Concours National Commun (CNC), Maroc

# Session 2000, filière TSI

## Physique II

Durée : 4 heures

### Ce que traite le sujet

- 1ère partie : modèle de conducteur métallique, conducteur parfait
- 2ème partie : structure de l'onde électromagnétique à l'intérieur d'un guide d'ondes rectangulaire
- 3ème partie, 3.1 et 3.2 : guide monomode, sélection du mode et mesure de la fréquence
- 3ème partie, 3.3 : couplage du guide d'ondes à une charge

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/tsi/2000/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ROYAUME DU MAROC

Ministère Chargé de l'Enseignement
Secondaire et Technique

Ministère de l'Enseignement
Supérieur, de la Formation des Cadres
et de la Recherche Scientifique

# Concours National Commun d'Admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs

## Session 2000

## ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Durée 4 heures

## Concours **TSI**

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 9 pages.**
**L'usage de la calculatrice est autorisé .**

*On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les* références *des questions abordées.*

# Étude d'un guide d'ondes électromagnétiques

Le guidage des ondes électromagnétiques s'impose chaque fois qu'il est nécessaire de « canaliser » l'information reçue par le récepteur vers un système utilisateur distant (exemple : antenne réceptrice – câble – poste de télévision). Outre la fiabilité et la confidentialité de l'information qu'il assure, le guidage des ondes électromagnétiques peut aussi constituer une solution au problème de la saturation hertzienne que connaissent certaines plages de fréquences dans certaines régions du monde (chaînes câblées de télévision) . . .
Ce problème propose de découvrir quelques aspects de la propagation guidée sur un exemple particulier de guide d'ondes.
Aucune connaissance préalable de la propagation guidée ou des guides d'ondes n'est exigible pour la résolution de ce problème.

## Données utiles et notations

- Célérité de la lumière dans le vide : $c_0 \approx 3,0 \times\ 10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$ ;
- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 \approx 4\pi\, 10^{-7}\ F.m^{-1}$ ;
- Conductivité électrique du cuivre : $\sigma \approx 5,9 \times\ 10^7\ \Omega^{-1}.\mathrm{m}^{-1}$ ;
- Dimensions du guide d'ondes : $a = (22,86 \pm 0,05)\ mm$, $b = (10,16 \pm 0,05)\ mm$ ;
- Fréquence de travail du guide d'ondes : $\nu \approx 9,67\ \mathrm{GHz}$ ;
- Conformément à l'usage courant, les grandeurs complexes seront *soulignées* ;
- i désignera le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$ ;
- Dans tout le problème $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$ désignera une base orthonormée directe attachée au système de coordonnées cartésiennes $(x, y, z)$.

## 1ère partie

## Modèle de conducteur métallique – Conducteur parfait

Dans cette partie on se propose de préciser la notion de conducteur parfait. Pour cela on part d'un modèle plus réaliste de conducteur métallique que l'on ne demande pas de justifier et pour lequel :

1. les équations de MAXWELL dans le conducteur ont la même forme que dans le vide, soit

$$\overrightarrow{\nabla}_M \cdot \overrightarrow{E}(M,t) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(M,t) \tag{1}$$

$$\overrightarrow{\nabla}_M \cdot \overrightarrow{B}(M,t) = 0 \tag{2}$$

$$\overrightarrow{\nabla}_M \times \overrightarrow{E}(M,t) = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}(M,t) \tag{3}$$

$$\overrightarrow{\nabla}_M \times \overrightarrow{B}(M,t) = \mu_0 \overrightarrow{j}(M,t) + \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}(M,t) \tag{4}$$

$\rho$ désigne la densité volumique de charge et $\overrightarrow{j}$ le vecteur courant volumique. $\overrightarrow{\nabla}_M$ est « l'opérateur » nabla au point $M$.

2. le conducteur obéit à la loi d'OHM $\overrightarrow{j}(M,t) = \sigma \overrightarrow{E}(M,t)$, $\sigma$ désignant la conductivité électrique du conducteur supposée uniforme et constante dans tout le domaine des fréquences considéré ;

3. la densité volumique de charge est identiquement nulle en tout point du conducteur et à tout instant $\rho(M,t) = 0$.

## 1.1. Effet de peau

**1.1.1.** Dans le cas des champs harmoniques, comparer les deux termes $\mu_0 \overrightarrow{j}$ et $\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$ du second membre de l'équation de MAXWELL – AMPÈRE (4) et montrer que, à la fréquence de travail du guide d'ondes considéré ($\nu \approx 9,67$ GHz), l'un de ces deux termes est négligeable devant l'autre.

**1.1.2.** En déduire une forme simplifiée de l'équation de MAXWELL – AMPÈRE.

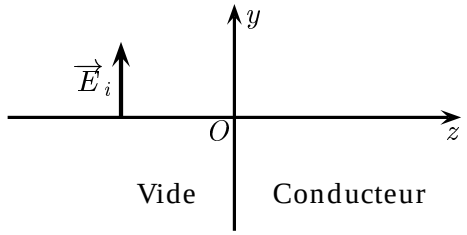


Figure 1

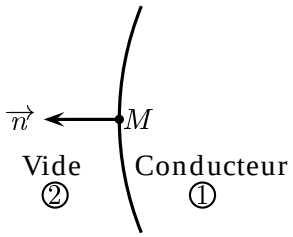


Figure 2

Pour étudier la possibilité d'existence d'une onde électromagnétique à l'intérieur d'un conducteur métallique « réel », on suppose qu'un tel conducteur (Figure 1) occupe le demi-espace $z \geqslant 0$ de sorte que sa surface plane coïncide avec le plan $(xOy)$. Une onde électromagnétique incidente se propage dans le vide ($z < 0$) dans le sens des $z$ croissants et arrive au niveau de la surface plane du conducteur. Elle donne alors naissance à une onde réfléchie dans le vide et une onde transmise dans le conducteur que l'on cherche à caractériser. L'onde incidente, considérée plane, progressive, monochromatique et polarisée rectilignement selon $\overrightarrow{u}_y$, est décrite par son champ électrique dont la représentation complexe s'écrit

$$\overrightarrow{\underline{E}}_i(M,t) = E^\circ \exp \mathrm{i}(kz - \omega t)\, \overrightarrow{u}_y.$$

On cherche le champ électrique de l'onde électromagnétique transmise à l'intérieur du conducteur sous forme harmonique, soit en représentation complexe

$$\overrightarrow{\underline{E}}_t(M,t) = \overrightarrow{\underline{E}}_t(M) \exp -\mathrm{i}\omega' t.$$

*Par la suite, on admettra sans aucune justification que $\omega' = \omega$.*

**1.1.3.** En exploitant les symétries du système, montrer que l'on peut écrire

$$\overrightarrow{\underline{E}}_t(M) = \underline{E}_t(z)\, \overrightarrow{u}_y.$$

**1.1.4.** Établir l'équation aux dérivées partielles que doit satisfaire le champ électrique $\overrightarrow{\underline{E}}_t(M)$ de l'onde transmise.

**1.1.5**. En déduire que $\underline{E_t}(z)$ est solution d'une équation différentielle du type

$$\frac{d^2\underline{E_t}}{dz^2} + \underline{k_t}^2\,\underline{E_t} = 0 \tag{5}$$

et donner l'expression de $\underline{k_t}^2$ en fonction de $\mu_0$, $\sigma$ et $\omega$.

**1.1.6**. Montrer que l'on peut écrire $\underline{k_t}$ sous la forme $\underline{k_t} = \frac{1+i}{\delta}$ et donner l'expression de $\delta$.

**1.1.7**. En déduire la solution *physique* de l'équation (5) tenant compte de la condition aux limites pour $z$ très grand. On prendra $\underline{E_t}(0) = E_t{}^\circ \exp -\mathrm{i}\varphi$ ; $E_t{}^\circ$ étant une constante réelle positive que l'on ne cherchera pas à déterminer.

**1.1.8**. Représenter graphiquement le module de $\underline{E_t}(z)$ en fonction de $z$ et donner une interprétation physique de $\delta$, appelée épaisseur de peau, après en avoir déterminé la dimension.

**1.1.9**. **Application numérique :** Calculer $\delta$ pour le cuivre à la fréquence de travail $\nu \approx 9,67$ GHz et commenter la valeur trouvée.

**1.1.10**. Déterminer l'expression du champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B}}_t(M,t)$ transmis à l'intérieur du conducteur.

## 1.2. Modèle de conducteur parfait

L'approximation de conducteur parfait est suggérée par le calcul numérique effectué en 1.1.9., elle consiste à prendre $\delta = 0$, soit formellement $\sigma \longrightarrow \infty$.

**1.2.1**. Dans quel domaine de fréquences est-il plus réaliste de considérer qu'un métal réel se comporte comme un conducteur parfait ?

**1.2.2**. Donner les valeurs du champ électrique $\underline{\overrightarrow{E}}(M,t)$ et du champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B}}(M,t)$ à l'intérieur d'un conducteur parfait. Justifier.

**1.2.3**. Que valent la densité volumique de charge $\rho$ et le vecteur courant volumique $\overrightarrow{j}$ dans un conducteur parfait ?

**1.2.4**. Comment seront alors distribués dans un conducteur parfait un éventuel excès de charges ou un courant ?

On considère une interface vide / conducteur parfait en présence de charges surfaciques $\rho_s$ et de courants surfaciques $\overrightarrow{j}_s$. On note $\overrightarrow{n}$ le vecteur normal sortant du conducteur (Figure 2).

**1.2.5**. En utilisant les notations de la figure 2, donner, sans démonstration, les quatre relations de passage concernant les composantes tangentielles et normales des champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$.

**1.2.6**. Comment se simplifient ces relations compte tenu des valeurs de $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le conducteur parfait.

**1.2.7**. Les valeurs de $\rho_s$ et $\overrightarrow{j}_s$ étant quelconques, quelles sont en définitives les seules conditions aux limites imposées par un conducteur parfait ?

## 2ème partie

## Structure de l'onde électromagnétique à l'intérieur d'un guide d'ondes rectangulaire

Le guide d'ondes considéré est constitué de parois métalliques conductrices supposées *parfaites*. Il est rectiligne et présente une section génératrice rectangulaire de largeur $a$ suivant l'axe $Ox$ et de hauteur $b$ suivant l'axe $Oy$. On supposera que $a > b$.
L'intérieur du guide est rempli d'air dont les propriétés électromagnétiques seront assimilées à celles du vide non chargé et sans courant.

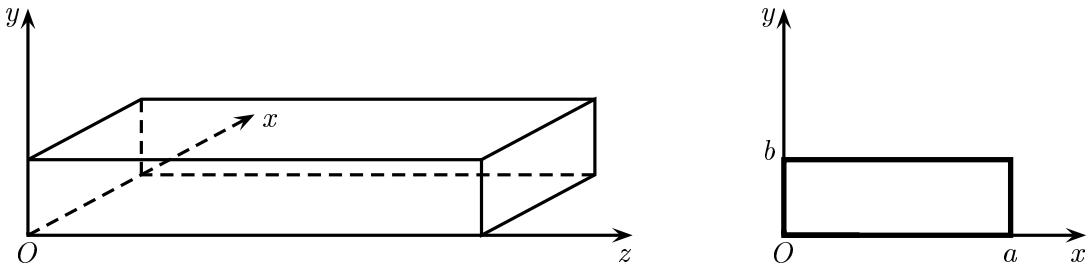



Figure 3 : Guide d'ondes rectangulaire.

On peut montrer, et on *l'admettra* dans le cadre de ce problème, que le guide d'ondes rectangulaire ne peut pas propager des ondes électromagnétiques transverses (champs électrique et magnétique *simultanément* orthogonaux à la direction de propagation).

### 2.1. Onde transverse électrique $TE$

On cherche à décrire la propagation sans atténuation dans le guide par une onde transverse électrique ou onde $TE$ : le champ électrique est transverse (orthogonal à la direction de propagation $Oz$) alors que le champ magnétique ne l'est pas. Cherchant à décrire un phénomène harmonique de propagation suivant $Oz$, on écrit les champs en représentation complexe selon

$$\begin{aligned} \underline{\overrightarrow{E}}(M,t) &= \underline{\overrightarrow{E}}_0(x,y)\exp \mathrm{i}\,(k_g z - \omega t) \\ \underline{\overrightarrow{B}}(M,t) &= \underline{\overrightarrow{B}}_0(x,y)\exp \mathrm{i}\,(k_g z - \omega t) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\overrightarrow{E}}_0(x,y) &= \underline{E}_{0x}(x,y)\,\overrightarrow{u}_x + \underline{E}_{0y}(x,y)\,\overrightarrow{u}_y \\ \underline{\overrightarrow{B}}_0(x,y) &= \underline{B}_{0x}(x,y)\,\overrightarrow{u}_x + \underline{B}_{0y}(x,y)\,\overrightarrow{u}_y + \underline{B}_{0z}(x,y)\,\overrightarrow{u}_z \end{aligned}$$

**2.1.1.** À partir des équations de MAXWELL, établir l'équation de propagation pour le champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B}}(M,t)$ et en déduire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $\underline{B}_{0z}(x,y)$.

**2.1.2.** Cette équation peut être résolue par la méthode de séparation des variables. Vérifier que $\underline{B}_{0z}(x,y) = (\underline{A}_1\cos\alpha x + \underline{A}_2\sin\alpha x)(\underline{B}_1\cos\beta y + \underline{B}_2\sin\beta y)$ peut convenir comme solution de cette équation à condition que $k_g$, $\omega$, $\alpha$ et $\beta$ vérifient une relation que l'on déterminera. $\alpha$ et $\beta$ sont deux constantes que l'on déterminera dans les questions suivantes à l'aide des conditions aux limites imposées par le guide d'ondes.

**2.1.3.** À l'aide de projections appropriées des équations de MAXWELL – FARADAY (3) et MAXWELL – AMPÈRE (4), exprimer $\underline{E}_{0x}$ en fonction de $\frac{\partial \underline{B}_{0z}}{\partial y}$, $k_g$, $\omega$ et $c_0$.

**2.1.4.** Exprimer de même $\underline{E}_{0y}$ en fonction de $\frac{\partial B_{0z}}{\partial x}$, $k_g$, $\omega$ et $c_0$.

**2.1.5.** En déduire alors les expressions de $\underline{E}_{0x}$ et $\underline{E}_{0y}$ en fonction de $x$ et $y$.

**2.1.6.** Écrire les conditions aux limites imposées par le guide d'ondes à $\underline{E}_{0y}$ en $x = 0$ et $x = a$ ainsi que celles imposées à $\underline{E}_{0x}$ en $y = 0$ et $y = b$ et montrer que, $m$ et $n$ étant deux nombres entiers

$$\underline{B}_{0z}(x, y) = \underline{A}_1 \underline{B}_1 \cos\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b}.$$

**2.1.7.** En déduire la structure du champ électrique pour le mode $TE_{mn}$ :

$$TE_{mn} \begin{cases} \underline{E}_{0x,mn} = \underline{A}_{mn} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \\ \underline{E}_{0y,mn} = \underline{B}_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \\ \underline{E}_{0z,mn} = 0 \end{cases}$$

$\underline{A}_{mn}$ et $\underline{B}_{mn}$ étant deux constantes complexes que l'on exprimera.

*On peut montrer, et on l'admettra dans le cadre de cette étude, que pour le mode $TE_{mn}$, les entiers $m$ et $n$ ne peuvent être tous les deux nuls à la fois.*

**2.1.8.** Montrer que, pour le mode $TE_{mn}$, le module $k_{g,mn}$ du vecteur d'onde $\overrightarrow{k}_g = k_g \overrightarrow{u}_z$ dans le guide est donné par

$$k_{g,mn} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)} \tag{6}$$

**2.1.9.** Montrer que le guide d'ondes se comporte comme un filtre passe-haut de fréquence de coupure $\nu_c$ pour les ondes électromagnétiques. Donner l'expression de la fréquence de coupure $\nu_{c,mn}$ pour le mode $TE_{mn}$. Que se passe-t-il si la fréquence de travail $\nu$ est inférieure à la fréquence de coupure $\nu_{c,mn}$ ?

**2.1.10.** Exprimer la longueur d'onde dans le guide $\lambda_{g,mn}$ en fonction de $m$, $n$, $a$, $b$ et de la longueur d'onde $\lambda$ dans le vide.

## 2.2. Onde transverse magnétique $TM$

Le mode transverse magnétique $TM$ est le mode de propagation imposant au champ magnétique d'être orthogonal à la direction de propagation.
Une étude analogue à celle menée en 2.1. donne la structure du champ électrique pour le mode $TM_{mn}$ :

$$TM_{mn} \begin{cases} \underline{E}_{0x,mn} = \mathrm{i}\frac{k_{g,mn} c_0^2}{\omega^2 - c_0^2 k_{g,mn}^2} \underline{A}_2 \underline{B}_2 \frac{m\pi}{a} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \\ \underline{E}_{0y,mn} = \mathrm{i}\frac{k_{g,mn} c_0^2}{\omega^2 - c_0^2 k_{g,mn}^2} \underline{A}_2 \underline{B}_2 \frac{n\pi}{b} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \\ \underline{E}_{0z,mn} = \underline{A}_2 \underline{B}_2 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \end{cases}$$

Où $k_{g,mn}$, désignant le module du vecteur d'onde $\overrightarrow{k}_g = k_g \overrightarrow{u}_z$, est donné par l'équation (6). On admettra que, comme pour le mode $TE_{mn}$, les entiers $m$ et $n$ ne peuvent être tous les deux nuls à la fois dans le cas du mode $TM_{mn}$.

**2.2.1.** Montrer que, pour le mode $TM_{mn}$, aucun des deux entiers $m$ et $n$ ne peut être nul.

## 2.3. Sélection des modes de propagation par le guide d'ondes

**2.3.1.** Exprimer littéralement puis calculer numériquement les fréquences de coupure pour les modes $TE_{10}$, $TE_{01}$, $TE_{11}$, $TM_{11}$ et $TE_{20}$.

**2.3.2.** Comment faut-il choisir la fréquence $\nu$ de l'excitateur pour que l'onde qui se propage dans le guide soit une combinaison linéaire des modes $TE_{10}$ et $TE_{20}$ à l'exclusion de tous les autres ?

**2.3.3.** Exprimer, calculer numériquement puis comparer les vitesses de phase $v_\varphi\,(TE_{10})$ et $v_\varphi\,(TE_{20})$ à une fréquence $\nu' \approx 14$ GHz.

**2.3.4.** Comparer les temps de parcours des deux modes dans le guide d'ondes. Que peut-on en conclure quant à la déformation du signal à la sortie du guide d'ondes ?

# 3ème partie

# Guide d'ondes monomode $TE_{10}$

Un guide d'ondes monomode est un guide où un seul mode ($m$,$n$) peut se propager sans atténuation à l'intérieur du guide d'ondes. On utilise de tels guides pour éviter les problèmes de déformation du signal rencontrés en 2.3.4.

## 3.1. Sélection du mode de travail

**3.1.1.** Montrer qu'un guide d'ondes donné est monomode pour un domaine de fréquences $]\nu_{min}, \nu_{max}[$ que l'on précisera.

*La fréquence d'excitation imposée dans toute la suite par le générateur d'ondes électromagnétiques utilisé est* $\nu \approx 9,67$ GHz.

**3.1.2.** Quel est le mode ainsi sélectionné ?

**3.1.3.** Quel est l'état de polarisation de l'onde ?

## 3.2. Mesure de la fréquence

**3.2.1.** Citer deux appareils de laboratoires utilisés habituellement pour mesurer la fréquence des signaux électroniques usuels.

**3.2.2.** Pourquoi de tels appareils ne peuvent-ils plus opérer aux fréquences d'utilisation des guides d'ondes habituels ?

Pour mesurer la fréquence des ondes guidées, on utilise un *onde–mètre* constitué d'une cavité résonante métallique couplée latéralement à une section rectangulaire du guide d'ondes au moyen d'un orifice de petites dimensions (Figure 4).

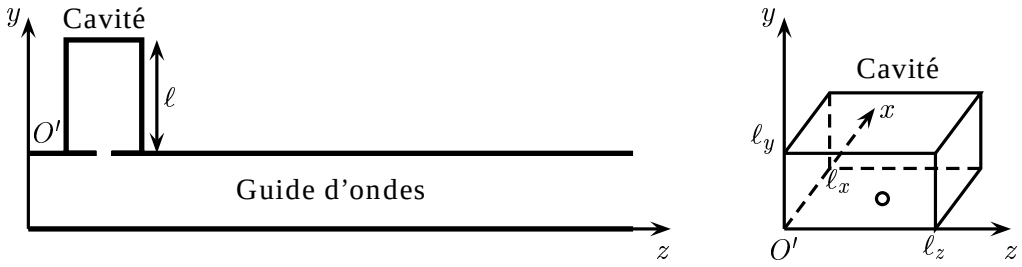



Figure 4 : Cavité résonante couplée au guide d'ondes.

Pour simplifier l'étude, on considère une cavité de forme parallélépipédique de côtés $\ell_x$ suivant $Ox$, $\ell_y$ suivant $Oy$ et $\ell_z$ suivant $Oz$ et on suppose que le métal qui la compose est un conducteur parfait. L'intérieur est vide.

On adopte pour simplifier dans cette section une *théorie scalaire* où une onde électromagnétique est décrite par l'amplitude $E(M,t)$ du champ électrique, sans se préoccuper de sa direction. *On admettra que ce champ doit s'annuler à la surface d'un conducteur parfait.*

On cherche des solutions de la forme $E = E_0 \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z \cos \omega t$.

**3.2.3**. Quelle relation entre $k_x$, $k_y$, $k_z$, et $\omega$ est-elle imposée par l'équation de propagation ?

**3.2.4**. Montrer que les conditions aux limites imposées à $E$ par les parois de la cavité imposent une quantification de $k_x$, $k_y$ et $k_z$ que l'on exprimera en fonction de $\ell_x$, $\ell_y$, $\ell_z$ et de trois nombres entiers $n_x$, $n_y$ et $n_z$. On pourra placer l'origine en $O'$ pour simplifier les calculs de cette question (Figure 4).

**3.2.5**. Déterminer l'expression de la plus petite pulsation $\omega_f$ de l'onde électromagnétique pouvant exister dans la cavité (mode fondamental). Calculer numériquement la fréquence $\nu_f$ correspondante pour une cavité ayant les dimensions suivantes : $\ell_x = \ell_z = 3\,cm$ et $\ell_y = 2\,cm$.

**3.2.6**. Expliquer brièvement comment une telle cavité électromagnétique de section donnée et de longueur $\ell_y = \ell$ réglable et mesurable, permet-elle de mesurer la fréquence $\nu$ de l'onde.

**3.2.7**. Avec $\ell_x = \ell_z = 3\,cm$ maintenues constantes, quelle valeur faut-il donner à $\ell$ pour mesurer la fréquence de travail $\nu \approx 9,67$ GHz ?

## 3.3. Couplage du guide d'ondes à une charge

Un guide d'ondes rectangulaire du type précédent de longueur $L$ est fermé *complètement* en $z = L$ par une plaque conductrice plane d'épaisseur $e$ et de conductivité électrique $\sigma$. Le guide d'ondes est le siège de la propagation d'une onde électromagnétique incidente $TE_{10}$ décrite par le champ électrique

$$\underline{\overrightarrow{E}}_i(M,t) = E_i^\circ \sin\frac{\pi x}{a} \exp \mathrm{i}\,(k_g z - \omega t)\,\overrightarrow{u}_y \qquad \text{avec} \qquad k_g = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad \text{et} \quad E_i^\circ \in \mathbb{R}$$

À l'interface air / plaque (en $z = L$), cette onde donne naissance à une onde réfléchie dans le guide, décrite par un champ électrique $\underline{\overrightarrow{E}}_r$ et une onde transmise dans la plaque décrite par le champ électrique $\underline{\overrightarrow{E}}_t$.
Utilisant les résultats des sections précédentes, on cherche ces champs sous la forme

- champ électrique réfléchi :

$$\underline{\overrightarrow{E}}_r(M,t) = \underline{E}_r{}^\circ \sin\frac{\pi x}{a} \exp -\mathrm{i}\,(k_g z + \omega t)\,\overrightarrow{u}_y$$

- champ électrique transmis :

$$\underline{\overrightarrow{E}}_t\,(M,t) = \underline{E_t}^\circ \sin\frac{\pi x}{a}\exp -\frac{z}{\delta}\exp \mathrm{i}\left(\frac{z}{\delta}-\omega t\right)\overrightarrow{u}_y$$

**3.3.1**. On choisit une plaque d'épaisseur $e$ très grande devant l'épaisseur de peau $\delta$ à la fréquence de travail. Pourquoi ?

**3.3.2**. En utilisant une équation de MAXWELL appropriée, exprimer les champs magnétiques incident $\underline{\overrightarrow{B}}_i$, réfléchi $\underline{\overrightarrow{B}}_r$ et transmis $\underline{\overrightarrow{B}}_t$ en fonction des variables et paramètres apparaissant dans les expressions de $\underline{\overrightarrow{E}}_i$, $\underline{\overrightarrow{E}}_r$ et $\underline{\overrightarrow{E}}_t$.

**3.3.3**. À l'aide d'une équation de passage du champ électrique à l'interface $z = L$, établir une première relation entre $E_i{}^\circ$, $\underline{E_r}^\circ$ et $\underline{E_t}^\circ$.

**3.3.4**. Justifier *brièvement* la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique à l'interface $z = L$ et en déduire une deuxième relation entre $E_i{}^\circ$, $\underline{E_r}^\circ$ et $\underline{E_t}^\circ$.

**3.3.5**. Exprimer alors les coefficients de réflexion $\underline{r}$ et de transmission $\underline{t}$ définis par $\underline{r} = \underline{E_r}^\circ/E_i{}^\circ$ et $\underline{t} = \underline{E_t}^\circ/E_i{}^\circ$.

**3.3.6**. On s'intéresse maintenant au champ électrique $\underline{\overrightarrow{E}}$ de l'onde résultant de la superposition dans le guide ($z \leqslant L$) des ondes incidente et réfléchie. Exprimer $\underline{\overrightarrow{E}}$ et montrer que sa partie réelle peut se mettre sous la forme

$$\overrightarrow{E}\,(M,t) = E_i{}^\circ \sin\frac{\pi x}{a}\left[\cos\left(k_g z-\omega t\right)+r\cos\left(\psi-k_g z-\omega t\right)\right]\overrightarrow{u}_y. \qquad (7)$$

$r$ et $\psi$ désignent respectivement le module et l'argument de $\underline{r}$.

**3.3.7**. Exprimer $r$ en fonction de $k_g$ et $\delta$.

La figure (5) donne une représentation *schématique* des variations du champ électrique résultant dans le guide dans un plan $x = constante$ à un *instant* $t$ *donné*.

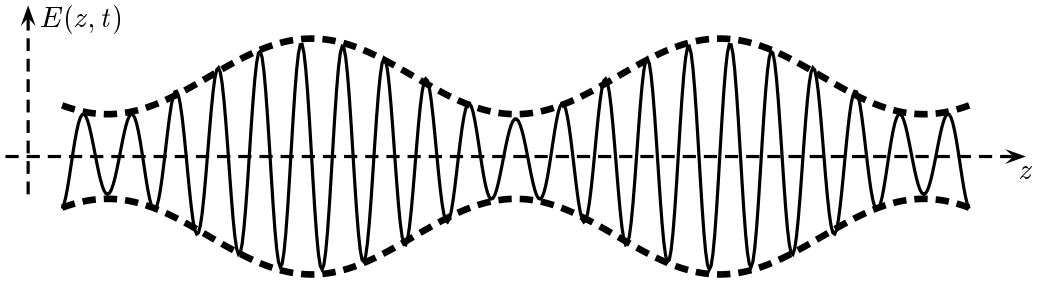



Figure 5 : Représentation schématique des variations du champ électrique dans le guide.

**3.3.8**. Expliquer, à partir de l'équation (7), pourquoi l'amplitude du champ électrique (courbe en pointillés de la figure 5) présente-elle des maxima (ventres d'amplitude) et des minima (nœuds d'amplitude).

**3.3.9**. En déduire les positions $z_V$ des ventres (amplitude $E_{max}$) ainsi que les positions $z_N$ des nœuds (amplitude $E_{min}$). Que vaut la distance $\Delta$ entre deux nœuds consécutifs ?

On appelle Taux d'Ondes Stationnaires (T.O.S.), le rapport

$$T = \frac{E_{max}}{E_{min}}.$$

**3.3.10.** Exprimer $T$ à l'intérieur du guide d'ondes en fonction de $r$ et montrer que la mesure de $T$ permet de déterminer le module $r$ du coefficient de réflexion.

On désire utiliser le montage précédent pour mesurer la conductivité électrique $\sigma$ de la plaque conductrice placée en bout du guide ($z = L$). Pour cela on utilise un détecteur d'ondes stationnaires formé par un segment du guide d'ondes fendu sur la partie médiane de sa face supérieure. Une sonde constituée d'une antenne et sa diode détectrice y est insérée. Elle délivre à sa sortie une tension statique $A$ proportionnelle à l'amplitude au carré $E^2$ du champ électrique dans le plan de la sonde. La sonde est déplaçable le long du guide et sa position est repérée avec précision. On mesure alors : $A_{max} \approx 98,65$ mV, $A_{min} \approx 0,05$ mV, $\nu \approx 9,67$ GHz et $\Delta \approx 2,11$ cm.

**3.3.11.** En déduire directement la valeur numérique de la longueur d'onde $\lambda_g$ dans le guide d'ondes. Cette valeur est-elle en accord avec celle obtenue à partir de l'expression de $k_g$ ?

**3.3.12.** En supposant que $k_g\delta \ll 1$ (hypothèse a priori) et en ne conservant que les termes d'ordre le plus bas non nul en $k_g\delta$, exprimer simplement $\delta$ en fonction $r$ et $k_g$.

**3.3.13.** En déduire le T.O.S. $T$, le module $r$ du coefficient de réflexion, l'épaisseur de peau $\delta$ ainsi que la conductivité $\sigma$. L'hypothèse a priori de la question 3.3.12. est-elle vérifiée ?

FIN DE L'ÉPREUVE

# Prepa Help

prepahelp.com · classes préparatoires, Maroc et France

## Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

### Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière :
**écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/tsi