Concours National Commun (CNC), Maroc

# Session 2020, filière TSI

## Physique (épreuve unique)

Durée : 4 heures

### Ce que traite le sujet

- Exercice : oscillateurs élastiques libres non amortis
- Problème I : étude d'un oscillateur électronique
- Problème II : suspension d'une voiture

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/cnc/tsi/2020/physique-unique

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴷ ⵜⵙⵙⵏⵜⵉⵡⵉⵏ ⵜⵉⵎⵙⵙⴰⵏⵉⵏ
ⴰⵙⵓⴳⵎⵉ ⵏ ⵜⵣⵔⴼⵜ ⵜⵜⴰⵡⵉⵏ ⵏ ⵜⵙⵙⵏⵜⵉⵡⵉⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

**Royaume du Maroc**
Ministère de l'Éducation Nationale, de la Formation Professionnelle,
de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Département de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ENSIAS

جامعة محمد الخامس بالرباط
Université Mohammed V de Rabat

# CNC 2020

## CONCOURS NATIONAL COMMUN

**d'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et Établissements Assimilés**

Épreuve de **Physique**

Filières : **TSI**

Durée **4 heures**

Cette épreuve comporte **6 pages** au format A4, en plus de la page de garde
La calculatrice est autorisée

• On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les numéros des questions abordées.

• Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.

• Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.

• *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé ou un oubli, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

# Oscillations. Couplages

On parle d'oscillations de grandeurs physiques lorsque celles-ci varient périodiquement ; elles sont décrites par les mêmes équations quelle qu'en soit leur nature (mécanique, électrique, etc.). Dans certaines situations les oscillations temporelles peuvent aussi se propager dans l'espace. Lorsque des grandeurs physiques quelconques sont interdépendantes, on dit qu'elles sont couplées : c'est le cas lorsqu'on a des liaisons entre oscillateurs (mécaniques, électriques, ...), et on peut alors avoir des transferts énergétiques.

**Données**

• Il peut être commode d'utiliser la notation complexe ; ainsi à une grandeur sinusoïdale fonction du temps $f(t) = F_0.cos(\omega t + \varphi)$, on associe le complexe souligné $\underline{f}(t) = F_0.e^{j.(\omega t+\varphi)}$, où $j^2 = -1$, et tel que $f(t)$ représente sa partie réelle : $f(t) = Re(\underline{f}(t))$ ; et on notera son conjugué par $\underline{f}^*$.

• On notera par $\dot{f}(t)$ et $\ddot{f}(t)$ les dérivées temporelles première et seconde d'une fonction $f(t)$.

• Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ est uniforme, vertical, descendant et de module $g = 9,8 m.s^{-2}$.

## Exercice : oscillateurs élastiques libres non amortis (barème 4 points sur 20)

On étudie les mouvements par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen $R(OXYZ)$, l'axe $OZ$ est descendant. On néglige tout frottement.

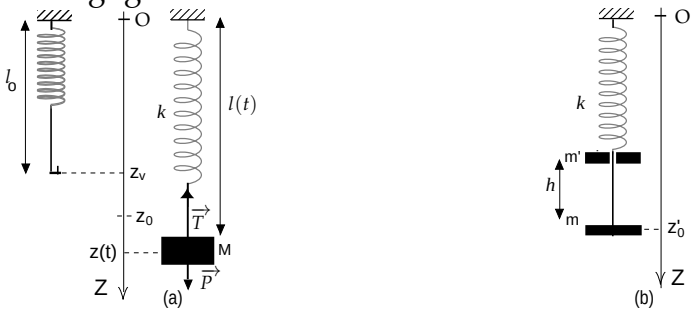



**Figure 1** – Oscillateur élastique (a). Étude d'un choc (b)

1. Oscillateur élastique

On considère la figure 1(a), et on étudie le mouvement d'un solide de masse $M$ accroché à un ressort vertical à spires non jointives, sans masse, de longueur à vide $l_0$ et de raideur $k$. Le barycentre G est repéré à partir de l'autre extrémité fixe $O$, du ressort, par $\overrightarrow{OG} = z.\overrightarrow{u}_z$. On pose : $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$.

1.1 Donner l'expression de la tension $\overrightarrow{T}(z)$ exercée par le ressort sur le solide.

1.2 Appliquer le principe fondamental de la dynamique, et montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit : $\ddot{z} + \frac{k}{M}.(z - l_0 - \frac{Mg}{k}) = 0$.

On pose : $z_c = l_0 + \frac{Mg}{k}$. On admet qu'à l'instant initial l'abscisse est $OG(t = 0) = z_0 < z_c$ et la vitesse du mobile est $\dot{z}(t = 0) = v_0$, avec $0 < v_0 < \frac{g}{\omega}$. On étudie les oscillations du mobile.

1.3 Montrer que $z(t) = z_c + z_m.cos(\omega t + \varphi)$, et déterminer les constantes $z_m$ et $tan(\varphi)$.

1.4 Tracer l'allure du portrait de phase en précisant le sens ; indiquer les coordonnées des points : d'abscisse initiale $z_0$, d'abscisses extrêmales et celui où la vitesse est maximale.

1.5 Chute libre, choc et oscillations

On considère maintenant la figure 1(b). Un solide de masse $m'$ tombe en chute verticale, sans vitesse initiale depuis une hauteur $h$, sur un autre solide de masse $m = \frac{m'}{4}$ ; ce dernier solide, suspendu à un ressort de raideur $k$, était initialement immobile . Le choc a lieu à l'instant $t = 0$, et ensuite les deux solides sont accolés et forment un seul solide de masse $M$, lié au ressort, et la position initiale de son barycentre est $z_0$ .

1.5.1 Déterminer l'expression de la vitesse $v'_0$ de la masse $m'$ juste avant le choc ($t = 0^-$).

1.5.2 Déterminer l'expression de la vitesse $v_0$ de la masse $M$ juste après le choc ($t = 0^+$).

1.5.3 Déterminer l'équation horaire $z(t)$ du solide de masse $M$ après le choc.

2. Deux oscillateurs couplés par un ressort de raideur $k_c$

Deux solides $S_1$ et $S_2$ de masses respectives $m_1$ et $m_2$ sont accrochés en deux points fixes $O_1$ et $O_2$ par deux ressorts, respectivement, de raideur $k_1$ et $k_2$, et de longueur à vide $l_{10}$ et $l_{20}$. Les deux solides sont reliés entre eux par un troisième ressort de raideur $k_c$ et de longueur à vide $l_{c0}$. Les deux solides peuvent glisser sans frottements lelong de l'axe $X'X$ et les barycentres des solides $G_1$ et $G_2$ sont repérés à partir des positions d'équilibres initiales $\overrightarrow{G_{i,e}G_i} = x_i(t).\overrightarrow{u}_x$, $i = 1, 2$ : voir figure 2.

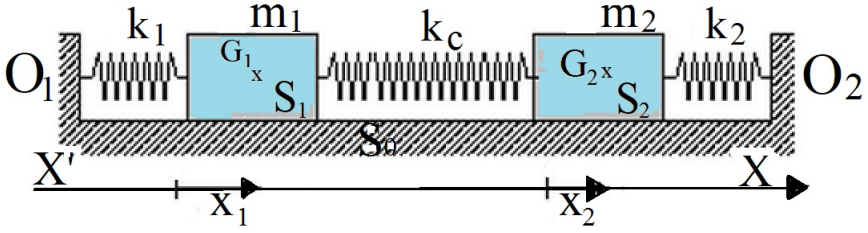



**Figure 2** – Deux oscillateurs couplés

2.1 En utilisant $l_{1e}$, $l_{2e}$ et $l_{ce}$ les longueurs respectives à l'équilibre des ressorts $k_1, k_2$ et $k_c$ ; ainsi que $x_1$ et $x_2$, exprimer les quatre tensions :
$\overrightarrow{T}_1$ et $\overrightarrow{T}_{1c}$ exercées respectivement par les ressorts $k_1$ et $k_c$ sur $S_1$ ; ainsi que $\overrightarrow{T}_2$ et $\overrightarrow{T}_{2c}$ exercées respectivement par les ressorts $k_2$ et $k_c$ sur $S_2$.

2.2 Établir le système d'équations différentielles des mouvements de $S_1$ et de $S_2$.

On considère le cas particulier $m_1 = m_2 = m$ et $k_1 = k_2 = k$ ; on pose $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ et $\omega_c^2 = \frac{k_c}{m}$.

2.3 Réécrire le système d'équations vérifiées par les élongations $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

2.4 On introduit les changements de variables $\alpha = x_1 + x_2$ et $\beta = x_1 - x_2$.
Montrer que $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ sont sinusoïdales et exprimer leurs pulsations notées respectivement $\omega_\alpha$ et $\omega_\beta$ en fonction de $\omega_0$ et $\omega_c$.
Déterminer la forme générale des solutions $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

## Problèmes : oscillations ; couplages (barème : 16 points sur 20)

## I^er problème : étude d'un oscillateur électronique

I.1. Fonctions de transfert en régime sinusoïdal permanent de pulsation $\omega$

On se propose de déterminer les fonctions de transfert de deux filtres passifs représentés en figures 3(a) et 3(b).

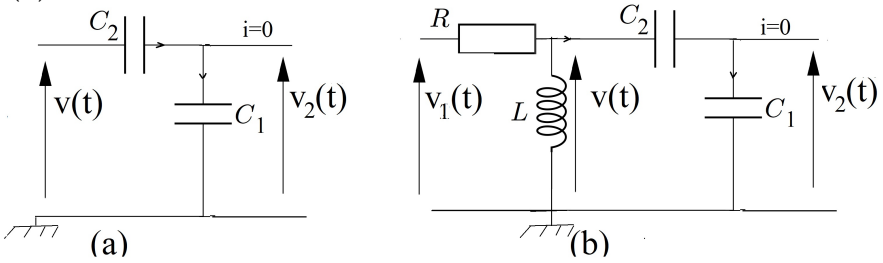



**Figure 3** – filtres passifs (a) et (b)

I.1.1. On considère d'abord le montage de la figure 3(a) faisant intervenir les condensateurs de capacités $C_1$ et $C_2$.

I.1.1.1. Déterminer la fonction de transfert complexe $\underline{H_1}(j\omega) = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v}}$.

I.1.1.2. Donner le nom de ce montage et indiquer son intérêt. Quelle relation existe entre les phases de $v_2(t)$ et $v(t)$ ?

I.1.2. On considère maintenant le montage de la figure 3(b), faisant intervenir en amont du montage précédent un résistor de résistance $R$ et une bobine d'inductance $L$.

I.1.2.1. Déterminer l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}$ formée par la bobine d'inductance $L$ et les deux condensateurs de capacités $C_1$ et $C_2$.

I.1.2.2. Montrer que la fonction de transfert complexe $\underline{H_2}(j\omega) = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}}$, peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{H_2}(j\omega) = \frac{1}{a + \frac{1}{j\omega b} + j\omega d}$$

Expliciter les coefficients $a$, $b$ et $d$ en fonction de $R$, $L$, $C_1$ et $C_2$.

Déterminer les dimensions des coefficients $a$, $b$ et $d$.

I.2. Étude d'un oscillateur à amplificateur linéaire intégré A.L.I (ou amplificateur opérationnel : AO)

On considère maintenant le montage de la figure 4. Dans ce montage, l'amplificateur linéaire intégré est supposé parfait et en régime linéaire ; $R_1$ et $R_2$ sont les résistances de deux résistors.

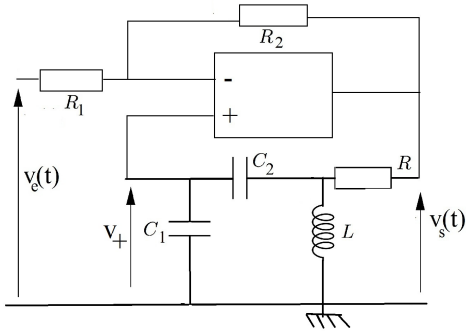



**Figure 4** – oscillateur à ALI

I.2.1. Quelles hypothèses fait intervenir la supposition que l'ALI est parfait et en régime linéaire ?

I.2.2. Déterminer, en régime sinusoïdal permanent, la relation entre $\underline{v_e}$ et $\underline{v_s}$ faisant intervenir $R_1$, $R_2$ et $\underline{H_2}(j\omega)$.

On relie maintenant $R_1$ à la masse, ce qui revient à poser $v_e = 0$.

On admet, sous certaines conditions, que ce montage est un oscillateur et que la tension $v_s(t)$ est une fonction sinusoïdale du temps de pulsation $\omega_0$.

I.2.3. Exprimer la condition d'oscillation par une relation entre $R_1$, $R_2$, $C_1$ et $C_2$.

I.2.4. Déterminer la pulsation d'oscillation $\omega_0$ en fonction de $L$ et $C'$, où $C'$ est une capacité à exprimer en fonction de $C_1$ et $C_2$.

I.3. Étude d'un oscillateur à fréquence modulée

Pour réaliser un oscillateur à fréquence modulée, on branche une diode à capacité variable, appelée aussi varicap, en parallèle avec la bobine d'inductance $L$.

Aucune connaissance sur la varicap n'est exigée, seulement qu'on l'assimile à un condensateur dont la capacité $C(s)$ est fonction d'une grandeur $s$ susceptible de varier avec le temps. La capacité $C(s)$ varie avec $s$ selon la loi : $C(s) = A.s^n$, où $A$ et $n$ sont deux constantes positives.

Le montage de la figure 3(b) est alors modifié, et son nouveau schéma est représenté en figure 5(a)

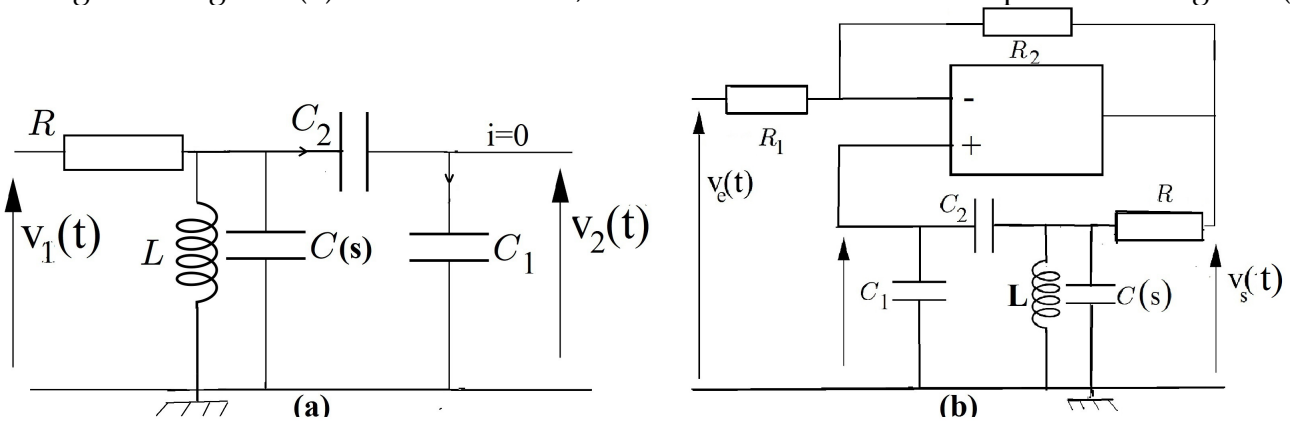



**Figure 5** – (a) : filtre passif à varicap ; (b) : oscillateur à fréquence modulée

I.3.1. Montrer que la fonction de transfert du filtre 5(a) peut s'écrire sous la forme :

$\underline{H_3}(j\omega) = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}} = \dfrac{1}{a' + \frac{1}{j\omega b'} + j\omega d'}$ ; et expliciter les coefficients $a'$, $b'$ et $d'$ en fonction de $R$, $L$, $C_1$, $C_2$ et $C(s)$.

On reprend le montage de la figure 4, après introduction du condensateur $C(s)$, on obtient le montage de la figure 5(b), dans lequel $v_e = 0$.

I.3.2. On fixe $s$ à la valeur constante $S_0$, pour laquelle $C(s = S_0) = C_0$. Exprimer la pulsation $\omega_{0s}$ de l'oscillateur en fonction de $L$, $C_1$, $C_2$ et $C_0$.

I.3.3. On impose maintenant $s(t) = S_0 + \varepsilon.cos(\alpha t)$, où $\varepsilon$ et $\alpha$ sont deux constantes positives.

I.3.3.1. Sachant que $\varepsilon \ll S_0$, établir l'expression approchée au premier ordre de $C(t)$.

I.3.3.2. En déduire l'expression de la pulsation instantanée $\omega_s(t)$ de l'oscillateur.

I.3.3.3. On convient de poser $\omega_s(t) = \omega_{0s}.(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_{0s}}.cos(\omega t))$.

Déduire les expressions de $\omega$ et du taux de modulation $\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_{0s}}$.

I.4. Étude d'un démodulateur de fréquence

On considère le montage de la figure 6, où les trois AO (1,2 et 3) sont supposés idéaux et en régime linéaire. La tension $u_e(t)$ est de la forme $u_e(t) = U_m.sin(\omega t)$ et la pulsation $\omega$ est supposée constante (sauf dans la question I.4.5).

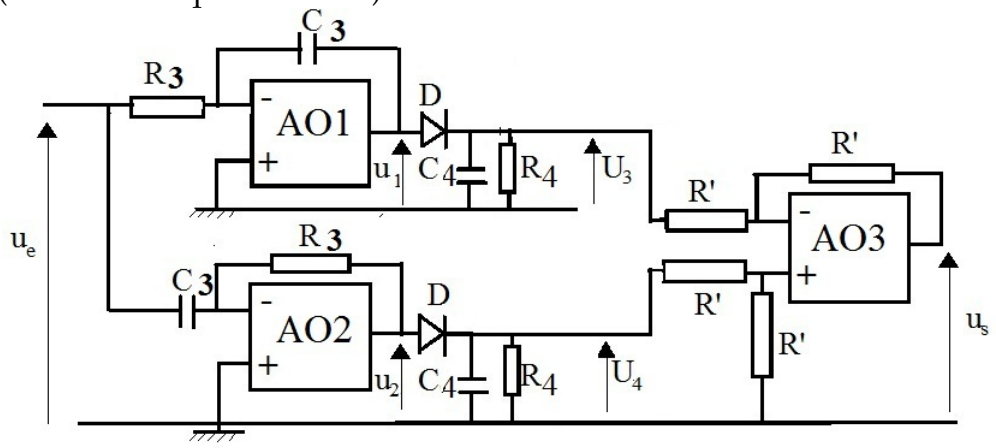



**Figure 6** – montage démodulateur de fréquence

I.4.1. Déterminer les expressions des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

I.4.2. La diode $D$ est idéale, les éléments $C_4$ et $R_4$ sont tels que $R_4C_4\omega \gg 1$, on peut admettre que l'ensemble joue le rôle de détecteur de crête ou d'amplitude ; et $R_4 \ll R'$.

Donner les valeurs des tensions continues $U_3$ et $U_4$.

I.4.3. Exprimer la tension de sortie $u_s$ en fonction de $U_3$ et $U_4$.

I.4.4. On pose $\omega_0 = \frac{1}{R_3C_3}$, montrer que la tension $u_s$ s'écrit : $u_s = U_m(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})$.

On considère $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ avec $\Delta\omega \ll \omega_0$ et on pose $\gamma = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0}$.

Exprimer $u_s$ en fonction de $\gamma$, en faisant un développement limité à l'ordre 2.

I.4.5. On admet que les résultats précédents restent valables lorsque la pulsation $\omega$ varie légèrement dans le temps autour de $\omega_0$, le montage étudié est un démodulateur de fréquence.

Quelle condition doit satisfaire $\gamma$ pour qu'il soit linéaire à 1% : $u_s = k.\Delta f$, où $k$ est une constante à exprimer en fonction de $U_m$ et de la fréquence $f_0$ ?

## II$^{eme}$problème : suspension d'une voiture ; couplages et oscillations

Dans le référentiel terrestre galiléen $R(OXYZ)$, on étudie le mouvement du châssis d'une voiture, assimilé à un solide $(S)$ de masse M, de centre de masse $G$ et de moment d'inertie $I$ par rapport à l'axe horizontal $GX$. Dans tout le problème, le mouvement de $(S)$ s'effectue dans le plan $YZ$, et ce solide admet le plan $x = 0$ comme plan de symétrie. Soit $R'(GXY'Z')$ un référentiel lié au solide.

Le mouvement de ce solide est décrit par $G(0, y(t), z(t))$ et par l'angle $\theta = (\overrightarrow{GY}, \overrightarrow{GY'})$. Le mouvement de la voiture s'effectue sur sol horizontal avec une vitesse horizontale $v_y = \dot{y}$ constante. A l'arrêt $G$ est situé sur l'axe $OY$ donc $z = 0$. Voir figure 7.

La suspension de $(S)$ est assimilée à deux ensembles de ressorts-amortisseurs visqueux de masse négligeable et supposés verticaux. Les éléments avant et arrière de $(S)$ sont affectés des indices 1 et 2 respectivement. La force $\overrightarrow{F}_i = F_i.\overrightarrow{u}_z$ appliquée en $A_i$, par le ressort-amortisseur, est verticale $F_{i,z} = N_i - k_i.z_i - h_i.\dot{z}_i$, $i = 1, 2$ et $z_i$ est l'ordonnée de $A_i$ avec $z_{i,e} = 0$ à l'équilibre ; les quantités $N_i$, $k_i$, $h_i$ sont des constantes.

On supposera toujours $z$, $z_1$, $z_2$, $\theta$, $\dot{z}$, $\dot{z_1}$, $\dot{z_2}$, $\dot{\theta}$, $\ddot{z}$, $\ddot{z_1}$, $\ddot{z_2}$, $\ddot{\theta}$ (élongations, vitesses et accélérations) des infiniments petits de même ordre ; $sin\theta \approx \theta$ et $cos\theta \approx 1$. On donne : $M = 10^3 kg$, $l_1 = GA_1 = 1,30m$, $l_2 = A_2G = 1,70m$ et $A_2A_1 = l$ ; on pose $\lambda_1 = \frac{l_2}{l_1+l_2}$ et $\lambda_2 = \frac{l_1}{l_1+l_2}$.

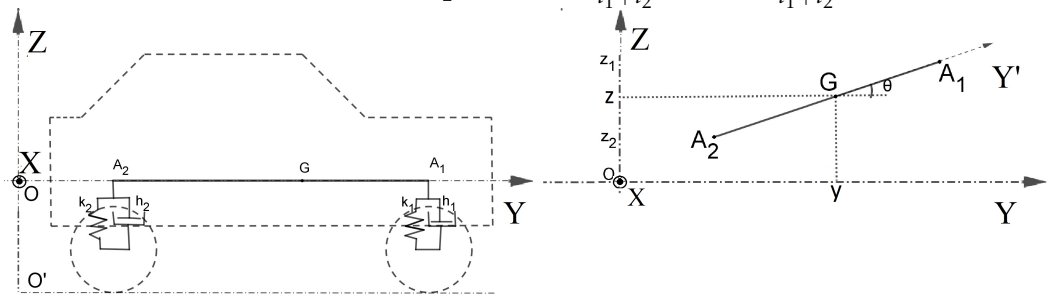



**Figure 7** – étude des mouvements du chassis : translation verticale et rotation

II.1. Préliminaires

II.1.1. Exprimer $z_1$ et $z_2$ en fonction de $z$ et $\theta$.

II.1.2. Exprimer $z$ et $\theta$ en fonction de $z_1$ et $z_2$.

II.1.3. Exprimer les réactions normales $N_1$ et $N_2$ à l'équilibre ; puis calculer leur valeur.

II.2. A l'aide des théorèmes de la résultante cinétique et du moment cinétique, écrire les équations différentielles du mouvement, projetées, dans les deux situations suivantes :

II.2.1. En utilisant les paramètres $z_1$ et $z_2$ : équations notées, respectivement, (I) et (II).

II.2.2. En utilisant les paramètres $z$ et $\theta$ : équations notées, respectivement, (III) et (IV).

II.3. On cherche des solutions de la forme $\underline{z_1} = \underline{Z_1}.e^{j\omega t}$ et $\underline{z_2} = \underline{Z_2}.e^{j\omega t}$ avec $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$, $\omega$ des complexes.

II.3.1. Montrer que les équations (I) et (II) permettent d'obtenir le système :

$$\begin{cases} (a(\omega) + j.b(\omega)).\underline{Z_1} & + & (c(\omega) + j.d(\omega)).\underline{Z_2} & = 0 \\ (a'(\omega) + j.b'(\omega)).\underline{Z_1} & + & (c'(\omega) + j.d'(\omega)).\underline{Z_2} & = 0 \end{cases}$$

Expliciter les grandeurs réelles $a(\omega)$, $b(\omega)$, $c(\omega)$, $d(\omega)$, $a'(\omega)$, $b'(\omega)$, $c'(\omega)$ et $d'(\omega)$.

II.3.2. Écrire l'équation $P(\omega) = 0$ donnant les pulsations complexes $\omega$, sans développer le polynome $P(\omega)$ .

II.3.3. Si on prend $I = M.l_1.l_2$, donner la nouvelle expression $P_c(\omega)$ de $P(\omega)$, sans developper les calculs.

II.4. On cherche des solutions de la forme $\underline{z} = \underline{Z}.e^{j\omega t}$ et $\underline{\theta} = \underline{\theta_0}.e^{j\omega t}$, avec $\underline{Z}$, $\underline{\theta_0}$, $\omega$ des complexes.

II.4.1. Écrire, sans les résoudre, les deux équations homogènes vérifiées par $\underline{Z}$ et $\underline{\theta_0}$.

II.4.2. Montrer que si on adopte les conditions $k_1l_1 = k_2l_2$ et $h_1l_1 = h_2l_2$ alors le couplage entre $\underline{z}$ et $\underline{\theta}$ disparait.

Dans la suite, on suppose les frottements visqueux négligeables $h_1 = h_2 = 0$, et on étudie toujours les variables $\underline{z}$ et $\underline{\theta}$, dans le cas général.

II.4.3. Écrire le polynôme donnant les pulsations propres possibles solutions d'un régime sinusoïdal, en fonction de $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{M}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_1.l_1^2+k_2.l_2^2}{I}}$ et $\alpha = \frac{l_2.k_2-l_1.k_1}{\sqrt{M.I}}$.

II.4.4. Montrer que la condition $\alpha = 0$ permet une solution double, et exprimer alors le rapport $\frac{I}{M}$ en fonction des paramètres $l_1$ et $l_2$.

II.4.5. Donner la solution double $\omega_0$ en fonction de $\omega_1$ ou $\omega_2$.

II.4.6. On donne $\omega_0 = 4\pi\, rad.s^{-1}$, calculer littéralement et numériquement $I$, $k_1$, $k_2$.

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de TSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Régime sinusoïdal forcé
- Filtrage linéaire
- Amplificateur linéaire intégré
- Oscillateurs électroniques

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/cnc/tsi