Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2024, filière PSI

Sciences industrielles

Ce que traite le sujet

- A. Exercice : robot deux axes
- B. Asservissement en vitesse du robot
- C. Étude dynamique du manipulateur
- D. Stabilité du robot
- E. Dimensionnement des moteurs
- F. Comportement en virage

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/cnc/psi/2024/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A. Exercice noté 4 points sur 20:

Répondre sur le Document réponse DR1

Robot deux axes :

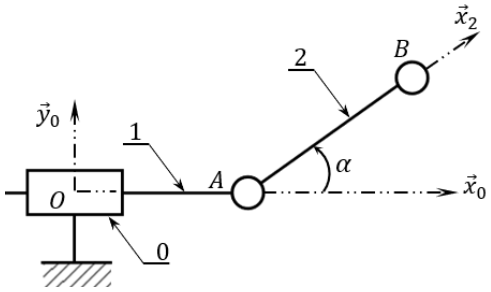


Figure E1

Etude du mouvement de translation du solide 1 par rapport au bâti 0 :

- Le solide 1 est en liaison glissière de direction $\vec{x}_0$ avec le bâti 0 de paramètre $x(t)$ tel que : $\overrightarrow{OA} = x(t).\vec{x}_0$;
- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est associé au bâti 0 ;
- Le repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé au solide 1.

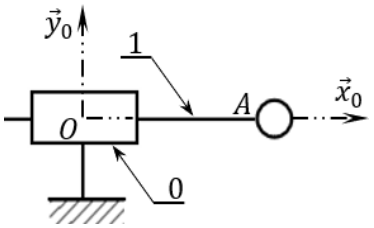


Figure E2

Q1. Déterminer le torseur cinématique du mouvement du solide 1 par rapport au bâti 0 :

$$\{V(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(1/0) \\ \vec{V}(A,1/0) \end{Bmatrix}_A$$

Etude du mouvement de rotation du solide 2 par rapport à 1 :

- Le solide 2 est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec le solide 1 de paramètre $\alpha(t)$ tel que : $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$, $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$;
- Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est associé au solide 2, avec $\overrightarrow{AB} = L.\vec{x}_2$.

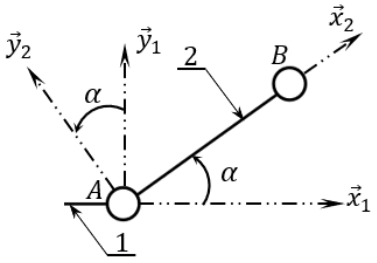


Figure E3

Q2. Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{AB}$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Q3. Déterminer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(2/1)$.

Q4. Donner le vecteur vitesse $\vec{V}(A, 2/1)$.

Q5. En déduire le vecteur vitesse $\vec{V}(B, 2/1)$.

Pour la suite revoir la **figure E1**

Q6. Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OB}$ dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Q7. Déterminer e vecteur rotation $\vec{\Omega}(2/0)$.

Q8. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(B, 2/0)$.

Fin de l'exercice.

Robot CAMP

La plateforme robot CAMP **(Figure 1)** est un manipulateur mobile développé par la société Robotnik. Elle est équipée d'un manipulateur Ur **(Figure 2)** pour lui offrir des capacités de manipulation. Le manipulateur est équipé d'une pince trois doigts et d'un capteur d'efforts sur la dernière liaison. La plateforme est aussi équipée d'un GPS, d'une centrale inertielle, de deux capteurs LIDAR à détection Laser mesurant la distance aux obstacles et de deux caméras.

C'est une plateforme à quatre roues motrices, chacune entraînée par un moteur électrique de 1.2 kW, sans train directeur. Elle est autant adaptée aux environnements naturels qu'industriels, avec la possibilité de changer sa mobilité par l'installation de roues omni-directionnelles.



Figure 1 : Robot CAMP

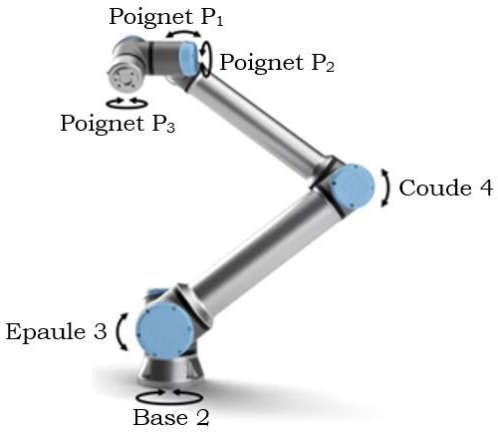


Figure 2 : Manipulateur Ur

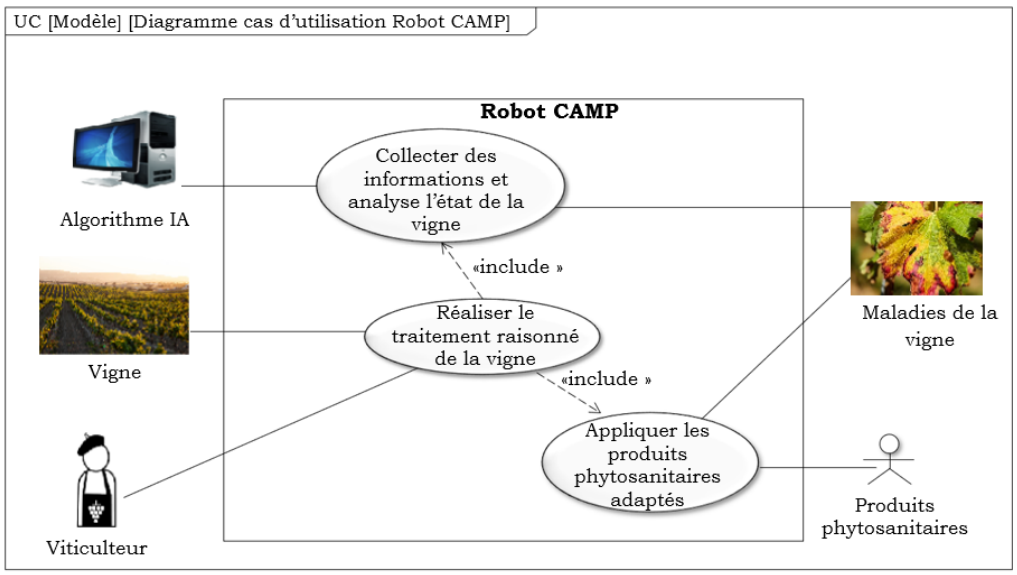


Figure 3 : Diagramme de cas d'utilisation

Le robot CAMP présente :

- Une altérnative intéressante à l'utilisation des herbicides grâce au pouvoir de désherbage mécanique par le biais de son bras articulé.
- Une utilisation raisonnée des pesticides.
- Remplacement efficace de l'homme pendant le vendange.

L'ensemble des informations et données collectées par les differents capteurs implantés sur la plate forme sont communiquées via Wi-Fi, aux unités de traitement et de commande sur la base d'une analyse utilisant les algorithmes de l'inttelligence artificielle (IA).
La structure du robot mobile est définie partiellement dans **la figure 4** par un diagramme de définition de blocs.

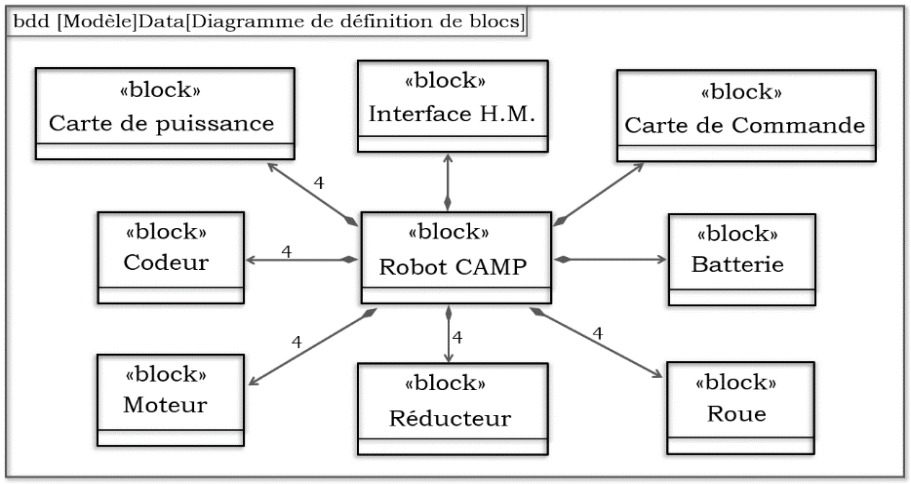


Figure 4 : Diagramme de définition de blocs partiel

Q9. A partir du diagramme de définition de blocs **(figure 4)**, compléter, sur **le document réponse DR2,** la chaine fonctionnelle du robot.

B. Étude de l'asservissement en vitesse du robot CAMP :

Chacune des roues dispose d'une motorisation indépendante avec un asservissement en vitesse. Le contrôle de la vitesse de rotation de chaque roue permet de minimiser le glissement longitudinal, notamment en mode automatique lorsque le robot fonctionne de manière autonome.
Pour une consigne de vitesse $v_C(t)$ $[m/s]$, la carte de commande génère une tension de consigne de rotation à appliquer à chaque moteur $u_C(t)$ $[V]$. Un codeur permet d'avoir une tension mesurée $u_m(t)$) $[V]$, image de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)[rad/s]$. Un correcteur adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après correction et amplification, de définir la tension d'alimentation $u(t)$ $[V]$ à appliquer aux moteurs.

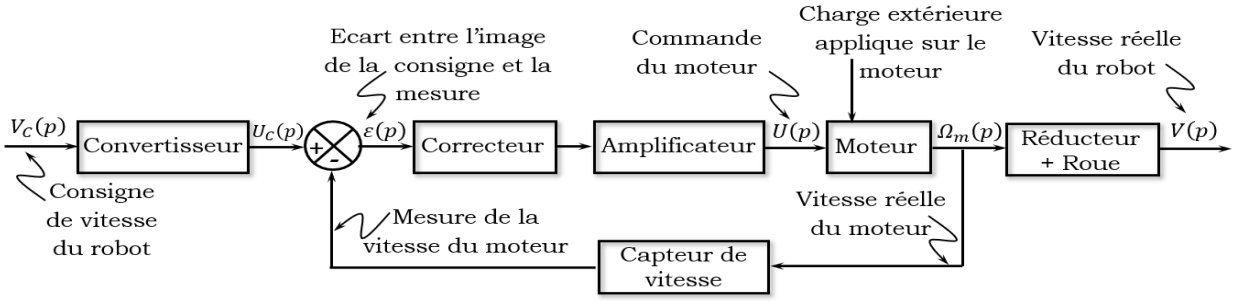


Figure 5 : Schéma fonctionnel de l'asservissement en vitesse d'un des moteurs

Ce schéma fonctionnel est représenté par le schéma blocs de **la figure 6**, avec :

R :	Résistance	J_{eq} :	Moment d'inertie équivalent ramené sur l'axe moteur
L :	Inductance	k :	Constante de force contre électromotrice et la constante de couple

K_{conv}	Gain du convertisseur	K_a	Gain de l'amplificateur	$C(p)$: Fonction de transfert du correcteur
K_{cap}	Gain du capteur	K_R	Rapport cinématique	

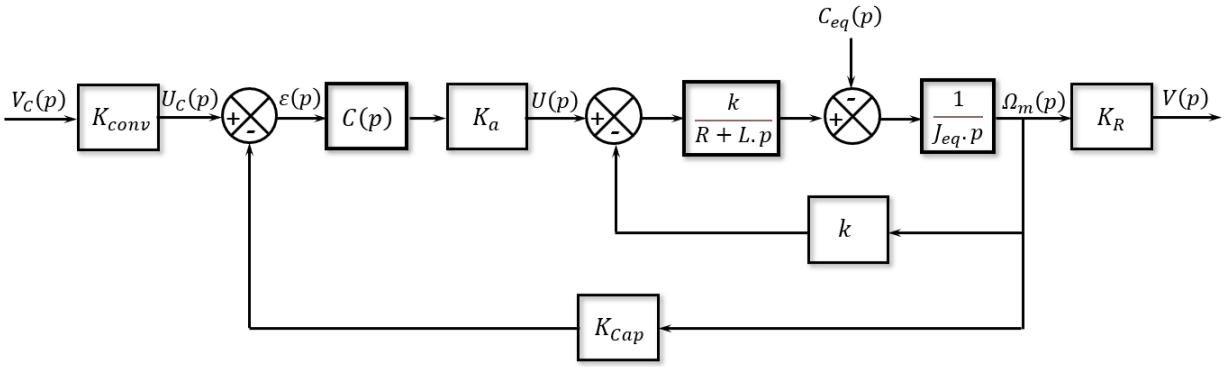


Figure 6 : Schéma-blocs de l'asservissement en vitesse

Fonctions du transfert du moteur :

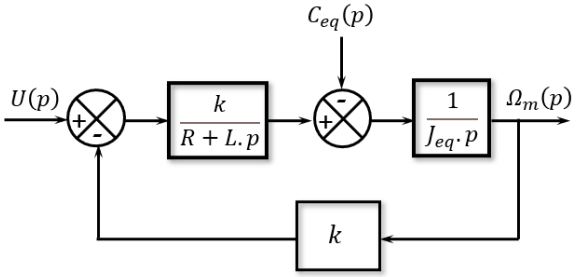


Figure 7 : Schéma blocs du moteur

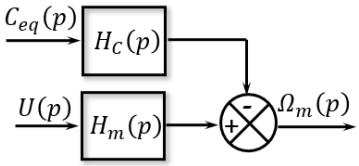


Figure 8 : Schéma équivalent du moteur

On a donc :

$$\Omega_m(p) = H_m(p).U(p) - H_C(p).C_{eq}(p)$$

Les deux fonctions de transfert du moteur $H_m(p)$ et $H_C(p)$, sous leurs formes canoniques, sont notées :

$$H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{et} \quad H_C(p) = \frac{K_C.(1+\tau.p)}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Q10. Déterminer les expressions des gains statiques K_m et K_C, de la constante de temps τ, du facteur d'amortissement ξ et de la pulsation propre ω_0 en fonction des données : *k, R, L, J_{eq}.*

Q11. Donner la relation entre K_{Conv}, K_{Cap} et K_R permettant d'obtenir un asservissement de $V(p)$ sur la consigne $V_C(p)$.

Cahier des charges à respecter :

Fonction	Performances et critères	Niveaux
○ Asservir en vitesse la plateforme par rapport au sol	**STABILITE** ○ Marge de gain ○ Marge de phase	 ○ $MG = 6\ dB$ mini ○ $M\varphi = 45°$ mini
	PRECISION ○ Erreur statique à un échelon de vitesse	○ Nulle
	RAPIDITE ○ Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse)	○ 0,5 secondes

On suppose dans cette partie que $C_{eq}(p) = 0$.
Le schéma bloc de l'asservissement, **figure 6**, peut être ramené à celui de **la figure 9** avec :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

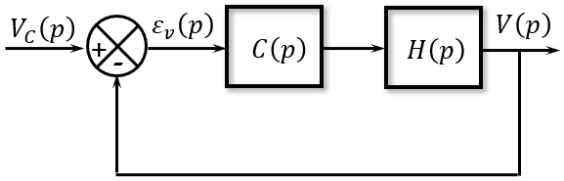


Figure 9 : Schéma bloc à retour unitaire

Q12. Donner l'expression de K en fonction de K_{Cap}, K_a et K_m.

Correcteur proportionnel : $\mathbf{C(p) = K_p}$.

Q13. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$. Préciser son gain K_{BO}, sa classe et son ordre. Sous quelle condition, on peut l'écrire sous la forme :

$$H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{(1 + T_1.p).(1 + T_2.p)}$$

Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ non corrigée ($K_p = 1$) sont fournis sur **le document réponse DR3**.

Q14. Indiquer graphiquement sur le **document réponse DR3**, la marge de phase non corrigée notée $M\varphi_{nc}$ puis donner sa valeur. Quelle est la marge du gain non corrigée du système MG_{nc}?

Q15. Déterminer la valeur de K_{pdB} permettant d'avoir une marge de phase de 45°. Indiquer graphiquement K_{pdB} sur **le document réponse DR3**.

Q16. Déterminer l'erreur statique $\varepsilon_S = \lim_{t \to +\infty} \varepsilon_v(t)$ pour un échelon unitaire de vitesse. Est-ce qu'il existe une valeur réaliste de K_p qui permet d'annuler l'erreur statique ε_S ?

On cherche à avoir la fonction de transfert en boucle fermée sous la forme d'un deuxième ordre fondamental. $H_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2.\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}.p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$

Q17. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$. En déduire les expressions des paramètres canoniques K_{BF}, ω_{0BF} et ξ_{BF} en fonction de K_{BO}, ξ et ω_0.

Q18. Déterminer la valeur de K_p permettant d'avoir la réponse la plus rapide. Sachant que $t_{r5\%}.\omega_{0BF} = 3$, déterminer la valeur du $t_{r5\%}$. Pour cela, il est conseillé, pour les valeurs numériques, d'exploiter les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ non corrigée ($K_p = 1$) fournis sur **le document réponse DR3**.

Afin de respecter l'exigence de précision, un correcteur à action intégrale sera choisi.

Correcteur PI de fonction de transfert : $\boldsymbol{C(p) = \frac{K_p}{p}}$.

Q19. Justifier, sans calcul, que ce correcteur ne permet pas d'avoir une fonction de transfert en boucle fermée sous la forme d'un deuxième ordre fondamental.

Correcteur PI de fonction de transfert : $C(p) = K_i.\dfrac{1+T_i.p}{T_i.p}$.

Q20. Rappeler l'effet de ce correcteur P.I sur la précision et la stabilité du système.

On choisit T_i de façon à compenser le "mode le plus lent". La fonction de transfert en boucle ouverte corrigée devient : $H_{BOC}(p) = \dfrac{20.K_i}{p.(1+0{,}02.p)}$

Q21. Déterminer, analytiquement, la valeur K_i pour régler la marge de phase $M\varphi_C = 45°$.

Cette valeur de K_i permet de satisfaire le critère de rapidité.

Q22. Conclure, sans calcul, quant à l'influence d'un couple perturbateur constant sur la stabilité et la précision du système.

C. Etude dynamique du manipulateur :

Objectif : déterminer les équations de mouvement liant les couples transmis par les moteurs du bras manipulateur et les paramètres de mouvement.

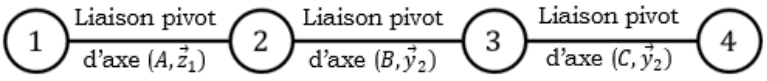
Dans cette partie le manipulateur est considéré comme un robot trois axes, voir **figure 11**.

Il est composé de :	○ Embase fixe 1.	○ Base 2.	○ Épaule 3.
○ Coude 4.	○ Poignet supposé fixe au point D par rapport au coude 4.		

- ✓ La base 2 est en liaison pivot d'axe $(A,\vec{z}_1)$ avec l'embase fixe 1.
- ✓ L'épaule 3 est en liaison pivot d'axe $(B,\vec{y}_2)$ avec la base 2.
- ✓ Le coude 4 est en liaison pivot d'axe $(C,\vec{y}_2)$ avec l'épaule 3.
- ✓ Le repère galiléen $R_1(A,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ est associé à l'embase fixe 1.
- ✓ Le repère $R_2(A,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est associé à la base 2, $\alpha = (\vec{x}_1,\vec{x}_2) = (\vec{y}_1,\vec{y}_2)$.
- ✓ Le repère $R_3(B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$ est associé à l'épaule 3, $\beta = (\vec{x}_2,\vec{x}_3) = (\vec{z}_2,\vec{z}_3)$.
- ✓ Le repère $R_4(C,\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)$ est associé au coude 4, $\gamma = (\vec{x}_3,\vec{x}_4) = (\vec{z}_3,\vec{z}_4)$.

Données géométriques : $\overrightarrow{AB} = a_2.\vec{x}_2 + b_2.\vec{z}_2$; $\overrightarrow{BC} = L.\vec{x}_3$; $\overrightarrow{CD} = L.\vec{x}_4$

Graphe de liaisons :



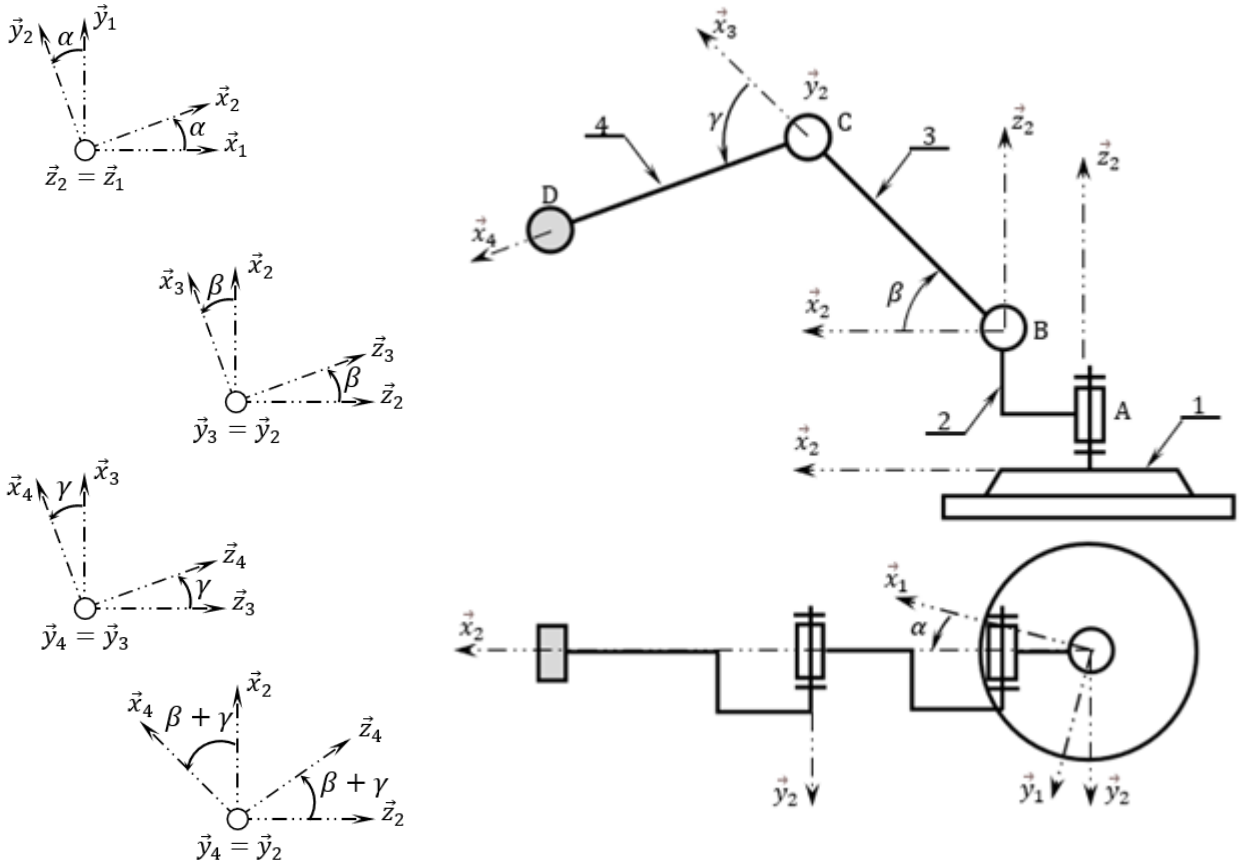


Figure 11 : Schéma cinématique du manipulateur

Q23. Expliciter la démarche permettant de déterminer l'équation différentielle du mouvement de 4 par rapport au repère R_1. Aucun calcul n'est demandé. Le choix du système isolé et du théorème appliqué est à justifier.

Pour la suite, on se limite dans l'étude dynamique à deux axes motorisés. On suppose donc que la liaison 4/3 est bloquée pour $\gamma = 0$. L'ensemble {épaule 3, coude 4, poignet} sera noté 34 voir **figure 12**.

L'ensemble 34 sera considéré comme une association :

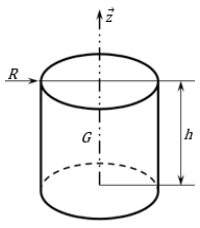
- d'une tige T, de masse M_T et de centre d'inertie G_T, assimilée à un cylindre d'axe $(B, \vec{x}_3)$, de section négligeable et de longueur $2L$;
- d'un poignet P, de masse M_P, assimilée à une masse ponctuelle en D.

Le centre et la matrice d'inertie de l'ensemble 34 seront notés :

- $I(B,34) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{34} & 0 \\ 0 & 0 & C_{34} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$
- $\overrightarrow{BG_{34}} = L_{34}.\vec{x}_3.$

La matrice d'inertie d'un cylindre plein d'axe $(G, \vec{z})$, de masse m, de rayon R et de hauteur h s'écrit :

$$I(G, Cylindre) = \begin{pmatrix} m.\left(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m.\left(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m.\frac{R^2}{2} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$



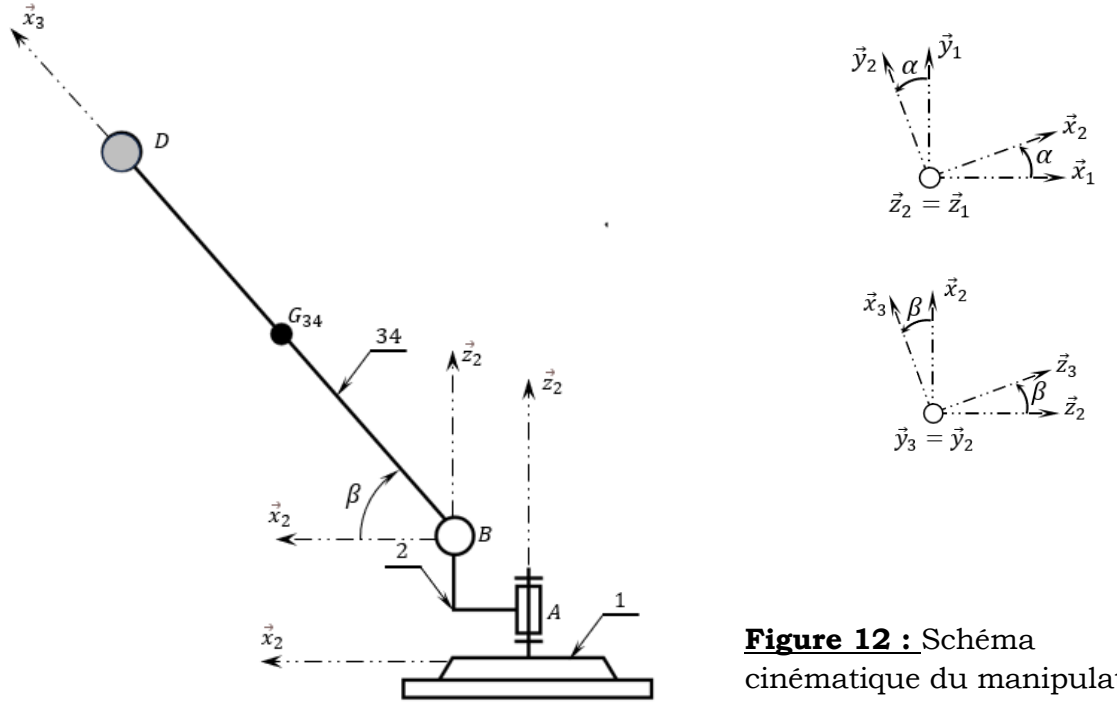


Figure 12 : Schéma cinématique du manipulateur pour $\gamma = 0$

Q24. Sachant que $\overrightarrow{BG_{34}} = L_{34}.\vec{x}_3$, déterminer L_{34} en fonction de M_T, M_P et L.

Q25. Déterminer B_{34} et C_{34} en fonction de M_T, M_P et L.

Q26. Déterminer le torseur cinématique de l'ensemble 34 dans son mouvement par rapport l'embase fixe 1, noté : $\{V(34/1)\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(34/1) \\ \vec{V}(B,34/1) \end{Bmatrix}_B$.

Q27. Le torseur cinétique de l'ensemble 34 dans son mouvement par rapport l'embase fixe 1 est noté : $\{C(34/1)\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_C}(34/1) \\ \vec{\sigma}(B,34/1) \end{Bmatrix}_B$. Déterminer :

- **a.** la résultante cinétique $\overrightarrow{R_C}(34/1)$.
- **b.** le moment cinétique $\vec{\sigma}(B,34/1)$.

On note J le moment d'inertie de la base 2 par rapport à l'axe $(A,\vec{z}_2)$ et G_1 son centre d'inertie situé sur l'axe $(A,\vec{z}_2)$.

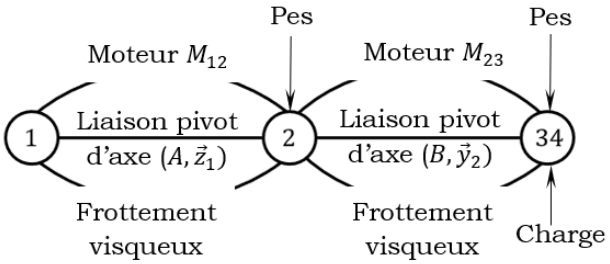
Q28. Donner la projection du moment cinétique $\vec{\sigma}(A,2/1)$ sur $\vec{z}_2$.

On modélise les actions mécaniques comme suit (voir **figure 13**):

- Un moteur M_{12}, placé entre la base 2 et l'embase fixe 1, exerce un couple $C_{m12}.\vec{z}_2$. Un frottement visqueux dans la liaison $2/1$ est de coefficient f_{12}.
- Un moteur M_{23}, placé entre l'épaule 3 et la base 2, exerce un couple $C_{m23}.\vec{y}_2$. Un frottement visqueux dans la liaison $3/2$ est de coefficient f_{23}.
- L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g.\vec{z}_1$.
- L'action exercée sur le poignet lors des différentes manipulations, sera modélisée comme l'action d'une charge sur le robot au point D. on donne :

$$\{T(Charge \rightarrow 34)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}(Charge \rightarrow 34) \\ \vec{M}(D, Charge \rightarrow 34) \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} F_{Ch}.\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

Figure 13 : Graphe d'analyse



Les équations différentielles de mouvement, de l'ensemble 34 et de la base 2, liant $C_{m23}(t)$ et $C_{m12}(t)$ aux paramètres de mouvement $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ peuvent s'écrire sous la forme :

Eq_1 ○ $C_{m23} + A_1.\dot{\beta} + B_1.\cos\beta = B_{34}.\ddot{\beta} + (C_{34}.\cos\beta.sin\beta + M_{34}.L_{34}.a_2.sin\beta).\dot{\alpha}^2$

Eq_2 ○ $C_{m12} = A_2.\ddot{\alpha} + B_2.\dot{\alpha} + C_2.\dot{\beta}.\dot{\alpha}$

Q29. Expliquer d'une manière détaillée quel(s) théorème(s) et quel(s) isolement(s) permettant d'obtenir :

a. L'équation Eq_1. En déduire les expressions de A_1 et B_1 en fonction M_{34}, g, L_{34}, L, F_{Ch} et f_{23}.

b. L'équation Eq_2. En déduire les expressions de A_2, B_2 et C_2 en fonction C_{34}, J, β et f_{12}.

D. Etude de la stabilité du robot :

Objectif : Déterminer une relation entre la longueur de déploiement maximal et une charge extérieure maximale donnée permettant d'éviter un non décollement de la roue arrière.

Le robot, considéré comme l'ensemble $\{E_1, E_2\}$, est dans la configuration de la **figure 14** :



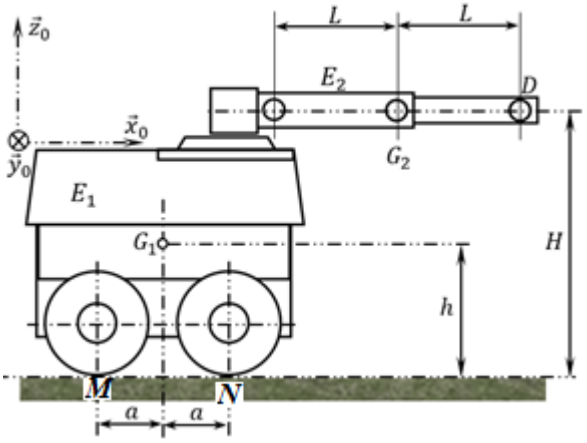


Figure 14 : manipulateur $\gamma = 0$ et $\beta = 0$

- Le repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, supposé galiléen, est associé au sol 0.
- Le problème sera traité en statique plane dans le plan $(\vec{x}_0, \vec{z}_0)$.

Les efforts pris en compte sont :

- Les actions de la pesanteur sur chaque élément :

Elément	Centre d'inertie	Masse	Torseur de l'action de la pesanteur
Robot E_1	G_1 $\overrightarrow{NG_1} = -a.\vec{x}_0 + h.\vec{z}_0$	M_1	$\{T(pes \to E_1)\} = \left\{\begin{matrix} -M_1.g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{G_1}$
Manipulateur E_2	G_2 $\overrightarrow{NG_2} = (b+L).\vec{x}_0 + H.\vec{z}_0$	M_2	$\{T(pes \to E_2)\} = \left\{\begin{matrix} -M_2.g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{G_2}$

- Les actions de contact du sol sur les roues du robot :
  Ces actions seront modélisées par des glisseurs passant l'un par M et l'autre par N. Les résultantes de ces glisseurs seront notées respectivement :
  $\overrightarrow{R_M} = Z_M.\vec{z}_0 + X_M.\vec{x}_0$ et $\overrightarrow{R_N} = Z_N.\vec{z}_0 + X_N.\vec{x}_0$. Les torseurs de ces actions de contact sont : $\left\{T\left(sol \overset{M}{\rightarrow} E_1\right)\right\} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_M} \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_M$ et $\left\{T\left(sol \overset{N}{\rightarrow} E_1\right)\right\} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_N} \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_N$.
- L'action extérieure supposée maximale exercée sur le manipulateur :

  Cette action est modélisée par un glisseur au point D. $\{T(Charge \rightarrow E_2)\} = \left\{\begin{matrix}\vec{F} = -F_{\max}.\vec{z}_0 \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_D$. On donne $\overrightarrow{ND} = (b + 2.L).\vec{x}_0 + H.\vec{z}_0$.

  Q30. Déterminer le moment des actions mécaniques extérieures au robot au point N noté : $\vec{y}_0.\vec{M}\left(N, \overline{robot} \rightarrow robot\right)$.

  Q31. En exprimant la condition de non décollement au point M ($Z_M > 0$), déterminer $L_{\max}$ qui correspond à la longueur de déploiement maximale du manipulateur.

E. Dimensionnement des moteurs du robot :

Objectif : déterminer l'expression du couple transmis par les moteurs équipant le robot lors d'une translation suivant une ligne droite.

Hypothèses et données :

- Le repère $R_S(O_0, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$, supposé galiléen, est associé au sol 0.
- Le robot se déplace en ligne droite en montée sur un sol incliné d'un angle ψ constant.
- Le problème est supposé plan $(\vec{z}_0, \vec{x}_0)$.
- Le contact des roues avant et arrière avec le sol est supposé ponctuel.
- Il y a roulement sans glissement au contact des roues avec le sol.

Modélisation du contact roue sol (voir **figures 15 et 16**) :

- Les 2 moteurs délivrent la même puissance.
- Seul le rendement (noté η) du réducteur sera pris en compte.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites à l'exception du contact roue - sol.
- La résistance au roulement des roues n'est pas négligée. Le coefficient de résistance au roulement μ est identique pour tous les contacts roue – sol.
- Le torseur des actions mécaniques du sol sur la roue R_{AR} est :

$$\{T(0 \rightarrow R_{AR})\} = \left\{\begin{matrix}X_M.\vec{x}_S + Z_M.\vec{z}_S \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_I ; \overrightarrow{MI} = \mu.\vec{x}_S \text{ avec } \mu > 0.$$

- Le torseur des actions mécaniques du sol sur la roue R_{AV} est :

$$\{T(0 \rightarrow R_{AV})\} = \left\{\begin{matrix}X_N.\vec{x}_S + Z_N.\vec{z}_S \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_J ; \overrightarrow{NJ} = \mu.\vec{x}_S \text{ avec } \mu > 0.$$

Notations :

- La masse du robot : M.
- Le moment d'inertie d'un moteur par rapport à son axe de rotation : J_{m}.
- Le moment d'inertie équivalent de l'ensemble {réducteur + roue} ramené sur l'axe de la roue : J_{r}.
- La vitesse angulaire du moteur ω_m.
- La vitesse angulaire d'une roue ω_r.
- Le couple fourni par un moteur : C_m.
- La vitesse du robot par rapport au sol : $V.\vec{V}(G,1/0) = V.\vec{x}_S$.
- L'accélération du robot par rapport au sol : a_C.
- Le rapport de réduction du réducteur : $k < 1$.
- Le rayon d'une roue : R.
- L'accélération de la pesanteur : $\vec{g} = -g.\vec{z}_0$.

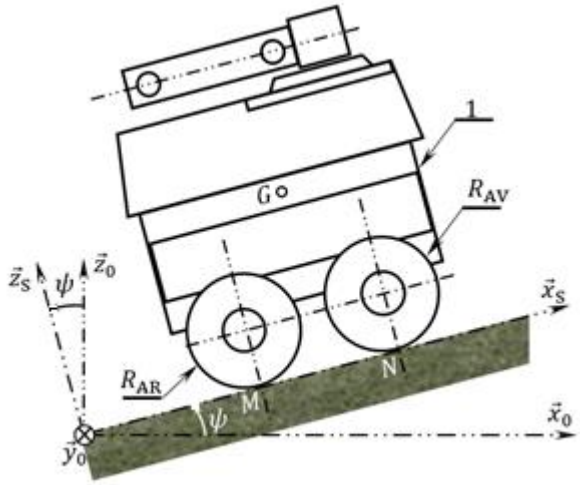


Figure 15 : Robot en mouvement sur un sol incliné

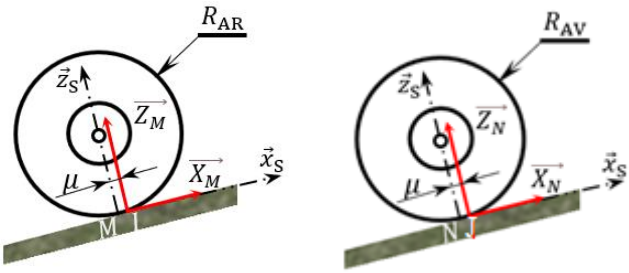


Figure 16 : Modélisation du contact roue/sol

Pour déterminer les couples moteurs, on applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $Robot = \{Châssis\ 1, 2\ moteurs, 2\ réducteurs, 2\ roues\}$.

Q32. Donner l'expression de V en fonction de R, k et ω_m.

Q33. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique du robot dans son mouvement par rapport au sol, $T(Robot/0)$. En déduire l'expression du moment d'inertie équivalent $J_{éq}$ ramené sur l'arbre moteur en fonction de $J_{\mathrm{m}}, J_{\mathrm{r}}, M$, R et k tel que :

$$T(Robot/0) = \frac{1}{2}.(2.J_{eq}).\omega_m^2$$

Q33. Déterminer l'expression de la puissance intérieure en fonction de C_m, ω_m et le rendement η.

Q34. Déterminer la puissance des actions mécaniques du sol sur la roue R_{AV}, $P(0 \to R_{\mathrm{AV}}/0)$. En déduire $P(0 \to R_{\mathrm{AR}}/0)$.

Q35. Donner la puissance de l'actions mécanique de la pesanteur sur le robot, $P(pes \to Robot/0)$.

Q36. Montrer que l'équation obtenue par application du théorème de l'énergie cinétique peut s'écrire sous la forme :

$$J_{éq}.\frac{d}{dt}\omega_m = A.C_m + B.M.g + C.(Z_M + Z_N)$$

En déduire les expressions de A, B et C en fonction de R, k, η, μ et ψ.

Q37. Par application du théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{z}_S$, déterminer l'expression de $Z_M + Z_N$ en fonction de M, g et ψ.

Q38. En déduire l'équation différentielle du mouvement permettant de déterminer le couple moteur C_m.

F. Comportement en virage :

Objectif : analyser les glissements latéraux occasionnés au niveau des roues dans les phases de rotation du châssis.

Le robot CAMP est équipé de quatre roues non directionnelles. Par conséquent, il n'y a pas de mécanisme de direction des roues et la rotation du châssis est obtenue par le mouvement différentiel des roues. Cette solution technique, même sans glissement longitudinal au contact roue-sol, engendre un glissement latéral des roues pendant une phase de virage ; c'est une condition nécessaire à la rotation.

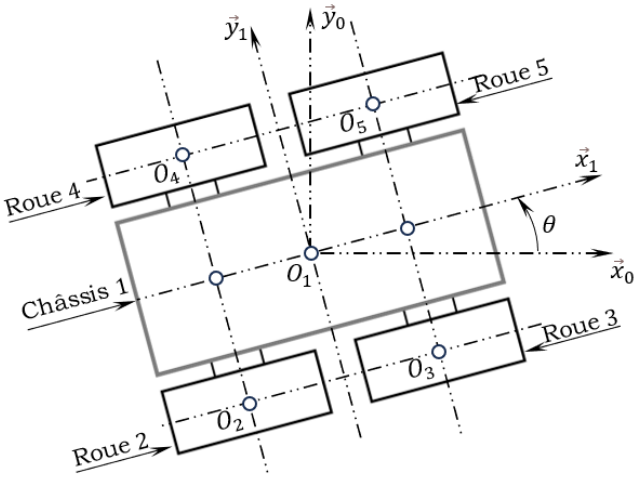
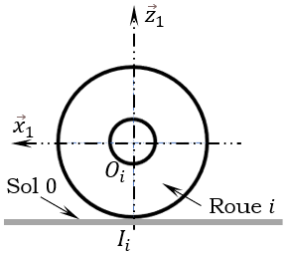


Figure 17 : Repérage et paramétrage du robot.



On note :
$v_{gi} = \vec{V}(I_i, i/0).\vec{y}$
La vitesse de glissement latéral de la roue i au point I_i .

On donne :

$R_0(\overrightarrow{O_0}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	Référentiel fixe.
$R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	Référentiel lié au robot.
$R_i(O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$	Référentiel lié à la roue i.

$2 \leq i \leq 5$

$\vec{\Omega}(i/1) = \omega_i.\vec{y}_1$

On définit le torseur cinématique du châssis par rapport au sol pendant une phase de virage :

$$\{V(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega_1.\vec{z}_1 \\ v_x.\vec{x}_1 + v_y.\vec{y}_1 \end{Bmatrix}_{O_1}$$

Pour chaque roue notée i on définit :

- le point de contact I_i entre la roue et le sol ;
- le point O_i qui est la projection du point I_i sur l'axe de rotation de la roue par rapport au châssis.

Données géométriques :

$\overrightarrow{O_iI_i} = -R.\vec{z}_1$	○ Le rayon d'une roue : R.	
$\overrightarrow{O_1O_i} = e_i.\vec{x}_1 + a_i.\vec{y}_1$;	$e_i = \pm e$;	$a_i = \pm a$

Q39. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}(I_i, 1/0)$ en fonction de ω_1, v_x, v_y et des données géométriques e_i et a_i.

Q40. Exprimer d'autre part ce même vecteur vitesse $\vec{V}(I_i, 1/0)$ en fonction de la vitesse de glissement latérale v_{gi}, de la vitesse de rotation ω_i de la roue i et des données géométriques.

Q41. En déduire la vitesse de glissement latérale v_{gi} et de la vitesse de rotation ω_i en fonction de ω_1, v_x, v_y et des données géométriques.

G. Stabilité du robot sur sol incliné :

Objectif : déterminer l'angle de devers (pente transversale) maximal correspondant à la condition de non renversement du robot.

Hypothèses et Paramétrage (voir **figure 18**) :

- On note $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le référentiel supposé galiléen lié au sol.
- Les repères $R_{11}(O_R, \vec{x}_{11}, \vec{y}_{11}, \vec{z}_{11})$ et $R_{10}(O_R, \vec{x}_{10}, \vec{y}_{10}, \vec{z}_{10})$ sont associés au châssis du robot. L'angle de dévers ϕ est supposé constant.
- Le mouvement du châssis (1) par rapport au repère R_0, est une rotation autour de l'axe $(O_0, \vec{z}_0)$ avec $\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_{10}) = (\vec{y}_0, \vec{y}_{10})$.
- On suppose que la vitesse de rotation $\dot{\theta} = \omega_1$ est constante.
- On note : $\overrightarrow{I_{24}O_R} = \overrightarrow{O_R I_{35}} = L.\vec{y}_{11}$
- L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g.\vec{z}_0$.

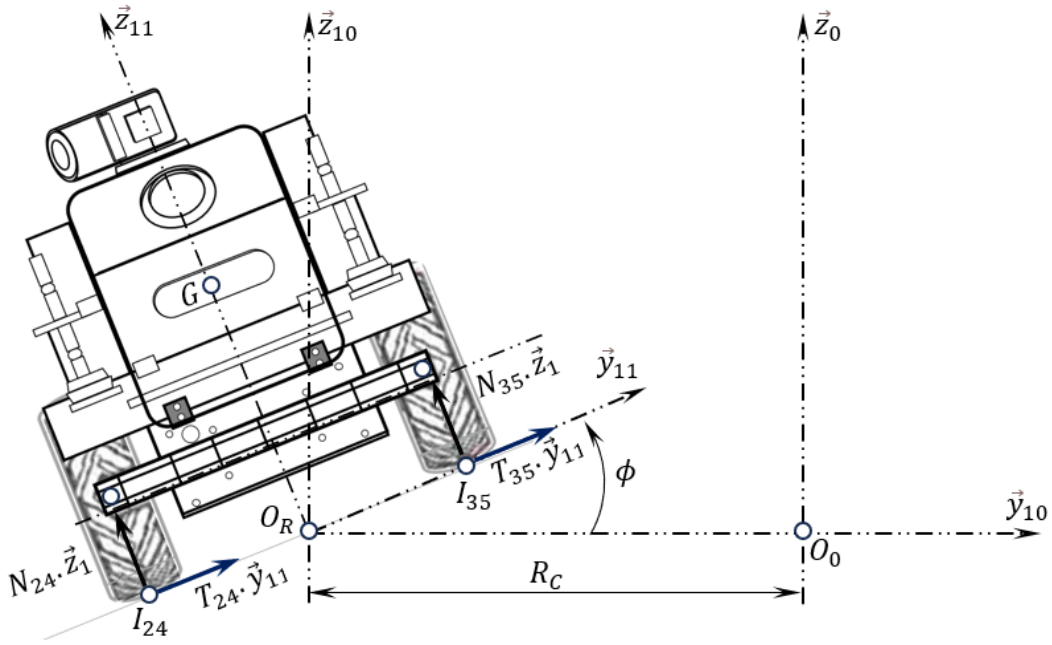


Figure 18 : Configuration du robot dans le plan de l'étude

- Dans le plan d'étude, les actions mécaniques en I_{24} et I_{35} du sol sur le robot (noté Rb) seront modélisées par des liaisons ponctuelles avec frottement. Ces actions sont définies par les torseurs suivants :

$$\{T_1(0 \to Rb)\} = \left\{\begin{matrix} T_1.\vec{y}_{11} + N_1.\vec{z}_{11} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_{24}} \quad ; \quad \{T_2(0 \to Rb)\} = \left\{\begin{matrix} T_2.\vec{y}_{11} + N_2.\vec{z}_{11} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{I_{35}}$$

- Il n'y a pas de glissement entre les roues et le sol au niveau des points I_{24} et I_{35}.
- La matrice d'inertie du robot au point G sera notée :

  $I(G,Rb) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_{11},\vec{y}_{11},\vec{z}_{11})}$. La masse du robot est M. Le centre d'inertie G du robot est défini par : $\overrightarrow{O_R G} = H.\vec{z}_{11}$, $\overrightarrow{O_0 O_R} = -R_C.\vec{y}_{10}$.

Soit ϕ_{max}, la valeur maximale de l'angle de dévers, au-delà de laquelle on risque le renversement du robot.

Q42. Par une étude dynamique, déterminer une équation différentielle permettant de déterminer ϕmax. Pour cette étude, il faut préciser :

- Le système isolé.
- Le théorème appliqué.
- Le bilan des actions mécaniques extérieures.
- Toutes les étapes de détermination des quantités dynamiques.
- …

Fin de l'énoncé

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse DR1

Q1. Déterminer le torseur cinématique du mouvement du solide 1 par rapport au solide 0 :

$$\{V(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(1/0) \\ \vec{V}(A,1/0) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} _____ \\ _____ \end{Bmatrix}_A$$

Q2. Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{AB}$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\overrightarrow{AB} = _____.\vec{x}_1 + _____.\vec{y}_1$$

Q3. Déterminer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(2/1)$. $\vec{\Omega}(2/1) = _____$

Q4. Donner le vecteur vitesse $\vec{V}(A,2/1)$. $\vec{V}(A,2/1) = _____$

Q5. En déduire le vecteur vitesse $\vec{V}(B,2/1)$.

$$\vec{V}(B,2/1) = _____.\vec{x}_1 + _____.\vec{y}_1$$

Q6. Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OB}$ dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\overrightarrow{OB} = _____.\vec{x}_0 + _____.\vec{y}_0$$

Q7. Déterminer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(2/0)$.

$$\vec{\Omega}(2/0) = _____$$

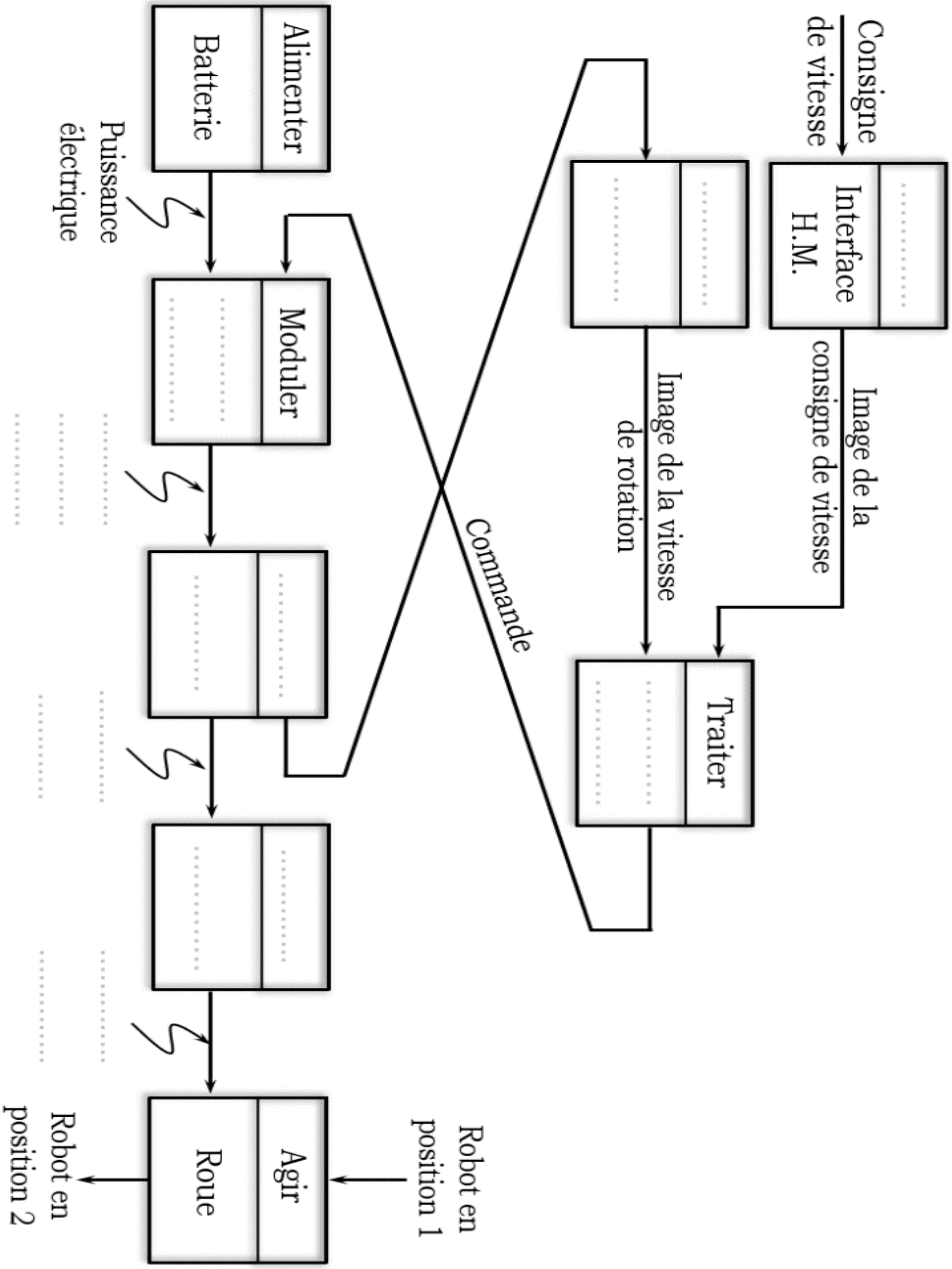
Q8. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(B,2/0)$.

$$\vec{V}(B,2/0) = _____.\vec{x}_0 + _____.\vec{y}_0$$

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse DR2

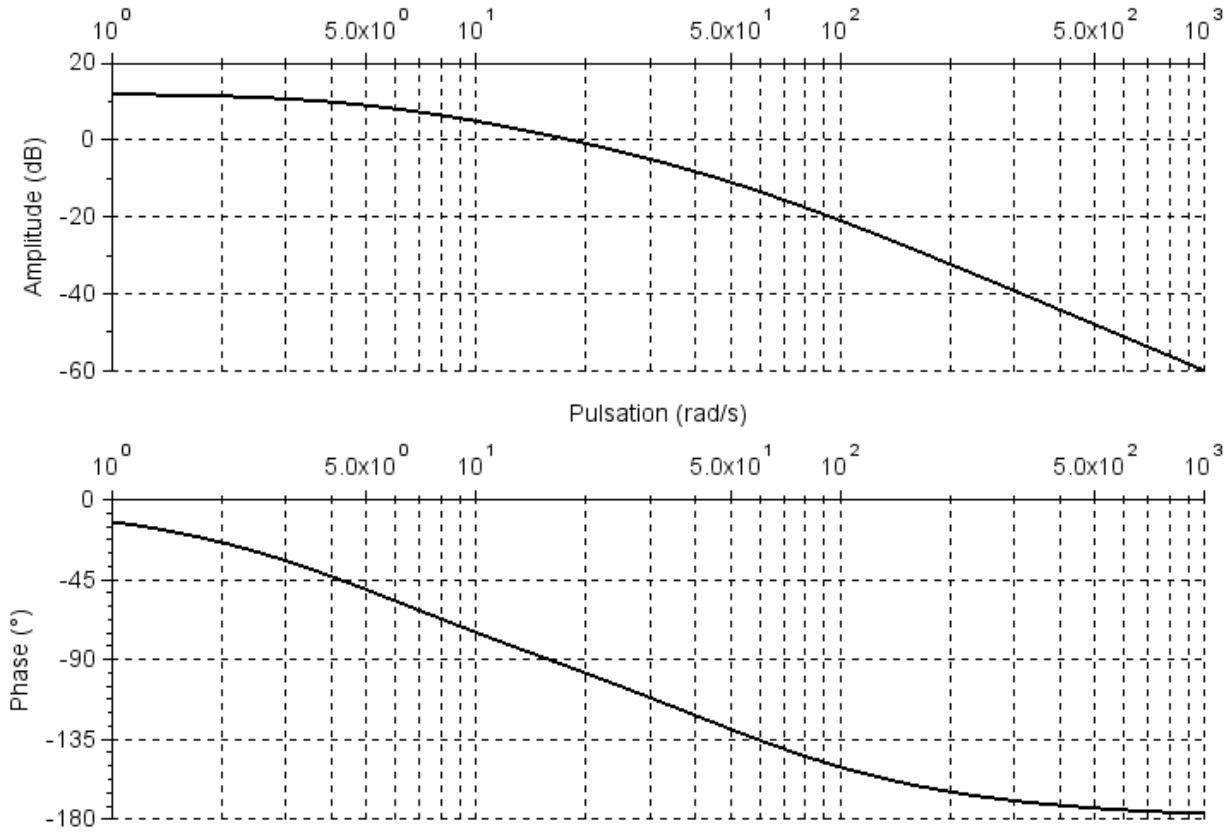
Q9.



Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse DR3

Q14, Q15 et Q18.



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi