Concours National Commun (CNC), Maroc

Session 2018, filière TSI

Physique II

Ce que traite le sujet

- Partie I : questions de cours, généralités
- Partie II : optimisation d'un trajet, marche de rayons lumineux
- Partie III.1 : fibre optique à saut d'indice
- Partie III.2 : application, principe d'un capteur de niveau de l'eau
- Partie III.3 : fibre optique à gradient d'indice
- Partie IV : modes d'une fibre, aspect ondulatoire de la transmission

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/tsi/2018/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

• On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

• Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.

• Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.

• *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Propagation et guidage de la lumière dans des milieux matériels

Le problème étudie la propagation des ondes électromagnétiques dans des milieux matériels. Lorsqu'on veut transmettre une onde électromagnétique vers un récepteur donné, on peut utiliser le guidage. Dans le cas de la lumière, on utilise de plus en plus des fibres optiques car cela apporte beaucoup d'avantages, comme par exemple le fait que le signal soit insensible aux perturbations électromagnétiques. Mais la propagation de la lumière dans une fibre fait intervenir les phénomènes d'absorption et de dispersion, introduits par les interactions du rayonnement avec la matière.

Données :

-Vitesse de la lumière : $c = 3.10^8 m.s^{-1}$.

- Permittivité diélectrique du vide $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} F.m^{-1}$.

- A une grandeur sinusoïdale $f(t) = F_0.cos(\omega t + \varphi)$, on associe le complexe souligné $\underline{f}(t) = F_0.e^{i.(\omega t+\varphi)}$, avec $i^2 = -1$ et tel que $f(t) = Re(\underline{f}(t))$; le conjugué de $\underline{f}$ sera noté $\underline{f}^*$.

- Formule d'analyse vectorielle pour un vecteur $\overrightarrow{V}$: $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{V}) = \overrightarrow{grad}(div\,\overrightarrow{V})$ - $\Delta\,\overrightarrow{V}$.

I Questions de cours. Généralités

I.1. On considère une onde électromagnétique qui se propage dans le vide.

I.1.1. Écrire les quatre relations de Maxwell dans le vide.

I.1.2. Établir l'équation d'onde de D'Alembert vérifiée par le champs électrique $\overrightarrow{E}(M,t)$.

On considère une onde électromagnétique, dont le vecteur champ électrique s'écrit sous la forme : $\overrightarrow{E} = E_0.cos(\omega t - k_0.z).\overrightarrow{u}_x$, avec E_0 et k_0 des constantes positives.

I.1.3. Préciser la direction de propagation de cette onde. Quelle est sa polarisation ?

I.1.4. Donner l'expression de son vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

I.1.5. Donner l'expression du vecteur de Poynting $\overrightarrow{\Pi}$, et en déduire sa valeur moyenne $< \overrightarrow{\Pi} >$.

I.1.6. Déterminer la puissance surfacique moyenne φ transportée par cette onde à travers une surface orthogonale de $1m^2$.

I.2. Milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope.

Lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un milieu, elle interagit avec ses charges et son comportement est différent de celui avec le vide. Considérons un milieu diélectrique linéaire homogène et isotrope, où se propage une onde sinusoïdale. On admet que les équations de Maxwell, en notation complexe, s'écrivent comme dans le cas du vide, mais en remplaçant

ε_0 par la permittivité complexe du milieu $\underline{\varepsilon}$; il a même perméabilité magnétique que le vide : $\mu = \mu_0$.

(1) $div\,\overrightarrow{\underline{E}}\,(M,t) = 0$ (2) $div\,\overrightarrow{\underline{B}}\,(M,t) = 0$

(3)$\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{\underline{E}}\,(M,t) = -\dfrac{\partial\,\overrightarrow{\underline{B}}\,(M,t)}{\partial t}$ (4) $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{\underline{B}}\,(M,t) = \mu_o.\underline{\varepsilon}.\dfrac{\partial\,\overrightarrow{\underline{E}}}{\partial t}$

I.2.1. Retrouver l'équation d'onde de D'Alembert vérifiée par le champs électrique $\overrightarrow{\underline{E}}(M,t)$

Le champ électrique de l'onde est de la forme : $\overrightarrow{\underline{E}}(M,t) = E_0.e^{i(\omega t - \underline{n}\frac{\omega}{c}.z)}.\overrightarrow{u}_x$, E_0 est une constante, $\underline{n}$ est l'indice complexe du milieu et qu'on peut écrire sous la forme : $\underline{n} = n_r - i.n_i$.

I.2.2. Établir la relation de dispersion vérifiée par $\underline{n}$.

I.2.3. Donner l'expression réelle du champ électrique $\overrightarrow{E}\,(M,t)$ en faisant intervenir n_r et n_i.

I.2.4. En déduire l'expression réelle du champ magnétique, $\overrightarrow{B}\,(M,t)$, de cette onde.

I.2.5. Donner l'expression de la vitesse de phase v_φ de cette onde.

I.2.6. Cette onde électromagnétique est-elle plane ? est-elle transverse électromagnétique (TEM) ? Justifier.

I.2.7. Déterminer l'expression de la puissance surfacique moyenne φ transportée par cette onde à travers une surface orthogonale de $1m^2$. Commenter.

I.2.8. On considère une onde de longueur d'onde $\lambda = 500nm$ qui se propage dans l'eau. La puissance surfacique moyenne φ à la profondeur de 12 m est le dixième de sa valeur à la surface de l'eau, calculer l'indice n_i de l'eau. Commenter.

I.2.9. En optique, qu'entend-on par milieu parfaitement transparent ?

II Optimisation d'un trajet. Marche de rayons lumineux

II.1. Donner les ordres de grandeurs de longueurs d'ondes pour la lumière rouge et la lumière violette. Situer l'infrarouge et l'ultraviolet.

II.2. Qu'appelle-t-on approximation de l'optique géométrique ?

II.3. Quelle est la trajectoire suivie par la lumière dans un milieu homogène ?

II.4. Rappeler le contenu physique du principe de retour inverse de la lumière.

II.5. Trajet suivi par un rayon lumineux rencontrant un dioptre.

On considère un mobile qui se déplace à la vitesse constante v_1 dans un milieu (1) et à la vitesse v_2 dans un milieu (2). On se propose de déterminer la durée minimale que met ce mobile entre deux points données A et B, ou A et C (coordonnées constantes) : voir figures 1a et 1b.

II.5.1. Exprimer τ_{AIB} la durée du trajet AIB dans le milieu (1), le point I est repéré par ses coordonnée x_I et $y_I = 0$.

II.5.2. Déterminer la condition sur x_I pour que la durée τ_{AIB} soit minimale.

II.5.3. Relier ce résultat à une loi de l'optique géométrique, qu'on explicitera.

II.5.4. Exprimer τ_{AJC} la durée du trajet AJC dans le milieu (1), puis dans le milieu (2), le point J est repéré par ses coordonnées x_J et $y_J = 0$.

II.5.5. Déterminer la condition sur x_J pour que la durée τ_{AJC} soit minimale.

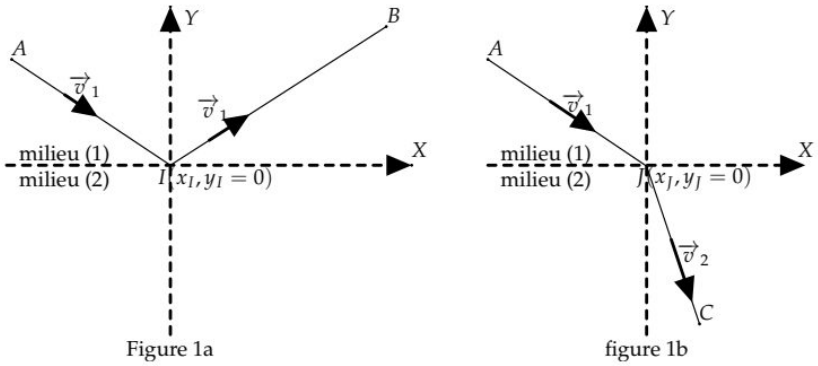


Figure 1 – Trajet d'un rayon lumineux entre deux points données

II.5.6. Relier ce résultat à une autre loi de l'optique géométrique, qu'on explicitera.

II.6. En optique géométrique, expliquer les phénomènes de réflexion totale et de réfraction limite. On accompagnera les explications par des schémas.

II.7. Un rayon de lumière blanche passe de l'air, assimilé au vide, dans le verre d'indice $n_v(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda}^2$ où a et b sont deux constates positives. Quelle est la couleur la plus déviée ? Justifier.

III Guidage de la lumière par les fibres optiques

III.1. Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice de longueur l est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1, entouré d'une gaine d'indice n_2. On considère un rayon lumineux SO situé dans un plan méridien de la fibre, et qui y entre au point O en venant de l'air : figure 2.

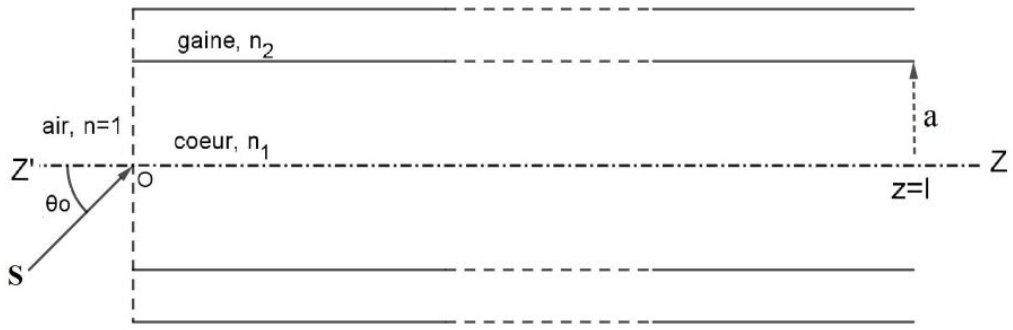


Figure 2 – Propagation de rayons dans une fibre optique

III.1.1. Quel est le phénomène physique qui permet la propagation du rayon lumineux dans le cœur de la fibre, avec une atténuation très faible, malgré le grand nombre de réflexions subies ?

III.1.2. Comment doit-on choisir, alors, les indices n_1 et n_2 ? En déduire une condition sur l'angle d'incidence à l'entrée θ_0 pour que le rayon soit transmis par la fibre.

III.1.3. Calculer la valeur maximale, appelée acceptance $\theta_{0,a}$, de l'angle θ_0 et la valeur de l'ouverture numérique O.N de la fibre définie par : $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. On donne $n_1 = 1,510$ et $n_2 = 1,495$.

III.1.4. Exprimez le temps de parcours $\tau(\theta_0)$ d'un rayon de lumière quelconque dans la fibre en fonction des données.

On suppose qu'une source ponctuelle placée en O émet, avec une période T, des impulsions lumineuses isotropes de durée négligeable. Soit τ_m et τ_M les durées respectives minimale et maximale de parcours des rayons lumineux dans la fibre.

III.1.5. Déterminer l'expression de la durée $\tau = \tau_M - \tau_m$.

III.1.6. Déterminer l'expression de la fréquence maximale f_{max} de la source pour laquelle deux impulsions successives ne se recouvrent pas. f_{max} correspond à la bande passante de la fibre.

III.1.7. En déduire l'expression du débit D c'est à dire le nombre d'impulsions qu'on peut transmettre par seconde.

Une portion de la fibre optique précédente est courbée en forme de quart de cercle de rayon moyen R, et elle est éclairée sous incidence normale.

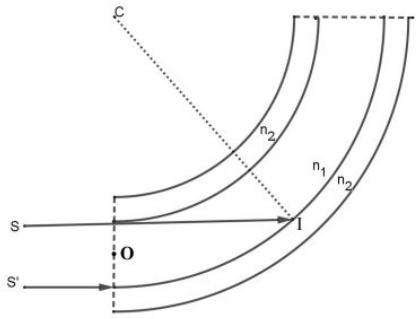


Figure 3 – Courbure d'une fibre optique

III.1.8. Établir l'expression du rayon de courbure minimal $R_{min} = CO$ pour lequel toute la lumière incidente traverse la fibre : voir figure 3.

En réalité dans une fibre optique, on constate un affaiblissement du signal qui se propage dans la fibre ; sur une portion d'épaisseur élémentaire dz, la puissance varie de $dP = -\frac{1}{\delta}.P(z).dz$, où δ est une constante caractéristique de la fibre. P_e est la puissance du signal en entrée et $P_s(z)$ la puissance du signal en z.

III.1.9. Déterminer l'expression de l'atténuation (gain en puissance) de la fibre en dB : G_{dB}.

Le coefficient d'atténuation linéique en dB/km est $\gamma = -\frac{10}{l}.log_{10}(\frac{P_s}{P_e})$, où l est la longueur de la fibre. Il varie avec la longueur d'onde du signal transmis par la fibre : voir figure 4.

III.1.10. Donner approximativement trois longueurs d'onde susceptibles d'être utilisées avec peu d'atténuations.

III.1.11. Dans le domaine du spectre électromagnétique ci-contre (figure 4), quelle radiation est transmise avec le moins d'atténuation ? à quel domaine appartient-elle ?

III.1.12. Calculer, alors, le pourcentage (%) de la fraction de puissance perdue par km.

III.1.13. Lequel des phénomènes suivants peut être à l'origine du pic observé pour $\lambda_1' \approx 1,38\mu m$: la diffraction, l'absorption, la réfraction, ou la réflexion ?

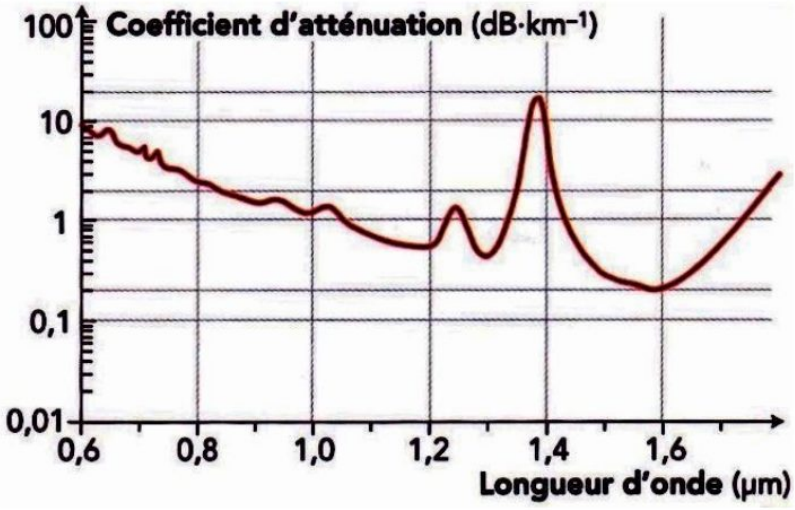


Figure 4 – Variation de l'atténuation avec la longueur d'onde dans une fibre optique

III.2. Application Principe d'un capteur de niveau de l'eau

On considère le dispositif optique constitué de deux fibres accolées terminées par un prisme de section droite triangulaire isocèle d'angle $A = 90°$. Le niveau de l'eau peut monter et dépasser le point I : voir figure 5. Expliquer clairement comment ce dispositif peut jouer le rôle d'indicateur de niveau d'un liquide donné, par exemple l'eau ; on tracera la marche du rayon lumineux SI.

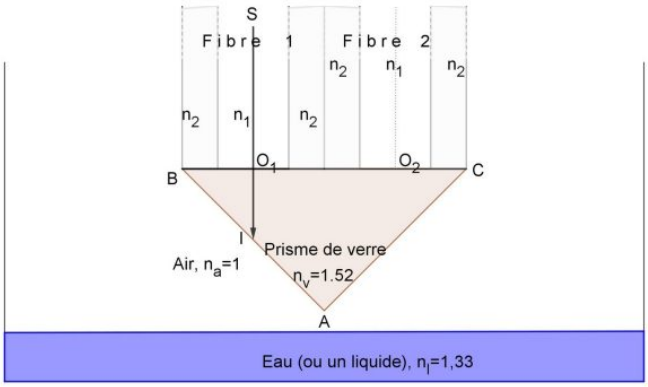


Figure 5 – Principe d'un capteur de niveau à fibres optiques

III.3. Fibre optique à gradient d'indice

Dans le cas des fibres à gradient d'indice, l'indice est donné en fonction de la distance r à l'axe de la fibre par une loi du type : $n(r) = n_1.\sqrt{1 - \alpha.r^2}$.

$n_1 = n(r = 0)$, $n_2 = n(r = a)$ et $\alpha = \frac{n_1^2 - n_2^2}{(n_1.a)^2}$

On caractérise la direction du rayon incident entrant dans la fibre, par son angle à la normale θ_0

III.3.1. Tracer schématiquement la trajectoire d'un rayon lumineux pénétrant dans la fibre au point O. Pour quelle raison une fibre à gradient d'indice permet-elle d'obtenir une bande passante plus grande que dans le cas d'une fibre à saut d'indice ?

III.3.2. On peut modéliser le cœur de la fibre par une succession de couches d'épaisseur dr suffisamment petite pour que l'indice puisse y être considéré comme constant.
Montrez que la quantité $n(r).sin(i(r))$ est égale à une constante qu'on déterminera en fonction des données.

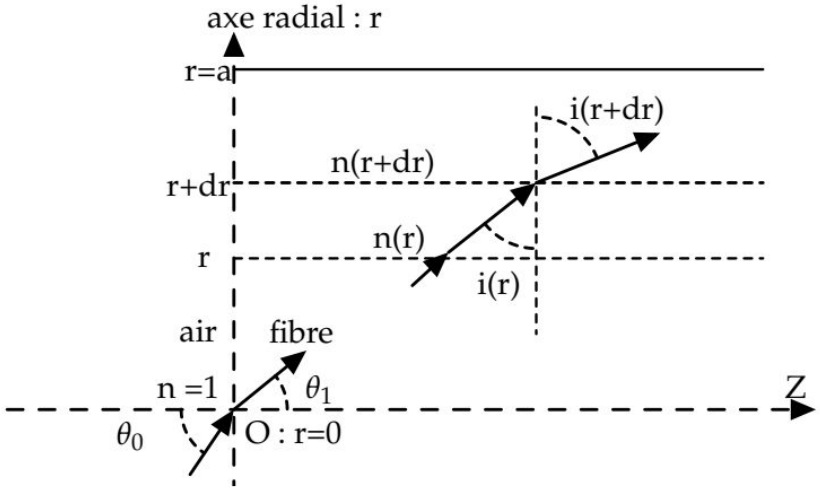


Figure 6 – Fibre à gradient d'indice

III.3.3. En utilisant le résultat de la question précédente, montrer que la trajectoire d'un rayon lumineux est solution de l'équation différentielle :

$$\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \frac{n^2(r) - (n_1.cos(\theta_1))^2}{(n_1.cos(\theta_1))^2}$$

III.3.4. Déterminer, sans chercher à résoudre l'équation précédente, la distance radiale maximum r_M atteinte par le rayon lumineux caractérisé par l'angle θ_0. En déduire une condition pour que le rayon puisse se propager dans la fibre.

III.3.5. Montrer que l'équation différentielle ci-dessus peut s'écrire :

$$\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = (tan(\theta_1))^2.\left(1 - \left(\frac{r}{r_M}\right)^2\right).$$

III.3.6. Montrer que la solution de l'équation différentielle obtenue à la question III-3-3 peut se mettre sous la forme $r(z) = r_M.cos(\Omega.(z - z_0))$ où z_0 est une constante d'intégration. Trouver une expression pour la période spatiale $\lambda = \frac{2\pi}{\Omega}$, en fonction de n_1, n_2, a et θ_0.
On donne : $arccos(u) = -\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$.

IV Modes d'une fibre : aspect ondulatoire de la transmission par fibre optique

On reprend l'exemple de la fibre optique à saut d'indice formée d'un cœur cylindrique de rayon a, d'indice n_1 et de la gaine d'indice n_2. Dans cette fibre, on étudie de façon simplifiée l'aspect ondulatoire du signal qui s'y propage, de longueur d'onde λ. On considère les deux rayons qui entrent dans la fibre en O, sous l'incidence θ_0 et qui subissent des réflexions respectivement aux points $H_{i=1,2,3...,N}$ et $K_{i=1,2,....N}$: voir figure 7. On ne tient pas compte du déphasage lors d'une réflexion.

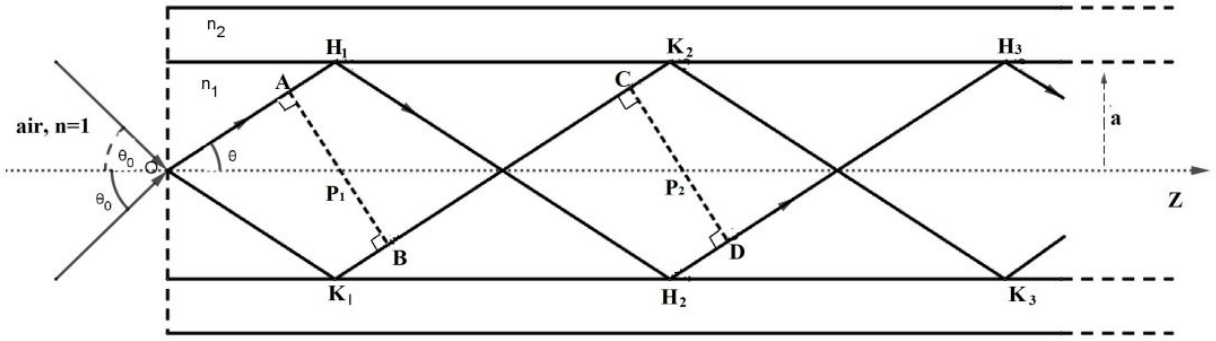


Figure 7 – Différence de marche optique dans une fibre optique

IV.1. Le plan P_1 orthogonal aux rayons OH_1 et K_1K_2 , les coupe aux points A et B ; de même Le plan P_2 orthogonal aux rayons K_1K_2 et H_2H_3, les coupe aux points C et D.

Déterminer la différence de marche optique $\delta = (AD) - (BC)$.

IV.2. Soit H_1' la projection orthogonale de H_1 sur K_1K_2. De même soit H_2' la projection orthogonale de H_2 sur K_1K_2.

Exprimer la différence de marche δ en fonction de H_1H_2, $H_1'H_2'$ et de n_1.

IV.3. Montrer que la différence de marche s'écrit aussi $\delta = 2.a.sin\theta_0$.

IV.4. On suppose que pour que la propagation soit possible, $\delta = m.\lambda$, où m est un entier appelé 'indice de mode'. Commenter cette hypothèse.

IV.5. Quelle condition doit-alors vérifier cet entier m, compte tenu de l'ouverture numérique ON de la fibre.

IV.6. Expliciter cette condition sachant que : $a = 3,5\mu m$, $n_1 = 1,510$, $n_2 = 1,495$ et $\lambda = 1.6\mu m$.

IV.7. Cette condition est-elle modifiée s'il y'a un éventuel déphasage dû à la réflexion ? Expliquer.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Optique géométrique et formation des images
- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Fonctions usuelles et lecture des graphes
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Modèle scalaire des ondes lumineuses
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/tsi