Concours e3a-Polytech, France

Session 2005, filière MP

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : qualifier une centrale inertielle et guider les rotations (FT21)
- Partie 2 : asservir en position et en vitesse l'axe Phi (FT23)

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/e3a/mp/2005/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

G23Z

e3a

CONCOURS ENSAM - ESTP - EUCLIDE - ARCHIMEDE

Epreuve de Sciences Industrielles MP

durée 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé

Le candidat formulera toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour résoudre les questions posées.

De plus, le candidat prendra soin de rédiger ses réponses et donnera les justifications utiles.

Les parties et sous parties du sujet sont indépendantes.

A rendre avec la copie :

- **Document réponse DR1**
- **Document réponse DR2**

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Présentation du sujet

Il est nécessaire de tester et d'étalonner les équipements inertiels embarqués dans un véhicule de type avion ou satellite, en vue de leur qualification. Ces équipements sont des centrales inertielles, des gyromètres, des gyroscopes ou tout système électronique de contrôle et de guidage.

Des tests permettent l'étalonnage de l'équipement inertiel mais aussi de conduire des essais de comportement de l'équipement sous des conditions sévères ou encore de faire des mesures de résistance à la fatigue.

Une centrale inertielle (voir l'annexe en fin d'énoncé) est un système de navigation entièrement autonome muni en général de trois gyroscopes, de trois accéléromètres et d'un calculateur qui permet à un engin mobile de connaître en temps réel sa position et sa vitesse dans l'espace.

Le système étudié ici est destiné à effectuer des tests dynamiques et statiques sur des équipements inertiels embarqués dans tout type de véhicules (terrestres, marins, aériens et spatial).

Le sujet proposé concerne un testeur pouvant recevoir une enceinte pressurisée et régulée en température (c'est-à-dire climatisée) à l'intérieure de laquelle est installé l'équipement inertiel.

Ce testeur est en fait un robot constitué par conséquent d'une partie opérative représentée sur la figure 1 ci-dessous et d'une partie commande munie d'un pupitre et d'un écran de contrôle.

La partie opérative est munie de deux axes pilotés par la partie commande et assurant un asservissement en mode vitesse et en mode position, de façon synchronisée ou indépendante, sur ces deux axes.

En robotique de manière simplifiée, on nomme « axe », pour axe numérique, chaque degré de mobilité de la partie opérative, asservi en vitesse et en position.

Ci-dessous, on peut voir le premier axe toujours horizontal (l'axe Thêta) actionné par deux motoréducteurs M1 et M1' et le deuxième axe normal au plan du plateau circulaire (l'axe Phi) actionné par un motoréducteur M2.

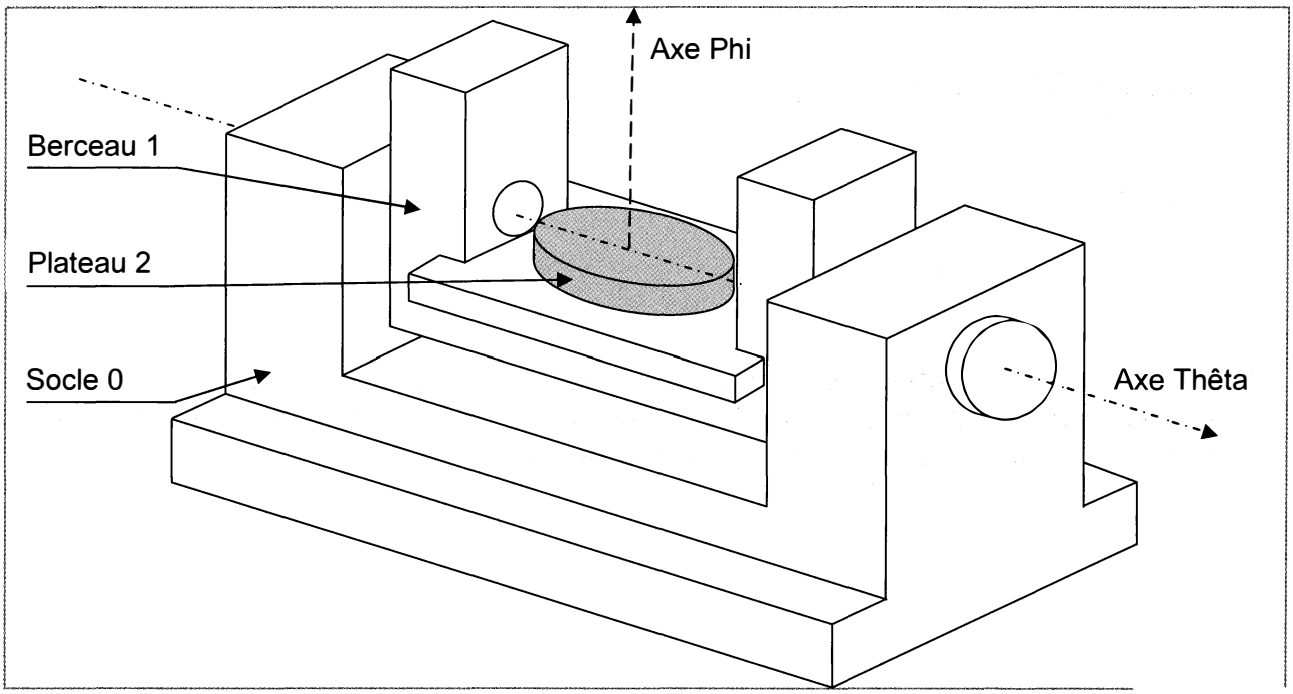


Figure 1 : la partie opérative du testeur

Le testeur présenté ici est ainsi muni d'une partie opérative constituée de 2 axes en série, perpendiculaires entre eux et à motorisations indépendantes.

Le premier axe est actionné par deux moteurs montés à chaque extrémité et commandés simultanément. Le deuxième axe est actionné par un troisième moteur indépendant des deux premiers.

Chaque moteur est donc nécessairement munis d'un « codeur » c'est-à-dire d'un capteur mesurant la position angulaire du rotor par rapport au stator.

Caractéristiques de la partie opérative :

Charge centrée 80 Kg
Volume charge ∅ 700 x 500 mm
Orthogonalité des axes 2 "
Intersection des axes 0,05 mm
Dimensions (H x L) 1500 x 3200 mm
Masse de la table 1150 Kg
Masse de la partie commande 300 Kg
Puissance consommée 25 KW

PERFORMANCES	AXE Phi	AXE Thêta
POSITION	Phi : φ	Thêta : θ
Précision	± 5" = ± 5/3600 deg	± 5"= ± 5/3600 deg
Résolution	10^{-3} deg	10^{-3} deg
VITESSE maxi	50 deg.s^{-1}	50 deg.s^{-1}
Précision	0,001 %	0,001 %
ACCÉLÉRATION maxi	100 deg.s^{-2}	35 deg.s^{-2}

On rappelle que un degré d'angle vaut soixante minutes d'angle et trois mille six cents secondes d'angle soit 1 deg = 60' = 3600".

Chaîne fonctionnelle :

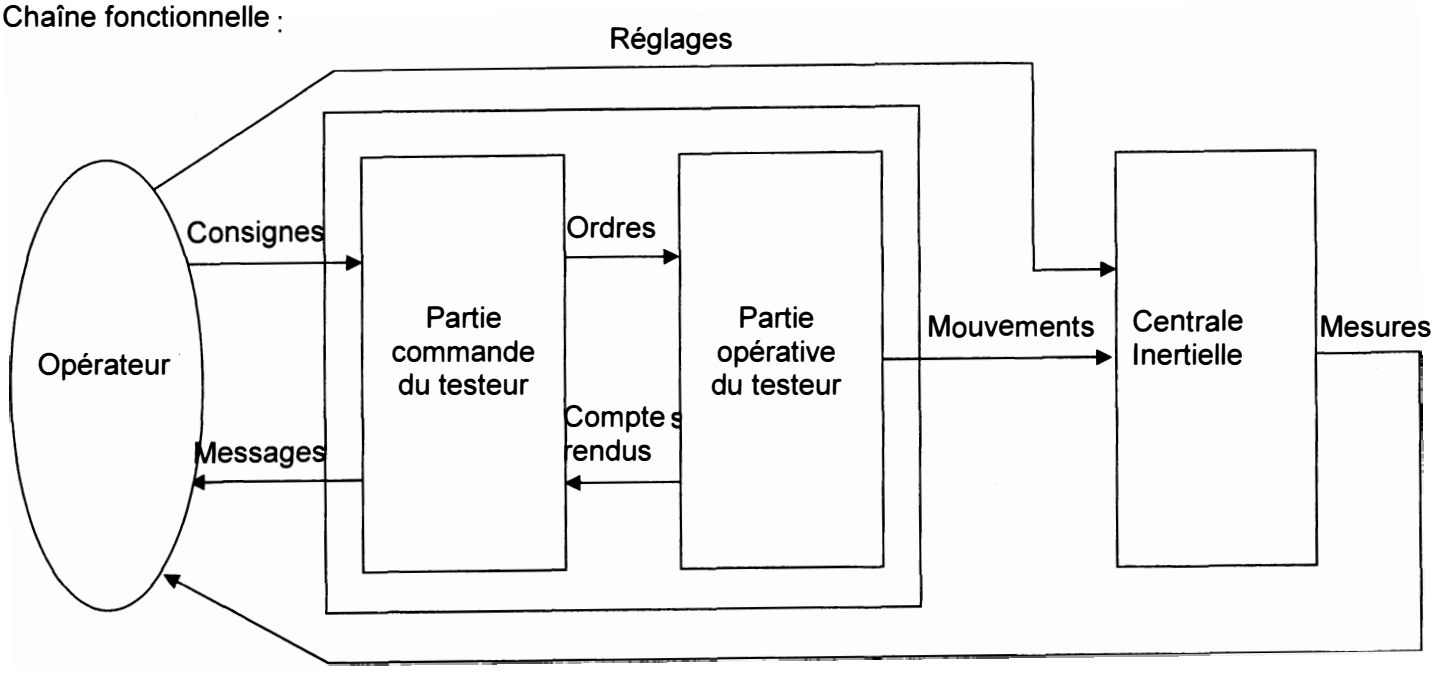


Figure 2 : la chaîne fonctionnelle

Le testeur dans sa phase de qualification d'une centrale inertielle sera l'objet de notre étude.

Diagramme simplifié des interacteurs pour cette phase de vie :

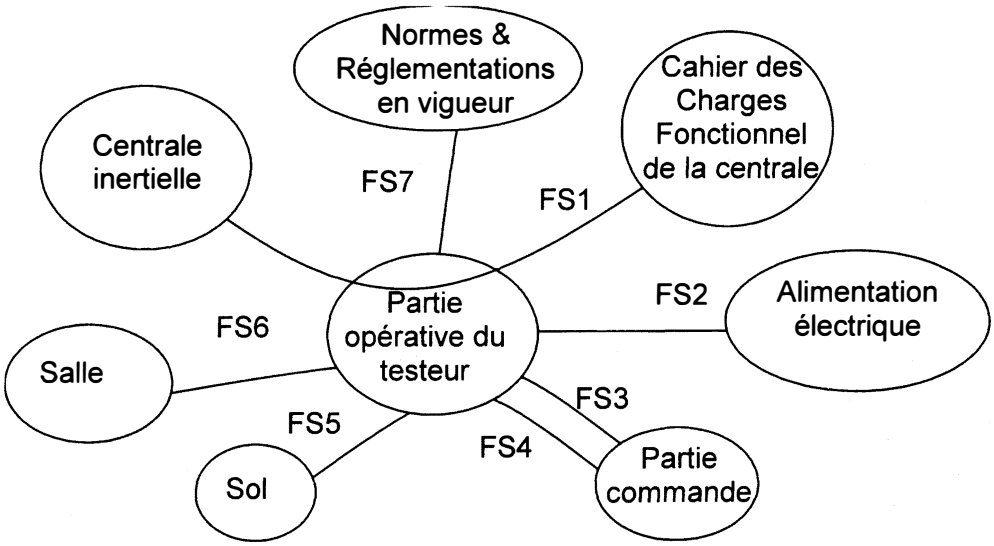


Figure 3 : le diagramme simplifié des interacteurs

Description des Fonctions de Services :

FS1 : la partie opérative du testeur doit permettre de qualifier une centrale inertielle vis-à-vis du Cahier des Charges Fonctionnel.
FS2 : la partie opérative du testeur doit être alimentée en énergie électrique.
FS3 : la partie opérative du testeur doit répondre aux ordres de la partie commande.
FS4 : la partie opérative du testeur doit informer la partie opérative de sa position en temps réel.
FS5 : la partie opérative du testeur doit être stabilisée sur le sol.
FS6 : la partie opérative du testeur doit pouvoir évoluer dans l'espace de travail d'une salle.
FS7 : la partie opérative du testeur doit s'adapter aux normes et aux réglementations en vigueur.

Caractérisation de la Fonction de Service FS1 :

Qualification	Critère	Niveau
Guidage de l'axe Thêta	Limiter le rotulage	1'' maxi soit 1/3600 deg maxi
Guidage de l'axe Thêta	Respecter la coaxialité	∅ 0,03 mm maxi
Guidage de l'axe Phi	Limiter le rotulage	1'' maxi soit 1/3600 deg maxi
Guidage de l'axe Phi	Respecter la coaxialité	∅ 0,02 mm maxi
Contrôle de la position	Maintenir la position	±5'' = ± 5/3600 deg
Contrôle de la vitesse	Respecter la vitesse	0,001%
...		

Étude de la Fonction de Service FS1 : Qualifier une centrale inertielle.

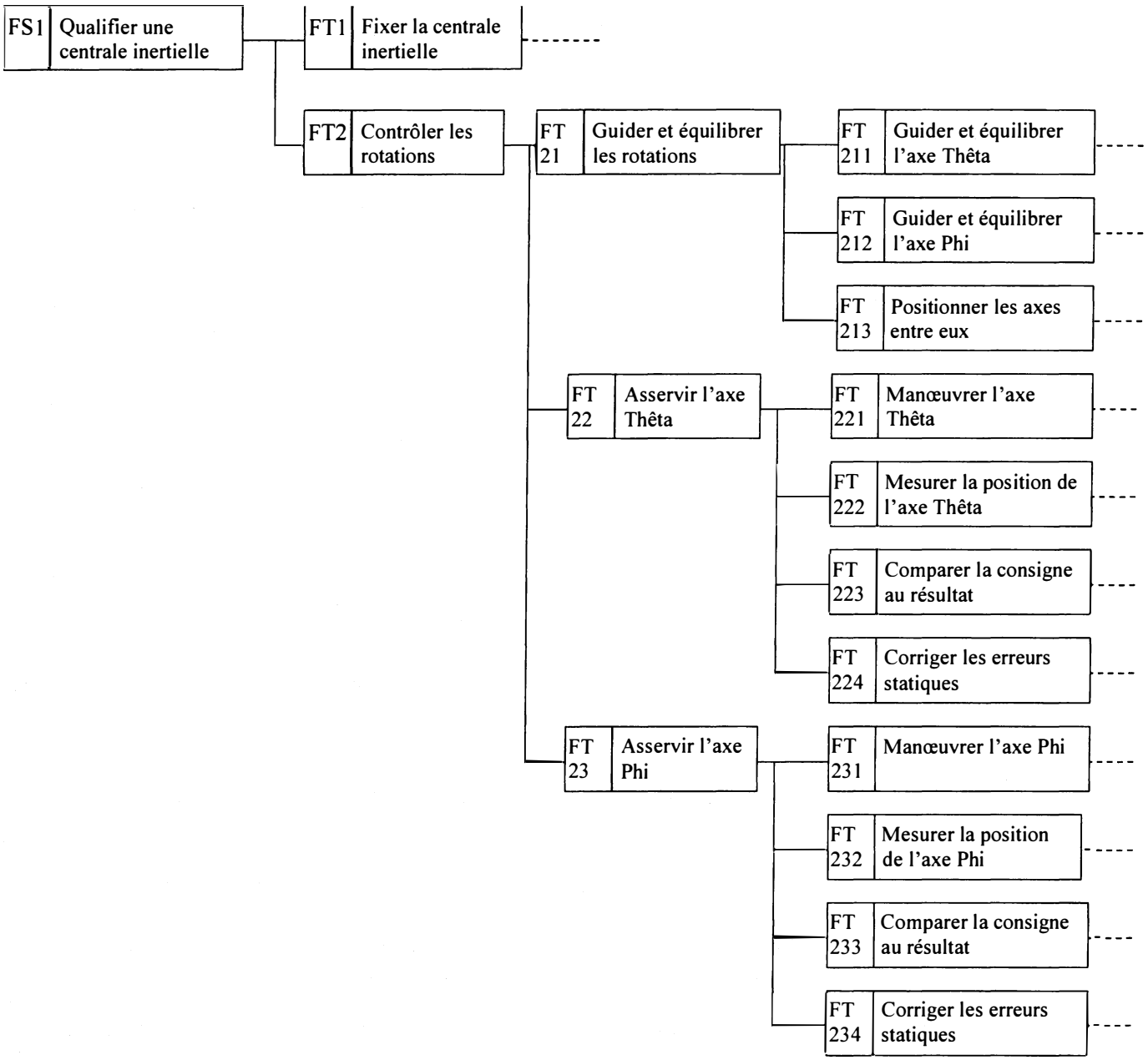


Figure 4 : FAST partiel

La centrale inertielle subit un test d'étalonnage où chaque axe du testeur est commandé séparément.

Dans ce sujet nous nous intéresserons au contrôle des déplacements des axes lors d'un de ces tests qui passe par un asservissement en position angulaire et en vitesse de rotation des axes équilibrés au mieux.

Q1) Expliquer qualitativement comment une centrale inertielle peut donner l'attitude et la position d'un mobile.

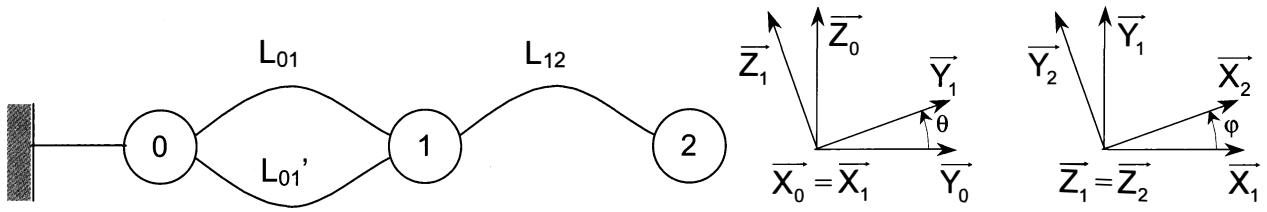
1 FONCTION TECHNIQUE FT21 : GUIDER LES ROTATIONS

Objectif de l'étude : Vérifier la qualité du guidage et de l'équilibrage des axes conformément au Cahier des Charges Fonctionnel (C.d.C.F).

Le référentiel $R_0\,(O\,;\,\vec{x}_0,\,\vec{y}_0,\,\vec{z}_0)$ lié au socle 0 est considéré galiléen avec $\vec{z}_0$ axe vertical ascendant.
Le socle 0 de la partie opérative du testeur étudié est fixé au sol.

Le berceau 1 est relié au socle par deux liaisons pivot coaxiales orientées selon l'axe Thêta horizontal $(O\,;\,\vec{x}_0)$. On associe le repère $R_1(O\,;\,\vec{x}_0,\,\vec{y}_1,\,\vec{z}_1)$ au berceau 1.

On note 3 la centrale inertielle et 2 le plateau, sur lequel sera fixé 3. Ce plateau est en liaison pivot avec le berceau selon l'axe Phi $(O\,;\,\vec{z}_1)$. Le repère $R_2\,(O\,;\,\vec{x}_2,\,\vec{y}_2,\,\vec{z}_1)$ est associé à l'ensemble S constitué par 2 et 3.
Les figures 5 ci-dessous définissent le graphe des liaisons et les paramètres de positionnement angulaire entre les différentes bases.



Figures 5 : Graphe et figures de calculs

Guidage :

Q2)

a) Comment est orienté l'axe Phi par rapport à l'axe Thêta ? Sont-ils concourants et si oui en quel point ?

b) Proposer un schéma cinématique, de la partie opérative 2 axes du testeur.

c) Définir la liaison équivalente Leq_1 constituée par les deux liaisons pivots coaxiales mises en parallèle entre le berceau 1 et le socle 0. Donner le degré d'hyperstatisme.

d) Définir la liaison équivalente Leq_2 constituée par les trois liaisons pivots de la partie opérative du testeur entre la centrale inertielle 3 et le socle 0. Donner son degré d'hyperstatisme.

Un problème essentiel en conception mécanique est l'équilibrage des solides en rotation. Ceci afin d'éviter des vibrations, sources de chargements cycliques pouvant accélérer le vieillissement du produit (phénomène de fatigue) ou pouvant créer des gênes à l'utilisation comme l'instabilité, l'imprécision ou les bruits.
Pour éviter les vibrations, il faut essayer, le mieux possible, de rendre les actions mécaniques transmises au niveau des paliers, indépendantes de la vitesse de rotation.
Nous allons dans un premier temps vérifier que l'axe Phi est équilibré et que l'axe Thêta ne l'est pas. Puis, nous verrons comment améliorer l'équilibrage de l'axe Thêta.

Soit G le centre de gravité de l'ensemble S = {2 U 3}, tournant autour de l'axe Phi : lors de l'installation de la centrale inertielle à tester sur la table, on règle sa position pour que G soit placé sur l'axe Phi $(O\,;\,\vec{z}_1)$ d'où $\overrightarrow{OG} = h.\vec{z}_1$. On notera m la masse des solides 2 U 3. On notera $\overrightarrow{F_{1\to 2}}$ la résultante des actions mécaniques du berceau 1 et du motoréducteur M2 sur l'ensemble S = {2 U 3}.

Equilibrage :

Q3) Calculer dans la base du référentiel R_1 la résultante dynamique de l'ensemble S = {2 U 3} dans son mouvement par rapport à R_0.

On rappelle que $\vec{z}_0$ est vertical ascendant.

Q4) Exprimer dans la base du référentiel R_1 $\overrightarrow{F_{1\to 2}}$ en fonction de m, h, g, θ et de ses dérivées successives puis expliquer pourquoi la rotation de l'axe Phi n'engendre pas de variations sur $\overrightarrow{F_{1\to 2}}$.

L'ensemble S = {2 U 3} peut être modélisé comme un solide de révolution d'où la forme de sa matrice d'inertie : $\left[I(O,S)\right] = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(O;\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_1)}$

Q5) En déduire la matrice d'inertie de l'ensemble S = {2 U 3} exprimée au point O dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Q6) Calculer dans la base du référentiel R_1 le moment dynamique de l'ensemble S = {2 U 3} dans son mouvement par rapport à R_0 au point O.

Q7) Exprimer dans la base du référentiel R_1 $\overrightarrow{M^O_{1\to 2}}$, le moment au point O des actions mécanique de 1 et du motoréducteur M2 sur S = {2 U 3}, en fonction de m, h, g, θ, φ, de leurs dérivées successives et des éléments de la matrice d'inertie. Puis, expliquer pourquoi des vitesses de rotations constantes de l'axe Phi n'engendrent pas de variations périodiques sur $\overrightarrow{M^O_{1\to 2}}$.

Soit G_1 le centre de gravité du berceau S_1 tel que $\overrightarrow{OG_1} = h_1.\vec{z}_1$ et m_1 sa masse. On notera $\overrightarrow{F_{0\to 1}}$ la résultante des actions mécaniques du socle 0 et du motoréducteur M1 sur le berceau 1 au niveau du premier palier et $\overrightarrow{F_{0\to 1}}'$ la résultante des actions mécaniques du socle 0 et du motoréducteur M1' sur le berceau 1 au niveau du second.

Q8) Calculer dans la base du référentiel R_1 la résultante dynamique du berceau 1 dans son mouvement par rapport à R_0.

Q9) Exprimer dans la base du référentiel R_1 $\overrightarrow{F_{0\to 1}} + \overrightarrow{F_{0\to 1}}'$ en fonction de m_1, m, h_1, h, g, θ et de ses dérivées successives puis expliquer pourquoi la rotation de l'axe Thêta à vitesse constante engendre une variation périodique sur $\overrightarrow{F_{0\to 1}} + \overrightarrow{F_{0\to 1}}'$.

On notera la matrice d'inertie du berceau S_1 : $\left[I(G_1,1)\right] = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{(G_1;\vec{x}_0,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$

Q10) Calculer dans la base du référentiel R_1 le moment dynamique au point O du berceau 1 dans son mouvement par rapport à R_0.

Q11) Exprimer dans la base du référentiel R_1 $\overrightarrow{M^O_{0\to 1}} + \overrightarrow{M^O_{0\to 1}}'$, respectivement le moment au point O des actions mécaniques de 0 et des motoréducteurs M1 et M1' sur 1 au niveau du

premier palier et du second, en fonction de m_1, m, h_1, h, g, θ, φ, de leurs dérivées successives et des éléments des matrices d'inerties. Puis, expliquer pourquoi la rotation de l'axe Thêta à vitesse constante engendre une variation périodique sur $\overrightarrow{M^O_{0\to1}} + \overrightarrow{M^O_{0\to1}}'$.

Pour équilibrer l'ensemble tournant autour de l'axe Thêta, on fixe des plaques 4 sur le berceau 1. Soit G_4 le centre de gravité des plaques tel que $\overrightarrow{OG_4} = a.\vec{x}_0 + b.\vec{y}_1 + c.\vec{z}_1$ et m_4 la masse des solides 4.

On notera la matrice d'inertie des plaques 4 : $\left[I(G_4,4)\right] = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(G_4;\vec{x}_0,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$

Q12) Calculer dans la base du référentiel R_1 la résultante dynamique de l'ensemble tournant autour de l'axe Thêta dans son mouvement par rapport à R_0.

Q13) Exprimer dans la base du référentiel R_0 $\overrightarrow{F_{0\to1}} + \overrightarrow{F_{0\to1}}'$ en fonction de m_1, m, m_4, h_1, h, a, b, c, g, θ et de ses dérivées successives puis donner les conditions à vérifier pour m_4, a, b et c pour que des vitesses de rotations constantes de l'axe n'engendrent pas de variations périodiques sur $\overrightarrow{F_{0\to1}} + \overrightarrow{F_{0\to1}}'$.

Ces conditions sont les conditions d'équilibrage statique. Vous pourrez remarquer que l'ajout des plaques amène le centre de gravité de l'ensemble tournant autour de $(O;\vec{x}_0)$ sur son axe de rotation.
Dans la suite du sujet, on considérera que ces conditions sont vérifiées.

Q14) Calculer dans la base du référentiel R_1 le moment dynamique de l'ensemble tournant autour de l'axe Thêta au point O dans son mouvement par rapport à R_0.

On notera $\overrightarrow{M^O_{0\to1}} = L_{01}\overrightarrow{X_0} + M_{01}\overrightarrow{Y_0} + N_{01}\overrightarrow{Z_0}$ et $\overrightarrow{M^O_{0\to1}}' = L_{01}'\overrightarrow{X_0} + M_{01}'\overrightarrow{Y_0} + N_{01}'\overrightarrow{Z_0}$

Q15) Exprimer dans la base du référentiel R_0, $\overrightarrow{M^O_{0\to1}} + \overrightarrow{M^O_{0\to1}}'$, en fonction de m_1, m, m_4, h_1, h, a, b, c, g, θ, φ, de leurs dérivées et des éléments des matrices d'inerties quand les axes tournent à vitesse constante. Puis, expliquer si l'on peut trouver des conditions sur m_4, a, b et c pour qu'une rotation de l'axe Thêta à vitesse constante n'engendre pas de variations périodiques sur $\overrightarrow{M^O_{0\to1}} + \overrightarrow{M^O_{0\to1}}'$.

Si ces dernières conditions sont vérifiées quelles que soient les vitesses de rotation des axes, on dit avoir réalisé un équilibrage dynamique.

Conclusion de l'étude : On a donc vérifié la qualité du guidage et de l'équilibrage des axes conformément au Cahier des Charges Fonctionnel.

2 FONCTION TECHNIQUE FT23 : ASSERVIR EN POSITION ET EN VITESSE L'AXE PHI

Le principe retenu pour l'asservissement en position et en vitesse de l'axe Phi est décrit sur la figure 6 ci-dessous.

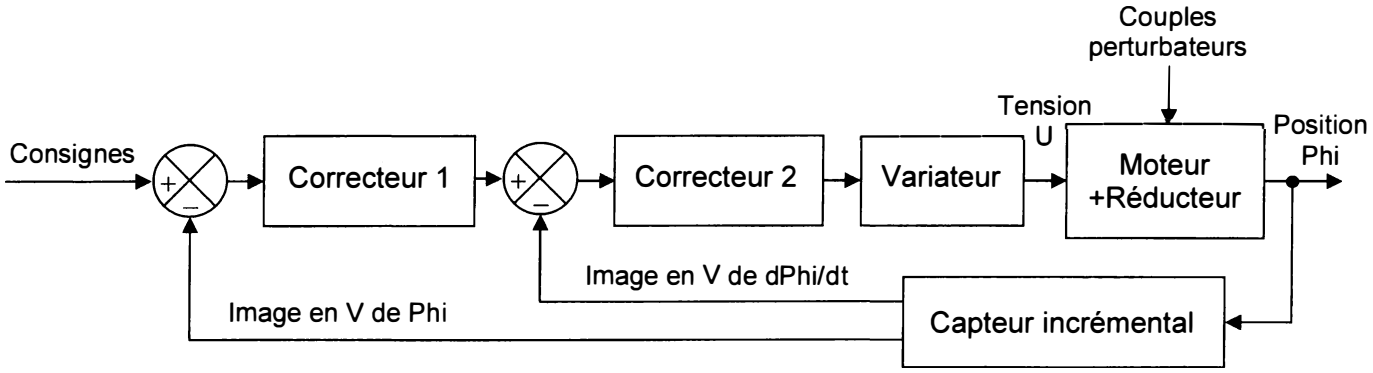


Figure 6 : Schéma de principe

2.1 FONCTION TECHNIQUE FT232 : MESURER LA POSITION DE L'AXE PHI

Objectif de l'étude : Valider le capteur incrémental qui permet de mesurer la position et la vitesse angulaire de l'axe Phi.

Le capteur incrémental utilisé est constitué d'un tambour cylindrique sur l'extérieur duquel sont gravées deux pistes où alternent des zones noircies avec des zones réfléchissantes.
Deux cellules photoélectriques, émettrices et réceptrices, sont disposées pour délivrer des signaux électriques en quadrature de phase lors de la rotation du tambour.
Ces signaux sont traités et mis en forme pour se présenter comme des trains de créneaux déphasés entre eux de 90°. Les variables logiques correspondantes sont notées U1 et U2.

La variable logique U3 = U1 ⊕ U2 permet de déterminer la position angulaire et la vitesse angulaire du tambour.

Q16) Dans les deux cas possibles (que U2 soit en avance ou en retard sur U1) représenter U3(t) jusqu'à l'instant t_i sur les chronogrammes du document réponse DR1. Quelle est la différence principale entre U3 et les variables U1 et U2 dans les deux cas possibles ?

Le Cahier des Charges Fonctionnel du testeur stipule une résolution de 3,6 secondes d'angle soit 0,001 degrés.

Q17) Déterminer la valeur du nombre de zones réfléchissantes gravées sur le tambour compatible avec le Cahier des Charges Fonctionnel.

Le signal front montant de U1(t) correspond à la variable logique notée ↑U1(t).
On définit U4(t) = [↑U1(t)].U2(t).

Q18) Dans les deux cas possibles (que U2 soit en avance ou en retard sur U1), représenter U4(t) jusqu'à l'instant t_i sur les chronogrammes du document réponse DR1. Quelle est alors la différence principale entre les graphes U4 obtenus selon le cas envisagé ?

L'avance ou le retard de phase de la variable U2 par rapport à U1 est directement fonction du sens de rotation du tambour. On va donc utiliser l'étude précédente pour connaître à tout instant le sens de rotation du moteur grâce à un système logique à deux entrées (U1 et U2) et une sortie (S). La variable S doit indiquer par sa valeur le sens de rotation du moteur à tout instant.

Q19) Ce système complémentaire peut-il être un système logique combinatoire ? justifier.

Q20) Indiquer sur la feuille réponse DR1 les 4 réceptivités manquantes du GRAFCET pouvant permettre d'obtenir la valeur de la variable logique S et donc de connaître à tout instant le sens de rotation du moteur. Pour cette question, on utilisera uniquement les variables U1, ↑U1, U2 et ↑U2.

On assiste à l'instant t_i à un changement de sens de rotation du moteur.

Q21) Compléter les cinq chronogrammes (U1(t), U2(t), U3(t), ↑U1(t) et U4(t)) à partir de l'instant t_i (ceux où U2 est au départ en retard de phase sur U1).

Q22) Indiquer sur l'abscisse du tout premier chronogramme l'instant t_d correspondant au changement de valeur pour la variable S. Pour quelle amplitude angulaire maximale la variable S n'est pas en corrélation avec le sens de rotation du moteur ? Conclusion.

2.2 FONCTION TECHNIQUE FT132 : ASSERVIR LA VITESSE DE L'AXE PHI

Objectif de l'étude : Valider les performances de la boucle d'asservissement en vitesse de l'axe Phi.

Caractérisation de la Fonction de Service FS1 :

Qualification	Critère	Niveau
Stabilité	Respecter les marges de phase et de gain	Marge de phase : $M\varphi = 45°$ Marge de gain : MG = 10 dB
Sensibilité aux perturbations de couple	Être insensible aux perturbations	Vitesse constante avec ou sans perturbation : $\Delta N = 0$

On souhaite effectuer une procédure d'étalonnage d'une centrale inertielle c'est-à-dire asservir en vitesse la chaîne de puissance de l'axe Phi du testeur.

Ce dernier est composé d'un moteur à courant continu, d'un variateur et d'un réducteur de vitesse.

Pour simplifier l'étude et obtenir cependant un bon ordre de grandeur, le variateur et le réducteur de vitesse ne sont pas pris en compte dans la chaîne d'action dans l'étude suivante.

Le moteur principal de l'axe Phi de la partie commande du testeur a les caractéristiques suivantes (Extrait des documents Leroy Somer) :

Modèle du moteur	Puissance nominale	Vitesse nominale	Couple moteur nominal	Tension nominale	Intensité nominale	Résistance d'induit	Inductance d'induit	Moment d'inertie à vide
MS 1322 M	12 kW	2320 $tr.min^{-1}$	49 N.m	460 V	25,9 A	1,32 Ω	0,65 H	0,05 $kg.m^2$

2.3 MODÉLISATION DU MOTEUR

Le comportement linéarisé du moteur autour de son point d'équilibre est modélisé par les quatre équations suivantes :

Équation mécanique : $c_m(t) + c_r(t) = J_{eq}.d\omega(t)/dt$

Équation électrique : $u(t) = R.i(t) + e(t) + L.\ di(t)/dt$

Équation de couplage tension – vitesse : $e(t) = k_e.\omega(t)$

Équation de couplage couple – intensité : $c_m(t) = k_t.i(t)$

Avec :

c_m (t) est le couple fourni par le moteur

c_r (t) est le couple résistant perturbateur appliqué à l'arbre moteur

$\omega(t)$ est la vitesse de rotation du rotor en $rad.s^{-1}$ — $u(t)$ est la tension d'alimentation du moteur

$i(t)$ est l'intensité dans l'induit du moteur — $e(t)$ est la force électromotrice du bobinage du moteur

R est la résistance d'induit — L est l'inductance d'induit

J_{eq} = 28 $kg.m^2$ est l'inertie équivalente rapportée à l'arbre moteur de l'ensemble entraîné S = { 2 U 3 }.

Hypothèse simplificatrice :
les constantes de couplage mécanique k_t et électromoteur k_e seront supposées égales, notées $k = k_e = k_t$, et valent $k \approx 1{,}89$ [u.s.i.]

On cherche à représenter le fonctionnement du moteur sous la forme du schéma bloc ci-contre en utilisant les quatre équations précédentes et en supposant des conditions initiales nulles.

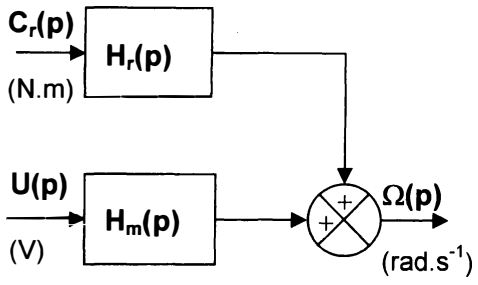


Figure 7 : Schéma bloc

Les deux fonctions de transfert $H_m(p)$ et $H_r(p)$ sont notées :

$$H_m(p) = \frac{k_m}{1 + \frac{2.z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad \text{et} \quad H_r(p) = \frac{k_r.(1+\tau.p)}{1 + \frac{2.z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$ sous leurs formes canoniques.

Q23) Déterminer les expressions des gains statiques km et kr, de la constante de temps τ, du facteur d'amortissement z et de la pulsation propre ω_0. Effectuer les applications numériques.

2.4 ÉTUDE DES PERFORMANCES EN CHAINE DIRECTE

Remarque importante

Selon des usages courants, on notera systématiquement pour toute la suite du problème :

- $\omega(t)$: la vitesse de rotation du rotor exprimée en radians par seconde ($rad.s^{-1}$)
- N(t) : la même vitesse de rotation du rotor mais exprimée en tours par minute ($tr.min^{-1}$)

On se propose tout d'abord d'étudier un modèle simplifié de mise en énergie :
on applique un échelon de tension d'amplitude U_0 = 460 V aux bornes du moteur.

Celui-ci ayant atteint, en régime permanent, la vitesse de rotation nominale N_0 = 2320 $tr.min^{-1}$, l'utilisation de la climatisation dans l'enceinte crée brusquement un couple résistant perturbateur au niveau du joint tournant. Ce couple résistant perturbateur est modélisable par un échelon d'amplitude C_{r0} = – 25 N.m.

On note N_{r0} la nouvelle vitesse de rotation du moteur en régime permanent exprimée en tours par minute.

Q24) Influence de cette perturbation en régime permanent :

a) Déterminer les expressions littérales de N_0 (en $tr.min^{-1}$) et de N_{r0} (en $tr.min^{-1}$) en fonction de U_0, C_{r0}, k_r et k_m (en unités du système international).

b) En déduire l'erreur statique (en $tr.min^{-1}$) c'est-à-dire ici l'écart $\Delta N = N_0 - N_{r0}$ en fonction de C_{r0} et k_r.

c) Faire l'application numérique de ΔN.

2.5 ÉTUDE DE LA BOUCLE FERMÉE

Afin de réduire la sensibilité du moteur aux perturbations extérieures, c'est-à-dire au couple résistant perturbateur, on boucle le système en comparant la tension de consigne à la tension image de la vitesse de rotation du moteur.

Cette tension image est produite par le capteur incrémental supposé proportionnel et donc de fonction de transfert : $H_{capteur}(p) = \frac{V(p)}{\Omega(p)} = a$.

On insère également dans le système un correcteur de fonction de transfert C(p).

On peut donc représenter le système selon les deux schémas blocs équivalents suivants :

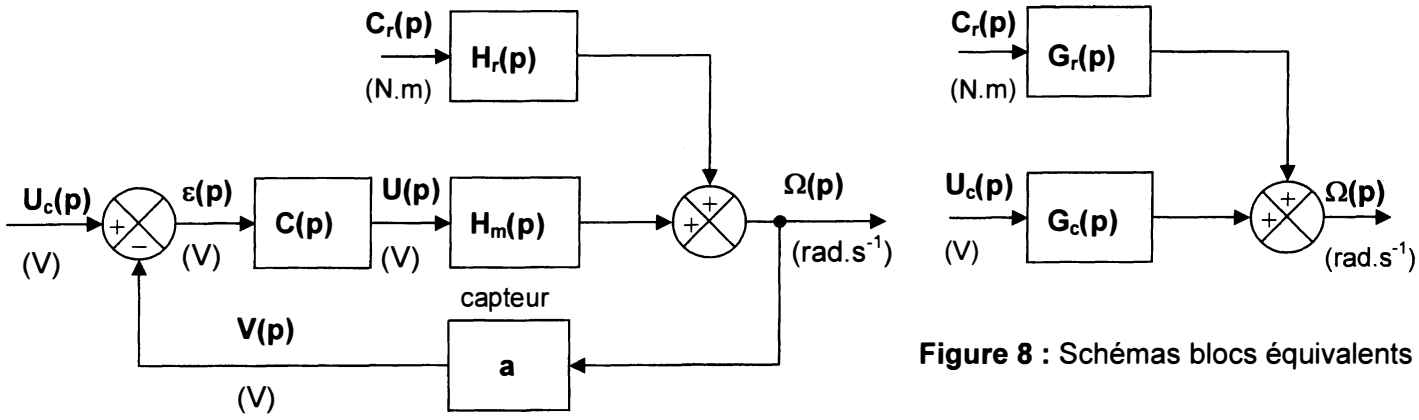


Figure 8 : Schémas blocs équivalents

Q25) Exprimer $G_C(p)$ et $G_R(p)$ en fonction de $H_r(p)$, $H_m(p)$, C(p) et a.

2.6 ÉTUDE DU SYSTÈME ASSERVI NON CORRIGÉ

Le système est non corrigé donc C(p) = 1.

On suppose que la dynamique de la tension de commande permet au système de rester en fonctionnement linéaire.

Le capteur incrémental est défini tel que : $a.k_m = 1$.

Q26) Mettre $G_C(p)$ et $G_R(p)$ sous forme canonique et donner les expressions des gains statiques G_{C0} et G_{R0}, du facteur d'amortissement z^* et de la pulsation propre ω_0^* des fonctions $G_C(p)$ et $G_R(p)$ en fonction des gains k_m, k_r, du facteur d'amortissement z et de la pulsation propre ω_0. Effectuer les applications numériques sans oublier que $a.k_m = 1$.

Q27) Le système asservi non corrigé est-il plus rapide ou plus lent que la chaîne directe si on leur applique une entrée échelon ? Justifier.

a) Étude de la stabilité du système asservi non corrigé

Le moteur est représenté par la fonction de transfert : $H_m(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{0,5}{(1+10.p).(1+0,5.p)}$. On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que le couple résistant perturbateur est nul, soit $C_r(p) = 0$.

On note $H_a(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (voir figure 8 avec C(p) = 1).

Q28) Exprimer $H_a(p)$ en fonction de $H_m(p)$. Comme ici C(p) = 1 et $a.k_m = 1$ déduire numériquement la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_a(p)$.

On appelle respectivement $G_{dB\text{-}i}(\omega)$ et $\varphi_i(\omega)$ les expressions analytiques du gain (en dB) et de la phase (en rad) de la fonction de transfert $H_i(p)$.
Le diagramme de Bode de $H_m(p)$ est donné sur le document réponse DR2.

Q29)

a) Sur le document réponse DR2, tracer en bleu les diagrammes asymptotiques en gain et en phase de la fonction de transfert $H_m(p)$ puis en rouge ceux de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_a(p)$; il est demandé de préciser clairement les valeurs :
   - des pulsations de cassures
   - des pentes des asymptotes de gains,
   - des gains aux intersections des asymptotes
   - des valeurs des phases asymptotiques.

b) De quelle manière obtient-on donc le diagramme de Bode de $H_a(p)$ à partir de celui de Hm(p) ?

c) Donner la valeur de la différence de gain ΔG et la valeur de la différence de phase $\Delta\varphi$ tels que $G_{dB\text{-}a}(\omega) = G_{dB\text{-}m}(\omega) + \Delta G$ et $\varphi_a(\omega) = \varphi_m(\omega) + \Delta\varphi$.

En appliquant le critère du Revers, on pourrait vérifier ici que le système asservi non corrigé a un niveau de stabilité nettement supérieur à celui exigé par le Cahier des Charges Fonctionnel .

b) Sensibilité à la perturbation du système asservi non corrigé

On applique en consigne un échelon de tension d'amplitude U_{c0} permettant d'obtenir une vitesse de rotation en régime permanent de $N_0 = 2320$ tr.min^{-1} quand le couple résistant perturbateur est nul.

Brusquement on applique un couple résistant perturbateur modélisable par un échelon d'amplitude $C_{r0} = -25$ N.m.
On note N_{r0} la nouvelle vitesse de rotation du moteur en régime permanent et l'écart $\Delta N = N_0 - N_{r0}$.

Q30) Donner, par analogie avec la question (Q24), l'expression de ΔN et sa valeur numérique.

2.7 ÉTUDE DU SYSTÈME ASSERVI CORRIGÉ

a) Correction proportionnelle

On utilise maintenant un correcteur proportionnel de gain K_P donc $C(p) = K_P$.
On note $H_b(p) = \dfrac{V(p)}{\varepsilon(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel.
On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que $C_r(p) = 0$. On a toujours a.km = 1.

Q31) Donner l'expression de la fonction de transfert $H_b(p)$ en fonction de K_P (voir figure 8).

Q32) Déterminer graphiquement, sur le document réponse DR2, les valeurs de la pulsation ω_1 et du gain $G_{dB\text{-}b}(\omega_1)$, coordonnées du point dont la phase $\varphi_b(\omega_1) = -135°$.

On appelle MG la marge de gain et $M\varphi$ la marge de phase du système asservi.

Q33) Stabilité du système asservi avec correction proportionnelle :

a) Évaluer la valeur de K_P pour que la marge de phase $M\varphi$ soit voisine de 45°.

b) Sur le document DR2, tracer en vert les courbes réelles $G_{dB\text{-}b}(\omega)$ et $\varphi_b(\omega)$ pour cette valeur de K_P.

c) Que vaut la marge de gain MG ?

On pourrait vérifier ici que si on augmente K_P, on réduit ΔN. Mais en contre partie, on peut aussi vérifier en appliquant le critère du Revers, que le système asservi corrigé présente un niveau de stabilité qui devient inférieur à celui exigé par le Cahier des Charges Fonctionnel .
Ce correcteur proportionnel n'est donc pas satisfaisant.

b) Correction proportionnelle et intégrale

A partir d'un système proportionnel de gain K_p* et d'un système intégrateur pur de gain K_i, placés en parallèles, on réalise un correcteur proportionnel intégral.

Q34) Faire un schéma et montrer que la fonction de transfert du correcteur proportionnel intégral est de la forme : C(p) = K (1+T.p)/ p.

Q35) Sur votre copie tracer le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur seul . Compléter avec l'allure des courbes réelles. Indiquer toutes ses valeurs caractéristiques (les pentes des asymptotes et la pulsation, le gain, les phases au point de cassure).

On note $H_c(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral. On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que $C_r(p) = 0$. On a toujours a.km = 1.

Q36) Donner l'expression de $H_c(p)$ en fonction de K et T en particulier (voir figure 8).

A l'aide d'un logiciel de simulation on obtient un réseau de 4 courbes qui sont les lieux de transfert dans le plan de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral pour quelques valeurs de K et de T (voir figure 9 ci-dessous).

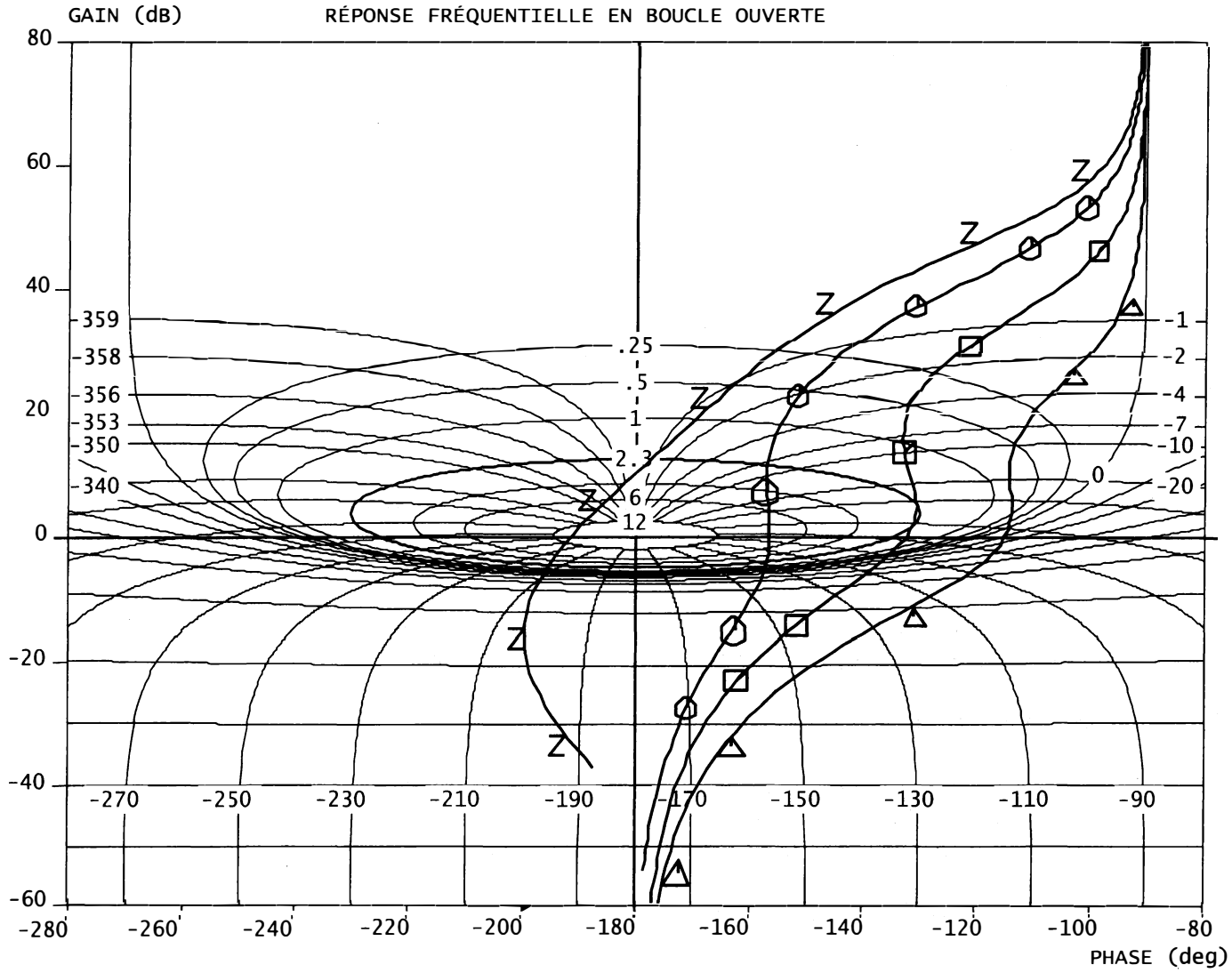


Figure 9 : Lieux de transfert

Chaque courbe correspond à un couple de valeur de K et de T différent selon le tableau suivant :

Courbe et cas	1	2	3	4
Repère	z	O	□	Δ
K	10	10	4	1
T (s)	0,1	1	2,5	5

Q37) Reproduire le tableau suivant sur votre copie et indiquer pour les 4 cas :
- si le système asservi est stable ou instable selon le critère du revers,
- une évaluation de la marge de gain,
- une évaluation de la marge de phase.

Cas	1	2	3	4
Stabilité				
Marge de gain				
Marge de phase				

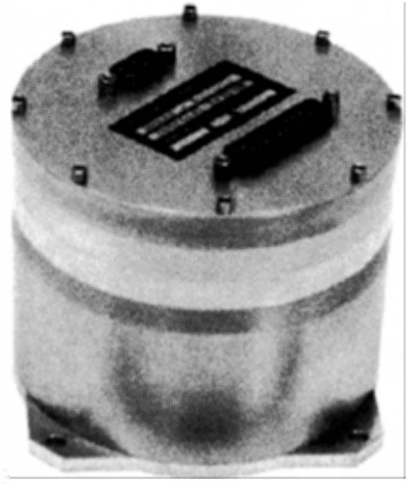
On considère ici qu'une marge de gain supérieure à 10 dB et qu'une marge de phase supérieure à 45° permet d'assurer un bon niveau de stabilité pour le système asservi.

Q38) Ce niveau de stabilité est-il atteint ? Dans quel(s) cas ? S'il existe au moins 2 possibilités choisir le cas le plus favorable en terme de rapidité. Justifier.

Q39) Le système asservi avec correction proportionnelle et intégrale est-il encore sensible à la perturbation ? Justifier.

Conclusion de l'étude : On a donc vérifié partiellement la qualité de l'asservissement de l'axe Phi conformément au Cahier des Charges Fonctionnel.

Annexe : Centrale inertielle



Une centrale inertielle est un système de navigation entièrement autonome muni en général de trois gyroscopes (mesure de la vitesse angulaire du mobile par rapport au référentiel galiléen), de trois accéléromètres (mesure de l'accélération du mobile par rapport au référentiel galiléen) et d'un calculateur qui permet à un engin mobile de connaître en continu sa position et sa vitesse par rapport à un référentiel terrestre.

Chaque gyroscope est consacré à une mesure angulaire qui permet de mesurer une variation dans l'attitude d'un engin mobile. L'attitude est définie par trois angles (le roulis, le tangage et le lacet), il faut donc trois gyroscopes.

Le calculateur à partir des informations données par les gyroscopes et les accéléromètres délivre la position et la vitesse (sous entendu position et vitesse d'un point de référence lié au mobile).

En fait, il doit faire une intégration de l'accélération pour évaluer la vitesse, puis une intégration de la vitesse pour évaluer la position.

Tous les avions modernes (civils ou militaires) sont équipés de telles centrales.

Concours e3a MP **Session :** .....

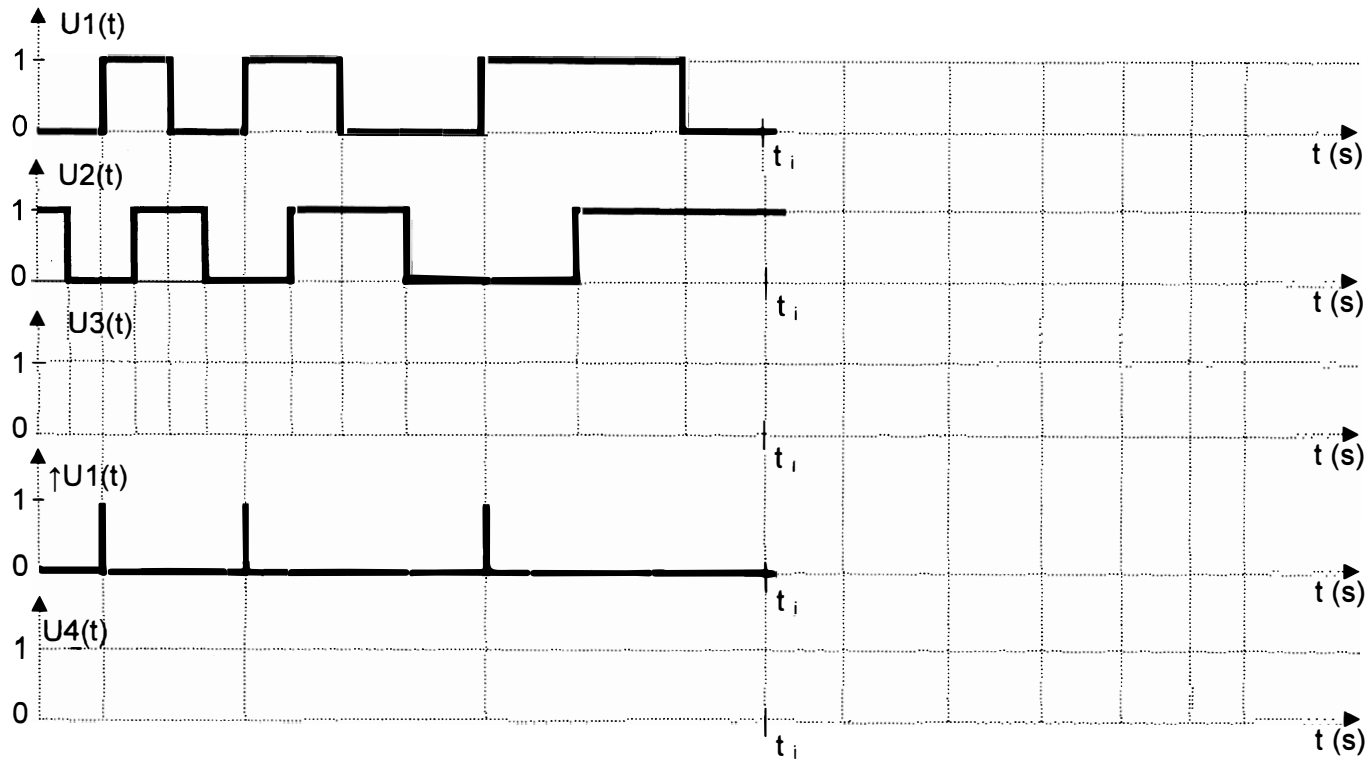
Intitulé épreuve : .....

Nom : ..... **Prénom :** ..... **Né(e) le :** .....

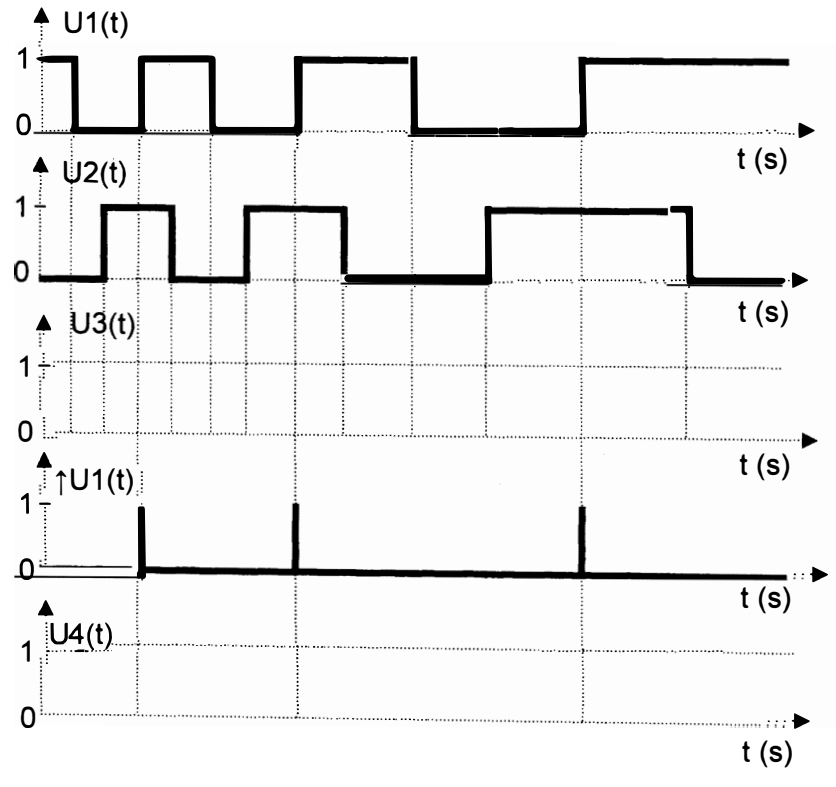
N° de centre d'écrit : _____ **N° de table :** _____

Document Réponse DR1 :

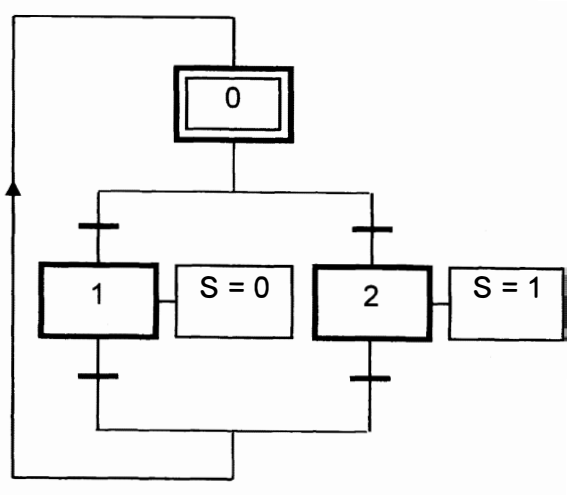
U2 en retard de phase sur U1 :



U2 en avance de phase sur U1 :



GRAFCET à compléter :



Concours e3a MP

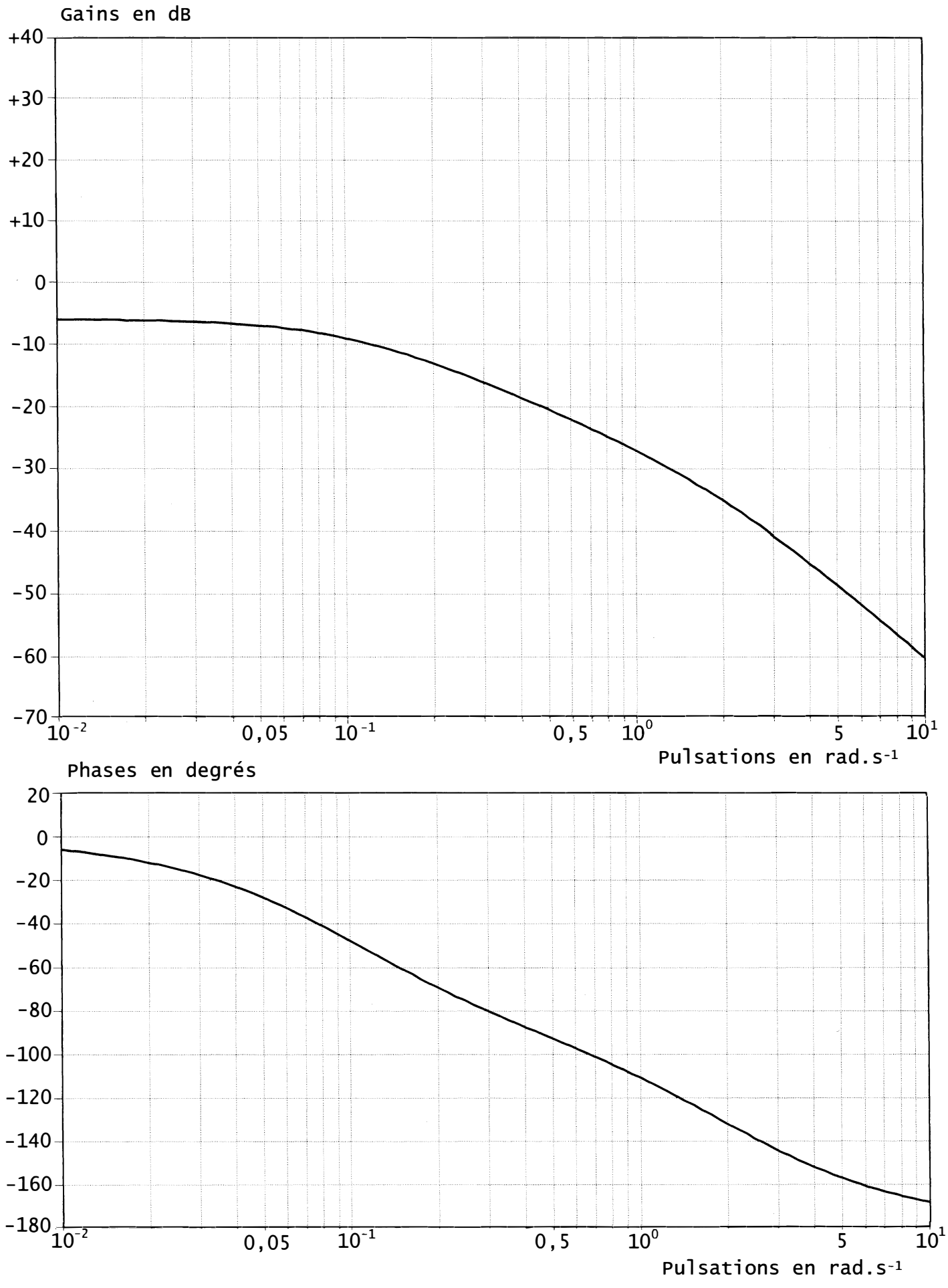
Session : .....

Intitulé épreuve : .....

Nom : ..... **Prénom :** ..... **Né(e) le :** .....

N° de centre d'écrit : ☐ **N° de table :** ☐

Document Réponse DR2 :



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/e3a/mp