Concours e3a-Polytech, France

Session 2015, filière MP

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I.A : accélération et freinage en ligne droite
- Partie I.B : suivi de trajectoire et modèle du virage
- Partie I.C : vitesses de rotation des roues en virage
- Partie II.A : modélisation du groupe motoréducteur et roue
- Partie II.B : validation du modèle et synthèse de correcteurs

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/e3a/mp/2015/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

e3a

014

CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH

Épreuve de Sciences Industrielles MP

Durée 3 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est autorisé.

Composition du sujet :

- 1 cahier de 18 pages de texte numérotées de **1 à 18**.
- 2 pages de documents annexes.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Tournez la page S.V.P.

Véhicule intelligent RobuCar

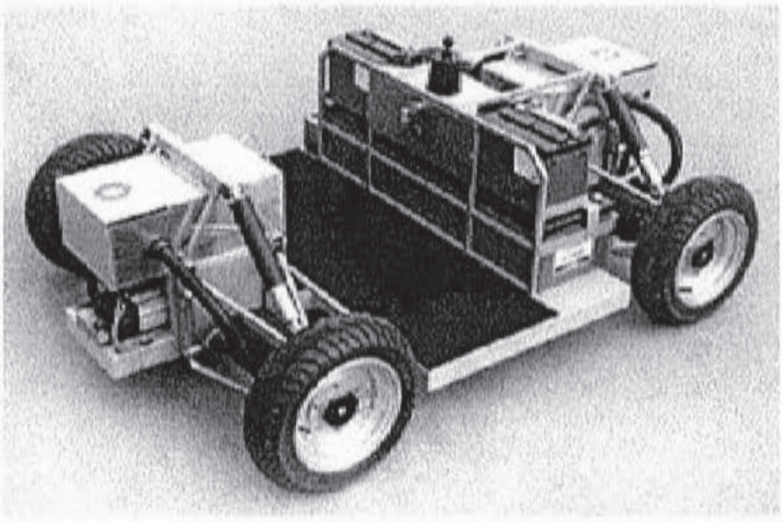
Le candidat est invité à formuler toute hypothèse cohérente qui lui semblerait nécessaire pour pouvoir répondre aux questions posées.

Contexte

L'optimisation des transports de demain passera par l'emploi de véhicules dits intelligents. Des expériences ont déjà été menées pour la réalisation de trains de poids lourds capables de se suivre en toute sécurité et ceci à distance fixe, le lien étant télémétrique au lieu d'être physique.

Cette capacité "d'accrochage télémétrique" entre véhicule maître (leader) et véhicule suiveur (esclave) peut-être transposée à de nombreuses applications : transbordeurs de containers, exploitation minière / terrassement, transports en commun du futur…).

Afin d'étudier les comportements possibles de ces trains de véhicules intelligents dans différentes situations, normales et dégradées, le laboratoire d'Automatique Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR8219) situé à Polytech-Lille utilise un démonstrateur composé d'un véhicule maître et deux véhicules suiveurs dont on peut voir l'architecture sur la figure 1.



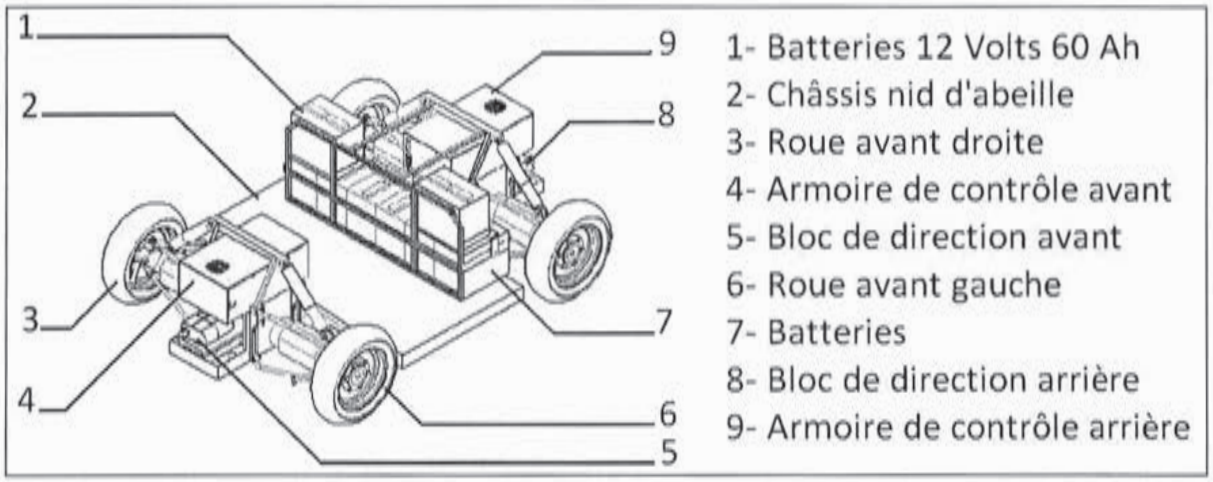


Figure 1 – Ensemble Châssis – Train roulant du véhicule RobuCar

Description de la morphologie du système

Le véhicule suiveur intelligent est un châssis à quatre roues motrices et directrices pilotables séparément (figure 1). Il y a donc deux paramètres de commande pour chaque roue (orientation (direction), vitesse de rotation (motricité))

Le schéma suivant présente un diagramme de définition des blocs pour une roue. Il permet de visualiser les deux chaînes d'énergie d'entraînement de la roue et d'orientation de la roue, ainsi que les éléments de la chaîne d'information tels que l'armoire de commande, les capteurs d'orientation et de vitesse de la roue.

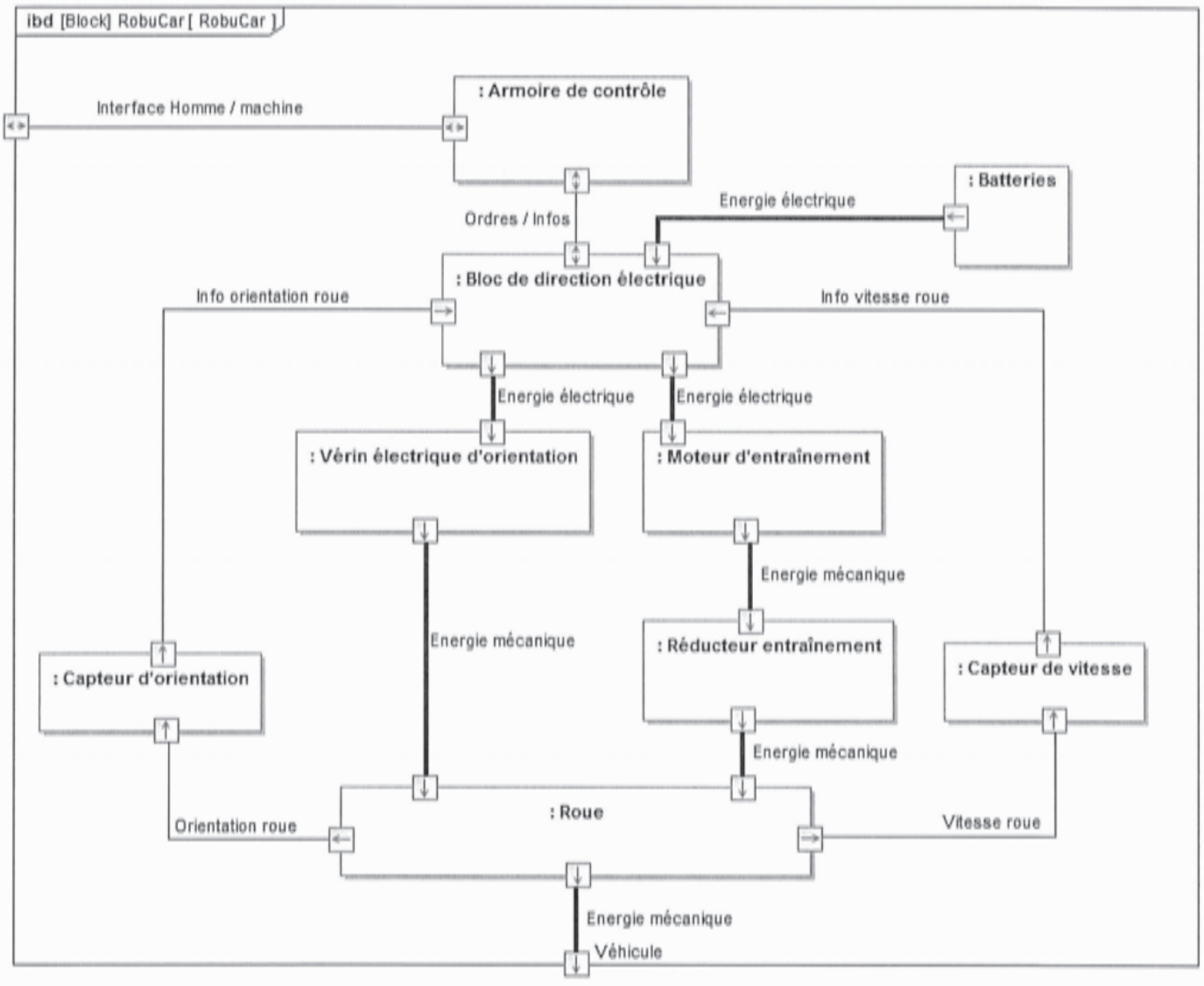


Diagramme de définition des blocs pour le système de commande d'une roue

Objectif

L'objectif de l'étude proposée est d'obtenir un modèle analytique liant le comportement dynamique intrinsèque du véhicule suiveur aux paramètres de la chaîne de commande des différents actionneurs.
Le modèle obtenu doit ainsi permettre d'étudier les stratégies de commande adaptées aux différentes situations.

Tournez la page S.V.P.

A cet effet, le sujet est articulé autour de cinq parties I.A, I.B, I.C, II.A et II.B, chacune étant indépendante de la précédente. Le candidat est tout de même invité à les traiter dans l'ordre.

I. Etude des différentes trajectoires possibles

Hypothèses

- L'hypothèse maîtresse de l'étude consiste à considérer que les quatre roues du véhicule sont en contact ponctuel sur un sol parfaitement horizontal, et qu'il y a roulement sans glissement.
- On admet que le contact roue/sol vérifie la loi d'adhérence de Coulomb. Le non-glissement est donc assuré dès lors que :

$$\left\|\vec{T}\right\| < f\left\|\vec{N}\right\|$$

Où $\left\|\vec{T}\right\|$ est le module de l'effort tangentiel sol/roue, $\left\|\vec{N}\right\|$ est le module de l'effort normal sol/roue, et f le coefficient d'adhérence de Coulomb du contact roue/sol considéré. Sur sol sec et avec des pneumatiques en bon état, on admet que $f \approx 1$.

Dans ces conditions, le déplacement du châssis est assimilable à un mouvement plan sur plan. Le respect d'une trajectoire revient à piloter les valeurs des paramètres de mouvement de chaque roue (orientation et vitesse de rotation), les valeurs de ces paramètres devant être cohérentes entre elles pour respecter le roulement sans glissement et sans dérapage de chacune des roues.

L'objectif de l'étude cinématique est d'écrire les relations liant les paramètres de mouvement dans les deux cas de figure les plus simples : la ligne droite et le virage.

Dans le cas de la translation, tous les points du châssis ont la même vitesse par rapport au repère fixe.

Les caractéristiques du groupe moto-propulseur sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Moteur	Vitesse de rotation maximale	N_m = 3200 tr/mn
	Couple nominal	2,7 Nm
	Puissance Maximale	900 W
Réducteur	Rapport de réduction	N = 13
Roue	Rayon	R = 0,20 m

Tableau 1. Caractéristiques du groupe moto-réducteur-roue

Un extrait du cahier des charges est fourni ci-dessous :

Entraîner et freiner le véhicule sur sol sec.	Vitesse à atteindre	15 km/h
	Décélération sans glissement des roues	- 6 $m.s^{-2}$
Orienter le véhicule via un rayon de virage standard de 6,4 m	Temps pour un virage de 45°	Inférieur à 3 s

Q1. A l'aide des données fournies dans le tableau 1, et en tenant compte des hypothèses de l'étude, calculer la vitesse maximale '*Vmax*' en ligne droite du véhicule. Vérifier la performance attendue par le cahier des charges.

A. Etude des phases transitoires accélération / freinage en ligne droite.

Dans ces phases transitoires, l'altitude du centre de gravité du véhicule par rapport au sol influe sur l'équilibre dynamique de celui-ci, et notamment sur la répartition avant/arrière de la charge normale (= verticale) supportée par les roues. La motricité des roues dépend directement de celle-ci. On doit donc calculer la charge normale (= verticale) appliquée sur chaque roue afin d'en déduire la capacité de transmission d'effort tangentiel correspondant. On pourra ainsi optimiser la répartition de l'effort tangentiel de freinage ou d'accélération entre train avant et train arrière.
Le but de cette partie est d'établir un modèle permettant de valider le cahier des charges.
Pour cette étude, le problème étant symétrique, on adopte le modèle simplifié ramené au plan de symétrie conformément au schéma suivant :

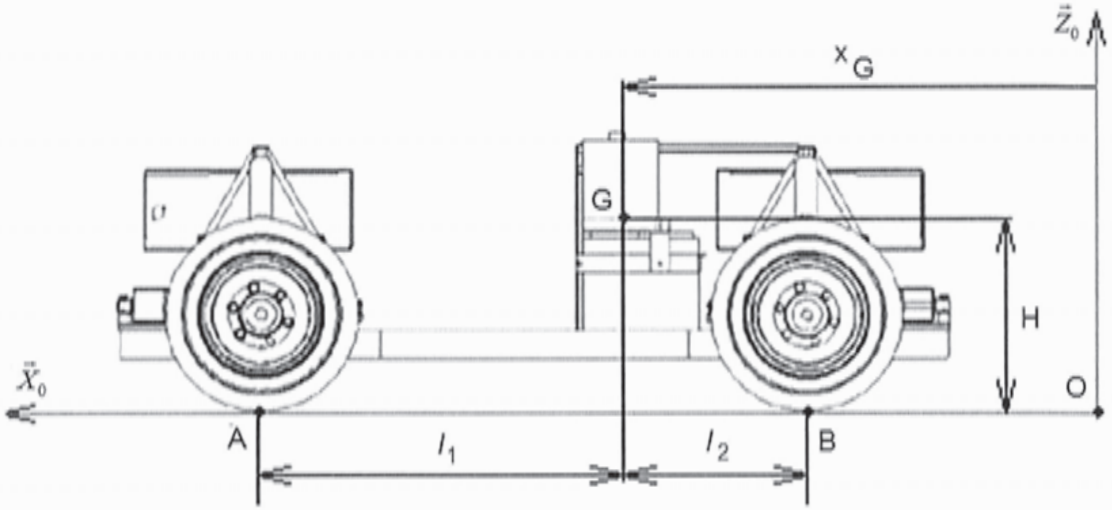


Figure 2 - Modèle plan proposé -

Hypothèses :
On néglige l'influence de la rotation des roues sur le comportement dynamique du véhicule, de sorte que celles-ci peuvent être considérées comme appartenant au solide 'Véhicule'.
Les roues restent en contact avec le sol et les suspensions sont suffisamment rigides pour que le phénomène de plongée soit négligé (Le châssis ne tangue pas vers l'avant).
Le contact sol/roue est assimilable à un contact ponctuel sans glissement, c'est-à-dire capable de transmettre une composante tangentielle d'effort.

On isole l'ensemble du véhicule considéré comme un unique solide.

On applique le principe fondamental de la dynamique au problème plan constitué du Véhicule (solide (S)), en mouvement par rapport au sol (solide (0)) assimilable à un repère galiléen, et on note :

A : Point de contact sol/roue pour le train avant du modèle plan
B : Point de contact sol/roue pour le train arrière du modèle plan
G : Centre de gravité du véhicule

Constantes :
M : Masse du véhicule
g : Valeur du champ de pesanteur

Tournez la page S.V.P.

H : Position verticale du centre de gravité par rapport à l'origine du repère

Variable :

$x_G(t)$: Abscisse du centre de gravité par rapport à l'origine du repère

On se place en phase de freinage. Les composantes de la résultante des actions de contact du sol sur les roues sont notées T_A, N_A en A pour les roues avants, T_B et N_B en B pour les roues arrières, où T définit la composante tangentielle au sol et N la composante normale. Le moment de chaque action de contact, au point de contact est négligé (absence de résistance au roulement).

Le torseur des actions de contact sol roues-avant, exprimé au point de contact A, et pour le modèle plan adopté est donc :

$$\left\{ \mathbf{T}(sol \rightarrow roue_avant) \right\}_A = \left\{ \vec{F}_A \middle| \vec{0} \right\}_A = \begin{Bmatrix} T_A & - \\ - & 0 \\ N_A & - \end{Bmatrix}_{A/B_0} \quad \text{avec } B_0 = \left(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0\right).$$

Les résultats aux questions 2 à 9 peuvent être exprimés en fonction de M, f, g, $\ddot{x}_G$, H, l_1 et l_2.

Q2. Représenter le véhicule isolé avec l'ensemble des actions mécaniques extérieures agissant sur celui-ci.

Q3. Ecrire l'équation de résultante dynamique en projection sur $\vec{X}_0$.

Q4. Ecrire l'équation de résultante dynamique en projection sur $\vec{Z}_0$.

Q5. Le mouvement étant une translation, donner l'expression du moment dynamique en G du véhicule par rapport au sol.

Q6. Ecrire l'équation du moment dynamique en A en projection sur $\vec{Y}_0$.

Q7. En déduire l'expression des modules des actions verticales sol/roue s'exerçant en B (roues arrières) et s'exerçant en A (roues avants) en fonction de la valeur de la décélération $\ddot{x}_G$ et des autres paramètres.

Q8. Déduire des lois de Coulomb l'effort maximum tangentiel transmissible sol/roue en B et A en fonction de la valeur f du coefficient d'adhérence et des autres paramètres.

Q9. En déduire la valeur de la décélération $\ddot{x}_G$ maximale envisageable en fonction de la valeur f du coefficient de frottement et des autres paramètres. Vérifier la performance attendue par le cahier des charges.

Application numérique :

M = 310 kg

$l_1 = 0{,}75m$

$l_2 = 0{,}55m$

$H = 0{,}4\,m$

$f = 1$

Dans la pratique, le coefficient de frottement n'est pas constant mais varie de façon complexe en fonction de plusieurs paramètres. On adopte un modèle simplifié basé sur la valeur de la vitesse du véhicule régit par la loi :

$$f = 0,8 + 0,2.e^{-\frac{V}{VREF}}$$ avec *VREF* = 5 m.s^{-1}

Q10. Les annexes 1 et 2 proposent une ébauche des programmes en langage Python (annexe 1) et Scilab (annexe 2). L'objectif du programme est de calculer la durée et la distance de la phase de freinage. Compléter sur votre copie les zones manquantes d'un des deux programmes fournis. Ceci doit conduire au bon fonctionnement sans l'introduction de nouvelle variable.

Q10.a Compléter la condition de la boucle while : zone A
Q10.b Compléter la zone d'intégration en temps: zone B
Q10.c Compléter la zone d'affectation des résultats : zone C

B. Etude du suivi de trajectoire / Modélisation du virage

On considère que les virages sont effectués en pilotant de façon conjuguée les orientations des trains avant et arrière conformément au modèle de la figure 3. De cette façon, à la valeur près des paramètres a et b, le pilotage du train arrière (roues 3 et 4) est une image du pilotage du train avant (roues 1 et 2).

L'objectif de cette partie est de définir les lois de pilotage d'entraînement des roues afin de suivre une trajectoire définie. On se limite à un mouvement de rotation.

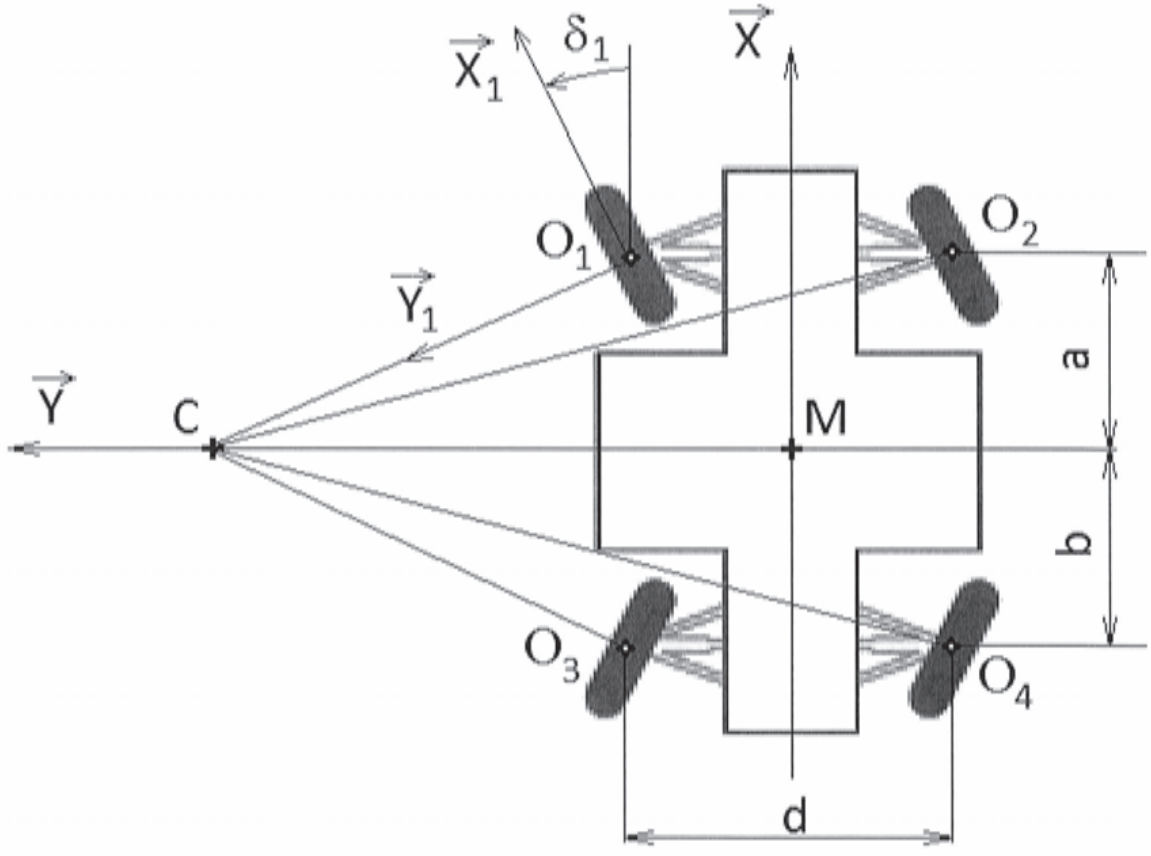


Figure 3. - Véhicule en virage vue du dessus -

Tournez la page S.V.P.

Le pilotage conjugué des directions avant et arrière conduit à l'identification d'un point M de l'axe longitudinal du châssis défini par rapport à C, centre de la trajectoire circulaire à l'instant t par : $\overrightarrow{CM} \perp \vec{X}$ avec $\overrightarrow{CM} = -\rho\ \vec{Y}$.

On définit les bases suivantes :

$\left(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0\right)$ liée au sol (solide 0),

$\left(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0\right)$ liée au châssis du véhicule (solide S),

$\left(\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_0\right)$ liée à l'axe de la roue *i*.

Et le point O_i : point du plan médian de la roue i appartenant à l'axe de rotation (cf figures 3 et 4).

Le mouvement du véhicule est un mouvement de rotation autour du point C supposé fixe.

On note la vitesse angulaire d'orientation du châssis par rapport au repère fixe lié au sol, due à la trajectoire circulaire autour de C par : $\vec{\Omega}(S/0) = \dot{\psi}\ \ \vec{Z}_0$.

On note V la vitesse du point M : $\vec{V}(M \in S/0) = V.\vec{X} = \rho\dot{\psi}.\vec{X}$ avec V constant

Pour chaque roue, on peut considérer localement la figure suivante :

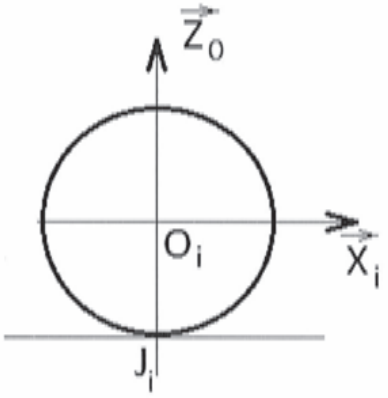


Figure 4. - Modélisation du contact roue/sol dans le plan médian de la roue -

Soit :

$\vec{\Omega}(Roue_i / axe\ roue\ i) = \dot{\theta}_i \vec{Y}_i$: vitesse de rotation de la roue i par rapport à l'axe de la roue i.

R : la valeur du rayon des roues.

Q11. Donner l'expression vectorielle dans la base $\left(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0\right)$ de $\vec{V}(O_1 \in S/0)$ et $\vec{V}(O_2 \in S/0)$ en fonction de ρ, a, d et $\dot{\psi}$.

Q12. Donner l'expression vectorielle dans la base $\left(\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_0\right)$ de $\vec{V}(O_1 \in Roue_1/0)$ et $\vec{V}(O_2 \in Roue_2/0)$ en fonction de R et $\dot{\theta}_i$ en faisant l'hypothèse de roulement sans glissement en J_i.

Q13. En remarquant que $\vec{V}(O_1 \in Roue_1/S) = \vec{0}$, établir deux relations scalaires après projection dans la base $\left(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0\right)$.

Q14. Faire de même pour la roue 2.

Q15. En déduire les expressions de tan(δ_1) et de tan(δ_2) en fonction de ρ, a et d. Effectuer l'application numérique. a = 0,65 m ; d = 1,2 m ; ρ = 5 m

Q16. Etant donné les valeurs de δ_1 et δ_2, on adopte la simplification suivante : $\cos\delta_i \approx 1$ et $\sin\delta_i \approx 0$. En déduire les expressions simplifiées de $\dot{\theta}_1$ et de $\dot{\theta}_2$.

C. Etude des vitesses de rotation des roues 1 et 2 au cours d'un virage

L'objectif de cette partie est d'établir les lois de commande et de valider le cahier des charges du point de vue du temps de virage pour obtenir un changement de direction de 45°. On souhaite conserver V (module de la vitesse du point M centre du châssis) constant au cours de la phase de virage.
Le scénario retenu pour piloter un virage imposé par le suivi de trajectoire est décomposé en cinq phases :

- $t < t_0$: translation rectiligne
- $t_0 < t < t_1$: mouvement transitoire
- $t_1 < t < t_2$: mouvement de rotation autour de C
- $t_2 < t < t_3$: mouvement transitoire
- $t_3 < t$: translation rectiligne

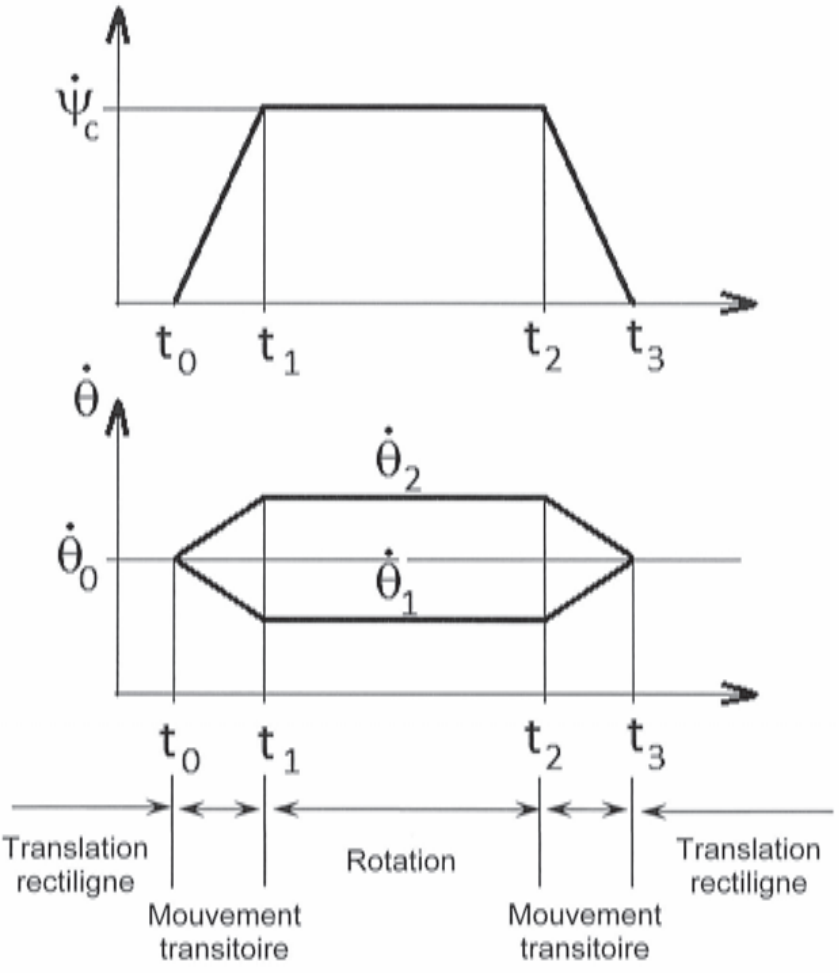


Figure 5. - Scénario retenu pour effectuer un virage -

Tournez la page S.V.P.

On définit $\vec{V}(M \in S/0) = V.\overrightarrow{X}$ avec le vecteur $\overrightarrow{X}$ lié au véhicule donc mobile par rapport au sol.

$\dot{\psi}_C$ représente la valeur de consigne et est directement calculée par $\dot{\psi}_C = \dfrac{V}{\rho}$, avec ρ le rayon de virage imposé par le parcours à l'instant t et V la vitesse du point M au même instant t.

Ce scénario est nécessaire car on ne peut pas passer brutalement de la ligne droite à un virage de rayon donné. En effet, cela imposerait un changement instantané des vitesses de rotation des roues, ce qui est physiquement impossible.

On peut aisément montrer que : $\dot{\psi} = \dfrac{\left(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1\right)}{d} R$ et $\rho\dot{\psi} = V = \dfrac{\left(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\right)}{2} R$

On donne : $\left|\ddot{\psi}_{Max}\right| = \ddot{\psi}_0 = 1 \ \ rd.s^{-2}$, valeur constante pendant les deux phases transitoires.

On admet donc que $(t_3 - t_2) = (t_1 - t_0) = \dfrac{\dot{\psi}_C}{\ddot{\psi}_0}$

Q17. Pour chaque phase $[t_i ; t_{i+1}]$, on se propose de donner l'expression permettant de calculer la valeur instantanée de $\rho(t)$, $\dot{\psi}(t)$, $\psi(t)$ sous forme d'un tableau. Déterminer les expressions de A, B, C et D qui apparaissent dans le tableau suivant :

	$t < t_0$	$[t_0 ; t_1]$	$[t_1 ; t_2]$	$[t_2 ; t_3]$	$t > t_3$
$\rho(t)$	∞	$\dfrac{V}{\dot{\psi}(t)} = \dfrac{V}{\ddot{\psi}_0 (t - t_0)}$	$\rho = cste = \dfrac{V}{\dot{\psi}_C}$	$\dfrac{V}{\dot{\psi}(t)} = \dfrac{V}{\dot{\psi}_C - \ddot{\psi}_0 (t - t_2)}$	∞
$\ddot{\psi}(t)$	0	$\ddot{\psi}_0 = 1 \ rd/s^2$	0	$-\ddot{\psi}_0 = -1 \ rd/s^2$	0
$\dot{\psi}(t)$	0	$\dot{\psi}(t) = \ddot{\psi}_0 (t - t_0)$	A	C	0
$\psi(t)$	0	$\psi(t) = \ddot{\psi}_0 \dfrac{(t - t_0)^2}{2}$	B	D	0

Q18. En déduire l'expression littérale du changement d'orientation total effectué ψ_{TOT} en fonction de $\ddot{\psi}_0$, $\dot{\psi}_C$, $(t_2 - t_1)$.

Q19. Calculer $(t_2 - t_1)$ pour un virage à gauche de rayon $\rho = 6,4 \ m$ effectué à $V = 10 \, km/h$ provoquant un changement d'orientation de 45°.

Q20. En déduire le temps total $(t_3 - t_0)$ nécessaire pour effectuer ce changement de direction.

Q21. Dans ces conditions et pour $t_0 = 0$, calculer t_1, t_2, t_3, $\psi(t_1)$, $\psi(t_2)$ et vérifier que la valeur de la durée du virage de 45° valide bien le cahier des charges.

II. Modélisation et Commande du véhicule

Modélisation du comportement de l'ensemble moto-réducteur-roue

La trajectoire et la vitesse du véhicule autonome sont assurées par la commande de 4 roues indépendantes pilotées chacune par un moteur électrique. Le schéma de principe de chaque système de commande et le schéma-bloc représentés par les figures 6 (a) et (b) sont constitués d'un moteur électrique à courant continu, d'un réducteur de vitesse et de la roue. La partie électrique est pilotée par une source de tension $u_a(t)$ alimentant le stator représenté par la mise en série d'une résistance électrique (R_e) et d'une inductance (L). Le courant induit $i(t)$ fournit un couple moteur $c_m(t)$ ($c_m(t) = K_{em} i(t)$) à l'arbre du moteur soumis à des frottements visqueux f_m et ayant une inertie J_m. Le couple moteur est transmis avec un rapport 1/N à l'arbre de la roue de raideur K et soumis à des frottements visqueux f_r et ayant une inertie J_r. La roue est soumise à un couple résistant $c_p(t)$ du contact pneu-chaussée dû à la force longitudinale F_p. Le tableau 2 définit la nomenclature des variables utilisées.

L'objectif est d'obtenir les équations du comportement dynamique dans la direction longitudinale pour la synthèse du système asservi de la vitesse angulaire. La figure 7 représente le schéma de principe de la commande du véhicule.

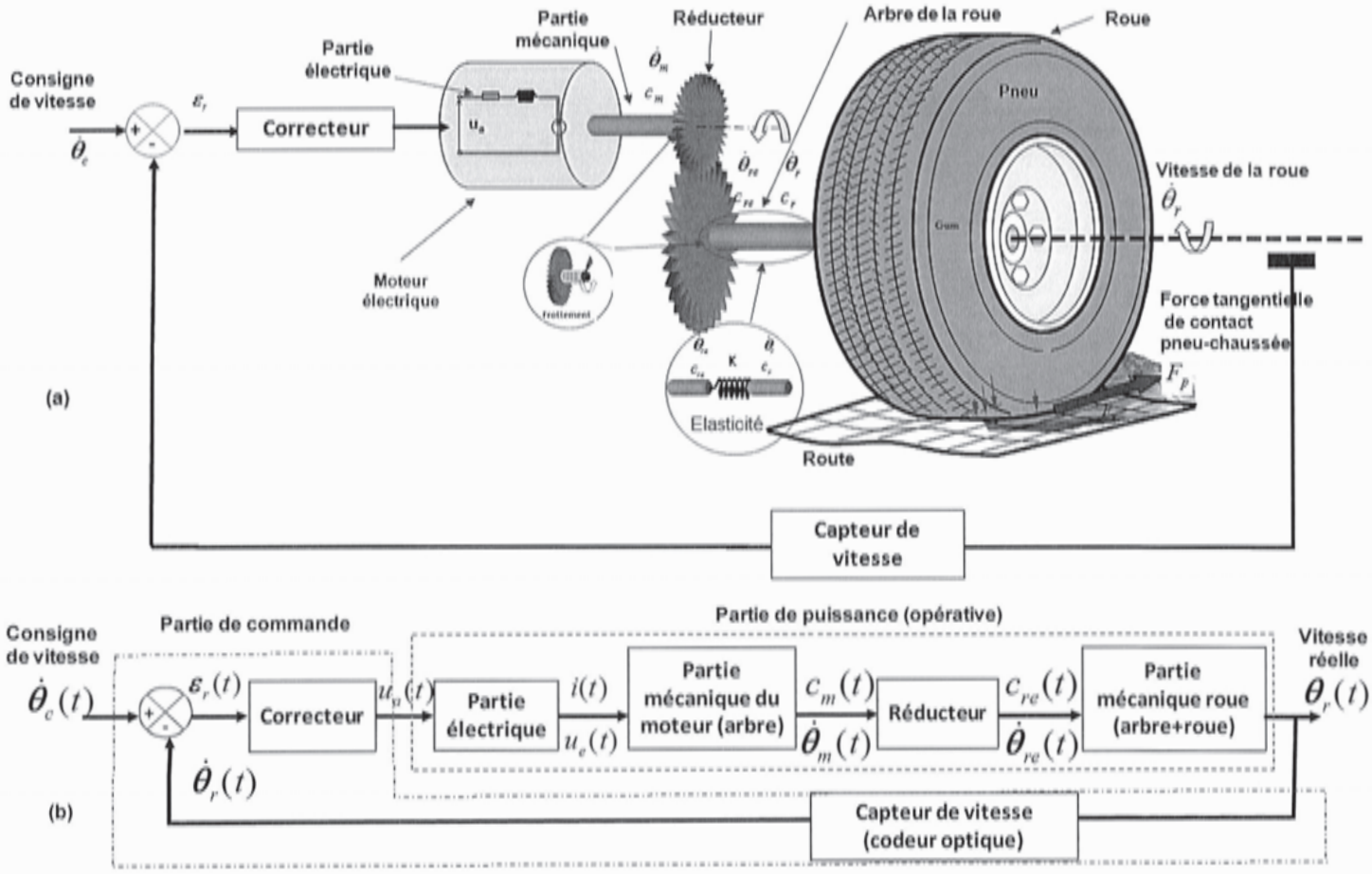


Figure 6 : - Schéma de principe (a) et schéma-bloc (b) du système moto-réducteur-roue

Tournez la page S.V.P.

Hypothèses de modélisation

La propulsion est assurée par les couples fournis par les 4 moteurs de roues. La direction est contrôlée entre-autre, à partir d'une différenciation de vitesse sur les trains arrière $\dot{\theta}_3$ et $\dot{\theta}_4$, et avant $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_2$. Les vitesses de rotation des roues $\dot{\theta}_i$ $(i = 1-4)$ sont mesurées par un codeur incrémental fixé sur l'arbre du moteur. Les courants des moteurs $i_i(t)$ sont également mesurés. La variable de commande de chaque moteur est la tension d'alimentation notée $u_a(t)$ de valeur maximale 48 V.

Paramètre	Désignation	Valeur
	Partie électrique du moteur et contrôleur	
$\dot{\theta}_c(t), \dot{\theta}_r(t)$	Vitesse angulaire de consigne introduite par l'opérateur et réelle de la roue (fournie par le capteur)	Variable (rad.s^{-1})
$\varepsilon_r(t) = \dot{\theta}_c(t) - \dot{\theta}_r(t)$	Ecart de réglage (différence entre vitesse réelle et de consigne)	Variable (rad.s^{-1})
$u_a(t)$	Tension d'alimentation contrôlée	48 (V) valeur maximale
L	Inductance	0.075 (H)
R_e	Résistance électrique	1.6 (Ω)
K_{em}	Constante f.e.m.	0.122 (V/rad/s)
i(t)	Courant électrique	Variable (A)
$u_e(t)$	Force électromotrice du bobinage	Variable (V)
	Partie mécanique du moteur	
$c_m(t)$	Couple en sortie du moteur électrique	Variable (N.m)
J_m	Moment d'inertie de l'arbre du moteur	0.0095 (kg.m^2)
f_m	Coefficient de frottement visqueux arbre moteur / carter moteur	0.0043 (N.m.s/rad)
$\dot{\theta}_m(t)$	Vitesse angulaire de l'arbre moteur	Variable (rad.s^{-1})
$\theta_m(t)$	Position angulaire de l'arbre moteur	Variable (rad)
	Partie roue et réducteur	
N	Rapport de réduction	13
K	Raideur de l'arbre sortie réducteur	10000 N.m/rad
J_r	Moment d'inertie roue+axe	8 (kg.m^2)
f_r	Coefficient de frottement visqueux axe de roue / palier	17 (N.m.s/rad)
$c_{re}(t)$	Couple en sortie du réducteur	Variable (N.m)
$\dot{\theta}_{re}(t)$	Vitesse angulaire en sortie du réducteur	Variable (rad.s^{-1})
$c_p(t)$	Couple du contact pneu-chaussée du à la force longitudinale	0.5 (N.m) considéré constant par hypothèse simplificatrice
$\dot{\theta}_r(t)$	Vitesse angulaire de la roue	Variable (rad.s^{-1})
$\theta_r(t)$	Position angulaire de la roue	Variable (rad)
G	Centre de gravité	
ψ (t)	Angle de lacet	Rad
d	Distance entre roues (fig.3)	1.2 m
a=b	Distance entre le point M et les trains avant et arrière (fig.3)	0.65 m

Tableau 2 : Nomenclature des variables utilisées

A. Modélisation des différents éléments

• Modélisation de la partie électrique du moteur

On suppose que dans les différents régimes de fonctionnement considérés, le comportement reste linéaire. Le bobinage du moteur est équivalent à un circuit électrique de résistance R_e, d'inductance L en série et d'une force contre-électromotrice $u_e(t)$, le tout alimenté par la tension $u_a(t)$. La partie électrique de l'induit est traversée par un courant $i(t)$. Les équations de couplage couple moteur-intensité et force contre-électromotrice/vitesse angulaire sont décrites par les relations: $c_m(t) = K_{em}.i(t)$ et $u_e(t) = K_{em}.\dot{\theta}_m(t)$ respectivement. Dans ce qui suit, les variables temporelles seront notées en minuscules, et les variables dans le domaine de Laplace seront en majuscules, par exemple :

$$L\left\{\dot{\theta}(t)\right\} = \Omega(p),\ \ L\left\{u_e(t)\right\} = U_e(p),\ \ L\left\{u_a(t)\right\} = U_a(p),\ L\left\{c_m(t)\right\} = C_m(p),$$

p étant l'opérateur de Laplace

L'équation électromécanique du moteur en régime dynamique dans le domaine temporel liant $u_a(t)$, $u_e(t)$ et $i(t)$ s'écrit :

$$u_a(t) = R_e i(t) + L\frac{di}{dt} + u_e(t)$$

• Modélisation de la partie mécanique

On isole l'arbre moteur avec le réducteur (réducteur dont l'inertie est négligée). Les actions mécaniques extérieures qui agissent sur cet ensemble sont : le couple moteur $c_m(t)$, le couple de l'axe de la roue sur l'arbre de sortie du réducteur $-c_{re}(t)$ et les frottements visqueux du palier sur l'arbre moteur.

Q22. Ecrire l'équation différentielle issue du théorème de l'énergie cinétique (ou théorème de l'énergie-puissance) qui régit l'évolution de la variable $\dot{\theta}_m(t)$ en fonction de $c_m(t)$, $c_{re}(t)$, $\dot{\theta}_m(t)$, $\ddot{\theta}_m(t)$ et de J_m, f_m et N.

On isole la roue et son axe. Les actions mécaniques extérieures qui agissent sur cet ensemble sont : le couple de la chaussée sur la roue $c_p(t)$, le couple de l'axe de sortie du réducteur sur l'axe de la roue $c_{re}(t)$ et les frottements visqueux du palier sur la roue.

Q23. Ecrire l'équation différentielle issue du théorème de l'énergie cinétique qui régit l'évolution de la variable $\dot{\theta}_r(t)$ en fonction de $c_p(t)$, $c_{re}(t)$, $\dot{\theta}_r(t)$, $\ddot{\theta}_r(t)$ et de J_r et f_r.

On isole l'arbre de sortie du réducteur effectuant le lien avec l'axe de la roue. Cet élément déformable est supposé de comportement linéaire et de loi de déformation $C = K.\Delta\theta$, $\Delta\theta$ étant l'écart angulaire entre les sections externes. Cet arbre transmet le couple $c_{re}(t)$.

Q24. En déduire une expression de $c_{re}(t)$ en fonction de K, $\theta_{re}(t)$ et $\theta_r(t)$.

Tournez la page S.V.P.

Q25. En combinant les 3 équations précédentes, identifier les paramètres α, β et γ dans les deux équations suivantes :

$$J_m\ddot{\theta}_m(t) = C_m(t) - \alpha\dot{\theta}_m(t) - \beta\left(\frac{\theta_m(t)}{N} - \theta_r(t)\right)\frac{1}{N}$$

$$J_r\ddot{\theta}_r(t) = C_p(t) - \gamma\dot{\theta}_r(t) + \beta\left(\frac{\theta_m(t)}{N} - \theta_r(t)\right)$$

Simulation du système de commande de la vitesse angulaire

Q26. Le schéma de simulation du système de commande de la vitesse est fourni en figure 7. En se basant sur les équations électriques et dynamiques de la question précédente, donner l'expression des 4 fonctions de transfert : $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$ en fonction entre autres, de α et γ.

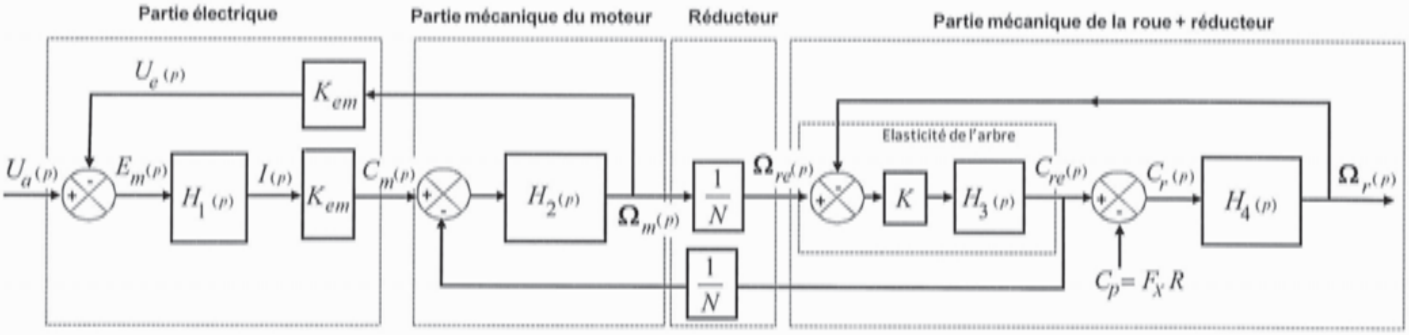


Figure 7. - Schéma bloc de simulation du système moto-réducteur-roue pour la commande de la vitesse -

La partie électrique peut être facilement modélisée car les paramètres fournis par le constructeur sont bien identifiés. Afin de déterminer la fonction de transfert de l'ensemble du système mécanique (moto réducteur et arbre de la roue), nous avons isolé la partie mécanique du système et réalisé un essai indiciel en introduisant un couple moteur $c_m(t)$ d'un échelon de 4N.m à l'entrée de l'arbre du moteur, et nous avons enregistré en sortie de la roue la variation de la vitesse angulaire comme indiqué par le schéma de la figure 8. La réponse à cet échelon de couple est donnée figure 9.

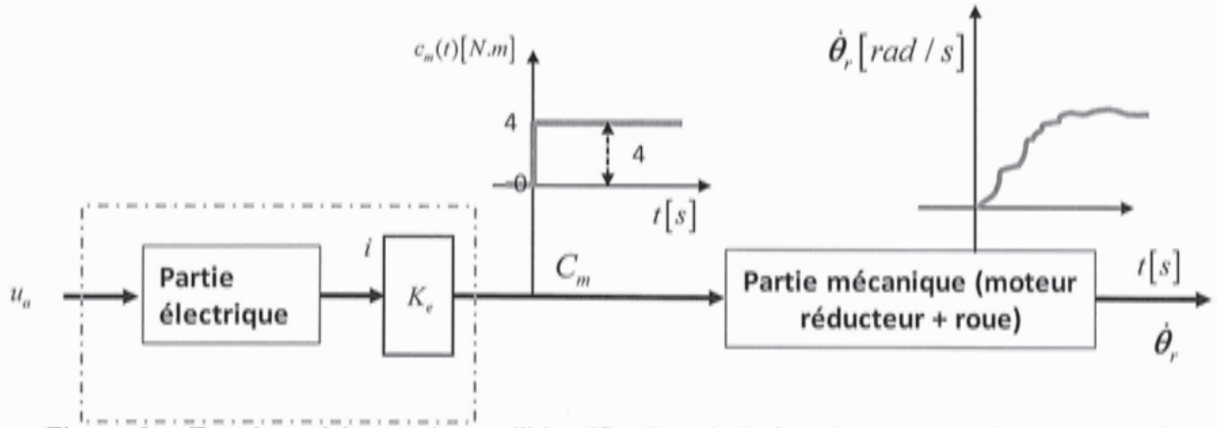


Figure 8. - Essai expérimental pour l'identification de la fonction de transfert de la partie mécanique -

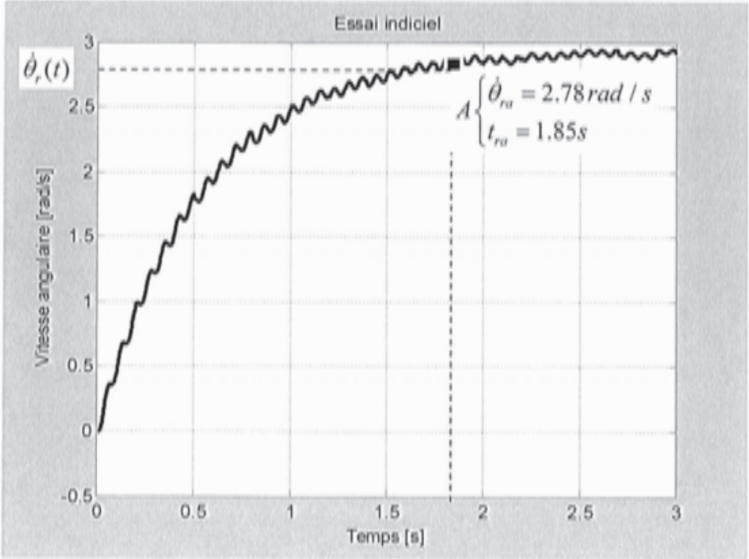


Figure 9. - Réponse indicielle de la vitesse angulaire de la roue suite à un couple moteur d'un échelon de couple 4 N.m

On assimile la fonction de transfert à un élément du premier ordre et on relève la vitesse en régime permanent : $\Delta\dot{\theta}(\infty)=2.93\ rad.s^{-1}$, et ceci pour un échelon d'entrée d'amplitude $c_m=4N.m$.

Q27.1 Identifier les valeurs numériques (en précisant les unités) des paramètres caractéristiques de la fonction de transfert du 1er ordre.

On souhaite écrire une fonction qui permet de valider l'identification précédente. Les données mesurées sont stockées dans deux listes $t=[t_1\ \ t_2\ \ ..\ \ ..\ \ t_n]$ et $y=[y_1\ \ y_1\ \ ..\ \ ..\ \ y_n]$. La première contient les différents instants de mesure et la seconde les valeurs mesurées correspondant à la vitesse angulaire.

Q27.2 Ecrire une fonction utilisant les langages Python ou Scilab qui prend pour argument les deux listes *t* et *y*, ainsi que les grandeurs du 1er ordre identifiées manuellement. Cette fonction doit renvoyer la valeur absolue maximale de l'écart entre les valeurs mesurées et celle du modèle. On rappelle que l'expression de la réponse indicielle d'un système du premier ordre s'écrit en fonction de $1-e^{-\frac{t}{T}}$ avec T la constante de temps du premier ordre.

B. Validation des performances du modèle

Les fonctions de transfert étant identifiées, le schéma fonctionnel du système moto-réducteur-roue peut alors être représenté par le schéma bloc de la figure 10a. Le schéma bloc de la figure 10b montre l'influence du couple perturbateur $C_p(p)$ et de la tension d'alimentation $U_a(p)$ sur la vitesse angulaire de la roue. Le couple de contact pneu-chaussée $C_p(p)$ est alors considéré comme une perturbation. En vertu de la propriété de superposition, $\mathbf{\Omega}_r(p)$ subit l'influence de la tension $U_a(p)$ et de la perturbation $C_p(p)$:

$$\mathbf{\Omega}_r(p)=W_{Ua}(p).U_a(p)-W_{Cp}(p).C_p(p)$$

On notera dans la suite $(K_{em})^2\,K_mK_e=K_s$

Tournez la page S.V.P.

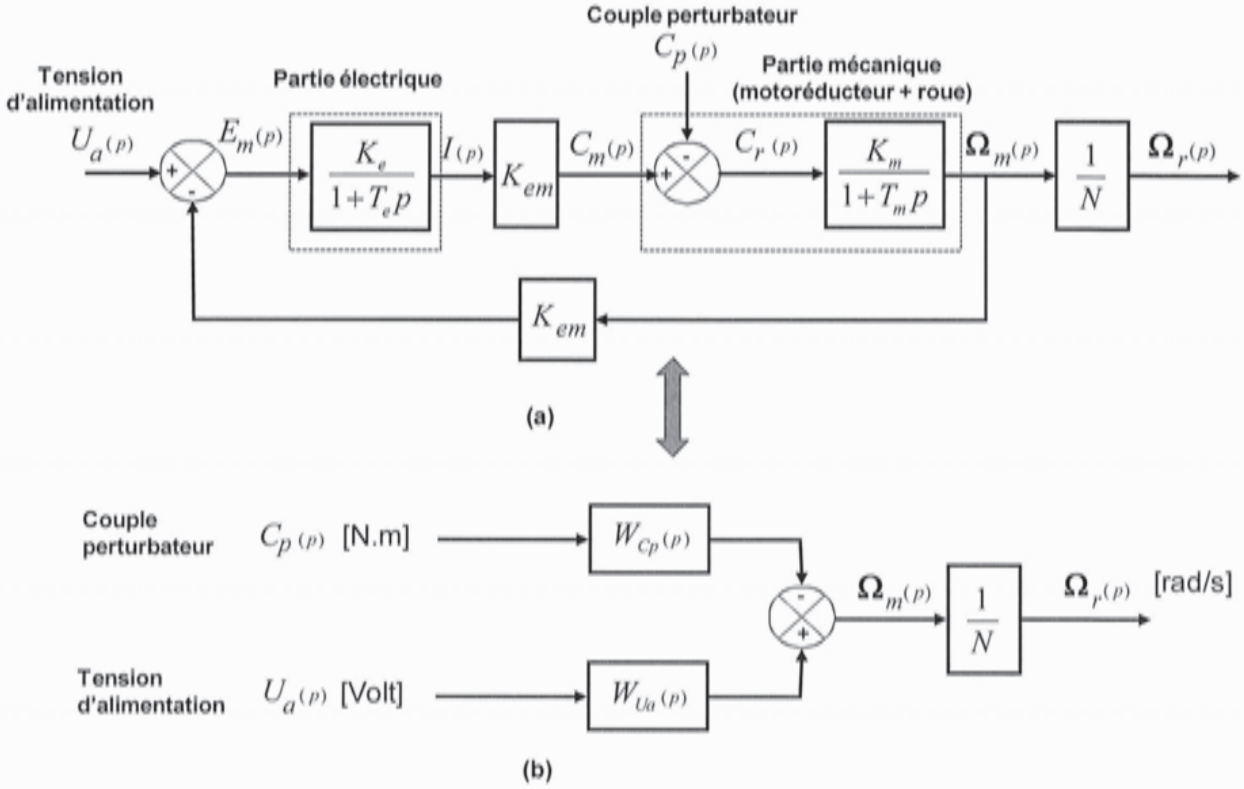


Figure 10 : - Schéma fonctionnel détaillé (a) et compact (a) du système moto-réducteur-roue -

On prendra K_m = 9,56 rad/s.N.m et T_m = 0,6 s.

Q28.1 Expliciter les paramètres caractéristiques T_e et K_e en utilisant les résultats de question 26 (on pourra poursuivre cette partie sans ce résultat).

Q28.2 Donner les expressions des fonctions de transfert $W_{Ua}(p)$ et $W_{Cp}(p)$ (à mettre sous forme canonique). Notez $(K_{em})^2 K_m K_e = K_s$.

Synthèse de correcteurs pour le suivi de trajectoire d'un véhicule intelligent

En raison de la présence de perturbation, la vitesse angulaire de la roue doit être contrôlée afin de maintenir une inter-distance entre les véhicules, ce qui impose un écart statique nul. Afin de choisir le bon correcteur, nous allons analyser les performances d'un ensemble de correcteurs de fonction de transfert $W_R(p)$ d'action P (proportionnelle) puis PI (proportionnelle intégrale) pour l'asservissement de la vitesse angulaire de chaque roue. Le schéma bloc du système asservi peut alors être représenté par la figure 11 suivante :

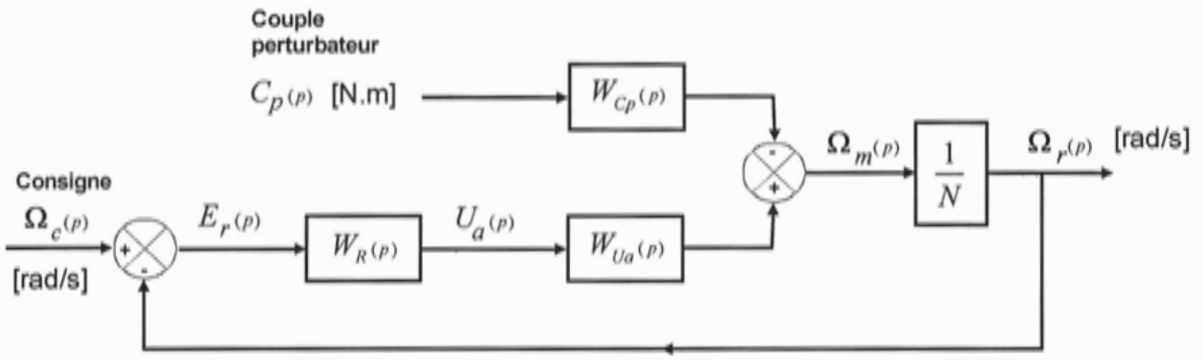


Figure 11 : - Schéma fonctionnel du système asservi de la vitesse de chaque roue -

Lors d'un virage, chaque roue possède une fréquence de rotation différente. Pour suivre une trajectoire (rectiligne ou circulaire), on doit connaître la vitesse de rotation à imposer à chaque roue. On fait l'hypothèse que les virages sont effectués à vitesse constante V=10 km/h et ρ=6,4m (voir partie I).

Q29. Trouver les valeurs numériques des vitesses désirées $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_2$ à partir des expressions utilisées dans la partie I.C sachant que ce seront alors les consignes d'asservissement pour chaque moteur 1 et 2 respectivement (on pourra poursuivre cette partie sans ce résultat).

- **Asservissement de la vitesse de rotation du moteur avec un régulateur proportionnel.**

On se propose d'abord de réguler la vitesse de rotation de la roue par une boucle de commande. On utilise d'abord un correcteur à action proportionnelle $W_R(p) = K_p$. Pour cette partie et les suivantes, on suppose que $C_{p(p)} = 0$.

Q30.1 Lors d'un changement de consigne ou d'une perturbation et afin de maintenir une inter-distance entre le véhicule suiveur et leader, déterminer la valeur du gain K_p pour que l'écart statique $E_r(\infty)$ en position suite à une variation de consigne soit inférieure à 10% de Ω_0 (l'amplitude de l'échelon de consigne : $\Omega_c(p) = \frac{\Omega_0}{p}$).

Q30.2 Analyser la stabilité du système en fonction du gain K_p. Quelle est la marge de gain ?

- **Synthèse par correcteur proportionnel intégral.**

Pour assurer une meilleure précision, on place un PI régulateur. $W_R(p) = K_R + \frac{K_I}{p}$ où K_R caractérise l'action proportionnelle et K_I l'action intégrale.

Q31.1 Quelle est l'erreur statique pour une entrée échelon ?

Q31.2 Dans un plan avec le paramètre K_I en abscisse et K_R en ordonnée, représenter le domaine de stabilité de la fonction de transfert en boucle fermée.

Remarque : On indique que le critère algébrique de Routh Hurwitz appliqué à un système de fonction de transfert en boucle fermée $W_f(p) = \frac{N_f}{D_f}$ ayant un dénominateur $D_f = a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0$

Tournez la page S.V.P.

est stable si et seulement si : a_3, a_2, a_1 et $a_0 \geq 0$ et $a_1 a_2 > a_0 a_3$ *L'égalité* $a_1 a_2 = a_0 a_3$ fournit la limite de stabilité, à la condition que tous les coefficients soient de même signe et non nuls.

- **Synthèse des 2 correcteurs**.

Q32 Dans le cas de l'asservissement en vitesse, quelles performances en termes de précision statique, temps de réponse, de stabilité et de filtrage des bruits peut-on améliorer en rajoutant un correcteur P ou un correcteur PI ? Les réponses seront portées sur un tableau tel que défini ci-après. On utilisera les termes « bonne » et « mauvaise ».

Type régulateur	P	PI
Précision		
Stabilité		
Rapidité		
Filtrage des bruits		

Tableau 3 : Performances d'un P et PI régulateur

Annexe 1 : programme de la question 10 en Python.

```
from math import *
## Calcul de la distance de freinage d un vehicule
## Methode : Tangente amelioree
print("Calcul de la distance de freinage d"un vehicule de masse m")
print(" Vitesse initiale v0")
print(" coefficient de frottement sol roue sur sol sec f=0.8+0.2*e(-V/Vref)")
print(" position initiale x0=0")
##
V0=float(input("vitesse initiale v0=? en m/s" ))
h=float(input("pas de temps d"integration h=? en s" ))
##================================================
## Donnees
g=9.81 #m/s2
## paramètres du coefficient de frottement f=a+b*e(-V/Vref)
a=0.8
b=0.2
Vref=5 # m/s
##================================================
## t - temps (discretise avec le pas h)
## y1 - abscisse x calculee au pas i-1
## y2 - vitesse horizontale calculee au pas i-1
## y1n - abscisse x calculee au pas i
## y2n - vitesse horizontale calculee au pas i
##================================================
## conditions initiales
t=0
x0=0
y1=x0
y2=V0
y2n=V0
##================================================
while [                    ]        # ZONE A
    t=t+h
    ##======
    ## Euler
                                    # DEBUT ZONE B
    [                    ]
                                    # FIN ZONE B
    ##====================
    y1=y1n
    y2=y2n
##================================================
                                    # DEBUT ZONE C
DA=  [                    ]
Vf=
tf=
                                    # FIN ZONE C
##================================================
print("Temps de freinage " + "tf=" + str(tf))
print("Distance d"arret " + "DA="+ str(DA))
print("Verification vitesse nulle " + "Vf=" + str(Vf))
```

Annexe 2 : programme de la question 10 en Scilab.

```
// Calcul de la distance de freinage d un vehicule
// Methode : Tangente amelioree
disp("Calcul de la distance de freinage d"un vehicule de masse m");
disp(" Vitesse initiale v0");
disp(" coefficient de frottement sol roue sur sol sec f=0.8+0.2*e(-V/VREF)");
disp(" position initiale x0=0");
disp("=====================================================");
V0=input("vitesse initiale v0=? " );
h=input("pas de temps d"integration h=? " );
//================================================
// Donnees
g=9.81;
// paramètres du coefficient de frottementf=a+b*e(-V/VREF)
a=0.8;
b=0.2;
Vref=5;
//================================================
// t - temps (discretise avec le pas h)
// y1 - abscisse x calculee au pas i-1
// y2 - vitesse horizontale calculee au pas i-1
// y1n - abscisse x calculee au pas i
// y2n - vitesse horizontale calculee au pas i
//================================================
// conditions initiales
t=0;
x0=0;
y1=x0;
y2=V0;
y2n=V0;
//================================================
while [                ]      // ZONE A
t=t+h;
//======
// Euler
                              // DEBUT ZONE B
      [                ]
                              // FIN ZONE B
//====================
y1=y1n;
y2=y2n;
end
//================================================
                              // DEBUT ZONE C
tf=   [                ]
DA=
Vf=
                              // FIN ZONE C
disp("Temps de freinage  " + "tf=" + string(tf));
disp("Distance d"arret  " + "DA="+ string(DA));
disp("Verification vitesse nulle  " + "Vf=" + string(Vf));
```

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Équations différentielles : méthode d'Euler
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/e3a/mp