Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2026, filière PSI

Sciences industrielles

Ce que traite le sujet

- Exercice préliminaire
- I. Déplacement vertical (axe Z)
- II. Direction
- III. Glissement et basculement
- IV. Déplacement horizontal
- V. Orientation de la plate-forme

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/cnc/psi/2026/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

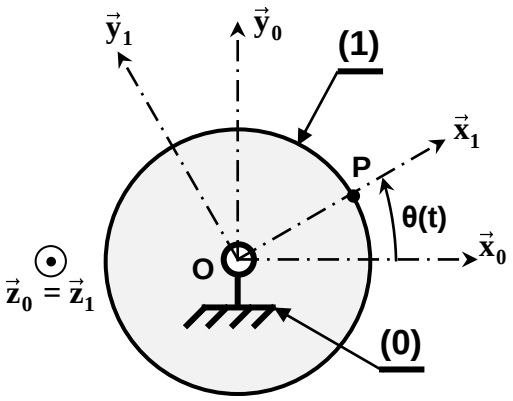
EXERCICE PRELIMINAIRE noté 4 points sur 20

Nota : Pour cet exercice répondre directement sur le **document réponse DR1 page 24**.

Question 1 :
Compléter les tableaux du **document réponse DR1** en indiquant les composantes manquantes des torseurs cinématiques des liaisons mentionnées.

La figure ci-contre représente un système constitué :

- D'un bâti **(0)**, repère lié $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.
- D'un disque **(1)** de rayon r , de masse m et de centre d'inertie O, repère lié $R_1(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$. **(1)** est en liaison pivot d'axe $(O,\vec{z}_0)$ avec **(0)**, on note $\theta(t)=(\vec{x}_0,\vec{x}_1)=(\vec{y}_0,\vec{y}_1)$ et P un point du disque **(1)** tel que $\overrightarrow{OP}=r\vec{x}_1$ (r = constante).



Question 2 :

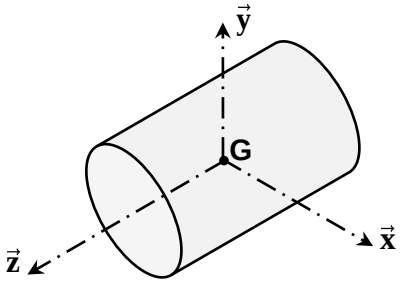
a) Quel est le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega}(1/0)$?

b) Quel est le vecteur vitesse $\overrightarrow{V}(O\in 1/0)$?

c) Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V}(P\in 1/0)$.

d) Déterminer le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma}(P\in 1/0)$.

On rappelle ci-dessous la matrice d'inertie d'un cylindre plein (S) de rayon r, de longueur L, et de masse m, en son centre d'inertie G.



$$[I_G(S)]=\begin{pmatrix} m\left(\frac{r^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{r^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{r^2}{2} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Question 3 :

a) Déduire la matrice d'inertie du disque **(1)** au point O dans la base $(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$: $[I_O(1)]$

b) Indiquer les moments d'inertie du disque **(1)** respectivement par rapport aux axes $(O,\vec{x}_1)$, $(O,\vec{y}_1)$ et $(O,\vec{z}_1)$.

c) Donner en fonction de m , r et $\dot{\theta}$ l'énergie cinétique du disque **(1)** dans son mouvement par rapport à **(0)** : T(1/0).

*********** FIN DE L'EXERCICE PRELIMINAIRE ***********

ROBOT PRINTER COOPERATIF

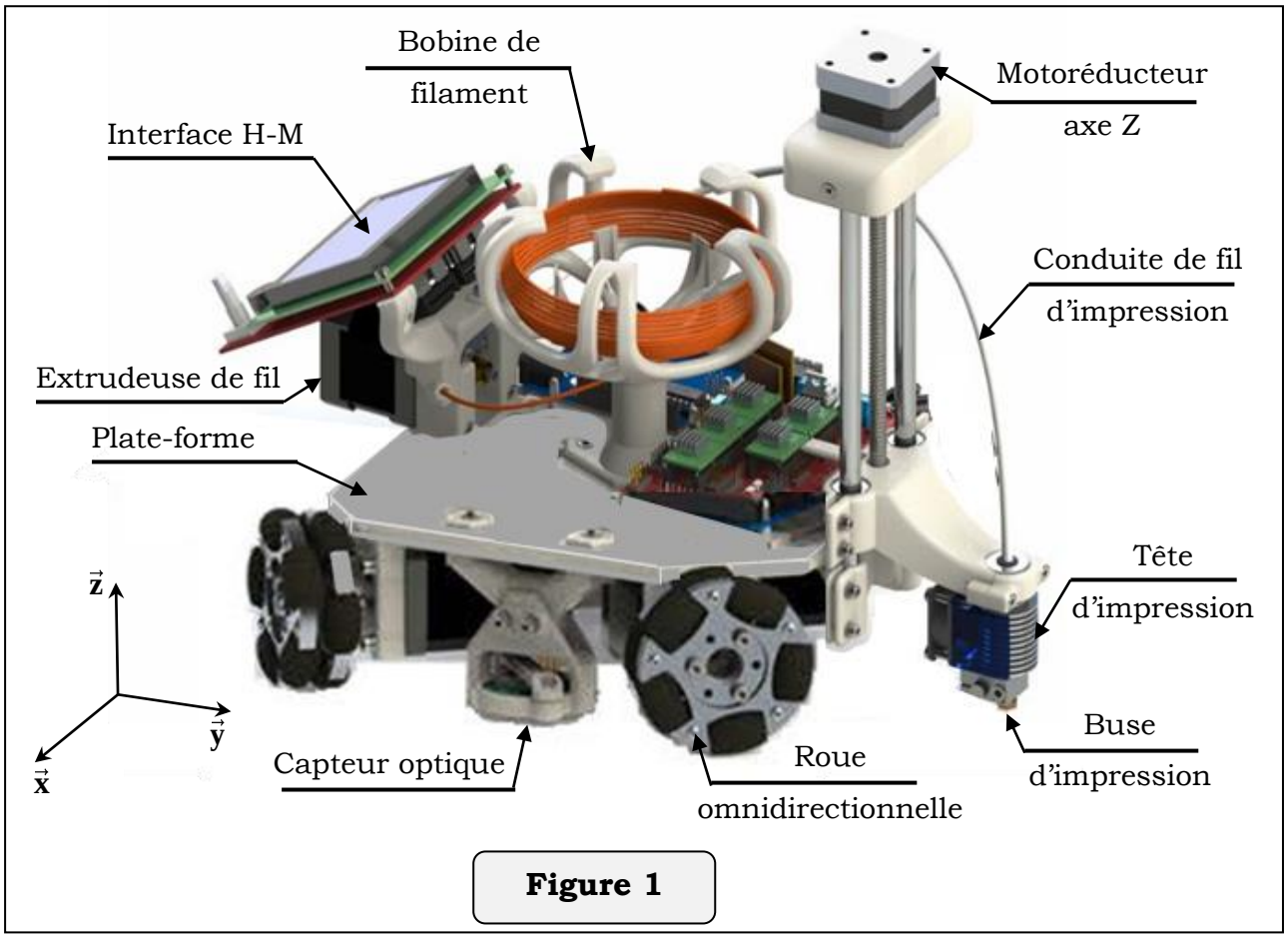


Figure 1

L'impression 3D coopérative est une technologie émergente qui vise à fournir une évolutivité à l'impression 3D en permettant à plusieurs robots mobiles porteurs de têtes d'impression de coopérer sur un seul travail d'impression. Au cœur du processus d'impression 3D coopérative se trouve le ROBOT PRINTER (**figure 1**) qui est une imprimante 3D mobile avec une tête d'impression d'extrusion de fil qui peut être contrôlée via Internet. La mobilité du robot pendant la phase d'impression ou pendant le déplacement d'une zone de travail à une autre est obtenue grâce à quatre roues omnidirectionnelles. Une interface de communication sans fil est également développée pour envoyer des commandes et recevoir des informations du ROBOT PRINTER.

La **figure 2** ci-dessous représente deux ROBOTS PRINTER qui coopèrent pour imprimer une maquette réduite d'un modèle d'avion.

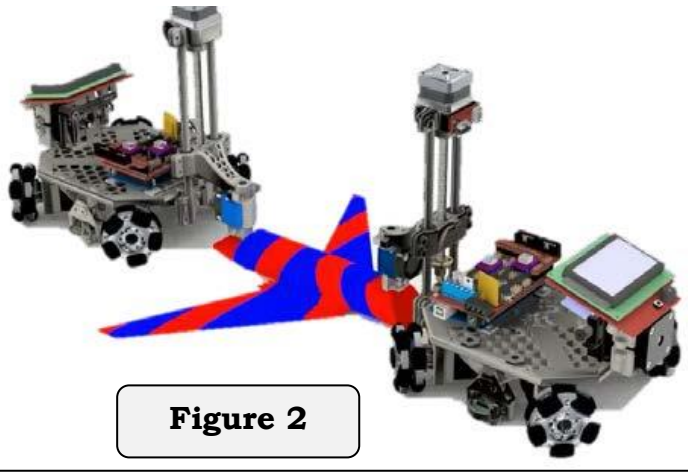
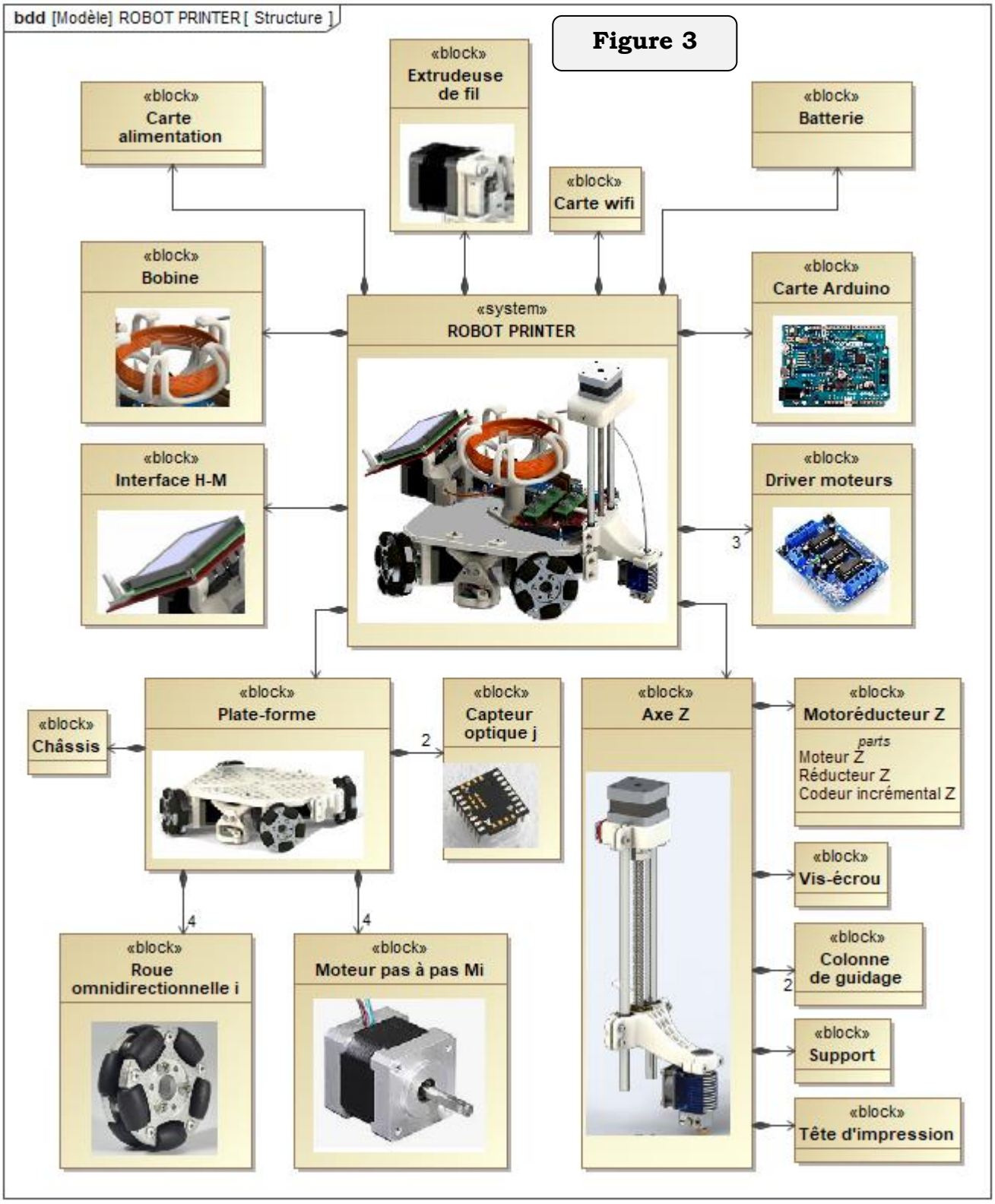


Figure 2

Pendant la phase d'impression, le ROBOT PRINTER doit offrir à la tête d'impression les mêmes mouvements qu'offre une imprimante 3D classique : Translations suivant $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$.
Les translations suivant $\vec{x}$ et $\vec{y}$ sont assurées par la plate-forme, tandis que La translation suivant l'axe vertical $\vec{z}$, est assurée par l' «Axe Z». **Le document annexe 1** représente le diagramme des exigences du ROBOT PRINTER.

La **figure 3** ci-dessous représente le diagramme de définition de blocs du ROBOT PRINTER.



I- ETUDE DE L'exigence 1.4.2 « Déplacement vertical »

I-1 Etude fonctionnelle et structurelle de l'Axe Z

La **figure 4** ci-dessous représente le diagramme de blocs internes relatif à l' « Axe Z ».

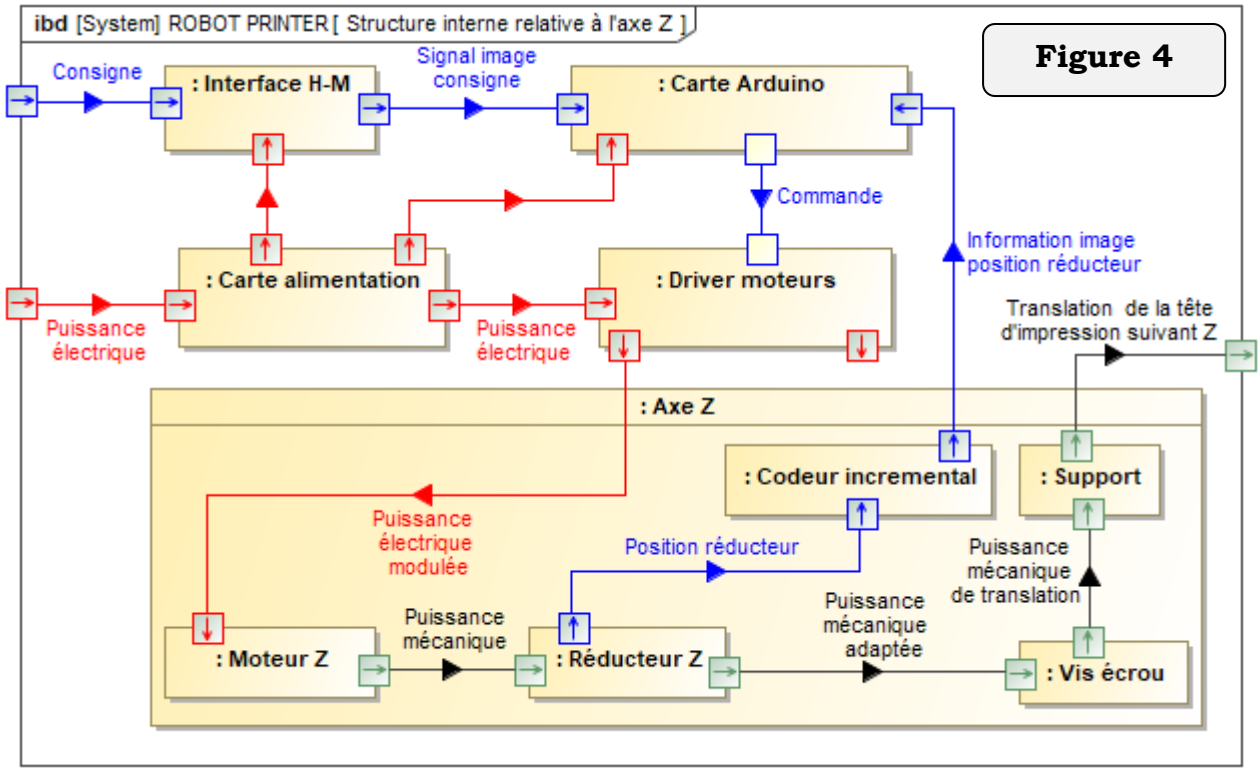


Figure 4

Question 4 :
Sur le **document réponse DR2** compléter les zones manquantes de la chaine fonctionnelle de l' «Axe Z ».

I-2 Etude de l'exigence 1.4.2.1 « Asservissement de l'axe Z »

Pour positionner verticalement avec précision la tête d'impression, on doit asservir l' «Axe Z» en position. Le schéma bloc de la **figure 5** suivante décrit le principe de cet asservissement.

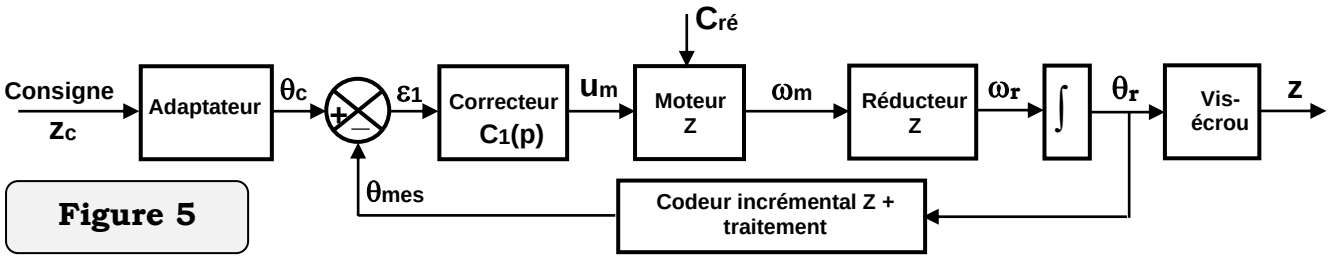


Figure 5

z_c : consigne de position de la tête d'impression.

θ_c : consigne de position angulaire.

θ_{mes} : position angulaire mesurée de l'arbre de sortie du réducteur Z par le codeur incrémental Z après traitement.

u_m : tension de commande du moteur.

$C_{ré}$: Couple résistant perturbateur ramené sur l'arbre moteur.

ω_m : vitesse angulaire du moteur.

ω_r : vitesse angulaire de l'arbre de sortie du réducteur.

$N = \omega_r / \omega_m$: rapport de réduction du réducteur.

θ_r : position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur.

z : position réelle de la tête d'impression.

On notera **u(t)** la fonction échelon unitaire (fonction de Heaviside). La transformée de Laplace d'une fonction **f(t)** sera notée **F(p)**.

I-2-1 Modélisation du moteur électrique à courant continu :

Les équations régissant le comportement du moteur sont :

$u_m(t) = e(t) + R.i(t)$ (1) ; $e(t) = k.\omega_m(t)$ (2) ; $C_m(t) = k.i(t)$ (3) ;

$J_e \dfrac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_{ré}(t) - f.\omega_m(t)$ (4)

R : résistance de l'induit ; k : constante de couplage ; f : coefficient de frottement visqueux équivalent, ramené au moteur ; J_e : moment d'inertie équivalent, ramené au moteur. **La figure 6** suivante représente le schéma bloc du moteur :

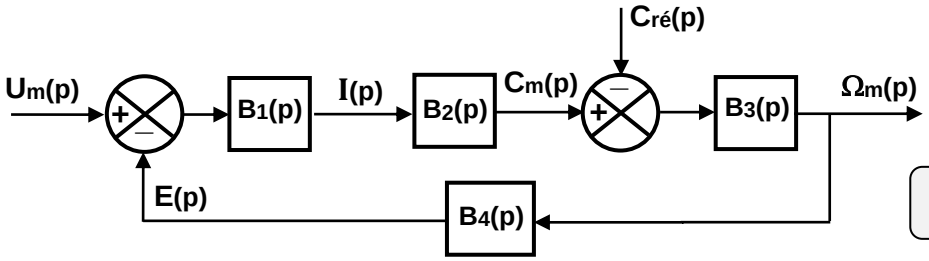


Figure 6

Question 5 :

a) En supposant les conditions initiales nulles (conditions de Heaviside), écrire les transformées de Laplace des équations (1), (2), (3) et (4). En déduire les expressions des blocs $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$.

b) En supposant $C_{ré}(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert du moteur :

$H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \dfrac{K_m}{1 + T_m.p}$, indiquer les expressions de K_m et T_m.

I-2-2 Etude de l'asservissement de position de la tête d'impression :

Le schéma bloc de la **figure 5 page 4** devient celui de la **figure 7** suivante :

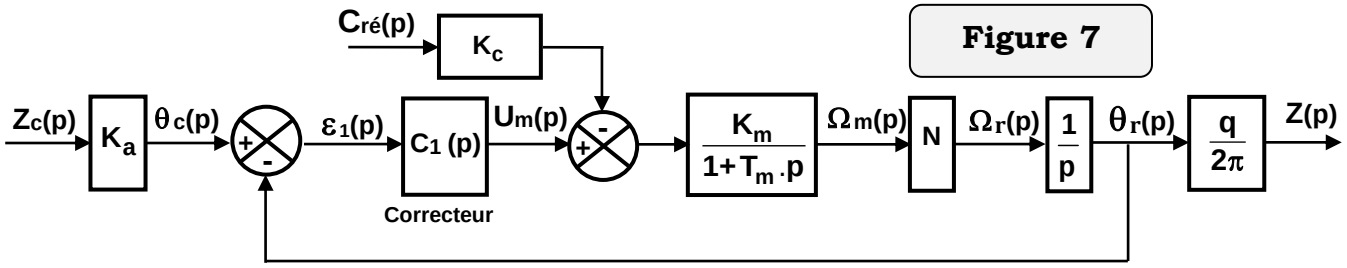


Figure 7

q représente le pas du filetage du système vis-écrou.

Question 6 :

a) Justifier le bloc 1/p entre $\Omega_r(p)$ et $\theta_r(p)$.

b) Déterminer K_a en fonction de q tel que pour $z = z_c$ on doit avoir $\varepsilon_1 = 0$.

Le schéma bloc de l'asservissement de position de la **figure 7** est transformé à celui de la **figure 8** suivante.

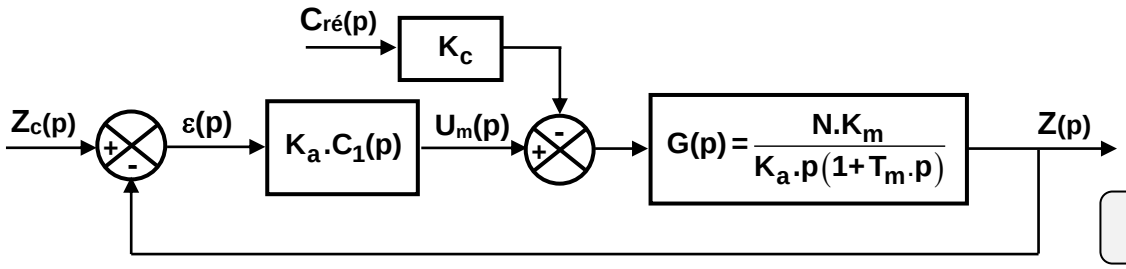


Figure 8

On prend dans un premier temps le correcteur $C_1(p)=K_1$ (*Correcteur proportionnel*).

Question 7 :

a) En prenant $C_{ré}(p)=0$, quelle est la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) notée $H_{BO1}(p)$? En donner l'ordre, le gain K_{BO1} et la classe.

b) En prenant $C_{ré}(p)=0$, quelle est l'erreur statique $\varepsilon_{c\infty}$ de l'asservissement à une consigne en échelon unitaire ? Conclure vis-à-vis de l'exigence 1.4.2.1.1

c) En prenant $Z_c(p)=0$, exprimer l'écart $\varepsilon(p)$ noté $\varepsilon_{per}(p)$ en fonction de K_a, K_1, K_c, $G(p)$ et $C_{ré}(p)$.

d) En déduire l'erreur statique $\varepsilon_{per\infty}$ à un couple perturbateur sous forme d'un échelon d'amplitude C_0 ; ($C_{ré}(t)=C_0.u(t)$). Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On insère par la suite dans l'asservissement de position un asservissement de vitesse du moteur, le schéma bloc devient celui de la **figure 9** suivante.

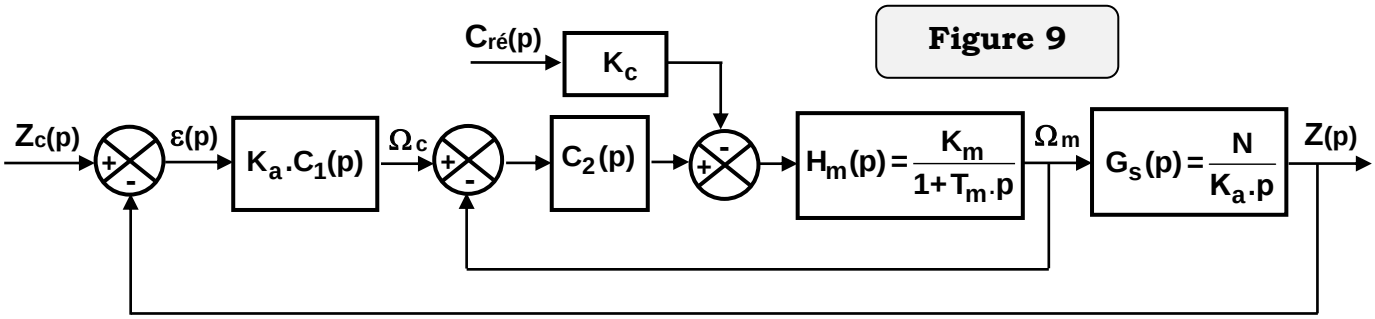


Figure 9

On choisit les correcteurs : $C_1(p)=K_1$ (correcteur proportionnel) et $C_2(p)=\dfrac{K_2}{p}$ (Correcteur intégrateur pur).

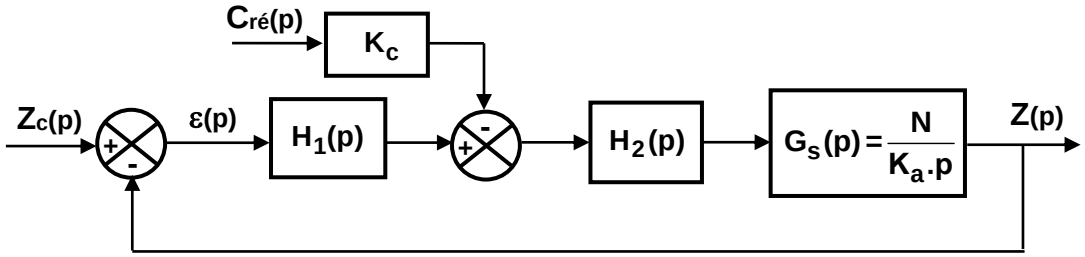
Question 8 : Pour $C_{ré}(p)=0$,

a) Déterminer sous forme canonique la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement de vitesse : $H_{BFV}(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}=\dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_n}p+\dfrac{1}{\omega_n^2}p^2}$.

b) Déterminer K_2 en fonction de K_m et T_m pour que la réponse indicielle de l'asservissement de vitesse soit la plus rapide possible mais sans dépassement.

c) La nouvelle FTBO devient $H_{BO2}(p)=\dfrac{Z(p)}{\varepsilon(p)}=\dfrac{K_{BO2}}{p(1+\mu.T_m.p)^2}$, préciser l'expression du gain K_{BO2} et la valeur numérique de μ .

Le schéma bloc de la **figure 9** peut se transformer comme ci-après.



Question 9 :

a) Donner les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ (on peut répondre sans justifier).

b) Donner alors à nouveau l'erreur statique $\varepsilon_{per\,\infty}$ de l'asservissement de position à un couple perturbateur sous forme d'un échelon d'amplitude C_0 ; $(C_{ré}(t)=C_0.u(t))$.

Conclure.

Pour la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissent de position de la tête d'impression, on prend $H_{BO2}(p)=\dfrac{Z(p)}{\varepsilon(p)}=\dfrac{0.1K_1}{p(1+0.05p)^2}$.

Question 10 :

a) Sur le **document réponse DR3**, pour $K_1=1$ tracer les diagrammes de Bode (Diagrammes asymptotiques et courbes réelles) de la FTBO $H_{BO2}(p)$.

b) Représenter et donner les valeurs des marges de phase MP_1 et de gain MG_1.

c) Justifier que pour $K_1=1$ l'exigence de rapidité n'est pas satisfaite.

d) Déterminer la valeur de K_1 qui respecte l'exigence de la rapidité. Donner alors la nouvelle marge de phase du système notée MP_2.

e) Conclure quant à l'aptitude du correcteur proportionnel à respecter à la fois les exigences de stabilité et rapidité.

On choisit maintenant un correcteur $C_1(p)$ à avance de phase $C_1(p)=K_d\dfrac{1+T_d.p}{1+a.T_d.p}$ avec a < 1.

La **figure A51 du document annexe 5** représente les diagrammes de Bode de $C_1(p)$.
La nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissent de position de la tête d'impression devient : $H_{BO3}(p)=C_1(p).H_{BO2}(p)=K_d\left(\dfrac{1+T_d.p}{1+a.T_d.p}\right)\left(\dfrac{0.1}{p.(1+0.05p)^2}\right)$ ($K_1=1$)

On veut satisfaire le cahier des charges à la fois en termes de rapidité et stabilité.

Question 11 :

a) Donner la valeur de φ_m qui permet de satisfaire à la fois les exigences de rapidité et stabilité.

b) En déduire les valeurs du paramètre « a » et de la constante du temps T_d .

c) Déterminer la valeur de K_d pour satisfaire l'exigence de rapidité.

La **figure R41 du document réponse DR4** représente la réponse à une consigne de position en échelon unitaire de l'asservissement de position corrigé par le correcteur $C_1(p)$ trouvé.
Le **document réponse DR5** représente les diagrammes de Bode de $H_{BO3}(p)$.

Question 12 :

a) Représenter sur Le **document réponse DR5** les marges de phase MP_3 et de gain MG_3 du système puis indiquer leurs valeurs. Conclure.

b) Sur La **figure R41** du **document réponse DR4** établir le tracé nécessaire pour déterminer le temps de réponse à 5% de l'asservissement. Donner sa valeur.

c) Sur la même figure conclure quant à l'exigence d'amortissement.

II- ETUDE DE L'EXIGENCE 1.1.1 « Direction »

Dans cette partie, on va vérifier l'aptitude du ROBOT PRINTER à suivre une direction quelconque dans son mouvement par rapport au sol. Le **document annexe 2** représente le diagramme de blocs internes relatif à la plate-forme.

Les roues utilisées sont omnidirectionnelles : Chaque roue (photo ci-contre) est constituée de deux parties cylindriques, sur chaque partie sont montés des galets uniformément répartis qui sont libres en rotation autour de leurs axes.
Les deux parties sont montées en décalage de telle sorte que pendant la rotation de la roue on obtient toujours le contact entre l'un des galets et le sol.



La plate-forme est représentée par les schémas du **document annexe 4**. Les données de paramétrage sont celles du **document annexe 3**.

Pour faciliter la modélisation, chaque galet (g_i) est ramené dans le plan médian vertical de la roue (i), ceci aura peu d'incidence sur l'étude qui suit.

La **figure 10** page suivante représente le système coté roue (1) vu suivant $\vec{u}_1$, faisant apparaitre l'angle $\beta_1 = (\vec{v}_1, \vec{k}_1)$.

Le torseur cinématique du châssis (5) dans son mouvement par rapport au sol (0) est :

$$\{\mathcal{V}(5/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(5/0) = \Omega\vec{z} \\ \overrightarrow{V}(C \in 5/0) = V_x\vec{x} + V_y\vec{y} \end{array} \right\}_C$$

Question 13 :

a) Déterminer en fonction de a , b , Ω , V_x et V_y le vecteur vitesse $\overrightarrow{V}(A_1 \in 5/0)$.

b) Donner les vecteurs rotations $\overrightarrow{\Omega}(1/0)$ et $\overrightarrow{\Omega}(g_1/0)$.

c) Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{V}(B_1 \in 1/0)$.

d) Déterminer l'expression du vecteur vitesse de glissement $\overrightarrow{V}(I_1 \in g_1/0)$.

e) En traduisant le roulement sans glissement du galet (g_1) sur le sol (0) au point I_1 écrire en projection sur la base $(\vec{x},\vec{y})$ deux équations scalaires liant a , b , Ω , V_x , V_y , c_1 , d_1 , ω_1 , ω_{g1} , β_1 et α_1.

f) Sachant que $\alpha_1 = 45°$, montrer alors que : $V_x - V_y - (a+b)\Omega - R\,\omega_1\sqrt{2} = 0$

$\overrightarrow{CA_1} = a\vec{x} + b\vec{y}$

$\overrightarrow{B_1A_1} = c_1\vec{z}$

$\overrightarrow{I_1B_1} = d_1\vec{z}$

$c_1 + d_1 = R = cste \quad \forall\ \beta_1$

$\overrightarrow{\Omega}(1/5) = \omega_1\vec{u}_1$

$\overrightarrow{\Omega}(g_1/1) = \omega_{g1}\vec{k}_1$

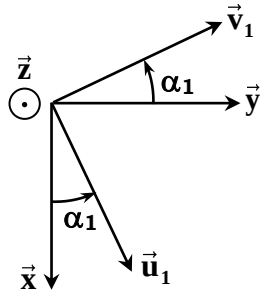
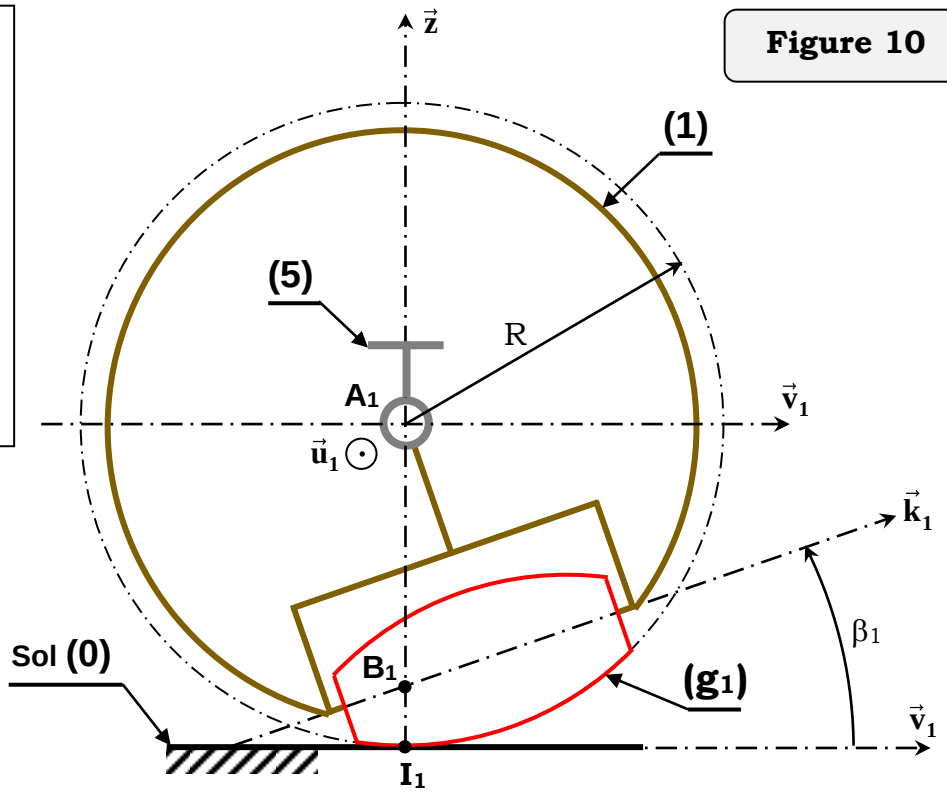


Figure 10



Sachant que $\alpha_4 = \alpha_2 = -\alpha_3 = -\alpha_1 = -45°$ et en traduisant de plus les roulements sans glissement aux points I_2, I_3 et I_4 on obtient, sous forme matricielle, pour la plate-forme le modèle cinématique inverse suivant :

$$\begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_2\\ \omega_3\\ \omega_4\end{pmatrix} = \frac{1}{R\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & -1 & -(a+b)\\ -1 & -1 & a+b\\ 1 & -1 & a+b\\ -1 & -1 & -(a+b)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}V_x\\ V_y\\ \Omega\end{pmatrix}$$

A partir donc du mouvement souhaité pour la plate-forme (V_x, V_y, Ω), on peut déterminer les consignes de vitesses angulaires ω_i à imposer à chaque roue (i).

Question 14 :
Sur le **document réponse DR6** compléter le tableau décrivant quelques cas de mouvements imposés à la plate-forme.

On suppose pour la suite du sujet que **chaque galet (g_i) roule sans glisser sur le sol (0) au point I_i**.

III- ETUDE DES EXIGENCES 1.2 ET 1.3 « Glissement et Basculement »

III-1 Etude introductive

On renomme **(5)** = **(**Châssis, parties fixes (stators) des 4 moteurs pas à pas (Mi), Bobine de fil, Extrudeuse, Axe Z, Capteurs optiques et tout ce qui est embarqué, par le ROBOT PRINTER**)**.

En plus, la tête d'impression est considérée fixe par rapport à (5) et elle est supposée dans la position la plus haute : Position qui favorise le basculement.

Le ROBOT PRINTER est représenté par les schémas du **document annexe 4**. Les données de paramétrage et d'inertie sont celles du **document annexe 3**.

On rappelle que Le torseur cinématique de (5) dans son mouvement par rapport au sol (0) est :

$$\{\mathcal{V}(5/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(5/0) = \Omega\vec{z} \\ \overrightarrow{V}(C \in 5/0) = V_x\vec{x} + V_y\vec{y} \end{array}\right\}_C$$

Question 15 :

a) Déterminer le moment cinétique au point A_1 de la roue (1) dans son mouvement par rapport au sol (0) : $\overrightarrow{\sigma_{A1}}(1/0)$.

b) En déduire le moment cinétique au point A_{12} de la roue (1) dans son mouvement par rapport au sol (0) : $\overrightarrow{\sigma_{A12}}(1/0)$.

c) Dans le cas où $\omega_1 = \omega_2 = -\omega$ et $\Omega = 0$, déterminer dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, la somme des moments cinétiques au point A_{12} des roues (1) et (2) dans leurs mouvements par rapport au sol (0) : $\overrightarrow{\sigma_{A12}}(1/0) + \overrightarrow{\sigma_{A12}}(2/0)$ (On rappelle que $\alpha_2 = -\alpha_1 = -45°$)

- L'action mécanique du sol (0) sur chaque galet (g_i) au point I_i est :

$$\{\tau(0 \to g_i)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{R(0 \to g_i)} = T_{ui}\vec{u}_i + T_{vi}\vec{v}_i + N_i\vec{z} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{Ii}$$

- L'action mécanique de chaque moteur (Mi) monté entre le châssis (5) et la roue (i) sur la roue (i) est représentée par un torseur couple de moment $C_{mi}\vec{u}_i$.

La **figure A52 du document annexe 5** représente le graphe d'analyse des actions mécaniques du ROBOT PRINTER.

Question 16 :

a) En isolant le galet (g_1), monter que $T_{u1} = 0$.

b) En isolant l'ensemble $\Sigma_1 = \{1, g_1\}$ et en **ne développant aucun calcul**, donner l'**unique** équation scalaire issue des théorèmes généraux de la dynamique qui déterminera le couple moteur C_{m1} en fonction de T_{v1} et des données du problème.

III-2 Etude des exigences glissement et basculement

On se place dans le cas où le ROBOT PRINTER est en mouvement de **translation suivant** $\vec{y}$:

$$\{\mathcal{V}(5/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(5/0) = \vec{0} \\ \overrightarrow{V}(C \in 5/0) = V_y\vec{y} = V\vec{y} \end{array}\right\}_C$$

Dans ce cas, on aura : $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = -\omega = \dfrac{-V}{R\sqrt{2}}$ avec $\boldsymbol{\omega > 0}$.

Et par raison de symétrie on a : $N_1 = N_2$ et $N_3 = N_4$.

De plus, les couples moteurs sont tels que $C_{m1} = C_{m2} = C_{m3} = C_{m4} = -C_m$, on aura donc : $T_{v1} = T_{v2} = T_{v3} = T_{v4} = T$

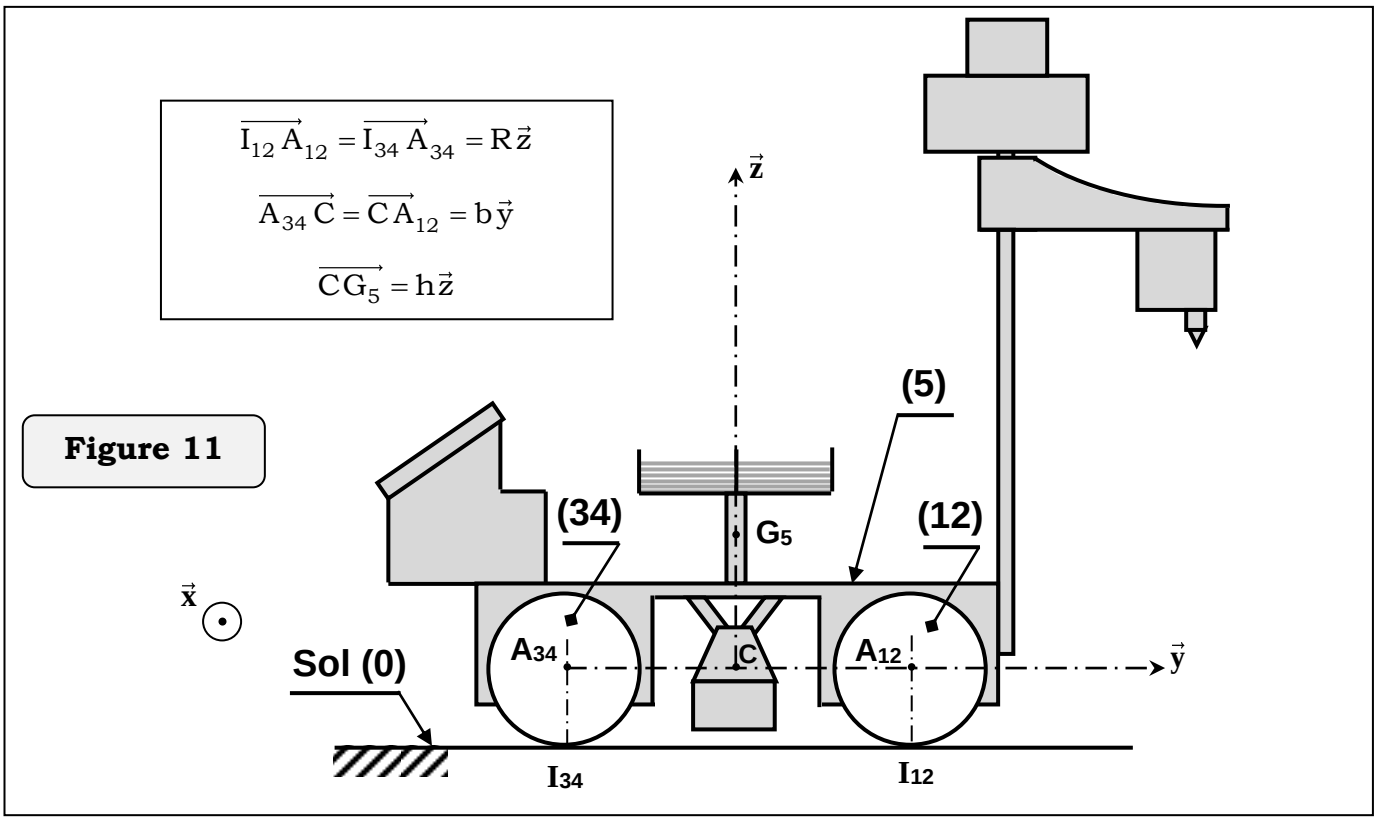
Dans ces conditions, tenant compte de l'étude introductive précédente, on peut se ramener au système plan **EQUIVALENT** représenté par la **figure 11** ci-dessous, qui est constitué de :

- Solide (5) : Précédemment défini, de masse M_5 et de centre d'inertie G_5 ;
- Solide (12) : masse 2m , centre d'inertie A_{12} avec $\overrightarrow{V}(A_{12} \in 12/0) = V\vec{y}$, moment cinétique au point A_{12} dans son mouvement par rapport à (0) : $\overrightarrow{\sigma_{A12}}(12/0) = -J_u.\omega.\sqrt{2}\ \vec{x}$;
- Solide (34) : masse 2m , centre d'inertie A_{34} avec $\overrightarrow{V}(A_{34} \in 34/0) = V\vec{y}$, moment cinétique au point A_{34} dans son mouvement par rapport à (0) : $\overrightarrow{\sigma_{A34}}(34/0) = -J_u.\omega.\sqrt{2}\ \vec{x}$.

Les actions mécaniques du sol (0) sur (12) et sur (34) sont respectivement modélisées par :

$$\{\tau(0\to12)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R(0\to12)} = T\sqrt{2}\,\vec{y} + 2N_1\vec{z} \\ \vec{0}\end{array}\right\}_{I_{12}} \quad \text{et} \quad \{\tau(0\to34)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R(0\to34)} = T\sqrt{2}\,\vec{y} + 2N_3\vec{z} \\ \vec{0}\end{array}\right\}_{I_{34}}.$$

NOTA : Le système **EQUIVALENT** est utilisé ici seulement pour la **détermination** des composantes T, $N_1 = N_2$ et $N_3 = N_4$.



Question 17 :

a) Déterminer les deux équations scalaires issues de l'application du théorème de la résultante dynamique à l'ensemble ROBOT PRINTER $E = \{5,12,34\}$ dans son mouvement par rapport au sol (0).

b) Déterminer l'équation scalaire issue du TMD au point G_5 appliqué à l'ensemble ROBOT PRINTER $E = \{5,12,34\}$ dans son mouvement par rapport au sol (0).

Pour les efforts N_1 et N_3 on trouve : $N_1 = \frac{M_T g}{4} - K\frac{dV}{dt}$ et $N_3 = \frac{M_T g}{4} + K\frac{dV}{dt}$ avec K une constante positive qu'on supposera **connue**.

On suppose que l'accélération $\frac{dV}{dt}$ est une constante positive.

Question 18 :

a) Donner l'expression de l'accélération limite $a_{basc} = \left.\frac{dV}{dt}\right|_{basc}$ qu'il ne faut pas atteindre pour éviter tout risque de basculement du ROBOT PRINTER.

b) On suppose que $\frac{dV}{dt} < a_{basc}$ et on note f le coefficient de frottement entre chaque galet (g_i) et le sol (0), déterminer l'accélération limite $a_{gliss} = \left.\frac{dV}{dt}\right|_{gliss}$ qu'il ne faut pas atteindre pour éviter le glissement en chaque point I_i du galet (g_i) sur le sol (0).

En développant les calculs de la **question 16-b**, et en tenant compte de la condition $\frac{dV}{dt} < \min(a_{gliss}, a_{basc})$, on peut déterminer le couple C_m à appliquer par chaque moteur (M_i) en fonction de $\frac{dV}{dt}$ (dimensionnement des moteurs (M_i)).

IV- ETUDE DE L'EXIGENCE 1.4.1 « Déplacement horizontal »

On se propose de valider l'exigence 1.4.1.1 « Comportement en vitesse ». En imposant au ROBOT PRINTER une consigne en échelon de vitesse d'amplitude $V_0 = 0.1m/s$ dans le but d'obtenir sa translation suivant $\vec{y}$. On a effectué la mesure de sa vitesse V pendant 20 secondes, ci-dessous le résultat (**figure 12)**.

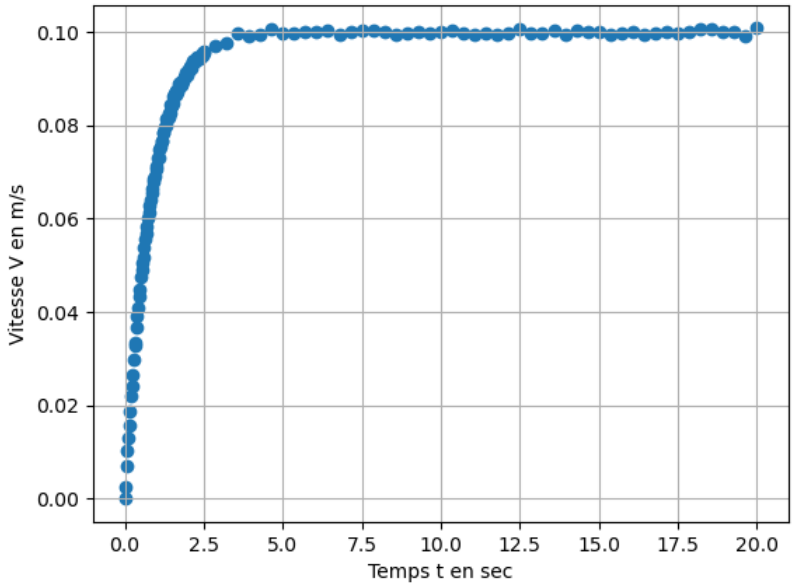
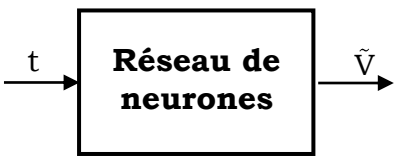
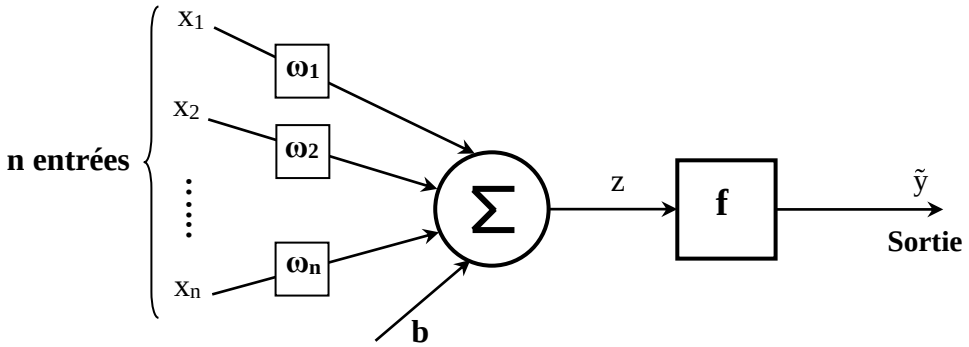


Figure 12

L'objectif est d'obtenir le modèle de comportement en vitesse du robot à l'aide d'un réseau de neurones (**figure ci-contre**).
En notant $\tilde{V}$ la vitesse prédite en sortie du réseau, on cherche à minimiser l'écart entre $\tilde{V}$ et la vitesse réelle V du robot et ce à chaque instant.



Le fonctionnement d'un neurone (perceptron) est rappelé ci-après.



Pour établir sa sortie $\tilde{y}$ en fonction de ses entrées x_1 , x_2 , ... et x_n le neurone calcule dans un premier temps la somme $z = b + \sum_{i=1}^{n} \omega_i x_i$ puis applique à z la fonction f dite d'**activation** ce qui donne la sortie $\tilde{y} = f(z) = f\left(b + \sum_{i=1}^{n} \omega_i x_i \right)$. Les ω_i sont les **poids** et b le **biais** du neurone.

Pour prédire la vitesse du robot, on tente avec le réseau de neurones (d'entrée le temps t et de sortie la vitesse $\tilde{V}$) représenté par la **figure 13** suivante.

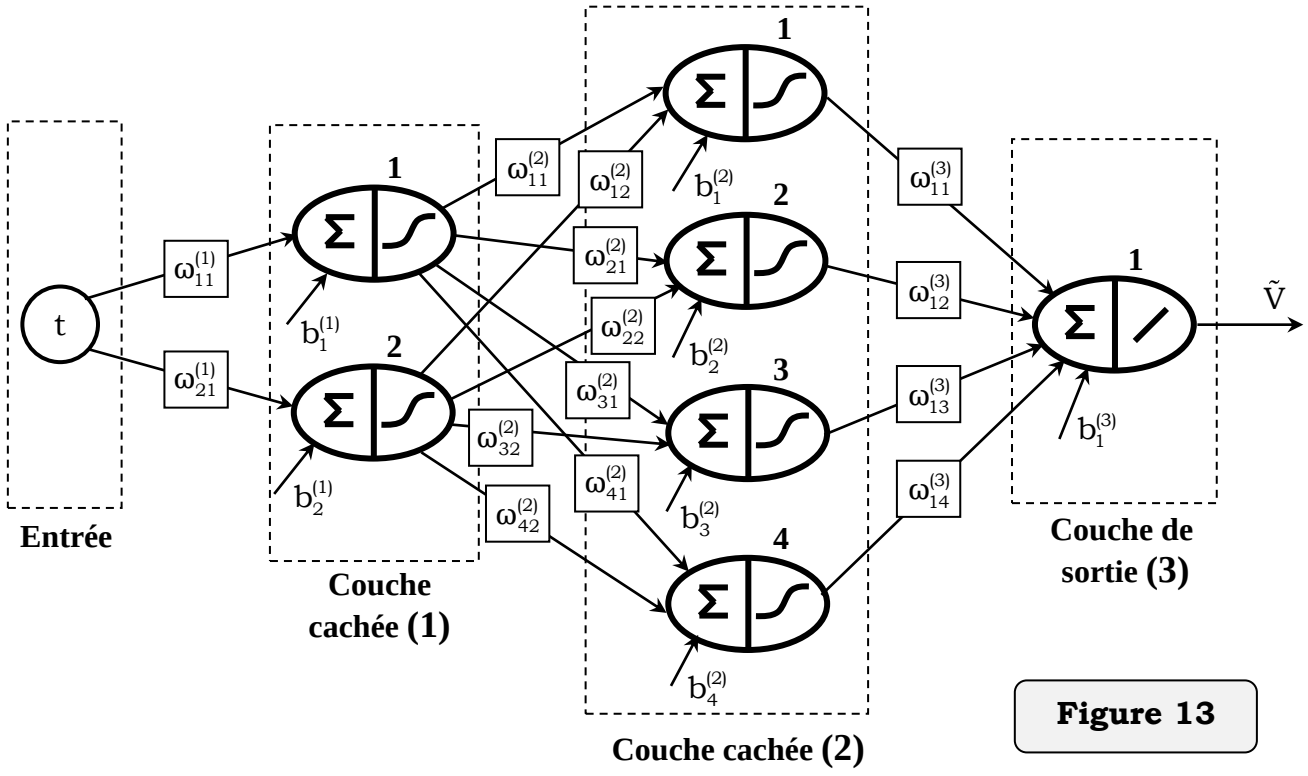


Figure 13

Le réseau est constitué de 3 couches : couche cachée (1), couche cachée (2) et la couche de sortie (3). Ces trois couches sont respectivement constituées de 2, 4 et 1 neurones.
Les neurones des couches cachées (1) et (2) utilisent comme fonction d'activation la tangente hyperbolique : $f(z) = \tanh(z) = \dfrac{e^{z} - e^{-z}}{e^{z} + e^{-z}}$ par contre le neurone de la couche de sortie utilise la fonction identité : $f(z) = \text{identity}(z) = z$.

Pour déterminer la sortie $\tilde{V}$ en fonction du temps t, la première couche (1) détermine ses sorties $a_1^{(1)}$ et $a_2^{(1)}$ (sorties des neurones 1 et 2 de cette couche) en fonction de l'entrée t qui deviendront par la suite les entrées de la deuxième couche (2) et ainsi de suite jusqu'à arriver à la couche de sortie (3) pour laquelle la sortie $a_1^{(3)} = \tilde{V}$.

Question 19 :

On considère la couche cachée (2) :

a) Etablir les expressions des sorties $a_i^{(2)}$ ($a_1^{(2)}$, $a_2^{(2)}$, $a_3^{(2)}$ et $a_4^{(2)}$) en fonction des poids $\omega_{ij}^{(2)}$ et des biais $b_i^{(2)}$ de cette couche et des sorties $a_1^{(1)}$ et $a_2^{(1)}$ de la couche (1).

b) On note $A^{(2)} = \begin{pmatrix} a_1^{(2)} \\ a_2^{(2)} \\ a_3^{(2)} \\ a_4^{(2)} \end{pmatrix}$, $A^{(1)} = \begin{pmatrix} a_1^{(1)} \\ a_2^{(1)} \end{pmatrix}$ et $B^{(2)} = \begin{pmatrix} b_1^{(2)} \\ b_2^{(2)} \\ b_3^{(2)} \\ b_4^{(2)} \end{pmatrix}$. On propose l'écriture matricielle $A^{(2)} = \tanh\left(W^{(2)}.A^{(1)} + B^{(2)}\right)$, donner l'expression de la matrice des poids $W^{(2)}$.

La relation matricielle $A^{(k)} = f\left(W^{(k)}.A^{(k-1)} + B^{(k)}\right)$ est valable pour toute couche (k) en adaptant la fonction d'activation f pour cette couche.

c) En utilisant cette relation matricielle, décrire brièvement comment peut-on déterminer la sortie $\tilde{V}$ du réseau de neurones en fonction de son entrée t.

Le tracé de la **figure 12 page 12** a été obtenu à partir du fichier V-mesures.txt dans lequel on a enregistré les mesures de la vitesse V du robot en fonction du temps t. Ci-contre l'extrait des 5 premières lignes de ce fichier.

```
0.0;0.0
0.028089887640;0.002654032320
0.056179775281;0.006925587292
0.084269662921;0.010289094316
0.112359550562;0.013101745858
```

Essayons maintenant de déterminer notre réseau de neurones par la classe **MLPRegressor** (*Multi-Layer Perceptron Regressor*) définie dans le module ***sklearn.neural_network*** qui fournit une implémentation du réseau de perceptrons (neurones) multi couches pour la régression.

Sur le **code Python** du **document annexe 6**, les lignes 4 à 23 qui ne sont pas mentionnées, concernent l'extraction de la base de données depuis le fichier V-mesures.txt puis leurs répartitions en données d'entrainement et en données de test :

- Les données d'entrainement du temps et de vitesse sont respectivement mises dans les tableaux 1D : `Ttrain` et `Vtrain` . Ces données vont servir à entrainer le modèle.
- Les données de test du temps et de vitesse sont respectivement mises dans les tableaux 1D : `Ttest` et `Vtest` . Ces données vont servir à tester et valider le modèle.

Question 20 :

a) Proposer si le type d'apprentissage est supervisé ou non supervisé et le type du modèle si régression ou classification.

b) Quelle est le nombre total des lignes de la base de données ?

c) La ligne 42 du code retourne `0.9995664`, la **figure 14** page 15 représente les tracés des vitesses `Vtest` et `V_pred_train`. Que pensez-vous de la qualité de prédiction ?

La ligne 50 du code retourne :
```
[[ 0.03810703 -0.32368475 -0.41835073 -0.01958574]
 [-0.45762549 -0.46171593  0.24143     0.07087906]]
```

Question 21 :

a) Que doit être la relation entre la matrice des poids $W^{(2)}$ exprimée à la **question 19-b** et W2 fournie par le code ?

b) Proposer les deux lignes de code permettant de récupérer le tableau des poids W3 et le tableau des biais B3 de la couche de sortie (3).

On rappelle qu'en utilisant le module `numpy` :

- `np.dot(X,Y)` retourne le produit matriciel des matrices (tableaux) `X` et `Y` **(**produit scalaire si `X` et `Y` sont des tableaux 1D**)** ;
- `X.T` retourne la matrice (tableau) transposée de `X` ;
- `np.tanh(X)` retourne la tangente hyperbolique de tous les éléments de la matrice (tableau) `X`.

Les lignes de code 57 à 68 concernent notre propre fonction `prediction(t_test)` qui doit :

- Prendre en argument `t_test` qui est un float (le temps) ;
- Renvoyer la vitesse prédite pour `t_test`.

Question 22 :

a) Recopier puis compléter les lignes 61 , 65 et 67 du code.

b) Donner la ligne 69 du code qui permet d'afficher la vitesse prédite en utilisant la fonction `prediction` pour `t = 0.8`

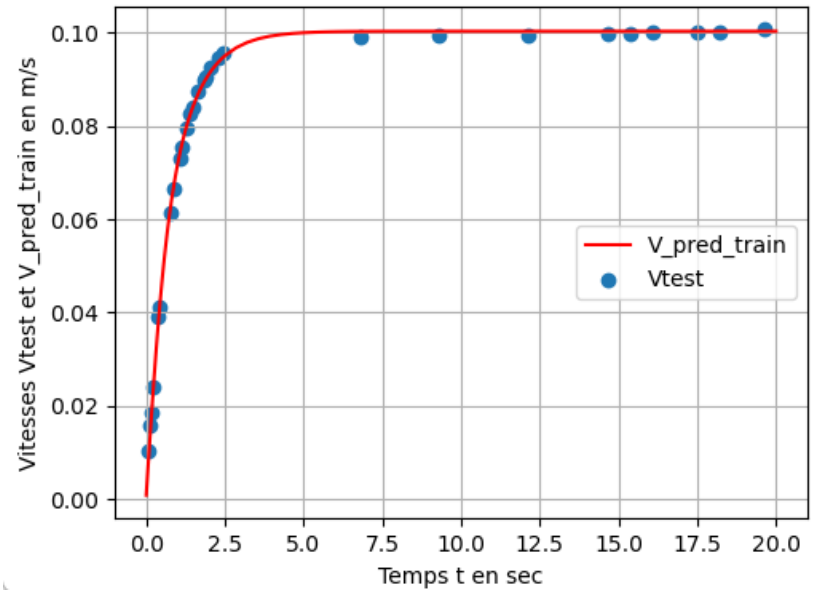


Figure 14

Question 23 :

Comparer le modèle simulé par le réseau de neurones **figure R42 du document réponse DR4**, le modèle expérimental **figure 12 page 12** et l'**exigence 1.4.1.1** du cahier des charges.

V- ETUDE DE L'EXIGENCE 1.4.3 « Orientation plate-forme »

V-1 Etude introductive

On se place dans le cas où le ROBOT PRINTER est en mouvement de **rotation** autour de l'axe $(C,\vec{z})$ **fixe** par rapport au sol (0) : $\{\mathcal{V}(5/0)\} = \left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{\Omega}(5/0) = \Omega\vec{z} \\ \overrightarrow{V}(C \in 5/0) = \vec{0}\end{array}\right\}_C$.

On aura dans ce cas : $\omega_1 = -\omega_2 = -\omega_3 = \omega_4 = -\omega = \dfrac{-\Omega(a+b)}{R\sqrt{2}}$ avec **$\omega > 0$**.

Le système est représenté par les schémas du **document annexe 4**. Les données de paramétrage et d'inertie sont celles du **document annexe 3**.

Le graphe d'analyse des actions mécaniques du ROBOT PRINTER est celui de la **figure A52 du document annexe 5**. La tête d'impression est supposée fixe par rapport à (5).

- On tient compte de la déformation de chaque galet (g_i) au niveau de son contact avec le sol (0), donc chaque liaison ponctuelle du graphe d'analyse des actions mécaniques sera remplacée par un contact surfacique (suivant une petite surface) et on a toujours roulement sans glissement en chaque point I_i. L'action mécanique du sol (0) sur chaque galet (g_i) est alors modélisée à nouveau par le torseur :

$$\{\tau(0 \to g_i)\} = \left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{R(0 \to g_i)} = T_{vi}\,\vec{v}_i + N_i\,\vec{z} \\ \overrightarrow{M_{Ii}(0 \to g_i)} = \varepsilon_i\,\lambda\,N_i\,\vec{u}_i\end{array}\right\}_{Ii}$$

  λ : coefficient de résistance au roulement homogène à une distance.

  Et on a $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = \sum_{i=1}^{4} N_i = M_T\,g$ et $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1$

- L'action mécanique appliquée par le moteur (Mi) sur la roue (i) est représentée par un torseur couple de moment $C_{mi}\,\vec{u}_i$ avec :

$$C_{m1} = -C_{m2} = -C_{m3} = C_{m4} = -C_m \quad \text{avec} \quad \mathbf{C_m > 0}$$

On note **E** = l'ensemble ROBOT PRINTER : **E = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , Galets (g_i) , Moteurs (Mi)}**.

Question 24 :

a) Donner L'énergie cinétique du solide (5) dans son mouvement / à (0) : $E_C(5/0)$.

b) Déterminer en fonction de m , a , b , J_u , J_v , ω et Ω , l'énergie cinétique de la roue (1) dans son mouvement / à (0) : $E_C(1/0)$.

c) En déduire l'énergie cinétique de l'ensemble E dans son mouvement / à (0). Donner son expression sous la forme $E_c(E/0) = \dfrac{1}{2}\left(4J_{éq}\omega^2\right)$, avec $J_{éq}$ fonction de J_5 , J_u , J_v , m , a , b et R. Que représente $J_{éq}$?

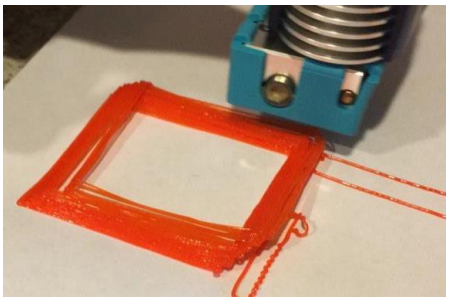
d) Déterminer les puissances Galiléennes des actions mécaniques extérieures à l'ensemble E.

e) Déterminer les puissances des actions mécaniques intérieures à l'ensemble E.

f) Appliquer à E, le théorème de l'énergie cinétique dans son mouvement / à (0), En déduire une équation de type : $J_{éq}\dfrac{d\omega}{dt} = C_m - C_{ré}$, préciser l'expression de $C_{ré}$.

Cette dernière équation servira pour une éventuelle modélisation de chaque moteur (M_i) dans le cadre de l'asservissement du ROBOT PRINTER en orientation autour de l'axe $(C,\vec{z})$.

V-2 Mise en évidence de l'exigence 1.4.3.1 « Asservissement en orientation »



Les moteurs pas à pas commandés par les drivers moteurs actuels sont précis, ils ne nécessitent pas d'asservissement. Bien que le ROBOT PRINTER soit dimensionné pour éviter tout risque de glissement et de basculement, le glissement se produit encore occasionnellement en raison d'un **contact imparfait** entre les roues et le sol, ce qui cause au fil du temps une rotation parasite $\Delta\theta$ de la plate-forme autour de l'axe $(C,\vec{z})$ qui entraîne une dégradation de la précision d'impression comme la montre la photo ci-contre (le robot est en train d'imprimer une pièce carrée).

Pour mettre en évidence ce problème, on va mener par une approche globale, l'étude de l'hyperstatisme du système pour laquelle on rappelle que tous les solides sont considérés sans masses et que toutes les liaisons sont prises parfaites (sans frottement, sans jeu et indéformables).
On considère le schéma cinématique spatial du **document annexe 4** pour lequel le graphe des liaisons est représenté sur la **figure A52 du document annexe 5**.

Question 25 :

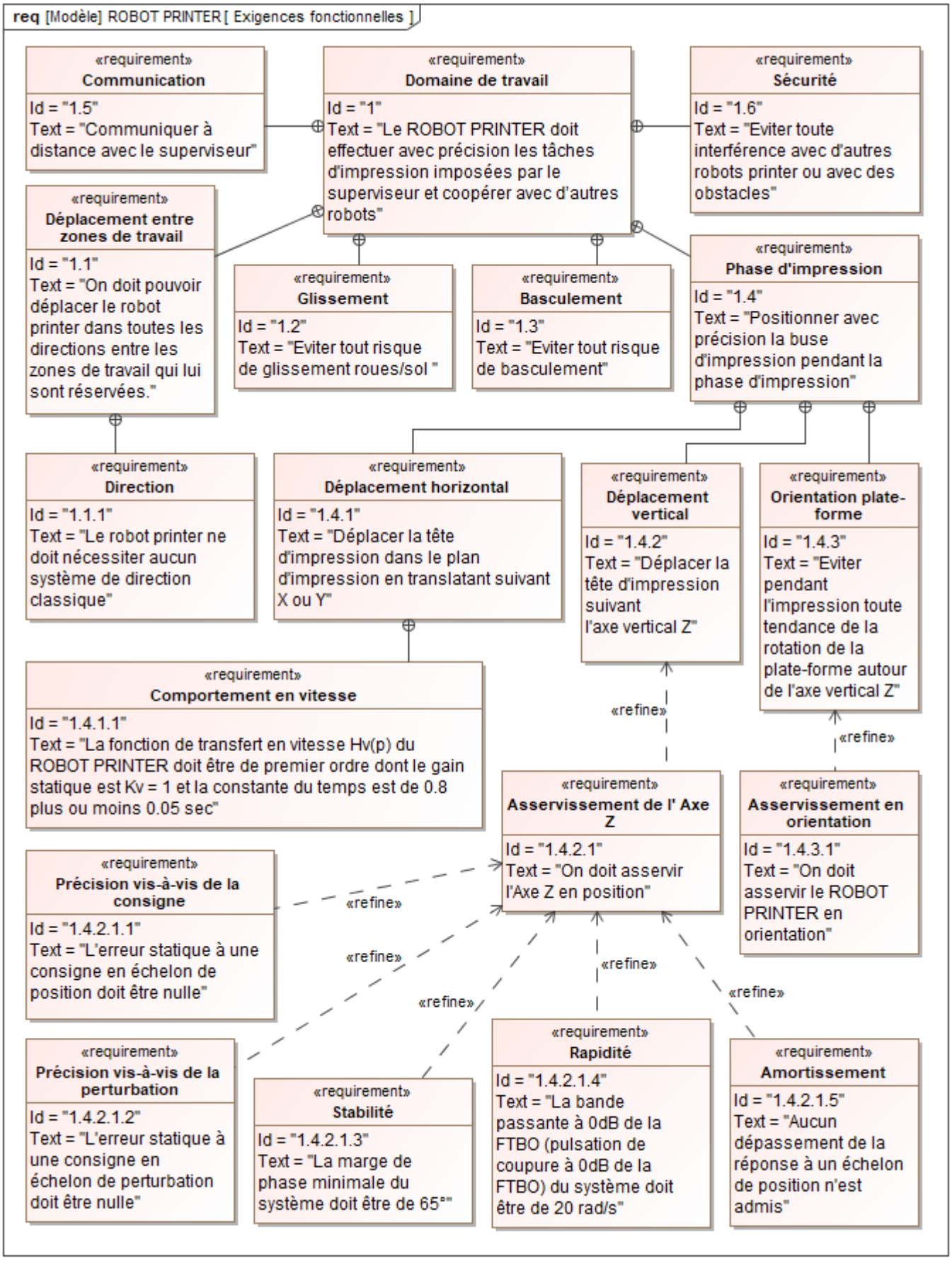
- **a)** Le degré de mobilité utile du système est $m_u = 7$, donner les mouvements concernés.
- **b)** Le degré de mobilité interne du système est $m_i = 4$, donner les mouvements concernés.
- **c)** Evaluer le degré d'hyperstatisme h_s du système, puis mettre en évidence le problème du contact imparfait.
- **d)** On suppose que le robot possède trois roues (On enlève par exemple **(4)** et **(g_4)** : la **photo ci-dessous** montre un exemple), montrer que dans ce cas le système devient isostatique. Conclure.
- **e)** Pourquoi à votre avis le constructeur a opté pour la solution d'un robot à quatre roues ?



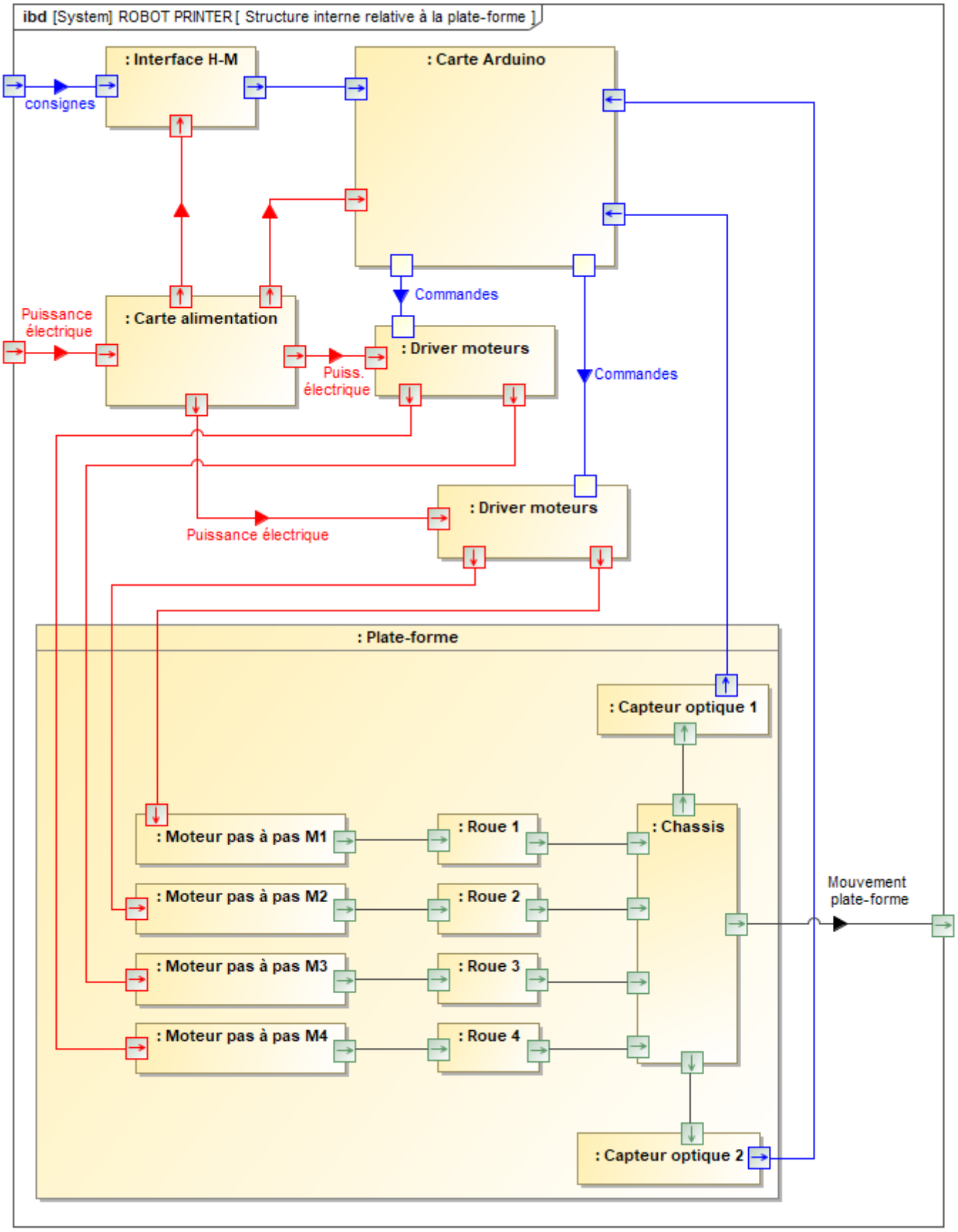
Pour contourner ce problème, il faut asservir le ROBOT PRINER en orientation. En effet les deux capteurs optiques mentionnés sur les diagrammes SysML participent à cet asservissement.

Fin de l'énoncé

DOCUMENT ANNEXE 1



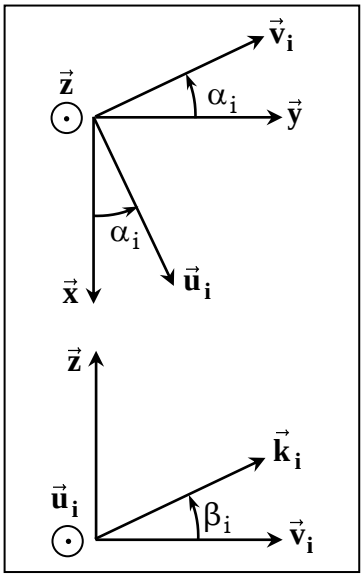
DOCUMENT ANNEXE 2



DOCUMENT ANNEXE 3

Données de Paramétrage :

$R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ repère lié au sol (0) **non représenté** supposé **Galiléen**, Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{z}_0 = -g\vec{z}$. $R_c(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ repère lié au châssis (5) de la plate-forme. **L'indice i ∈ {1,2,3,4}**.



$R_i(A_i,\vec{u}_i,\vec{v}_i,\vec{z})$ repères liés au châssis (5) avec $\alpha_i = (\vec{x},\vec{u}_i) = (\vec{y},\vec{v}_i)$, les angles α_i sont constants et on a : $\alpha_4 = \alpha_2 = -\alpha_3 = -\alpha_1$.

Chaque roue (i) est en liaison pivot d'axe $(A_i,\vec{u}_i)$ avec le châssis (5).

On note : $\overrightarrow{CA_1} = a\vec{x} + b\vec{y}$; $\overrightarrow{CA_2} = -a\vec{x} + b\vec{y}$; $\overrightarrow{CA_3} = -a\vec{x} - b\vec{y}$;
$\overrightarrow{CA_4} = a\vec{x} - b\vec{y}$; $\overrightarrow{A_2A_{12}} = \overrightarrow{A_{12}A_1} = \overrightarrow{A_3A_{34}} = \overrightarrow{A_{34}A_4} = a\vec{x}$;
$\overrightarrow{A_{34}C} = \overrightarrow{CA_{12}} = b\vec{y}$ (a et b constantes)

On note **les vecteurs rotations** : $\overrightarrow{\Omega(i/5)} = \omega_i\vec{u}_i$. Chaque vitesse angulaire ω_i est imposée à la roue (i) par le moteur pas à pas (Mi).

Chaque galet (g_i) est en liaison pivot d'axe $(B_i,\vec{k}_i)$ avec la roue (i) et en liaison ponctuelle de normale $(I_i,\vec{z})$ avec le sol (0).
Le point B_i = (axe du galet (g_i)) ∩ (I_iA_i).
Le vecteur unitaire $\vec{k}_i$ est situé dans le plan $(A_i,\vec{v}_i,\vec{z})$ tel que $\beta_i = (\vec{v}_i,\vec{k}_i)$ avec $-\pi/5 \le \beta_i \le \pi/5$. On note **les vecteurs rotations** : $\overrightarrow{\Omega(g_i/i)} = \omega_{gi}\vec{k}_i$

∀ la position du point de contact I_i , on note : $\overrightarrow{B_iA_i} = c_i\vec{z}$ et $\overrightarrow{I_iB_i} = d_i\vec{z}$ avec $c_i + d_i = R = cste$ (R étant le rayon de la roue (i)).

Toutes les **liaisons pivots** seront considérées **parfaites**, Le **sol (0)** est supposé **horizontal** est **parfaitement plan**.

Données d'inertie :

- **Pour le solide (5) = (**Châssis, parties fixes (stators) des 4 moteurs pas à pas (Mi), Bobine de fil, Extrudeuse, Axe Z, capteurs optiques et tout ce qui est embarqué, par le ROBOT PRINTER**)**.

  M_5 : sa masse. G_5 : son centre d'inertie tel que $\overrightarrow{CG_5} = h\vec{z}$ (h constante)
  J_5 : son moment d'inertie par rapport à l'axe $(C,\vec{z})$

- **Pour chaque roue (i) :**
  m : sa masse tenant compte celle du rotor du moteur
  G_i : centre d'inertie, proche de A_i ($G_i \approx A_i$)

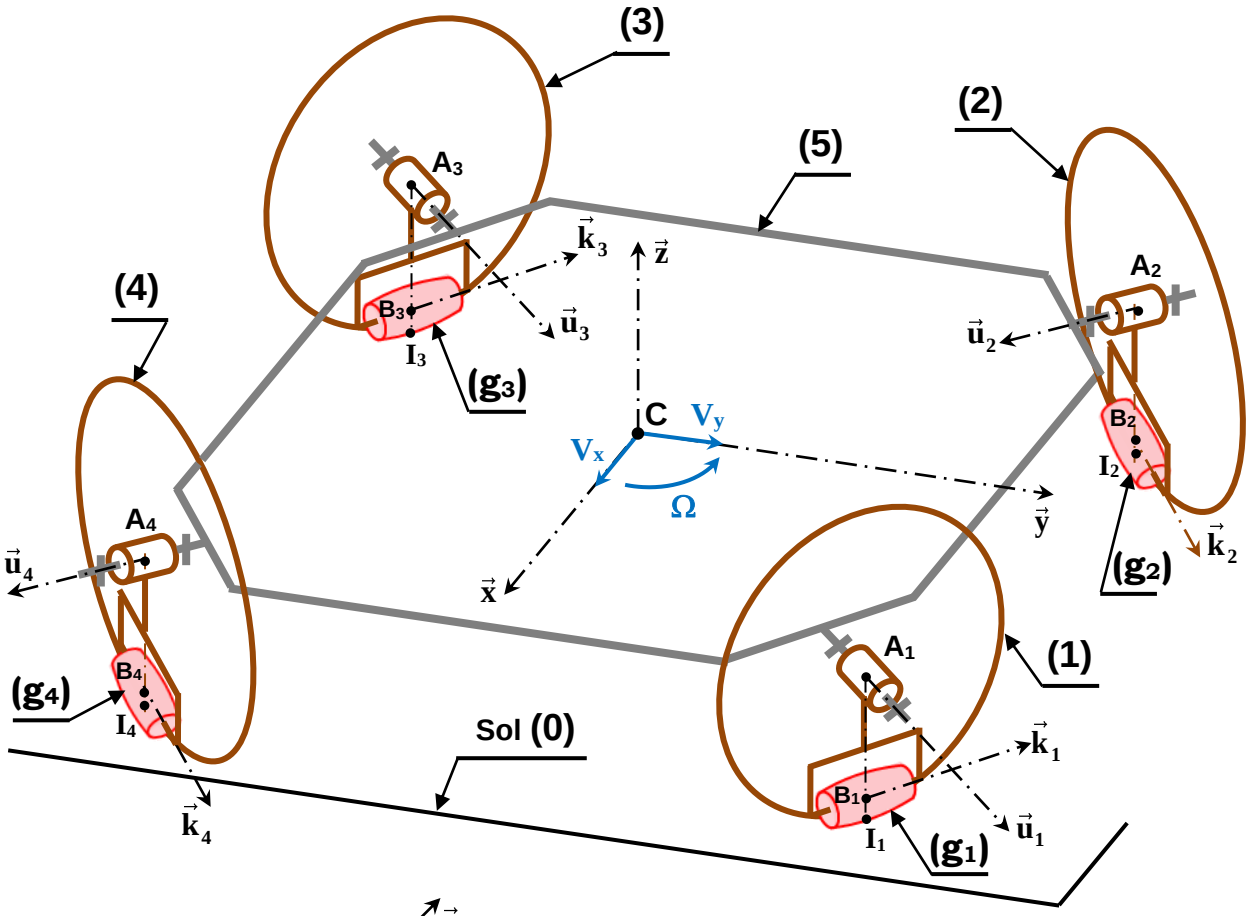
  $$\left[I_{Ai}(i)\right] = \begin{pmatrix} J_u & 0 & 0 \\ 0 & J_v & 0 \\ 0 & 0 & J_v \end{pmatrix}_{(\vec{u}_i,-,-)}$$

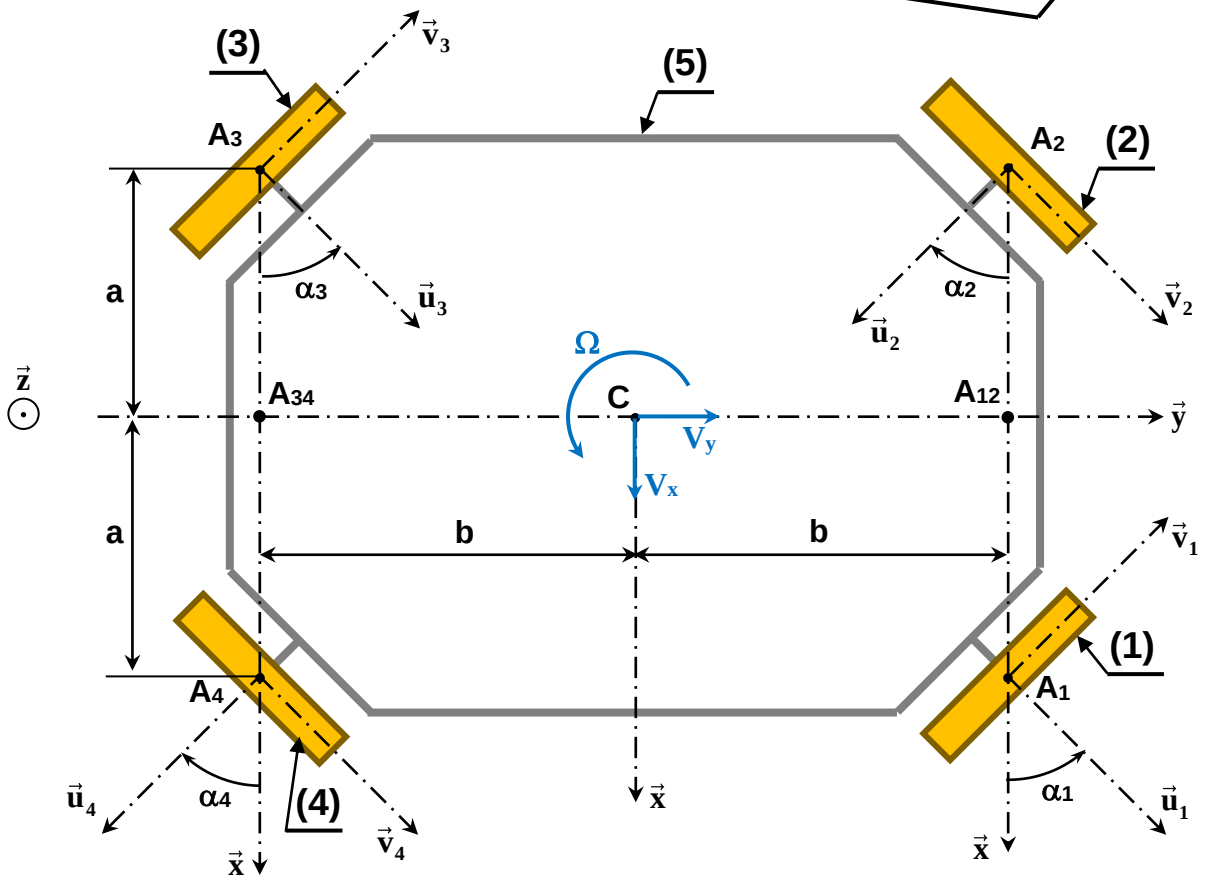
  sa matrice d'inertie au point A_i , elle tient en compte l'inertie du rotor du moteur

- **Les galets (g_i)** seront considérés de **masses nulles**

La **masse totale** du ROBOT PRINTER est $M_T = M_5 + 4m$.

DOCUMENT ANNEXE 4





DOCUMENT ANNEXE 5

Figure A51

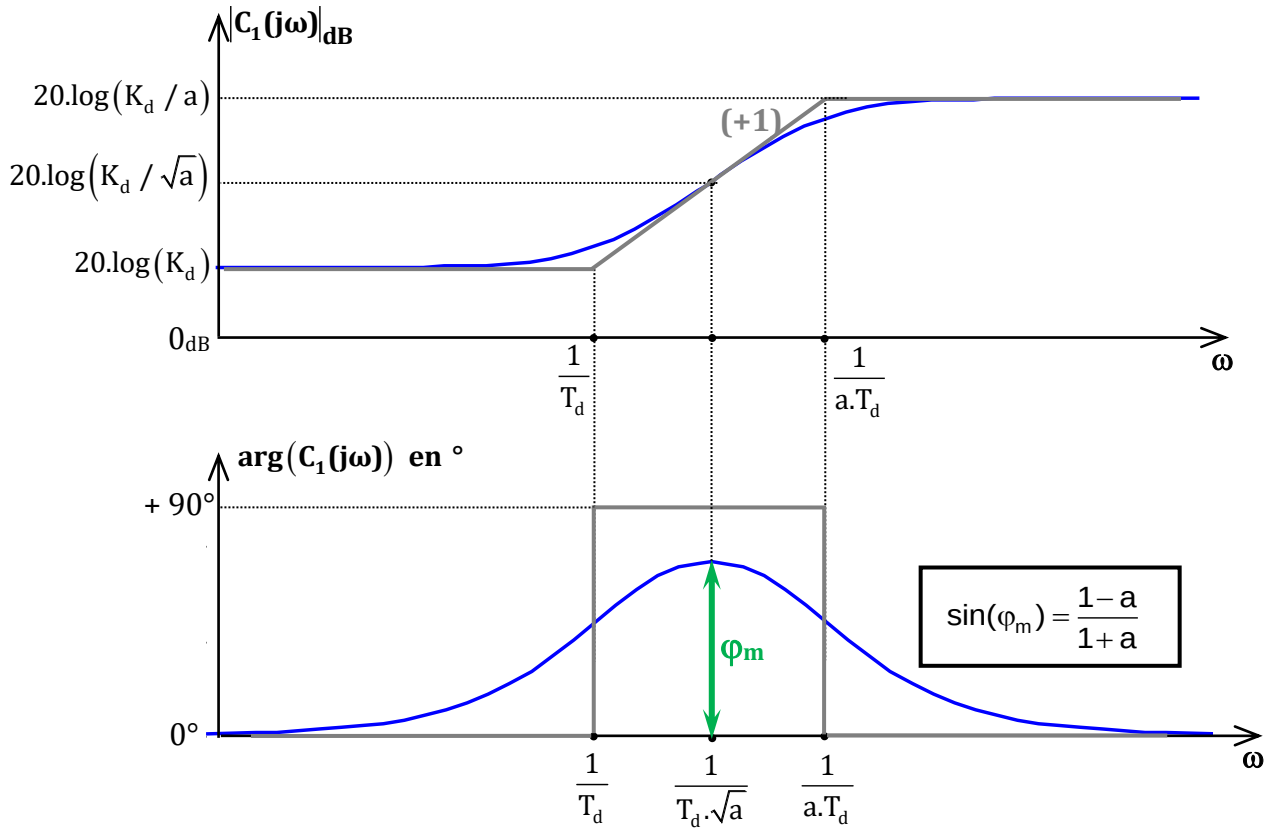
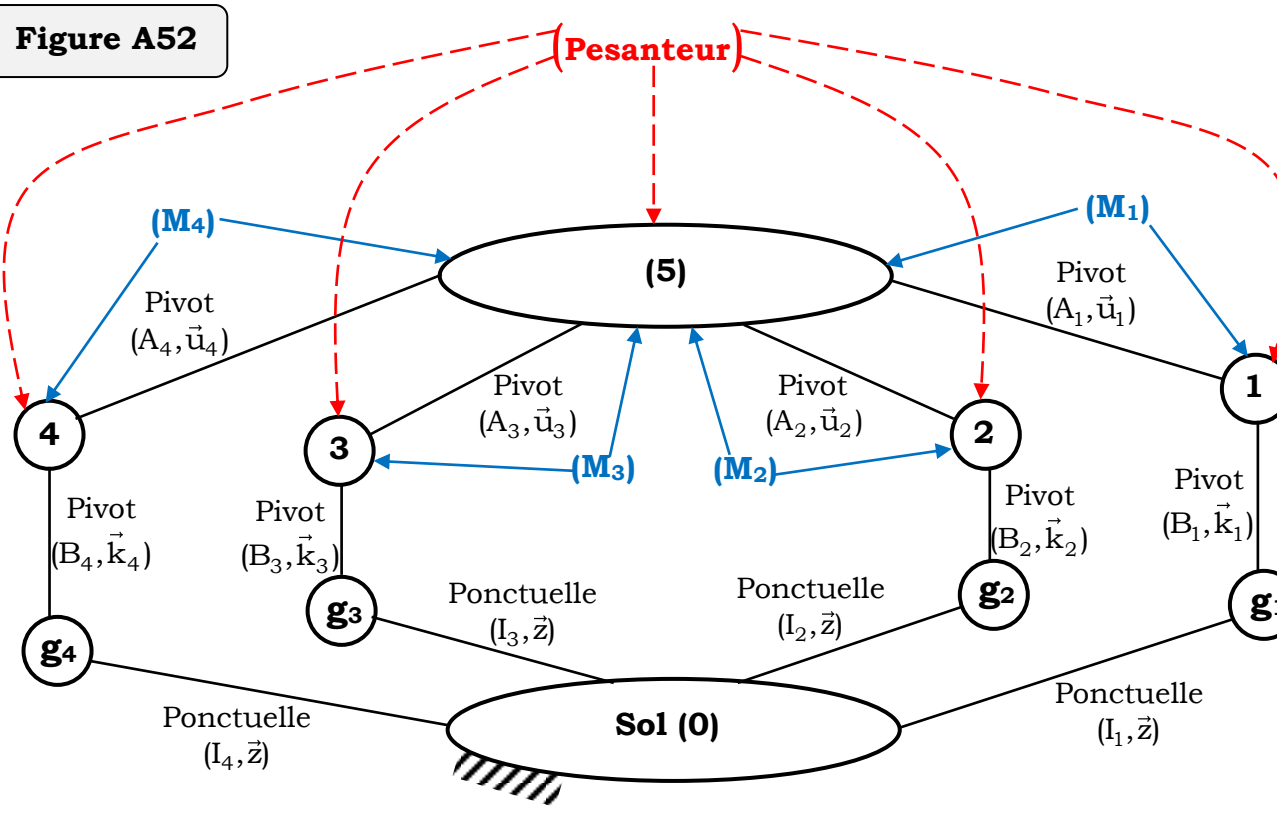


Figure A52



DOCUMENT ANNEXE 6

```
import numpy as np
from sklearn.neural_network import MLPRegressor
from sklearn.model_selection import train_test_split
:
:
:


print((len(Ttrain) , len(Vtrain)))
''' >>> (112, 112) '''
print((len(Ttest) , len(Vtest)))
''' >>> (28, 28) '''

## Mise en forme des données d'entrée
Ttrain = Ttrain.reshape(-1,1)
Ttest = Ttest.reshape(-1,1)

## Instancier MLPRegressor
reg = MLPRegressor(solver='lbfgs', activation = 'tanh',
hidden_layer_sizes = (2,4), random_state = 2, max_iter = 150)

## Entrainer le réseau de neurones pour obtenir le modèle de prédiction
reg.fit(Ttrain,Vtrain)

## Prédire la vitesse et tester le modèle
V_pred_train = reg.predict(Ttrain)
score_test = reg.score(Ttest,Vtest)
print(score_test)     # score R2 du modèle sur les données de test

## Listes des tableaux des poids et des biais de toutes les couches
Wlist = reg.coefs_       # liste des tableaux des poids
Blist = reg.intercepts_  # liste des tableaux des biais

## Affichage du tableau des poids de la couche cachée (2) du réseau
W2 = Wlist[1]
print(W2)

## Tableau des biais de la couche cachée (2) du réseau
B2 = Blist[1]


## Notre propre fonction prediction
def prediction(t_test) :
    NW = len(Wlist)
    A = np.array([t_test])
    for i in range(NW) :
        W = ……
        B = Blist[i]
        Z = np.dot(W,A)+B
        if i == NW-1 :
            A = ……
        else :
            A = ……
    return A[0]
……
```

Ne rien écrire dans ce cadre

DOCUMENT REPONSE DR1

Question 1 :

Liaison	Torseur cinématique	Liaison	Torseur cinématique
Libre (aucun contact)	$_A\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	Pivot glissant d'axe $(A,\vec{y})$	$_A\begin{Bmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
Pivot d'axe $(A,\vec{x})$	$_A\begin{Bmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	Glissière de direction $\vec{z}$	$_A\begin{Bmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Question 2 : **a)** $\overrightarrow{\Omega}(1/0) =$............. **b)** $\overrightarrow{V}(O \in 1/0) =$.........

c) $\overrightarrow{V}(P \in 1/0) =$ ....
....

d) $\overrightarrow{\Gamma}(P \in 1/0) =$ ....
....
....

Question 3 :

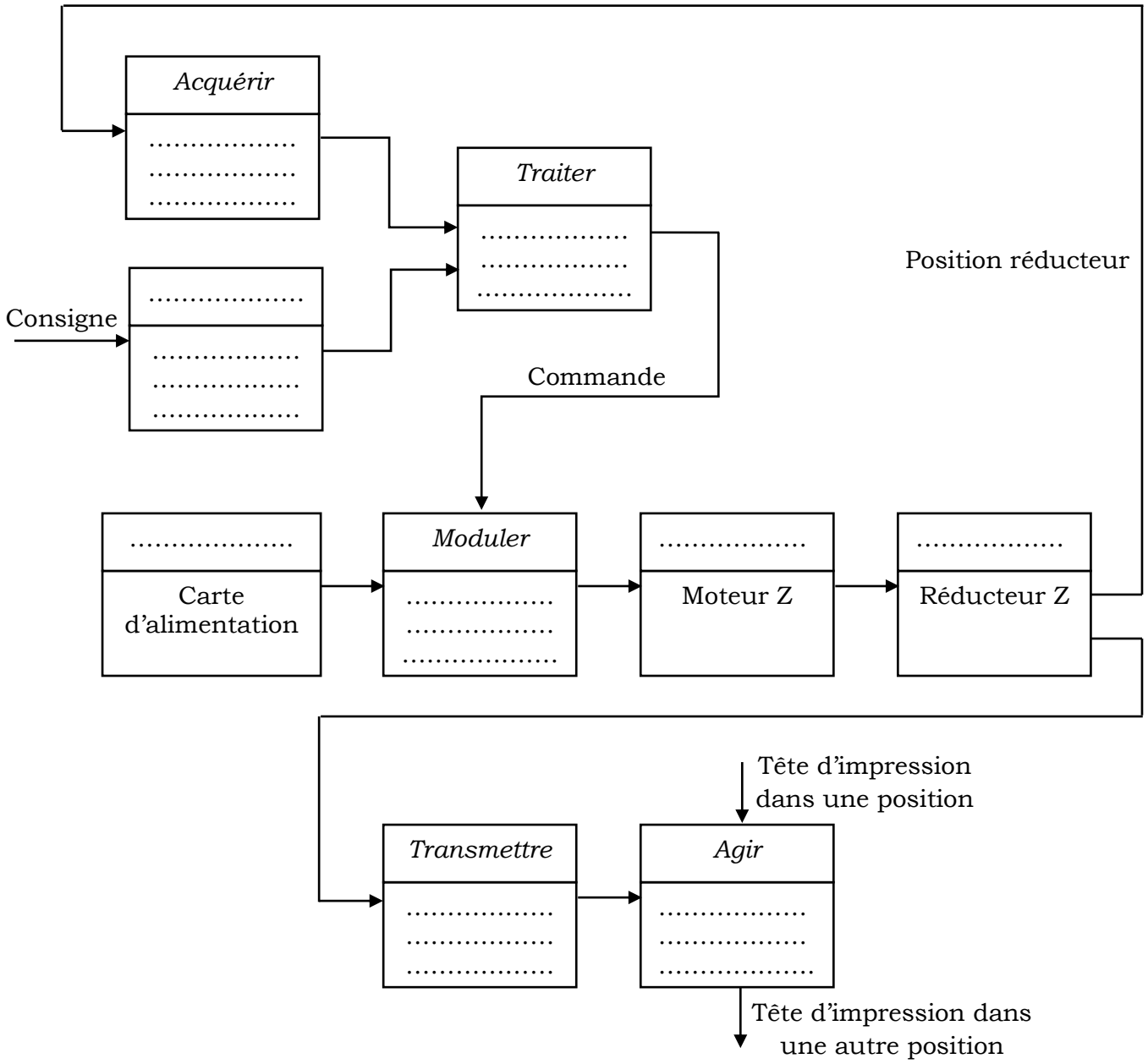
a) $[I_O(1)] = \begin{pmatrix} \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$

b) $I_{(O,\vec{x}_1)} =$................ ; $I_{(O,\vec{y}_1)} =$................ ; $I_{(O,\vec{z}_1)} =$................

c) $T(1/0) =$..

Ne rien écrire dans ce cadre

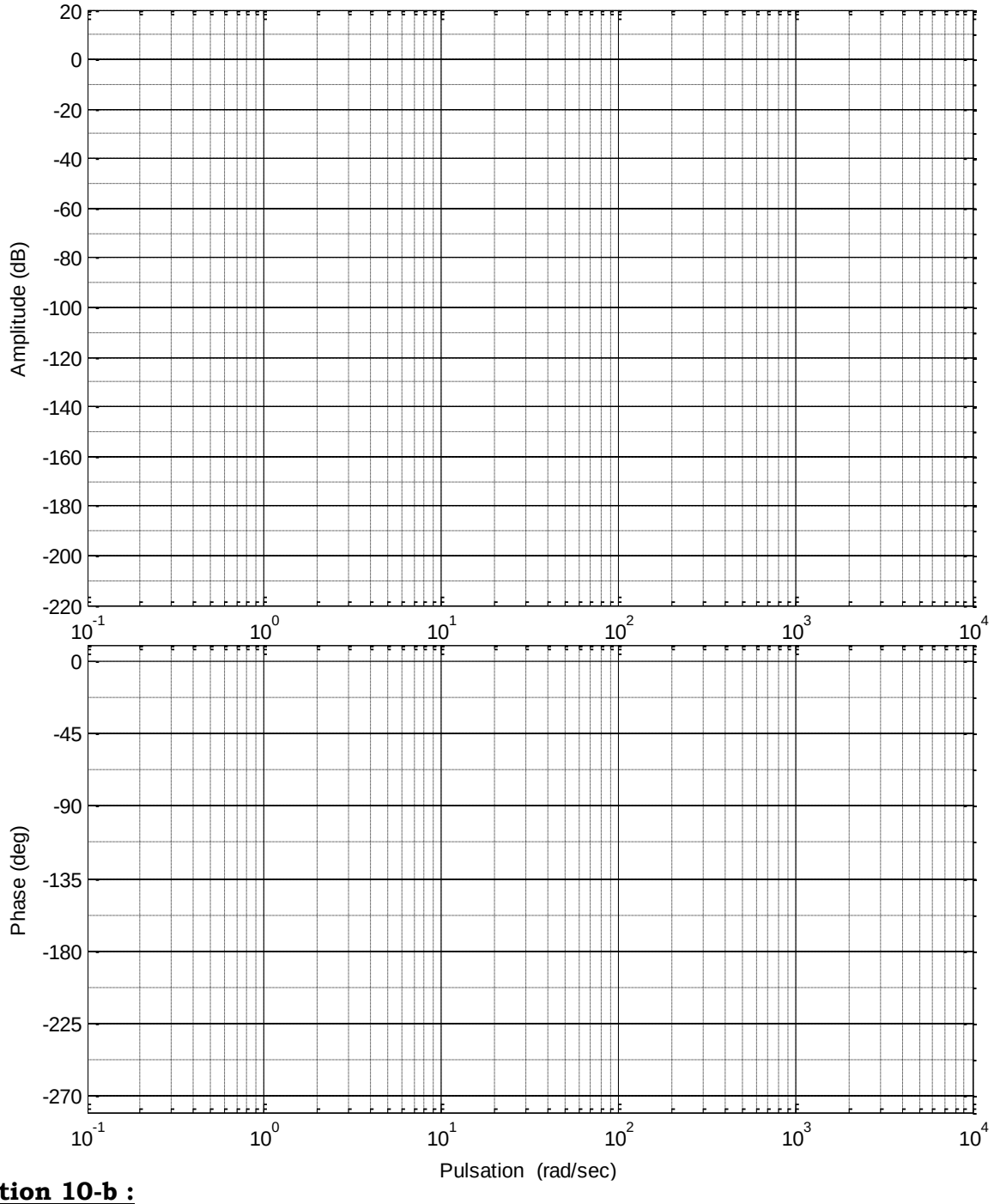
DOCUMENT REPONSE DR2



Ne rien écrire dans ce cadre

DOCUMENT REPONSE DR3

Question 10-a :



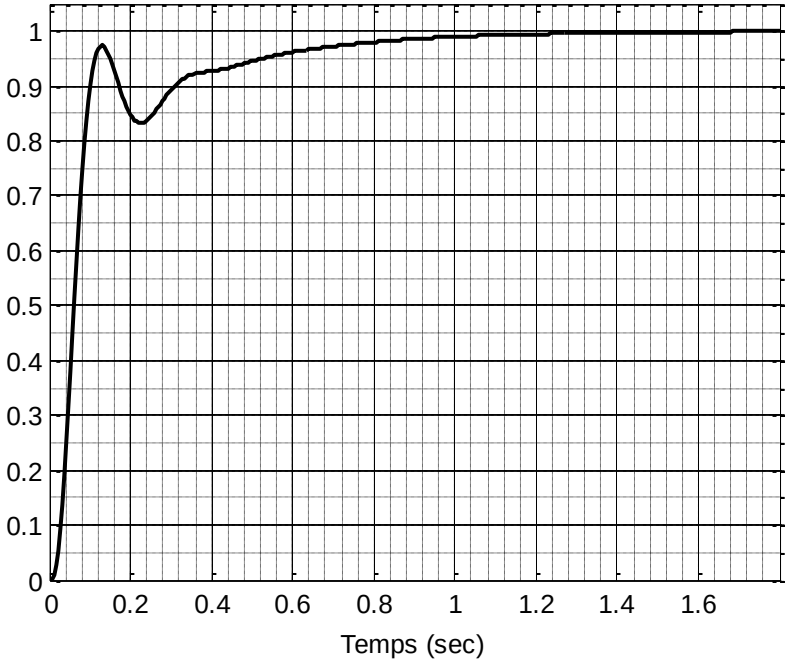
Question 10-b :

Marge de phase MP_1 = ... ; Marge de gain MG_1 = ...

Ne rien écrire dans ce cadre

DOCUMENT REPONSE DR4

Figure R41



Question 12-b :

$T_{r5\%}$ = ...

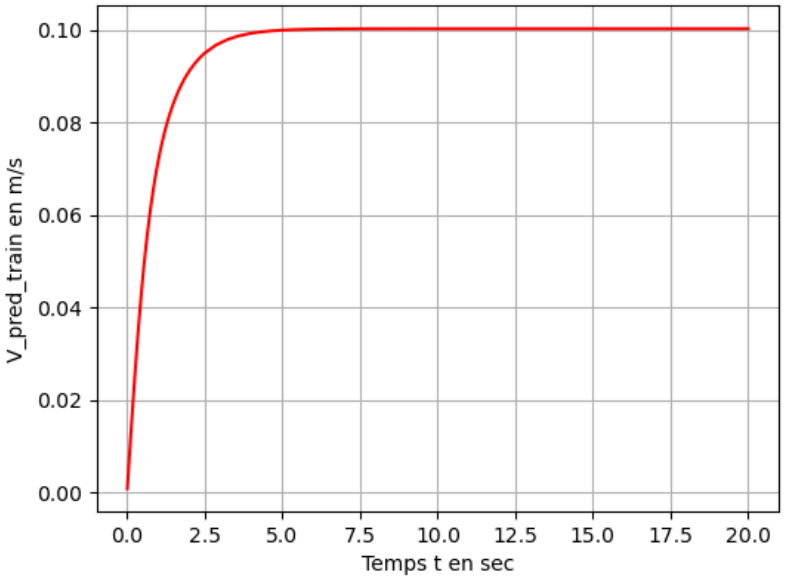
Question 12-c :

Conclusion :

.....
.....
.....
.....
.....

Question 23 :

Figure R42



.) K_v = ?

.....
.....
.....
.....

.) T_v = ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

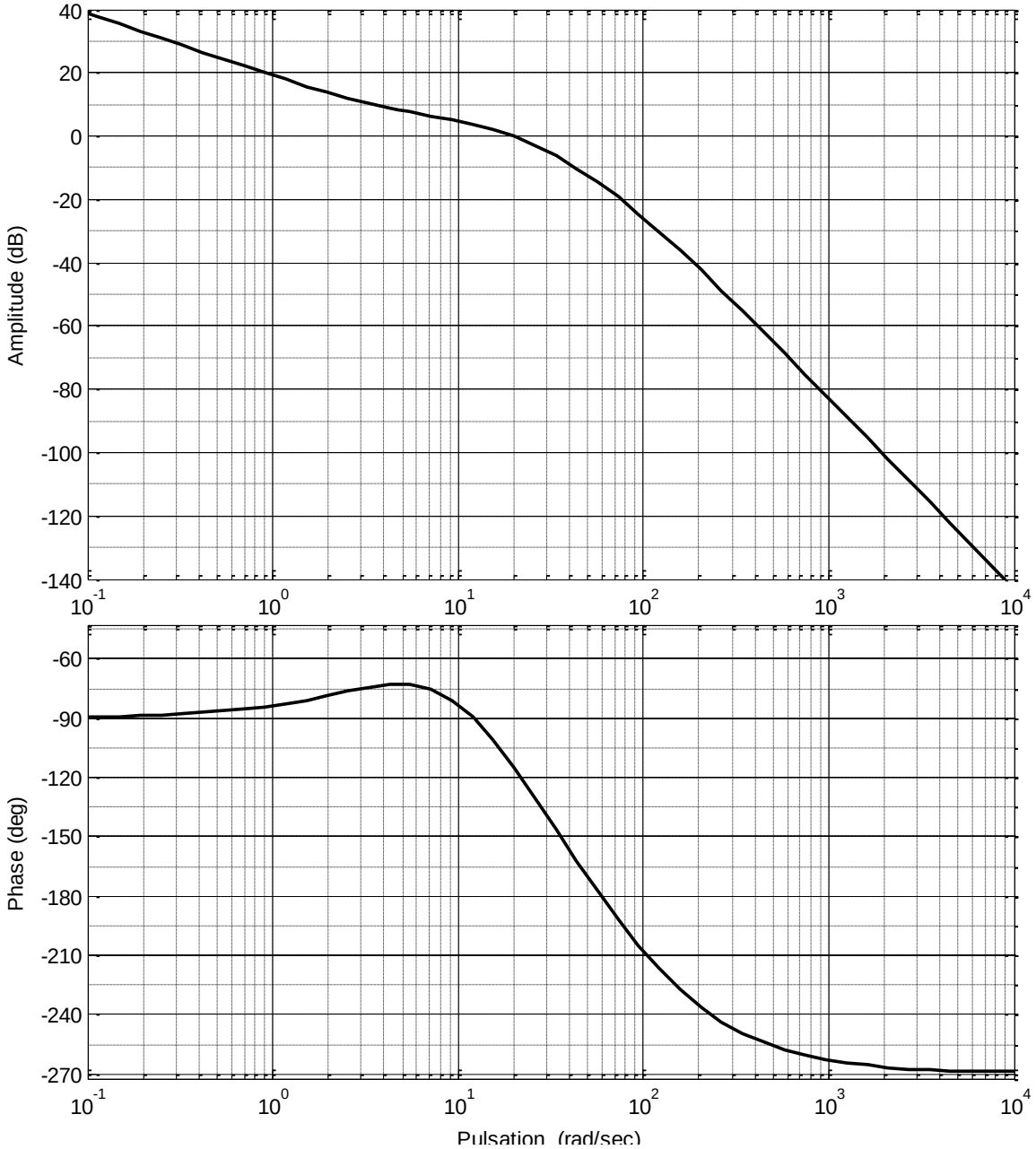
Ne rien écrire dans ce cadre

DOCUMENT REPONSE DR5

Question 12-a :

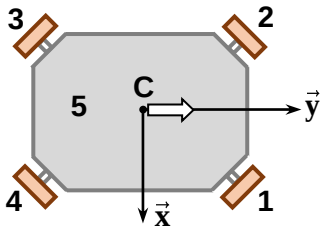
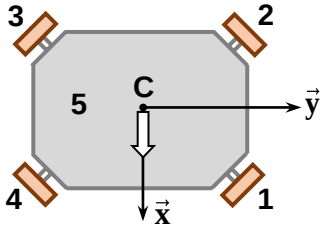
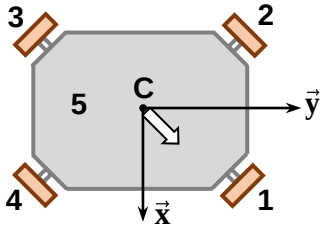
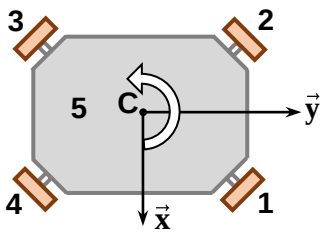
Marge de gain MG_3 = ... ; Marge de phase MP_3 = ...

Conclusion : .....



Ne rien écrire dans ce cadre

DOCUMENT REPONSE DR6

Mouvement imposé	**Le mouvement est tel que**	**Vitesses angulaires des 4 roues**			
		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
Translation suivant $\vec{y}$ 	$V_x = 0$ $V_y \neq 0$ $\Omega = 0$	$\frac{-V_y}{R\sqrt{2}}$	$\frac{-V_y}{R\sqrt{2}}$	$\frac{-V_y}{R\sqrt{2}}$	$\frac{-V_y}{R\sqrt{2}}$
Translation suivant $\vec{x}$ 	…… …… ……	……	……	……	……
Translation suivant la première bissectrice 	…… …… ……	……	……	……	……
Rotation autour de $(C,\vec{z})$ 	…… …… ……	……	……	……	……

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/psi