{v}(z,t) = \underline{V}(z)\exp(j\omega t) = V_m \exp(j(\omega t - kz))$, avec $j^2 = -1$, V_m et k des constantes *a priori* complexes.

3.5. Montrer que la relation de dispersion est de la forme $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - 2j\frac{K}{c}\omega - \frac{\Omega^2}{c^2}$. Exprimer les constantes c, K et Ω en fonction des données.

3.6. On suppose que l'onde est progressive et on pose $\underline{k} = k_1 - jk_2$ où k_1 et k_2 sont des réels positifs. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\underline{V}(z)$. En déduire l'expression générale de la solution de l'équation des télégraphistes. Caractériser alors l'onde décrite par la fonction $v(z,t)$. Le milieu de propagation est-il dispersif ?

3.7. On suppose que l'onde électrique décrite par la fonction $v(z,t)$ est progressive dans le sens des z croissants et on considère une portion de la ligne de

longueur l. On note V_0 son amplitude à l'entrée de la ligne et V_1 celle au bout de la distance l. Etablir la relation $V_l = V_0 \exp(-k_2 l)$. En déduire l'atténuation A_{att} en dB après un parcours d'une distance l dans la ligne, en fonction de k_2 et l.

3.8. On suppose maintenant que les pertes sont faibles le long de la ligne et indépendantes de la pulsation ω. On suppose aussi que cette pulsation est telle que $\Lambda\omega >> r$ et $\Gamma\omega >> g$. Simplifier, dans ces conditions, l'expression de $\underline{k}(\omega)$ et en déduire les expressions de $k_1(\omega)$ et $k_2(\omega)$.

3.9. Déterminer, dans les conditions de la question précédente, la vitesse de phase v_φ de l'onde électrique dans la ligne bifilaire. Commenter.

3.10. Montrer que si les quatre paramètres linéiques de la ligne vérifient la condition $g\Lambda = r\Gamma$, alors on pourra éviter la déformation du signal électrique lors de la propagation le long de la ligne. Que vaut la vitesse v_φ dans ces conditions ? Justifier que la propagation est toujours accompagnée d'une atténuation ?

3.11. La condition de la question précédente est-elle satisfaite pour une ligne téléphonique caractérisée par les paramètres linéiques suivantes : $\Lambda = 5\ \mu\text{H.m}^{-1}$, $\Gamma = 2{,}22\ \text{pF.m}^{-1}$, $r = 45\ \text{m}\Omega\text{.m}^{-1}$ et $g = 20\ \text{nS.m}^{-1}$? Calculer, pour cette ligne et pour une fréquence $f_0 = 1\ \text{kHz}$, la valeur de k_2 et la distance l_0 au bout de laquelle l'amplitude de la tension est divisée par $\sqrt{2}$. Analyser les résultats numériques obtenus.

On constate expérimentalement que le coefficient d'atténuation exprimé dans la question **3.7** diminue lorsque le rayon du fil conducteur (cuivre) utilisé augmente. En effet, en régime sinusoïdal, la densité volumique du courant électrique n'est pas uniforme, en raison de l'effet de peau. On admet qu'en première approximation, le courant circule dans une épaisseur $\delta << a$ à la périphérie du fil. Compte tenu des questions précédentes, on suppose que le coefficient d'atténuation a_{att}, exprimé en dB/m, peut s'écrire : $A_{att} = \dfrac{10r\log(e)}{\Lambda c}$.

3.12. Calculer numériquement l'épaisseur de peau $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0 \sigma_d \omega}}$ à la fréquence $f = 1{,}1\ MHz$ pour le cuivre de conductivité $\sigma_c = 5{,}6.10^7\ SI$. Commenter.

3.13. Evaluer la section S du fil effectivement parcourue par un courant en fonction du rayon a et de l'épaisseur de peau δ. En déduire que la résistance linéique effective de la ligne bifilaire (aller et retour) peut s'écrire $r = \dfrac{2}{a}\sqrt{\dfrac{\mu_0 f}{\pi\sigma_c}}$.

Vérifier alors la constatation expérimentale.

On considère dans la suite que la ligne bifilaire est sans perte : $r = 0$ et $g = 0$.

3.14. Monter que les grandeurs $v(z,t)$ et $i(z,t)$ sont solutions d'une équation de propagation de D'Alembert unidimensionnelle. Quelle est la vitesse de propagation du signal électrique dans la ligne bifilaire ? Commenter le résultat obtenu.

On s'intéresse à la propagation d'une tension électrique $\underline{v}(z,t)$ s'écrivant en notation complexe sous la forme : $\underline{v}(z,t)=\left[V_1\exp(-jkz)+V_2\exp(+jkz)\right]\exp(j\omega t)$ où V_1 et V_2 sont deux constantes réelles.

3.15. Justifier l'écriture de la tension $\underline{v}(z,t)$. Donner l'expression de k et celle de la vitesse de propagation de l'onde électrique. Commenter l'expression de la vitesse.

3.16. Déterminer l'expression complexe du courant électrique $\underline{i}(z,t)$.

3.17. Dans le cas d'une onde plane progressive sinusoïdale se propageant selon $\vec{u}_z$, montrer que le rapport $\dfrac{\underline{v}(z,t)}{\underline{i}(z,t)}$ est une constante notée Z_c liée aux caractéristiques de la ligne. A quoi est homogène cette constante ? Que vaut le même rapport pour une onde progressive se propageant selon $-\vec{u}_z$? Calculer la valeur numérique de Z_c.

3.18. Calculer la puissance électrique $P(z,t)$ transportée par l'onde en fonction de V_1, V_2, Z_c, k et ω. Que peut-on dire sur le sens de propagation du flux d'énergie ? Donner l'expression de la valeur moyenne temporelle $<P(z,t)>$ de la puissance $P(z,t)$.

3.19. Calculer l'énergie $w_{em}(z,t)$ stockée dans la ligne bifilaire par unité de longueur.

3.20. Montrer que $P(z,t)$ et $w_{em}(z,t)$ vérifient la relation $\dfrac{\partial P(z,t)}{\partial z}+\dfrac{\partial w_{em}(z,t)}{\partial t}=0$. Quelle est la signification physique de cette relation ?

La ligne est semi-infinie et s'étend de $z=-\infty$ à $z=0$ où elle est refermée sur une résistance R'. Elle est alimentée par un générateur qui délivre une tension sinusoïdale de pulsation ω.

3.21. Etablir, dans le cas général, l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}(x)=\dfrac{\underline{v}(z,t)}{\underline{i}(z,t)}$ en tout point de la ligne. On fera apparaître la quantité Z_c.

3.22. Exprimer le rapport $\dfrac{V_2}{V_1}$ en fonction de R' et Z_c.

3.23. Décrire le comportement de l'onde électrique le long de la ligne bifilaire dans chacun des trois cas suivants : $R'=Z_c$, $R'=0$ et $R'\to\infty$. Déterminer dans chaque cas la tension $\underline{v}(z,t)$ et le courant $\underline{i}(z,t)$ en tout point de la ligne. Commenter chaque solution. Dans quel cas il y a adaptation d'impédance ?

3.24. On se place dans ce dernier cas et on considère la portion de circuit dz. Quelle est l'énergie emmagasinée par cette portion de circuit ? Définir alors la densité linéique d'énergie emmagasinée $e(z,t)$. Montrer que cette énergie se propage à une vitesse v_e selon $\vec{u}_z$ à exprimer.

3.25. La ligne se ferme sur une résistance $R'=1{,}5\ \text{k}\Omega$. Calculer numériquement l'inductance linéique Λ et la capacité linéique Γ afin d'empêcher la réflexion du signal électrique en $z=0$.

3.26. La ligne est maintenant supposée infinie. On relie les deux fils de la ligne en $z=0$ par une résistance $R'=Z_c$. Exprimer l'impédance de la ligne en $z=0$ vue depuis la région $z<0$. En déduire le module du coefficient de réflexion en courant ou en tension de l'onde en $z=0$.

4. Téléphoner en naviguant

Les lignes téléphoniques assurent la transmission de signaux analogiques de la téléphonie, et contribuent aussi à la transmission de signaux numériques, pour l'internet, la télévision et la téléphonie numérique.

Avec la technologie ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line), une ligne téléphonique classique analogique (cuivre) est divisée en 3 bandes de fréquence comme suit :

- 0 à 4 kHz : fréquence voix,
- 4 à 200 kHz : fréquence du trafic montant,
- 200 kHz à 2,2 MHz : fréquence du trafic descendant.

Afin de séparer les signaux vocaux (conversation téléphonique) et les signaux informatiques (internet), il est nécessaire d'utiliser un filtre ADSL. On peut ainsi téléphoner tout en restant connecté à Internet.

Le schéma synoptique du montage est le suivant (figure 4) :

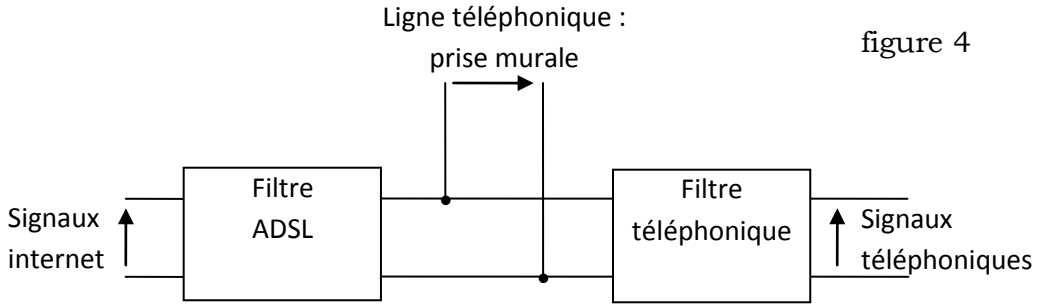


figure 4

4.1. Quels inconvénients rencontre-t-on lors de l'utilisation du téléphone sur une ligne d'ADSL ?

4.2. Représenter l'allure du spectre en amplitude d'un signal ADSL.

4.3. Que peut-on penser du choix de l'intervalle de la voix sachant que les fréquences audibles par l'oreille humain s'étend de 20 Hz à 20 kHz ?

4.4. Préciser, sans calcul, le type de filtre à utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques (vocaux). Même question pour les signaux informatiques. Donner, sans démonstration, un ordre de grandeur de la fréquence de coupure f_c nécessaire pour récupérer seulement les signaux téléphoniques.

On étudie la réponse du filtre téléphonique à un signal sinusoïdal. Un GBF délivre un signal sinusoïdal d'amplitude $E = 1{,}5\ \text{V}$ constante et de fréquence f réglable. On modélise le poste téléphonique par une charge résistive de résistance $R_c = 600\ \Omega$. Un oscilloscope permet d'observer en voie CH1 la tension délivrée par le générateur et en voie CH2 la tension aux bornes de la charge R_c.

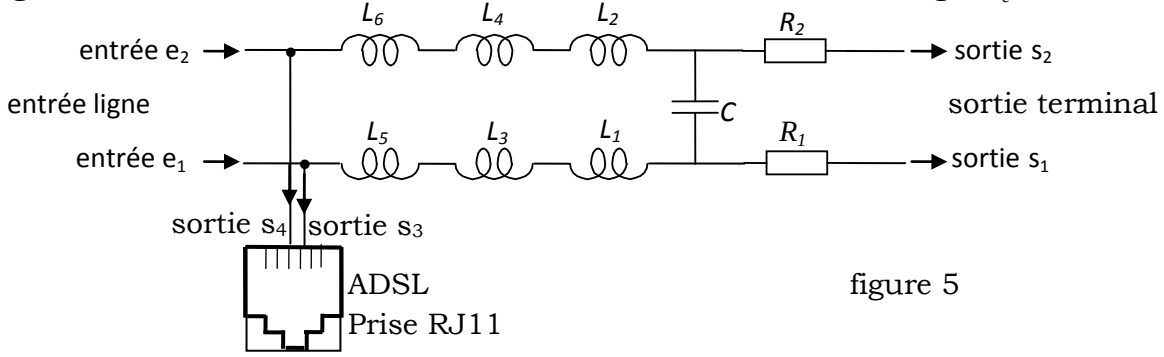


figure 5

Le schéma du filtre téléphonique est donné par la figure 5.

Les données relatives à ce filtre sont : L_i (i =1..6) est une bobine d'inductance L_i et de résistance r_i, R_1 et R_2 sont deux résistances et C est un condensateur. On donne : $L_1 = L_2 = 10\,\text{mH}$ et $r_1 = r_2 = 21\,\Omega$; $L_3 = L_4 = 33\,\mu\text{H}$ et $r_3 = r_4 \approx 0$; $L_5 = L_6 = 220\,\mu\text{H}$ et $r_5 = r_6 = 2\,\Omega$; $R_1 = R_2 = 22\,\Omega$ et $C = 22\,nF$.

4.5. En utilisant les lois d'association des composants, établir le schéma du circuit équivalent du quadripôle représentant le filtre téléphonique.

4.6. En dessinant un schéma équivalent aux basses fréquences, puis un autre aux hautes fréquences, déterminer sans calcul le type de ce filtre.

4.7. Proposer un câblage pour caractériser le filtre téléphonique à l'aide d'un oscilloscope et d'un GBF.

4.8. L'oscilloscope et le GBF utilisés ont chacun sa masse électrique. Cela est-il gênant dans le montage que l'on souhaite étudier ? Si oui comment remédier à ce problème.

4.9. Proposer une méthode permettant rapidement de déterminer la fréquence de coupure du filtre à l'aide de l'oscilloscope.

4.10. La sortie ADSL est-elle filtrée ? Donner une explication de ce choix.

Le diagramme de Bode théorique du filtre téléphonique est donné par la figure 7.

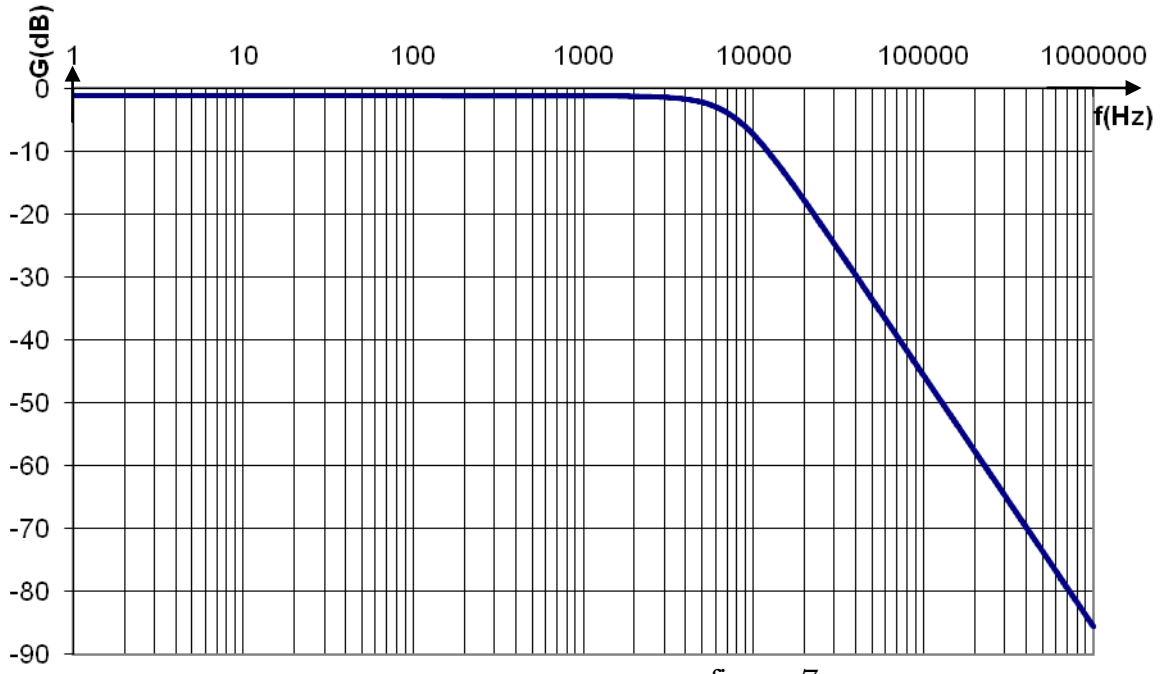


figure 7

4.11. Indiquer, en le justifiant, la nature et l'ordre du filtre.

4.12. Déterminer graphiquement et en justifiant la démarche suivie, la fréquence de coupure f_c du filtre téléphonique à $-3\,\text{dB}$.

4.13. En fonction des résultats obtenus, conclure quant à la fonction du filtre téléphonique et vérifier votre affirmation faite dans la question **4.4**.

Le filtre téléphonique est composé de résistances, d'un condensateur, et de bobines. On désire modéliser ce filtre par un circuit RLC série.

4.14. Donner le schéma du montage permettant de modéliser le filtre téléphonique par un circuit RLC série. Aux bornes de quel composant faut-il brancher la

sortie vers le téléphone que l'on modélise par la charge R_c ? On fera une étude asymptotique simple du circuit afin de répondre clairement à la question.

4.15. Montrer que la fonction de transfert du filtre s'écrit sous la forme : $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{H_0}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + jQ\dfrac{\omega}{\omega_0}}$. Exprimer H_0, Q et ω_0 en fonction des valeurs des composants R, L et C du circuit RLC. Calculer numériquement H_0, ω_0 et Q. On donne : $R = 1\,\text{k}\Omega$, $L = 10\,\text{mH}$ et $C = 22\,\text{nF}$.

4.16. Faire une étude asymptotique et vérifier la cohérence avec l'étude asymptotique de la question précédente.

4.17. Déterminer les droites asymptotiques dans le diagramme de Bode en gain et en phase.

4.18. Tracer minutieusement le diagramme de Bode asymptotique en gain correspondant au filtre étudié puis esquisser l'allure de la courbe réelle de gain en la justifiant.

4.19. Déterminer la bande passante de ce filtre téléphonique à $-3\,\text{dB}$. Le montage étudié répond-il au cahier des charges ?

4.20. Expliquer pourquoi on n'a pas choisi une valeur de la résistance R plus faible.

4.21. Quel est l'avantage du montage RLC par rapport à un montage RC classique ?

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Filtrage linéaire
- Équations différentielles linéaires du second ordre

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi