Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2022, filière PSI

Physique II

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : champ magnétique d'une spire circulaire
- Partie 2 : modélisation d'une bobine

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/psi/2022/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*
- *Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.*

Le sujet de cette épreuve est constitué de deux parties indépendantes : la première partie est notée sur ***4 points***, la deuxième sur ***16 points***.

Partie 1 : Champ magnétique d'une spire circulaire

On considère une spire circulaire de rayon a, de centre O et d'axe Oz (figure 1.1). Cette spire est contenue dans le plan Oxy orthogonal à l'axe Oz. Elle est parcourue par un courant électrique d'intensité constante I.

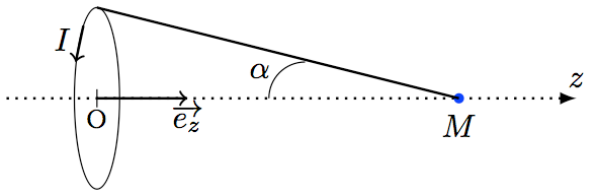


Figure 1.1 : spire circulaire

1. Montrer, par un raisonnement rigoureux, que le champ magnétique $\overrightarrow{B_{sp}}(M)$ créé par la spire au point M de son axe Oz est porté par $\vec{e_z}$.

2. Montrer que $\overrightarrow{B_{sp}}(M)$ est donné par l'expression $\overrightarrow{B_{sp}}(M)=\frac{\mu_0 I}{2a}\sin^3\alpha\vec{e_z}$ où α est l'angle sous lequel la spire est vue depuis le point M. Exprimer le champ magnétique $B_{sp}(O)$ au centre O de la spire.

3. Représenter l'allure du champ $B_{sp}(M)$ en fonction de $z=\overrightarrow{OM}.\vec{e_z}$.

4. Application numérique : on fixe $a=5cm$. Calculer $B_{sp}(O)$ pour $I=1A$. Calculer la valeur de I pour avoir $B_{sp}(O)=1T$. Commenter. Citer deux systèmes qui permettent d'obtenir un champ magnétique intense. On donne la perméabilité magnétique du vide : $\mu_0=4\pi.10^{-7}H.m^{-1}$.

Partie 2 : Modélisation d'une bobine

Données :

- Équations de Maxwell dans un milieu assimilé au vide en présence de charge et de courant :

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad div\vec{B} = 0$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

- Relation de passage du champ magnétique à la traversée d'une surface (Σ) parcourue par un courant surfacique de densité $\vec{j_s}$: $\vec{B_2}(M) - \vec{B_1}(M) = \mu_0 \vec{j_s}(M) \wedge \vec{n}_{1\to 2}$, $\vec{n}_{1\to 2}$ étant la normale à la surface (Σ) en M.
- On repère un point M de l'espace par ses coordonnées cylindriques (r,θ,z) rapportées à la base cylindrique $\left(\vec{e_r},\vec{e_\theta},\vec{e_z}\right)$.
- Rotationnel du vecteur $A(r)\vec{e_z}$ en coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{rot}\left(A(r)\vec{e_z}\right) = -\frac{dA(r)}{dr}\vec{e_\theta}$.
- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b)+\cos(a-b)\right)$.
- $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b)+\sin(a-b)\right)$.

1. Champ magnétique créé par une bobine infinie

On forme une bobine simple en enroulant un fil conducteur électrique sur un cylindre isolant d'axe Oz, de rayon a et de longueur l (figure 2.1). Le fil, de diamètre négligeable, est enroulé en formant N spires circulaires jointives de rayon a d'axe Oz. La bobine est parcourue par un courant d'intensité I constante. On désigne par n le nombre de spires jointives par unité de longueur.

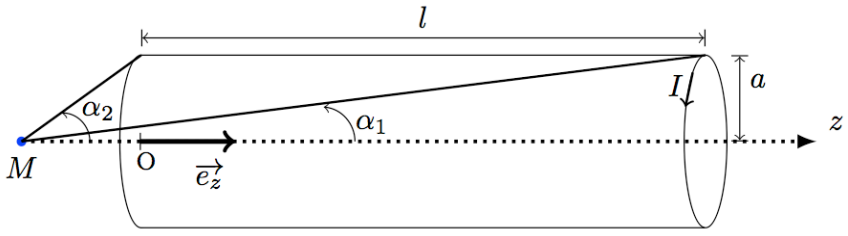


Figure 2.1 : bobine

1.1. Montrer que le champ $\overrightarrow{B_{so}}(M)$ créé par la bobine au un point M de l'axe Oz est donné par $\overrightarrow{B_{so}}(M) = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos(\alpha_1)-\cos(\alpha_2)\right)\vec{e_z}$.

1.2. Déduire le champ magnétique créé par la bobine supposée de longueur infinie en un point M de son axe Oz.

Dans toute la suite, on fait l'hypothèse que la bobine, constituée de n spires jointives par unité de longueur, de rayon a et d'axe Oz, est suffisamment longue pour pouvoir négliger les effets de bord. On note $\vec{B}(M)$ le champ magnétique créé par la bobine de longueur infinie en tout point M de l'espace.

1.3. Justifier que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la bobine en tout point M de l'espace est de la forme $\vec{B}(M) = B(r)\vec{e_z}$.

1.4. Comment se simplifient les équations de Maxwell en régime statique ?

1.5. À partir de l'une des équations locales de Maxwell, montrer que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ est uniforme. Que vaut alors le champ magnétique pour $r < a$?

1.6. En utilisant la relation de passage en $r = a$, établir l'expression de $\vec{B}(M)$ pour $r > a$.

2. L'ARQS magnétique

La bobine est parcourue par un courant sinusoïdal d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On admet que dans le cadre de l'approximation du régime quasi-stationnaire (ARQS), le champ magnétique, dans l'espace intérieur à la bobine assimilé au vide, est donné par :

$$\vec{B}(r,t) = B_0 \cos(\omega t)\vec{e_z}$$

2.1. En quoi consiste l'approximation du régime quasi-stationnaire (ARQS) ? Quelle inégalité vérifient ω, c et a dans l'ARQS, c désigne la vitesse de la lumière dans le vide ?

2.2. Donner l'expression de B_0 en fonction des données.

2.3. Montrer qu'il règne dans la bobine un champ électrique $\vec{E}(M,t)$. Justifier que $\vec{E}(M,t)$ est orthoradial et que $\vec{E}(M,t) = E(r,t)\vec{e_\theta}$.

2.4. En utilisant l'expression intégrale de l'équation de Maxwell – Faraday, Montrer que, pour $r < a$, le champ électrique $\vec{E}(M,t)$ est donné par :

$$\vec{E}(r,t) = B_0 \frac{r\omega}{2} \sin(\omega t)\vec{e_\theta}$$

2.5. Calculer les densités volumiques d'énergie électrique (u_e) et magnétique (u_m) emmagasinées dans la bobine. Calculer leurs valeurs moyennes temporelles respectives, $< u_e >$ et $< u_m >$.

2.6. En déduire que la contribution électrique $< u_e >$ à l'énergie électromagnétique dans la bobine est négligeable devant la contribution magnétique $< u_m >$.

2.7. Exprimer les champs $\vec{B}(r,t)$ et $\vec{E}(r,t)$ en fonction de l'intensité $i(t)$ et de sa dérivée première. En déduire que le vecteur de Poynting a pour expression $\vec{\Pi}(r,t) = -\frac{\mu_0 n^2 r}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}i^2(t)\right)\vec{e_r}$.

2.8. Calculer la puissance électromagnétique P_{ray} rayonnée à travers la surface qui limite la portion de la bobine de longueur l. Montrer que P_{ray} s'identifie à l'opposé de la variation d'énergie magnétique stockée dans la portion de la bobine.

2.9. On rappelle que dans le cadre de la magnétostatique, le coefficient de self inductance d'une telle portion de la bobine de rayon a a pour expression : $L = \mu_0 n^2 a^2 \pi l$. Vérifier si le résultat obtenu dans la question **2.7** est conforme au bilan local de puissance électromagnétique dans la portion de la bobine.

3. Caractéristiques d'une bobine

3.1. Self inductance

3.1.1. Calculer le flux du champ magnétique à travers l'ensemble des spires de la bobine.

3.1.2. Retrouver l'expression de l'inductance L de la bobine donnée ci-dessus.

3.2. Résistance interne

Le fil conducteur ayant une conductivité γ finie, la bobine résiste au passage du courant électrique. Pour calculer la résistance du fil, on considère que le fil est un cylindre de matériau conducteur, d'axe (Oz), de longueur l', de diamètre d et parcouru par le courant I uniformément réparti en volume avec la densité $\vec{j} = j\vec{e_z}$. On néglige les effets de bord et on raisonne comme si l'on a affaire à un cylindre infini. La densité $\vec{j}$ de courant dans le fil conducteur ohmique est reliée au champ électrique $\vec{E}$ par $\vec{j} = \gamma\vec{E}$.

3.2.1. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point intérieur au conducteur en fonction de I.

3.2.2. Exprimer la tension U aux bornes du fil conducteur.

3.2.3. En déduire la résistance interne r de la bobine.

3.2.4. Sachant qu'il y a N spires enroulées, montrer que la résistance est donnée par $r = \frac{8Na}{\gamma d^2}$.

4. Mesure de l'impédance d'une bobine

On modélise une bobine par l'association série d'une résistance r et d'une inductance L. On cherche à déterminer l'impédance $\underline{Z}$ de la bobine à l'aide du montage de « détection synchrone » représenté figure 2.3. Le générateur de courant délivre un courant électrique d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

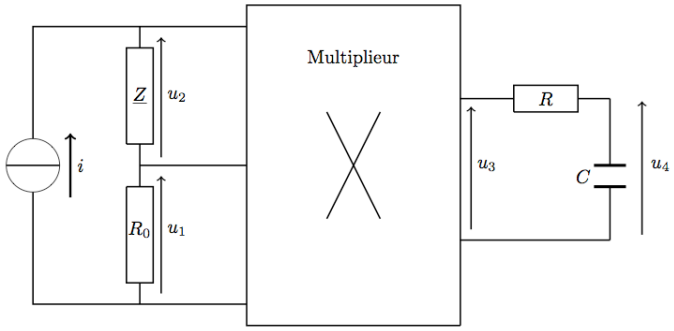


Figure 2.3 : Mesure de l'impédance d'une bobine

On note u_1 la tension aux bornes de la résistance R_0, u_2 la tension aux bornes de l'impédance $\underline{Z}$ et u_4 la tension aux bornes du condensateur de capacité C. Le multiplieur, d'impédance d'entrée infinie et de constante de multiplication k, délivre une tension de sortie proportionnelle aux deux tensions d'entrée : $u_3 = k u_1 u_2$.

4.1. Quelle est l'unité de la constante k ?

4.2. Exprimer l'impédance $\underline{Z}$ de la bobine.

4.3. Exprimer $u_1(t)$ et $u_2(t)$ en fonction de R_0, r, L, ω, I_0 et t.

4.4. En déduire l'expression de $u_3(t)$ et représenter qualitativement son spectre.

4.5. En utilisant des schémas équivalents à haute puis à basse fréquence, déterminer la nature du filtre formé par le bloc RC.

4.6. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{u_4}}{\underline{u_3}}$ de ce filtre. Retrouver le résultat de la question précédente.

4.7. Exprimer sa pulsation de coupure ω_c à $-3dB$.

4.8. Montrer que l'on peut trouver une condition sur R et C telle que u_s soit quasiment constante. En déduire comment déterminer r et donner son expression.

On remplace R_0 par un condensateur C_0.

4.9. Exprimer $u_1(t)$ en fonction de C_0, ω, I_0 et t.

4.10. Donner la nouvelle expression de $u_3(t)$ et représenter qualitativement son spectre.

4.11. Montrer que la même condition sur R et C de la question 4.8 permet d'avoir u_4 quasiment constante. En déduire comment déterminer L et donner son expression.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Filtrage linéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi