Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2020, filière PSI

Physique (épreuve unique)

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Exercice : oscillateurs élastiques
- Problème I : couplage magnétique entre deux circuits
- Problème II : couplage magnétique et principe d'un transformateur
- Problème III : oscillations transversales et propagation le long d'une corde

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2020/physique-unique

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ⵜⴰⵖⵍⴰⵎⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⵏ ⵜⵎⵙⵙⵓⵔⵜ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰⵙⵉⵏⴼⴰⵍ ⵏ ⵜⵎⵙⵙⵓⵔⵜ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

Royaume du Maroc
Ministère de l'Éducation Nationale, de la Formation Professionnelle,
de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Département de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ENSIAS

جامعة محمد الخامس بالرباط
Université Mohammed V de Rabat

CNC 2020

CONCOURS NATIONAL COMMUN

d'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et Établissements Assimilés

Épreuve de **Physique**

Filières : **PSI**

Durée **4 heures**

Cette épreuve comporte **6 pages** au format A4, en plus de la page de garde
La calculatrice est autorisée

• On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les numéros des questions abordées.

• Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.

• Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.

• *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé ou un oubli, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Oscillations. Couplages

On parle d'oscillations de grandeurs physiques lorsque celles-ci varient périodiquement ; elles sont décrites par les mêmes équations quelle qu'en soit leur nature (mécanique, électrique, etc.). Dans certaines situations les oscillations temporelles peuvent aussi se propager dans l'espace. Lorsque des grandeurs physiques quelconques sont interdépendantes, on dit qu'elles sont couplées : c'est le cas lorsqu'on a des liaisons entre oscillateurs (mécaniques, électriques, ...), et on peut alors avoir des transferts énergétiques.

Données

• Il peut être commode d'utiliser la notation complexe ; ainsi à une grandeur sinusoïdale fonction du temps $f(t) = F_0.cos(\omega t + \varphi)$, on associe le complexe souligné $\underline{f}(t) = F_0.e^{j.(\omega t+\varphi)}$, où $j^2 = -1$, et tel que $f(t)$ représente sa partie réelle : $f(t) = Re(\underline{f}(t))$; et on notera son conjugué par $\underline{f}^*$.

• On notera par $\dot{f}(t)$ et $\ddot{f}(t)$ les dérivées temporelles première et seconde d'une fonction $f(t)$.

• Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ est uniforme, vertical, descendant et de module $g = 9,8m.s^{-2}$.

• La perméabilité magnétique du vide est $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} S.I$.

Exercice : oscillateurs élastiques (barème : 4 points sur 20)

1. Oscillateur élastique libre et sans frottements

   Un palet S de masse m, de barycentre G, est attaché à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0. S peut se translater horizontalement selon l'axe $X'X$ d'un référentiel $R(OXYZ)$ galiléen, muni de la base $\{\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z\}$; l'origine O des espaces coïncide avec la position de G lorsque le ressort n'est ni comprimé ni dilaté (sa longueur est l_0), ainsi G est repéré par $\overrightarrow{OG}(t) = x(t).\overrightarrow{u}_x$: voir figure 1. A l'instant initial, G est écarté en $x(t=0) = x_0 > 0$ puis lâché sans vitesse initiale $\dot{x}(t=0) = 0$. On néglige, ici, tous les frottements fluide et solide. On posera $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

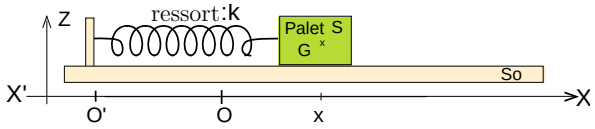


Figure 1 – Oscillateur élastique

   1.1 Exprimer la tension $\overrightarrow{T}(x)$ exercée par le ressort sur S ; en déduire l'expression de l'énergie potentielle élastique $E_{p,e}(x)$, on prendra $E_{p,e}(x=0) = 0$.

   1.2 A l'aide du principe fondamental de la dynamique (P.F.D) déterminer l'équation différentielle vérifiée par la position $x(t)$. Déterminer l'expression de $x(t)$.

   1.3 Représenter sur un même graphe les allures de $E_{p,e}(x)$, de l'énergie cinétique $E_c(x)$ et de l'énergie mécanique $E_m(x)$.

1.4 Tracer le graphe du portrait de phase $\dot{x}(x)$, en précisant le sens.

2. Oscillateur élastique avec frottement solide (frottement fluide négligé)

On reprend l'oscillateur S de la question 1(figure 1), mais, cette fois, la réaction $\overrightarrow{R}$ du plan S_0 a une composante tangentielle, appelée force de frottement de glissement : $R_t.\overrightarrow{u}_x$; elle s'oppose au glissement, et on note f le coefficient de frottement. On pose $x_c = \frac{fmg}{k}$.

2.1 Lors du mouvement, justifier l'écriture générale de l'équation différentielle sous la forme :
$$m.\ddot{x} + k.x = \varepsilon.fmg, \text{ avec } \varepsilon = \pm 1 \text{ (deux cas).}$$

2.2 Lorsqu'on lâche S en $x_0 > 0$, justifier que pour t vérifiant : $0^+ \leq t \leq \tau_1$, on a $\varepsilon = +1$.
Déterminer, alors, la solution $x(t)$ de l'équation différentielle du mouvement.

2.3 Cette première phase du mouvement s'achève en $x = x_1(t = \tau_1)$ et le mobile repart en sens inverse ; déterminer x_1.

2.4 On prend comme origine des temps l'instant où G repart en sens inverse vers les x croissants (cette fois). Déterminer la position x_2 de G lorsque cette deuxième phase s'achève.

2.5 Dans la suite, le solide effectuera des allers et retours. Pour la n^{eme} phase du mouvement exprimer la position x_n, d'annulation de la vitesse, en fonction de x_0, x_c et $n \in \mathbb{N}^*$.
Exprimer la durée $\tau_{i,1\leq i\leq n}$ de chaque phase en fonction de la période $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

2.6 On suppose que la vitesse s'annule pour x_a, à l'instant t_a.
Déterminer la condition sur $|x_a|$ pour que le palet S reste immobile (point d'arrêt).

2.7 Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_{m,1}(x)$ entre x_0 et x_1 ($\dot{x}(x_0) = \dot{x}(x_1) = 0$).

2.8 Tracer sur un même graphe les courbes : $E_{p,e}(x)$ (voir question 1), ainsi que $E_{m,i}(x)$ pour les trois premières phases ($i = 1, 2, 3$). En déduire la valeur de x_1 et positionner x_2 et x_3.

2.9 Tracer l'allure du portrait de phase pour les trois premières phases du mouvement.

Problèmes : oscillations ; couplages (barème : 16 points sur 20)

I^{er} problème : couplage magnétique entre deux circuits

I.1. Couplage magnétique entre deux circuits

On considère deux solénoïdes supposés infinis (C_1) et (C_2) de même axe $Z'Z$ de vecteur unitaire $\overrightarrow{u}_z$. Ils ont respectivement : les longueurs l_1 et l_2, les sections de surfaces S_1 et $S_2 \leq S_1$, les rayons R_1 et R_2 et les nombres de spires N_1 et N_2. (C_1) et (C_2) sont parcourus, respectivement, par les courants d'intensité i_1 et i_2 orientés dans le sens direct par rapport à l'axe OZ.

Le solénoïde (C_2) pénètre à l'intérieur du solénoïde (C_1) sur une longueur h. On note L_1 et L_2 les inductances respectives des deux solénoïdes. Voir figure 2.

I.1.1. Déterminer le champ magnétique $\overrightarrow{B}_1(r < R_1)$ à l'intérieur du solénoïde (C_1), en exploitant les symétries et invariances et en appliquant le théorème d'Ampère.

Donner, aussi, l'expression du champ magnétique $\overrightarrow{B}_2(M)$ à l'intérieur de (C_2).

On admettra que le champ magnétique propre est nul à l'extérieur de chacun des solénoïdes.

I.1.2. Déterminer les expressions des flux propres Φ_{C_1/C_1} et Φ_{C_2/C_2} et en déduire les expression des inductances propres L_1 et L_2.

I.1.3. Déterminer l'expression du coefficient d'inductance mutuelle $M = M_{C_1/C_2} = M_{C_2/C_1}$. Discuter l'influence du paramètre géométrique h sur la valeur de M.

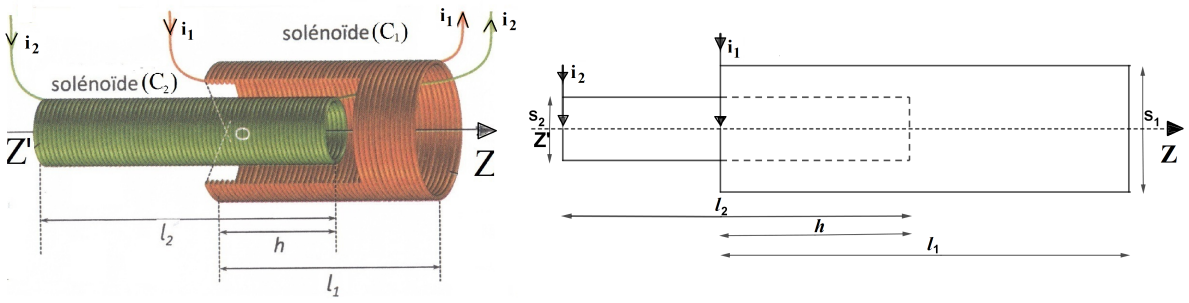


Figure 2 – Solénoïdes en influence magnétique

I.1.4. Montrer que l'on a nécessairement $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$. Peut-on avoir $M = \sqrt{L_1 L_2}$? Expliquer.

Le résultat précédent est général pour deux circuits parcourus par des courants i_1 et i_2 en influence magnétique, et dont l'énergie magnétique s'écrit :$E_m = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$; où L_1 et L_2 sont les inductances propres et le coefficient d'inductance mutuelle est M. On pose $x = \frac{i_1}{i_2}$.

I.1.5. Montrer par étude du polynôme $f(x) = \frac{E_m}{i_2^2} \geq 0$ que $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$.

I.2. Circuits RLC couplés par une inductance mutuelle

On considère les deux circuits RLC série représentés sur la figure 3, et couplés par une inductance mutuelle M. On note $e(t)$ la tension d'excitation imposée en série au circuit (1) et $u(t)$ la tension de sortie aux bornes de R_2. On note $i_1(t)$ et $i_2(t)$ les courants parcourant les deux circuits. On suppose que le sens des enroulements est tel que $M > 0$.

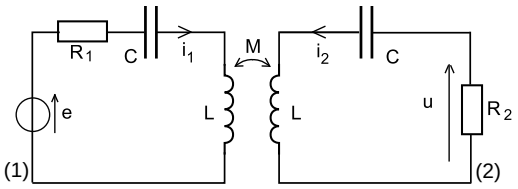


Figure 3 – Circuits RLC couplés par une mutuelle

I.2.1. Établir le système de deux équations différentielles reliant $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $e(t)$.

On suppose que la tension $e(t)$ est sinusoidale, de pulsation ω, et on adopte la notation complexe soulignée : $e(t) = Re(\underline{e}(t))$, avec $\underline{e}(t) = E.e^{j\omega t}$, $E \in R^+$. On cherche les courants complexes sous la forme : $\underline{i_1}(t) = \underline{I_1}.e^{j\omega t}$ et $\underline{i_2}(t) = \underline{I_2}.e^{j\omega t}$; $\underline{I_1}$ et $\underline{I_2}$ sont les amplitudes complexes des courants. On s'intéresse à la réponse au niveau du circuit (2), qui est de la forme $\underline{u}(t) = \underline{U}.e^{j\omega t}$.

I.2.2. Montrer que les amplitudes complexes des courants sont données par le système suivant :

$$\begin{cases} (\omega^2 - \omega_0^2 - j.\gamma_1.\omega).\underline{I_1} + (k.\omega^2).\underline{I_2} = -j.\omega.\frac{E}{L} \\ (k.\omega^2).\underline{I_1} + (\omega^2 - \omega_0^2 - j.\gamma_2.\omega).\underline{I_2} = 0 \end{cases}$$

Exprimer les coefficients ω_0, γ_1, γ_2 et le coefficient de couplage k en fonction des données du problème, on remarquera que k est positif.

On se place au voisinage de ω_0, et on pose $\varepsilon = \omega - \omega_0$ avec $|\frac{\varepsilon}{\omega_0}| \ll 1$ et $\alpha = k.\omega_0$.

I.2.3. Montrer qu'avec l'approximation $|\frac{\varepsilon}{\omega_0}| \ll 1$, le système prend la forme simplifiée suivante :

$$\begin{cases} (2.\varepsilon - j.\gamma_1).\underline{I_1} + \alpha.\underline{I_2} = -j.\frac{E}{L} \\ \alpha.\underline{I_1} + (2.\varepsilon - j.\gamma_2).\underline{I_2} = 0 \end{cases}$$

I.2.4. En déduire l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(\varepsilon, \alpha) = \frac{\underline{u}}{\underline{e}}$ au voisinage de ω_0.

I.2.5. Déterminer l'expression du module $H(\varepsilon = 0, \alpha)$, on le notera $H_0(\alpha)$.

I.2.6. On étudie $H_0(\alpha)$, en fonction de α. Exprimer la valeur α_c, pour laquelle ce module est maximal, en fonction de γ_1 et γ_2. Donner la valeur de $H_0(\alpha_c)$.

II^{eme}problème : couplage magnétique et principe d'un transformateur

II.1. Le transformateur parfait

On considère un noyau torique de centre O, de rayon moyen $OM = R$, et de section droite S. Ce tore est constitué d'un matériau ferromagnétique assimilé à un milieu linéaire, homogène isotrope de perméabilité magnétique relative $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$ supposée infinie. Sur ce tore on réalise deux enroulements l'un appelé primaire, noté (C_1), à N_1 spires et l'autre appelé secondaire, noté (C_2), à N_2 spires. On note par i_1 et i_2 les courants dans le primaire et le secondaire respectivement. Le champ magnétique est supposé uniforme ($R^2 \gg S$), parfaitement canalisé et le couplage est fort. On suppose que chacune des $N_1 + N_2$ spires est traversée par le même flux commun φ.

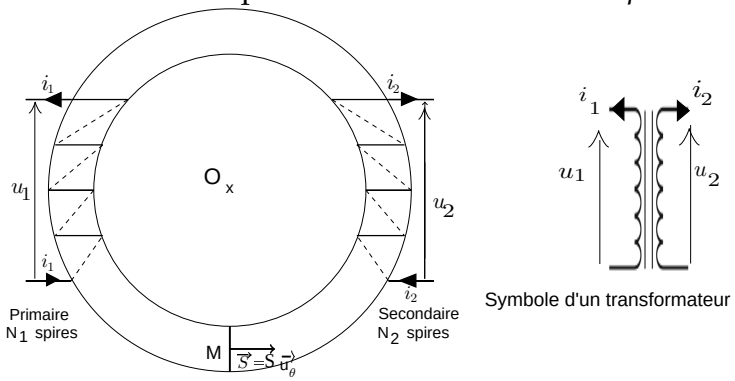


Figure 4 – Transformateur torique parfait

II.1.1. Montrer que le flux commun a pour expression $\varphi = \frac{\mu.(N_1.i_1+N_2.i_2)}{2\pi R}.S$

II.1.2. Exprimer les flux totaux Φ_1 et Φ_2 à travers les deux circuits et en déduire les inductances propres respectives L_1 et L_2 ainsi que le coefficient d'inductance mutuelle M. Vérifier que la condition de couplage parfait est réalisée.

II.1.3. Exprimer les forces électromotrices e_1 et e_2 induites respectivement dans les deux circuits.

II.1.4. Déterminer le rapport de transformation en tension $m = \frac{u_2}{u_1}$.

II.1.5. En supposant la perméabilité magnétique relative $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$ comme infinie, déterminer le rapport de transformation en courant $\frac{i_2}{i_1}$.

II.1.6. Déterminer le rapport de transformation en puissance $r = |\frac{u_2.i_2}{u_1.i_1}|$. Commenter.

II.2. Utilisation d'un transformateur d'isolement dans la réalisation d'un wattmètre

On s'intéresse à la mesure de la puissance moyenne consommée aux bornes du dipôle AB formé d'un résistor R en série avec un condensateur de capacité C ; il est parcouru par le courant d'intensité $i(t)$ lorsqu'il est soumis à la tension $u(t)$: voir figure 5. Les deux amplificateurs linéaires intégrés (A.O) sont supposés parfaits et fonctionnent en régime linéaire et le multiplieur, noté $\times$, délivre à sa sortie la grandeur $s = k.x.y$ où $k = 10$ est une constante.

On donne $r = 100\Omega$, $R = R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$, $R_3 = 100k\Omega$ et $C = 2.C' = 2\mu F$.

II.2.1. Quel est l'intérêt d'utiliser un transformateur d'isolement pour ce montage.

II.2.2. Exprimer $v_1(t)$ en fonction de $i(t)$, puis $x(t)$ en fonction de $i(t)$.

II.2.3. Exprimer $y(t)$ en fonction de $u(t)$.

II.2.4. Exprimer la grandeur $s(t)$ en fonction des grandeurs $i(t)$ et $u(t)$.

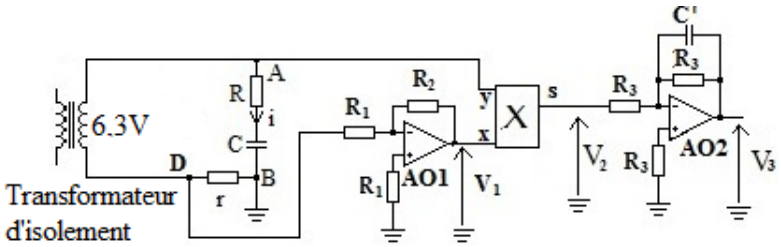


Figure 5 – Réalisation d'un wattmètre

II.2.5. En régime sinusoidal, établir la relation entre les grandeurs complexes $\underline{v_3}(t)$ et $\underline{v_2}(t)$; comment appelle-t-on le montage situé après le multiplieur ?
Établir la relation mathématique pertinente reliant la grandeur $v_3(t)$ à la grandeur $v_2(t)$, et préciser, alors, la condition de travail.

II.2.6. Que représente physiquement la grandeur v_3 pour le dipôle AB ? Justifier votre réponse.

II.3. Dans cette question, on s'intéresse à un transformateur réel en régime sinusoidal de fréquence f. On note R_1 et R_2 les résistances respectives du primaire et du secondaire ; on note γ la conductivité du matériau magnétique ohmique et P_F la puissance liée aux courants de Foucault. Au primaire, la puissance absorbée moyenne est P_1 et la puissance moyenne disponible au secondaire est P_2.

II.3.1. Donner l'expression du bilan complet des puissances et l'expression du rendement η.

II.3.2. Donner les relations locales permettant de justifier, sommairement, que P_F est proportionnelle au carré de la fréquence.

III^{eme}problème : oscillations transversales et propagation lelong d'une corde

On considère une corde de longueur L, de masse linéique μ tendue avec la tension $T_0 > 0$. Au repos la corde est rectiligne et parallèle à l'axe horizontal OX. On étudie les petits mouvements verticaux de la corde autour de sa position d'équilibre, et on note $z(x,t)$ le déplacement du point d'abscisse x à l'instant t. L'axe OZ est vertical ascendant. On fait les hypothèses suivantes :

(1) Les déplacements sont petits, ainsi que l'angle $\alpha(x,t)$ que fait la corde avec l'axe OX ;
(2) La tension de la corde en mouvement est : $T(x,t) = T_0 + T_1(x,t)$ avec $|T_1(x,t)| \ll T_0$;
(3) On ne gardera que les termes du premier ordre en $z(x,t)$ et en ses dérivées.
(4) On néglige les effets de la pesanteur.

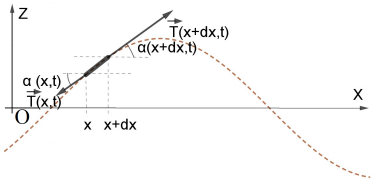


Figure 6 – Elément de corde en mouvement transversal

III.1. On considère que la corde est le siège de petits mouvements transversaux.

III.1.1. Montrer que l'élément de corde situé entre x et $x + dx$ a pour longueur élémentaire $dL \approx dx$.

III.1.2. Appliquer, puis projeter, le théorème de la résultante cinétique à cet élément de corde.

III.1.3. En déduire l'équation d'onde vérifiée par l'élongation $z(x,t)$.

III.1.4. Donner l'expression d'une onde sinusoïdale progressive vers les x croissants $z_1(x,t)$, d'amplitude a et de pulsation ω. Donner l'expression de la vitesse de propagation c de cette onde.

III.2. Ondes stationnaires. Corde de Melde.

La corde de Melde étudiée est homogène de longueur utile $L = OA = 1m$ et de masse linéique $\mu = 4,9.10^{-4}kg.m^{-1}$. La corde est tendue horizontalement et son extrémité A est fixe et son extrémité O est attachée à un vibreur qui lui impose un mouvement sinusoidal de fréquence f.

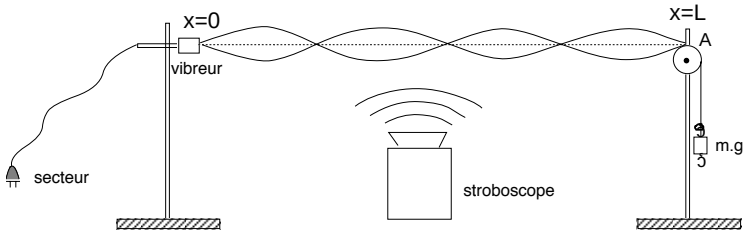


Figure 7 – Étude expérimentale de la corde de Melde

III.2.1. Montrer que l'équation d'onde peut avoir une solution en ondes stationnaires de la forme $z(x,t) = f(x).g(t)$; et montrer qu'elle peut s'écrire : $z(x,t) = z_0.cos(k.x + \alpha).cos(\omega t + \beta)$.

III.2.2. On cherche une solution avec les conditions aux limites $z(0,t) = a.cos\omega t$ et $z(L,t) = 0$, $\forall t$; en déduire l'expression finale de l'élongation $z(x,t)$.

III.2.3. Montrer que la condition de résonance est $k.L = n.\pi, n \in \mathbb{N}^*$, et commenter.

On observe cette corde avec un stroboscope donnant des éclairs brefs et périodiques à la fréquence f_s. On rappelle que l'œil humain ne discerne pas les éclairs successifs lorsqu'ils ont une fréquence $f_s > f_o = 24Hz$ (l'éclairage semble continu). Dans la suite on supposera aussi $f > f_o$.

III.2.4. Pour que la corde semble fixe lors des illuminations par le stroboscope, quelle doit être la relation entre les fréquences f_s et f ?

III.2.5. Lorsqu'on éclaire la corde précédente avec un stroboscope de fréquence $f_s = 9,9Hz$, on perçoit un mouvement apparent, dans le même sens que le mouvement réel, et de fréquence $f_a = 0,99Hz$. Etablir les relations qui relient les fréquences f_s, f et f_a.

III.2.6. Pour une tension adéquate de la corde, et donc pour une masse accrochée m, on observe $p \in \mathbb{N}^*$ fuseaux à la résonnance. Établir la relation entre la fréquence f et le nombre p de fuseaux observés. On pourra supposer la présence d'un noeud en O.

III.2.7. Dans l'expérience de la figure 7, on a $m = 0,125kg$; la poulie est parfaite.
En déduire la valeur de fréquence f du vibreur de Melde.

III.3. Ouverture sur la mécanique quantique ; dualité onde-corpuscule

L'équation d'onde est généralisée à une particule, et on peut l'écrire :

$\frac{1}{k^2}.\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2}.\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2}$, $\omega > 0$ et k sont deux constantes.

La particule a pour masse m, et on note $p = m.v$ sa quantité de mouvement, $E_p(x)$ son énergie potentielle et E son énergie totale. On pose $z(x,t) = \psi(x).cos(\omega t)$.

III.3.1. En utilisant la relation de De Broglie $p = \hbar.k$, $\hbar$ étant une constante, établir l'équation de Schrodinger en régime permanent : $-\frac{\hbar^2}{2.m}.\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + E_p(x).\psi(x) = E.\psi(x)$.

III.3.2. On considère une particule libre se trouvant dans un puits de potentiel : $E_p(0 \leq x \leq a) = 0$, $E_p(x < 0) = \infty$ et $E_p(x > a) = \infty$.
Établir l'expression de l'énergie E et montrer qu'elle est quantifiée.

Fin de l'épreuve de physique.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Amplificateur linéaire intégré
- Filtrage linéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi