Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2014, filière TSI

Physique II

Ce que traite le sujet

- 1. Miroir sphérique
- 2. Réflexion totale
- 3. Fibre optique
- 4. Étude d'un réseau par réflexion
- 5.1. Principe d'un capteur CCD
- 5.2. Caractéristiques de la barrette CCD
- 6. Spectre du blanc d'ordre supérieur

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/tsi/2014/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*

- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*

Spectromètre à fibre optique

Le spectromètre numérique à fibre optique est un outil courant en énergétique pour analyser la lumière émise par un corps ou transmise à travers un milieu afin de déterminer certaines caractéristiques (température, composition, etc) du corps ou du milieu. Il est basé principalement sur les propriétés d'un système dispersif, le réseau plan. La lumière à analyser est transmise au spectromètre par l'intermédiaire d'une fibre optique. Un premier miroir sphérique concave (dit de collimation) permet de collimater le faisceau issu de la fente d'entrée et de le diriger avec le bon angle sur le réseau. La lumière diffractée par ce réseau est ensuite focalisée par un second miroir sphérique (dit de focalisation) vers une barrette CCD, sur laquelle se forme le spectre. La barrette CCD fournit un signal électrique reproduisant l'intensité lumineuse perçue par ses différents pixels. Ce signal analogique est ensuite converti en signal numérique. Les données sont alors traitées par un logiciel pour afficher la courbe d'intensité spectrale $I(\lambda)$.

Dans ce problème, nous étudierons les différentes composantes du spectromètre numérique à fibre optique. Les différentes parties de ce problème sont largement indépendantes.

1. Miroir sphérique

On considère un miroir sphérique concave (M) de focale $100\,mm$, de centre C et de sommet S (figure 1). On rappelle que, dans les conditions de Gauss, la position d'un point objet A sur l'axe et celle de son image A' sont reliées par la relation $\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{2}{\overline{SC}}$.

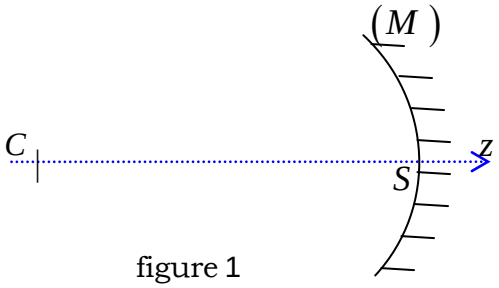


figure 1

1.1. Où se trouvent les foyers objet F et image F' principaux du miroir ? Donner l'expression de la distance focale du miroir définie par $f_1'=\overline{SF'}$. En déduire la valeur numérique du rayon R du miroir.

1.2. Que se passe-t-il pour un rayon incident passant par C ?

1.3. On considère un petit objet AB dans un plan perpendiculaire à l'axe optique. Le point A est sur l'axe optique à la distance SA $(SA>2R)$ du

sommet du miroir et le point B au-dessus de l'axe. Construire soigneusement l'image $A'B'$ de AB par le miroir (M).

1.4. Définir le grandissement transversal et l'exprimer en fonction de $\overline{SA}$ et de $\overline{SA'}$.

1.5. L'objet AB, toujours perpendiculaire à l'axe optique, est tel que $A \equiv F'$. Faire la construction soignée et détaillée donnant son image par le miroir.

1.6. Faire une construction soignée et détaillée donnant l'image $A'B'$ d'un objet AB situé à l'infini, perpendiculaire à l'axe optique, vu sous un angle α et tel que A se trouve sur l'axe optique. Déterminer la nature et la taille de l'image.

2. Réflexion totale

On considère un rayon lumineux issu d'une radiation monochromatique et arrivant sur l'interface plane séparant deux milieux d'indices de réfraction différents (notés n_1 et n_2 avec $n_1 > n_2$) sous un angle d'incidence i_1 par rapport à la normale à l'interface (figure 2).

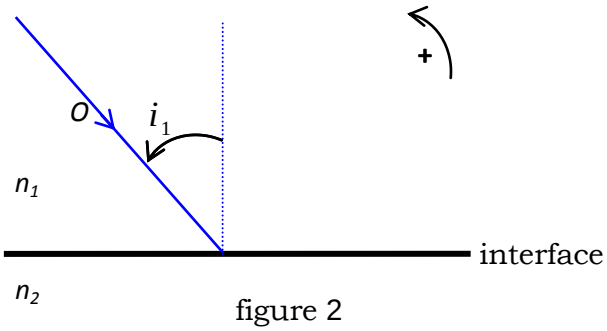


figure 2

2.1. Enoncer les lois de Snell-Descartes de la réfraction lumineuse.

2.2. Montrer que, pour $n_1 > n_2$, le rayon réfracté ne peut exister que si $i_1 < i_0$. Au moyen de figures claires, exposer les différentes situations que l'on peut on observer. Que se passe-t-il si $i_1 > i_0$? Donner l'expression de $\sin(i_0)$ en fonction de n_1 et n_2 et calculer, en degré, la valeur numérique de i_0. On donne $n_1 = 1,450$ et $n_2 = 1,433$.

3. Fibre optique

La fibre optique à saut d'indice (figure 3) est formée d'un cœur cylindrique en plastique d'axe Oz, transparent, homogène et isotrope, de rayon $a_c = 31,25\ mm$ et d'indice de réfraction constant $n_c = 1,450$, entouré d'une gaine d'indice de réfraction constant $n_g = 1,433$.

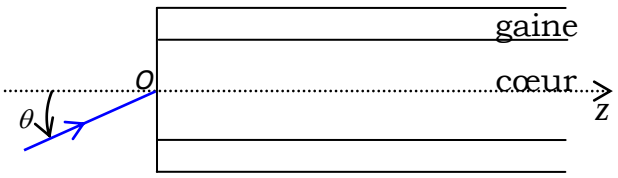


figure 3

La face d'entrée de la fibre optique est plane, perpendiculaire à son axe de symétrie Oz et se trouve dans l'air d'indice de réfraction $n_a = 1,000$. Un rayon lumineux émis par une source monochromatique atteint la face d'entrée de la fibre en O, sous l'angle d'incidence θ. Les propriétés d'une fibre cylindrique à

saut d'indice peuvent être analysées en bonne approximation en se limitant aux directions de propagation qui se trouvent dans un plan de symétrie de la fibre.

3.1. Justifier que le rayon lumineux transmis dans la fibre optique reste dans le même plan défini par la rayon entrant dans la fibre et l'axe Oz .

3.2. Montrer qu'un rayon lumineux qui se propage dans le cœur de la fibre se réfléchit totalement lorsqu'il atteint la gaine sous un angle d'incidence supérieur à : $i'_0 = \arcsin(\frac{n_g}{n_c})$. Calculer numériquement i'_0.

3.3. Pour qu'un rayon soit effectivement guidé dans la fibre optique, il faut que sa direction à l'entrée se situe dans un cône dit d'acceptance de demi angle au sommet θ_0. Exprimer littéralement et numériquement le demi angle d'ouverture θ_0 de ce cône. Donner l'expression de l'ouverture numérique ON de la fibre, définie par $n_a.\sin(\theta_0)$.

3.4. Quel est le devenir d'un rayon lumineux hors du cône d'acceptance ?

3.5. Faire un dessin du trajet ultérieur du rayon lumineux atteignant la face d'entrée de la fibre optique en O , sous l'angle d'incidence $\theta < \theta_0$ en faisant apparaître plusieurs réflexions.

3.6. On considère maintenant un rayon lumineux en dehors du cône d'acceptance de la fibre optique. Comme il frappe l'interface cœur/gaine à un angle inférieur à l'angle critique de réflexion sur cette interface, il peut pénétrer dans la gaine. A quelle condition peut-il se propager par réflexions totales à la surface extérieure de la gaine ?

3.7. Cette propagation donne naissance à un mode de propagation parasite, appelé mode de gaine. Ces modes sont généralement rapidement atténués, mais ils peuvent néanmoins être à l'origine de perturbations sur la fibre optique. Montrer, schéma à l'appui, que l'on peut les éliminer immédiatement, on entourant la gaine d'une enveloppe dont l'indice est supérieur à celui de la gaine.

4. Etude d'un réseau par réflexion

On distingue les réseaux par transmission, pour lesquels les ouvertures sont des fentes transparentes, et les réseaux par réflexion pour lesquels les fentes sont remplacées par des miroirs.

Un réseau (R) plan par réflexion de largeur utile l est constitué de N traits (bandes) réfléchissants de faible largeur par rapport à leur dimension perpendiculaire au plan de la figure (figure 5). Les traits parallèles sont équidistants de a (pas du réseau). Le réseau comporte $n = 600\ traits.mm^{-1}$ et plonge dans l'air dont l'indice sera pris égal à $n_a = 1,000$.

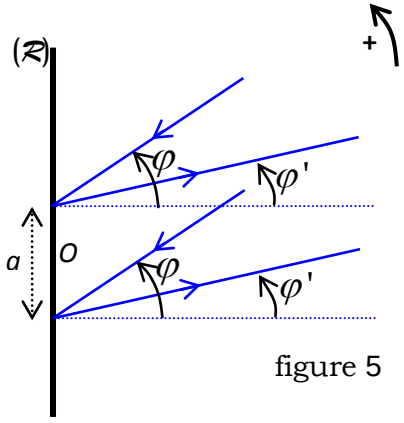


figure 5

La fente d'entrée du spectromètre, supposée infiniment fine et parallèle aux traits du réseau, est éclairée sous incidence nulle par la lumière transmise par la fibre optique.

4.1. Qu'est-ce qu'un réseau de diffraction ? Quel est son rôle ?

4.2. Quelle relation y a-t-il entre a et n ?

4.3. Les rayons issus de la fente d'entrée du spectromètre sont parallèles après réflexion sur le miroir de collimation. A quelle condition cela est-il réalisé ?

On note φ l'angle d'incidence des rayons lumineux sur le réseau, φ' leur angle de réflexion. Les angles sont orientés de la normale au réseau vers le rayon.

4.4. Déterminer, schéma à l'appui, la différence de marche δ entre les rayons diffractés par deux traits consécutifs du réseau en fonction de φ, φ' et a.

4.5. Pour quelles valeurs de δ l'interférence des rayons diffractés est constructive ? En déduire que les angles φ'_p d'ordre p dans lesquels on observe des maxima de lumière pour une longueur d'onde λ donnée sont donnés par la relation : $\sin(\varphi'_p)+\sin(\varphi)=np\lambda$. Commenter la direction de l'ordre 0.

4.6. Quel est l'ordre maximal observable pour le réseau utilisé éclairé en incidence normale par une lumière de longueur d'onde $\lambda = 589.3\ nm$?

4.7. La fibre optique est maintenant éclairée par une source de lumière blanche de longueurs d'onde extrêmes $\lambda_B = 400\ nm$ et $\lambda_R = 800\ nm$. Quels sont les angles φ'_B et φ'_R de diffraction d'ordre $p=1$ des deux longueurs d'onde extrêmes du visible ? On suppose que le réseau est éclairé sous incidence normale.

4.8. La partie interne du spectromètre est décrite dans la figure 6 pour un rayon lumineux sous incidence quelconque.

On note (M_c) et (M_f) les miroirs respectivement de collimation et de focalisation.

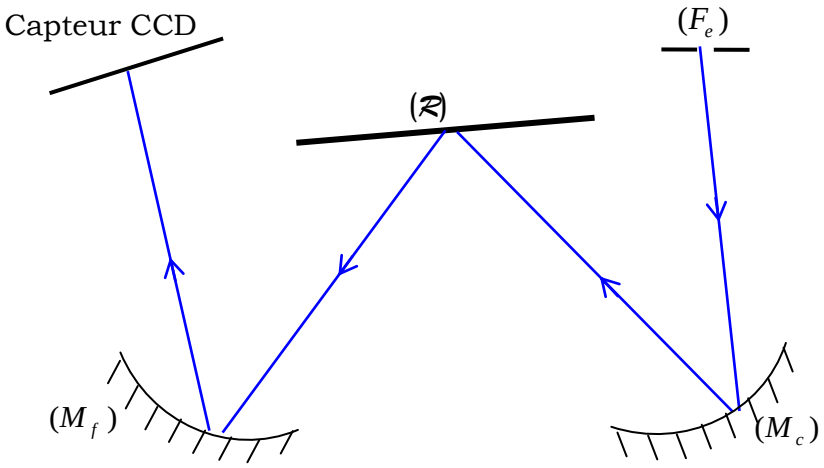


figure 6

4.8.1. Dire, en justifiant, où doit placer le capteur CCD pour enregistrer le spectre de la lumière analysée.

4.8.2. Représenter alors sur un schéma les marches respectives des rayons rouge, jaune et bleu depuis la fente d'entrée jusqu' au capteur CCD.

4.8.3. Citez au moins 3 avantages du spectromètre à fibre optique et capteur CCD par rapport au montage qu'on utilise habituellement et utilisant un goniomètre pour visualiser des spectres en TP.

5. Capteur CCD

5.1. Principe d'un capteur CCD

Le capteur CCD (Charge Coupled Device), interfacé à un ordinateur, réceptionne les différents faisceaux diffractés et fournit un signal électrique reproduisant l'intensité lumineuse perçue par ses pixels répartis sur une longueur L . Il est modélisé par un ensemble de photodiodes reliées à des capacités, puis à un registre à décalage par l'intermédiaire d'interrupteurs.

On étudie dans cette partie la conversion du signal lumineux en signal électrique grâce à une photodiode. La figure 7-1 présente une modélisation simple de la caractéristique $i = i(u)$ d'une photodiode idéale pour la convention de la figure 7-2. Afin d'utiliser la photodiode en capteur, on la polarise en inverse ($i < 0$ et $u < 0$) en l'insérant dans un montage comprenant un générateur de f.é.m U_0 et une résistance de protection r comme représenté sur la figure 8. Le courant inverse est proportionnel au flux lumineux surfacique ϕ_S qui irradie la photodiode : $I_d = k\phi_S$, où k est la sensibilité de la diode. On suppose que cette sensibilité est indépendante de la fréquence de variation de ϕ_S , dans le domaine habituel de variation.

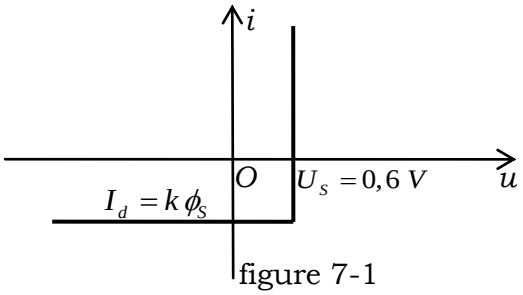


figure 7-1

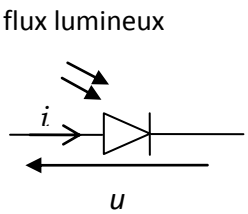


figure 7-2

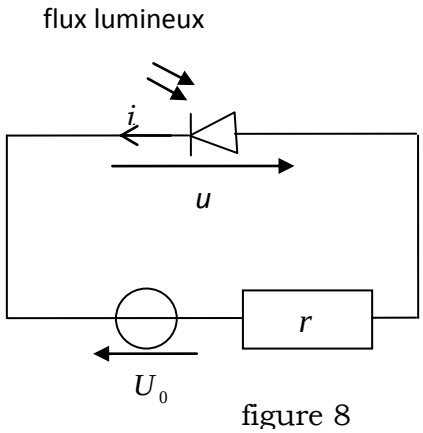


figure 8

5.1.1. La photodiode est-elle un capteur actif ou passif ?

5.1.2. Montrer que la photodiode ne peut être bien polarisée en inverse que si la résistance r est inférieure à une valeur limite r_0. Exprimer littéralement et numériquement r_0 pour un éclairement $\phi_S = 0,20\ mW.cm^{-2}$. On donne $k = 50\ \mu A.mW^{-1}.cm^2$ et $U_0 = 5,0\ V$.

Dans la suite, on suppose la condition $r < r_0$ vérifiée.

La photodiode polarisée en inverse se comporte comme un générateur idéal de courant $I_d = k\phi_S$ en parallèle avec une capacité C_d .

5.1.3. Représenter le schéma équivalent du montage de la figure 8.

5.1.4. Etablir l'équation caractéristique de ce système linéaire. Quel est son ordre ?

5.1.5. On se place tout d'abord en régime statique ou quasi-statique (variations de flux ϕ_S peu rapides). Donner alors l'équation reliant le flux lumineux ϕ_S avec la tension U mesurée. Définir le gain statique de ce dispositif.

5.1.6. La photodiode est maintenant éclairée par des signaux lumineux variables. Le schéma équivalent de la photodiode et de son conditionnement est présenté sur la figure 9. Déterminer la réponse harmonique du système définie par $\underline{H} = \dfrac{\underline{V}}{\underline{\phi_S}}$.

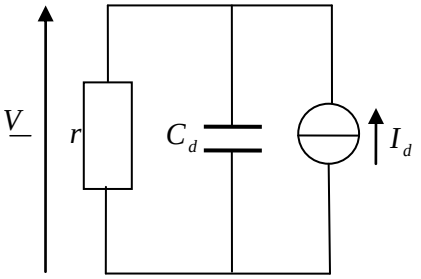


figure 9

5.1.7. Calculer la fréquence de coupure à $-3\,dB$ et le gain maximal de ce dispositif sachant que $r = 1\,k\Omega$ et que la capacité de la photodiode est $C_d = 10\,nF$.

5.1.8. A quelle fréquence maximale peut-on utiliser ce dispositif pour une perte de moins de 1% par rapport au gain statique nominal ?

5.1.9. Calculer le temps d'établissement à 2 % de ce système.

5.2. Caractéristiques de la barrette CCD

La barrette CCD linéaire du spectromètre à fibre optique étudié est constituée de $N_p = 2048\,pixels$ répartis sur une longueur $L = 28,7\,mm$. Sa gamme spectrale est $200-900\,nm$ **.** On suppose que seul le spectre d'ordre 1 est projeté sur la barrette CCD.

5.2.1. Calculer la taille $t(P)$ d'un pixel.

5.2.2. Quel(s) type(s) de radiation(s) couvre la gamme spectrale du spectromètre étudié ?

5.2.3. On définit la résolution $\Delta\lambda(P)$ d'un pixel en longueur d'onde par l'intervalle de longueur d'onde que couvre un pixel. Déterminer $\Delta\lambda(P)$ en supposant que l'intervalle de longueur d'onde sur la gamme spectrale $\Delta\lambda$ obtenue sur le capteur occupe $N_p = 2048\,pixels$.

5.2.4. On définit arbitrairement la résolution $R_{rés}$ du spectromètre à fibre optique comme l'intervalle de longueur d'onde séparant 3 pixels, calculer la valeur de $R_{rés}$.

5.2.5. Citer deux facteurs qui pourraient limiter le pouvoir de résolution du spectromètre à fibre optique.

5.2.6. La barrette CCD est installée de telle façon que le premier pixel (n°1) reçoit la vibration de longueur d'onde $\lambda_1 = 200\ nm$ et le dernier pixel (n°2048) reçoit la vibration de longueur d'onde $\lambda_2 = 900\ nm$. Etablir la relation entre la longueur d'onde λ et le n° de pixel x.

6. Spectre du blanc d'ordre supérieur

On considère un interféromètre de Michelson idéal constitué d'un miroir plan fixe (M_1), d'un miroir plan mobile (M_2) réglable en translation et en inclinaison et d'une lame séparatrice (S_P) semi-réfléchissante, non absorbante, d'épaisseur nulle, de facteurs de transmission et de réflexion égaux à 0,5 et n'introduisant aucun déphasage. Cette lame fixe est inclinée à 45° par rapport aux normales à (M_1) et (M_2) (figure 11).

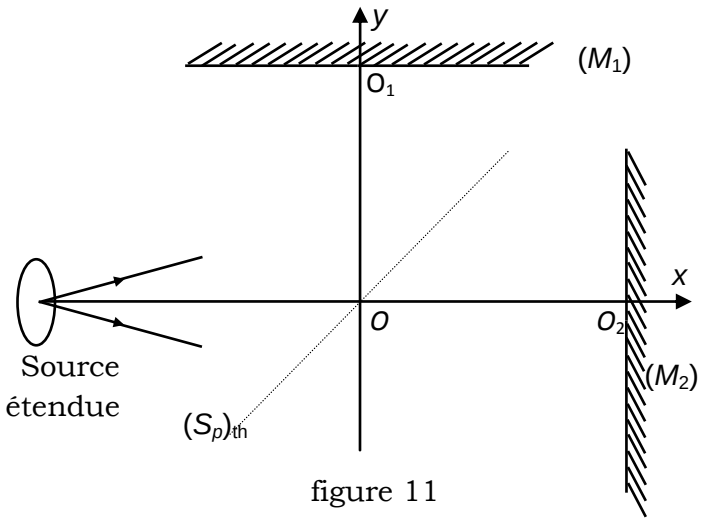


figure 11

L'interféromètre de Michelson est plongé dans l'air d'indice de réfraction égal à 1 et est réglé dans la configuration «contact optique». On incline le miroir mobile (M_2) d'un petit angle α_0 et on éclaire l'interféromètre en lumière quasi-parallèle à l'aide d'une source étendue (S).

Les franges d'interférence ainsi obtenues sont supposées localisées sur le miroir fixe (M_1). On les projette sur un écran (E) à l'aide d'une lentille convergente (L) de distance focale image $f_2' = 20\ cm$ placée à la distance $d = 2f_2'$ du miroir (M_1).

On rappelle l'expression de l'intensité lumineuse en un point P du plan de localisation en fonction de la différence de matche $\delta(P)$ en ce point : $I(P) = 2I_0(1+\cos(2\pi\frac{\delta(P)}{\lambda}))$, λ étant la longueur d'onde de la lumière éclairant l'interféromètre de Michelson et I_0 une constante.

6.1. Pourquoi éclaire-t-on l'interféromètre de Michelson avec une source étendue ?

6.2. A l'aide d'un schéma soigné du coin d'air formé par les deux miroirs (M_1) et (M'_2), image de (M_2) à travers la séparatrice (S_P), préciser les deux rayons qui interférent.

6.3. On note x la distance d'un point P sur (M_1) à l'arête commune des miroirs (M_1) et (M'_2). Exprimer la différence de marche $\delta(P)$ en fonction de x. Les interférences observées sont-elles des franges d'égale inclinaison ou d'égale

épaisseur ? Justifier votre réponse et déterminer l'expression de l'interfrange i_{miroir} sur le miroir (M_1).

6.4. Quelle relation existe entre i_{miroir} et l'interfrange $i_{écran}$ sur l'écran (E) ?

6.5. Afin de mesurer l'angle α_0, on éclaire l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air par une source monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 589,3\ nm$. La mesure de l'interfrange sur l'écran donne $i_{écran} = 5\ mm$. Calculer l'angle α_0 du coin d'air.

6.6. Le réglage précédent étant conservé, on éclaire maintenant l'interféromètre de Michelson par une source de lumière blanche. On centre la frange d'ordre 0 dite frange centrale.

6.6.1. Décrire en le justifiant l'aspect des franges que l'on voit sur l'écran (E). Justifier pourquoi on n'observe que quelques franges.

6.6.2. Comment repère-t-on la frange d'ordre 0 ? Est-elle blanche ou noire ? Si elle est noire, expliquer pourquoi.

6.6.3. Loin de la frange d'ordre 0, les franges du coin d'air en lumière blanche disparaissent et l'on observe du « blanc d'ordre supérieur ». Justifier cette appellation. Comment distingue-t-on sur le plan spectral entre le blanc d'ordre supérieur et le blanc uniforme d'ordre 0 correspondant au contact optique (teinte plate) ?

6.7. On place, au point P' du plan de l'écran (ce dernier retiré), la fente du spectrophotomètre à fibre optique parallèlement aux franges. On observe des cannelures (absence de lumière). Expliquer ce que cela veut dire. Quelle relation existe-t-il entre la différence de marche δ et la longueur d'onde d'une radiation visible absente du spectre ?

6.8. Le spectromètre étant étalonné comme indiqué dans la question **5.2.5**, on observe des cannelures correspondant aux pixels $x_1 = 1293$, $x_2 = 1109$, $x_3 = 1012$ et $x_4 = 691$. Calculer les longueurs d'ondes correspondantes.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Optique géométrique et formation des images
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Filtrage linéaire
- Régimes transitoires
- Équations différentielles linéaires du premier ordre

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/tsi