Concours e3a-Polytech, France

Session 2019, filière MP

Sciences industrielles de l'ingénieur

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : exigence de vitesse
- Partie 2 : mobilité de l'instrument chirurgical
- Partie 3.1 et 3.2 : loi de mouvement et inerties de l'axe 1
- Partie 3.3 : couple moteur et couple thermique
- Partie 4 : commande de l'axe de translation et retour de force

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

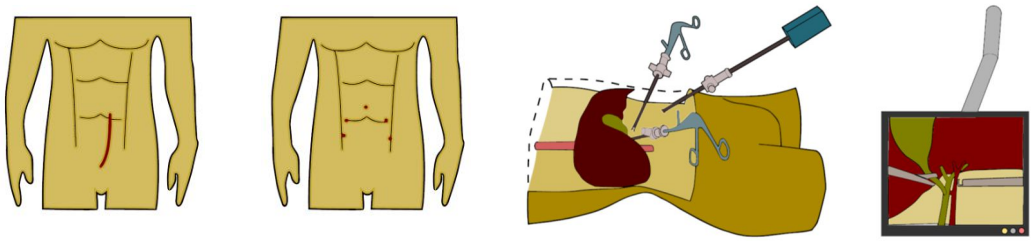
Copie sans la page de garde ni le cahier réponses de l'épreuve, où se trouve l'ébauche du script de la question 25 ; énoncé et annexes complets.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/e3a/mp/2019/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Robot de chirurgie mini-invasive avec retour de force

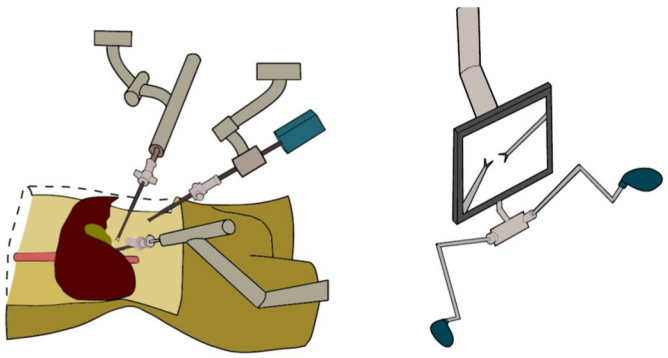
La chirurgie mini-invasive est désormais couramment pratiquée dans les centres hospitaliers français et à travers le monde. Celle-ci consiste à réaliser les actes chirurgicaux en réalisant de fines incisions permettant de faire glisser au travers de celles-ci les instruments utiles et une caméra. Un gaz est alors insufflé afin d'augmenter la visibilité et la capacité de mouvement des instruments. Le chirurgien peut alors procéder à l'opération grâce au retour visuel de la caméra en visualisant la position de ses instruments par rapport à la zone d'intervention médicale.



(a) **(b)** **(c)** **(d)**

Figure 1 : Incisions de chirurgie classique (a) par rapport à la chirurgie mini-invasive (b) / Instruments de chirurgie mini-invasive (c+d)

Cette méthode chirurgicale permet de diminuer les traumatismes post-opératoires et donc le temps d'hospitalisation. Les risques de contamination de l'organisme sont aussi fortement diminués.
La dextérité du chirurgien doit être accrue par rapport à une intervention avec une incision plus grande car les instruments de chirurgie mini-invasive sont fins et allongés, très sensibles au moindre défaut de mouvement. La robotisation du mouvement des instruments chirurgicaux est désormais possible, elle permet d'accroitre la dextérité du chirurgien. Celui-ci utilise un « joystick » (robot maître) qui permet de générer les commandes du robot esclave qui exécute les mouvements.



(a) **(b)**

Figure 2 : Système de téléopération de chirurgie mini-invasive composé du robot esclave et de la station de commande

Nous proposons d'étudier un robot de chirurgie mini-invasive conçu et réalisé par l'équipe **RobioSS** (Robotique, Biomécanique, Sport, Santé) de l'institut de recherche **CNRS Pprime** de l'Université de Poitiers : comment concevoir un robot de chirurgie permettant de reproduire les mouvements réels d'un chirurgien disposant d'instruments non robotisés ?

1. Exigence de vitesse du cahier des charges

Cette partie a pour objectif la définition de l'exigence id ="1.1" : l'outil chirurgical doit pouvoir se déplacer à une vitesse identique à celle imposée par le chirurgien.

Avant la conception du robot, il a été nécessaire d'analyser les mouvements du chirurgien ne disposant pas de système robotisé. Un dispositif de capture du mouvement est mis en place lors d'un acte de chirurgie mini-invasive sur un dispositif d'entrainement à la gestuelle (voir figure 3, page suivante : Pelvic trainer).

Des marqueurs réfléchissants sont disposés sur les instruments afin d'enregistrer leur mouvement en trois dimensions à l'aide de nombreuses caméras placées autour du chirurgien. Un logiciel de calibrage de l'espace et de traitement des données renvoie les coordonnées de chaque marqueur visible par les caméras.

Nous proposons d'analyser une partie des résultats en complétant un script python permettant de traiter les données issues de la capture du mouvement.

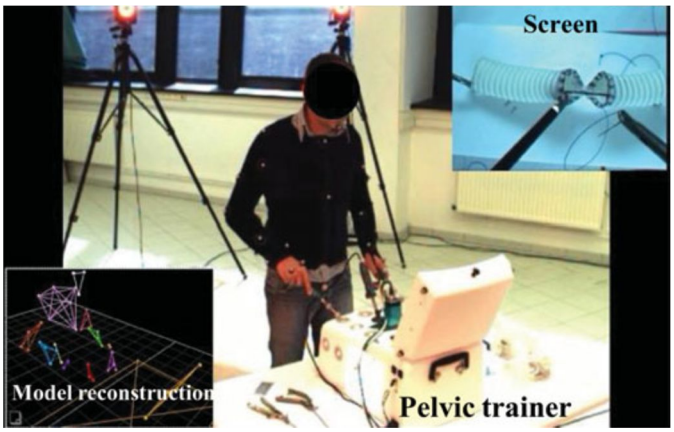


Figure 3 : **Aperçu de l'environnement lors de la capture du mouvement du chirurgien**

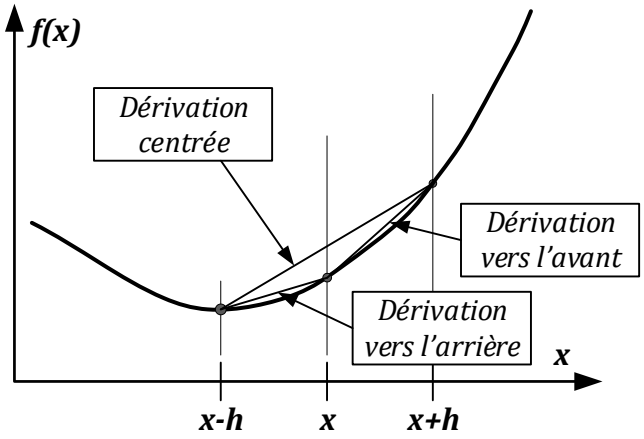
Le fichier de données obtenues est au format "*.csv*", c'est-à-dire un fichier texte comprenant une ligne de titre puis des lignes successives représentant un tableau utilisant pour séparateur un point-virgule. Les coordonnées récupérées sont uniquement celles de l'extrémité de l'instrument, calculées à partir des marqueurs externes visibles. Les premières lignes de ce fichier sont présentées ci-dessous :

```
T (s) ; x(m) ; y(m) ; z(m)
0.0 ; 0.253 ; 0.578 ; 1.205
0.005 ; 0.256 ; 0.576 ; 1.202
0.010 ; ...
```

(a)

```
fichier=open('data.csv','r')
fichier.readline()
t,x,y,z=[],[],[],[]
for ligne in fichier:
    t.append(float(ligne.split(';')[0]))
    x.append(float(ligne.split(';')[1]))
    y.append(float(ligne.split(';')[2]))
    z.append(float(ligne.split(';')[3]))
```

(b)



(c)

Figure 4 : **Premières lignes du fichier de données (a), script python permettant l'extraction des données (b) et définition graphique de la dérivation centrée (c).**

Question 1 : Compléter le script python afin de créer la liste "*vx*" représentant la composante des vitesses au cours du temps suivant la direction x. On impose une méthode de dérivation de type centrée. La première et la dernière valeur de vitesse seront égales respectivement à la seconde et à l'avant dernière valeur. On ne modifiera pas les lignes déjà existantes du script et on programmera une nouvelle boucle.

De même, des listes nommées "*vy*" et " *vz* " sont créées représentant les deux autres composantes du vecteur vitesse.

Question 2 : Définir une fonction nommée « norme » prenant comme arguments trois flottants, représentant à un instant donné, les trois composantes de la vitesse, et renvoyant la norme de la vitesse à cet instant.

Question 3 : En utilisant la fonction précédente, compléter votre script python afin de stocker la norme de la vitesse au cours du temps dans une liste normée " v " et déterminer sa valeur maximale en la stockant dans une variable nommée "*vmax*". On ne modifiera pas les lignes déjà existantes du script, on programmera une nouvelle boucle et on n'utilisera pas la fonction "*max*".

Un tracé des résultats est présenté ci-dessous :

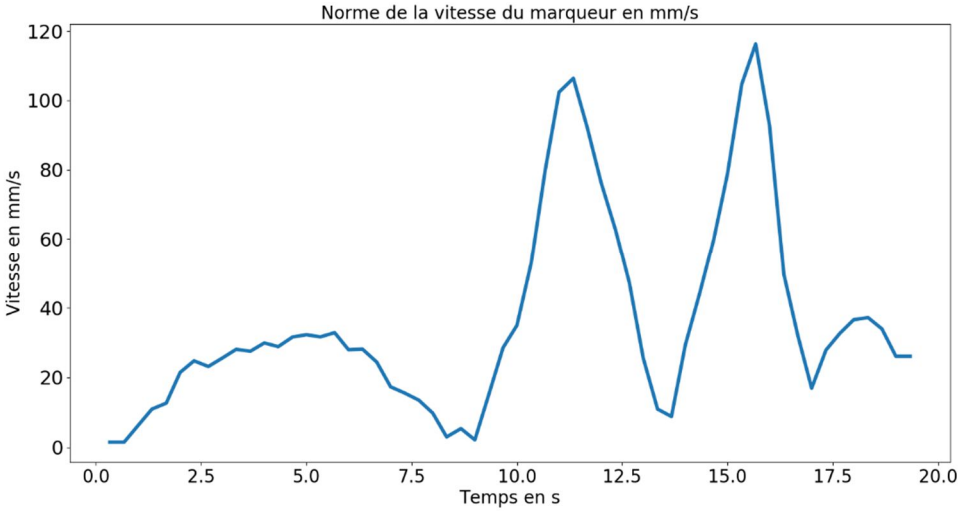


Figure 5 : **Norme (en $mm.s^{-1}$) de la vitesse de l'effecteur au cours du temps**

Question 4 : Le robot à concevoir devra répondre aux exigences définies en annexe A1. Aura-t-il une capacité en vitesse suffisante pour reproduire ce mouvement enregistré ?

2. Validation de l'exigence de mobilité de l'instrument chirurgical

Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id ="1.2" : Les mobilités de l'outil de chirurgie commandé par le robot doivent être identiques à celles d'un outil de chirurgie commandé manuellement par le chirurgien au cours d'une intervention mini-invasive classique.

2.1 Paramétrage du mouvement à reproduire par le robot.

Lors d'une intervention mini-invasive classique, les instruments (voir figure 6) sont insérés dans le corps du patient par l'intermédiaire d'un trocart qui permet d'assurer la liberté de mouvement, tout en garantissant l'étanchéité avec le milieu extérieur.

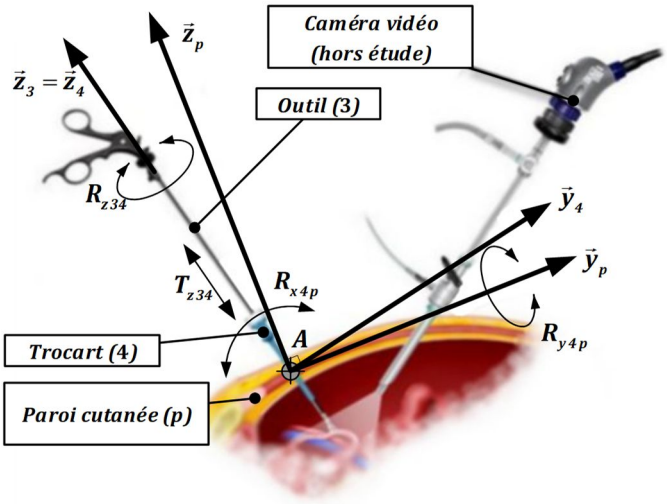


Figure 6 : **Implantation de l'outil chirurgical et du trocart dans la paroi cutanée du patient ; représentation des mobilités. (Le plan $(A, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ n'est pas dans le plan de projection du schéma)**

Définition des repères :

- Repère lié au patient $(\boldsymbol{p})$: $\left(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{x_p}}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_p}}, \overrightarrow{\boldsymbol{z_p}}\right)$, le point $\boldsymbol{A}$ étant le point d'insertion du trocart $(\boldsymbol{4})$ à la surface du corps du patient et $\overrightarrow{\boldsymbol{z_p}}$ le vecteur directeur de la normale extérieure.
- Repère lié au trocart $(\boldsymbol{4})$: $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{x_4}}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_4}}, \overrightarrow{\boldsymbol{z_4}})$, le point $\boldsymbol{A}$ étant le point d'insertion du trocart $(\boldsymbol{4})$ à la surface du corps du patient et $\overrightarrow{\boldsymbol{z_4}}$ le vecteur directeur de l'axe du trocart $(\boldsymbol{4})$.
- Repère lié à l'outil $(\boldsymbol{3})$: $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{x_3}}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_3}}, \overrightarrow{\boldsymbol{z_3}})$, le point $\boldsymbol{A}$ étant le point d'insertion du trocart $(\boldsymbol{4})$ à la surface du corps du patient et $\overrightarrow{\boldsymbol{z_3}}$ le vecteur directeur de l'axe l'outil $(\boldsymbol{3})$.

Du fait de l'élasticité de la paroi cutanée, le trocart peut s'incliner autour du point $\boldsymbol{A}$, fixe par rapport au patient, autour des axes $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{x_p}})$ et $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_p}})$. L'outil, lui, peut tourner dans le trocart autour de l'axe $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{z_3}})$ et translater dans la direction $\overrightarrow{\boldsymbol{z_3}}$.

Description des mobilités :

- Mobilités entre l'outil $(\mathbf{3})$ et le trocart $(\mathbf{4})$
  - $\boldsymbol{T_{z34}}$: Translation rectiligne de direction $\overrightarrow{\boldsymbol{z_3}}$
  - $\boldsymbol{R_{z34}}$: Rotation d'axe $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{z_3}})$
  - Aucune autre mobilité possible
- Mobilités entre le trocart $(\mathbf{4})$ et le patient $(\boldsymbol{p})$
  - $\boldsymbol{R_{x4p}}$: Rotation d'axe $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{x_4}})$
  - $\boldsymbol{R_{y4p}}$: Rotation d'axe $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_4}})$
  - Aucune autre mobilité possible

Notation :

Pour la suite de l'étude, on notera le torseur cinématique relatif à la liaison entre groupe fonctionnel $\boldsymbol{j}$ et le groupe fonctionnel $\boldsymbol{i}$, décrivant la vitesse de $\boldsymbol{j}$ par rapport à $\boldsymbol{i}$ et écrit au centre de liaison $\boldsymbol{M}$, dans la base $\boldsymbol{B_i}$:

$$\boldsymbol{V\{j/i\}} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{p_{ji}}.\vec{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{q_{ji}}.\vec{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{r_{ji}}.\vec{\boldsymbol{z}}_{\boldsymbol{i}} \\ \boldsymbol{u_{ji}}.\vec{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{v_{ji}}.\vec{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{w_{ji}}.\vec{\boldsymbol{z}}_{\boldsymbol{i}} \end{Bmatrix}_{\boldsymbol{M}} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{p_{ji}} & \boldsymbol{u_{ji}} \\ \boldsymbol{q_{ji}} & \boldsymbol{v_{ji}} \\ \boldsymbol{r_{ji}} & \boldsymbol{w_{ji}} \end{Bmatrix}_{\boldsymbol{M},\boldsymbol{B_i}}$$

Question 5 : À partir de la description des mobilités, écrire les torseurs cinématiques $\boldsymbol{V\{4/p\}}$ et $\boldsymbol{V\{3/4\}}$. Les deux torseurs seront écrits au point de liaison $\boldsymbol{A}$ et dans la base liée au trocart $(\mathbf{4})$. Donner le nom de chacune des deux liaisons $\boldsymbol{L(4/p)}$ et $\boldsymbol{L(3/4)}$.

Question 6 : En appliquant le principe de composition des vitesses, déduire de ce qui précède le torseur cinématique $\boldsymbol{V\{3/p\}}$ qui caractérisera les mouvements que le robot devra pouvoir transmettre à l'outil de chirurgie $(\mathbf{3})$. Donner le nom de la liaison équivalente $\boldsymbol{L_{eq}(3/p)}$ qui remplacerait l'assemblage des deux liaisons $\boldsymbol{L(4/p)}$ et $\boldsymbol{L(3/4)}$.
On précisera également les éléments caractéristiques de cette liaison : axe, centre, …

2.2 Proposition d'une architecture pour le Robot de chirurgie.

L'équipe **RobioSS** de l'institut de recherche **Pprime** (CNRS, Université de Poitiers) propose une architecture innovante, différente des solutions plus classiques, qui elles, sont basées autour d'une structure "épaule" – "coude" – "poignet".
Cette solution est bâtie à partir de trois liaisons élémentaires (deux liaisons "pivot" et une liaison "pivot glissant"), non parallèles.
Un schéma est donné dans les figures suivantes :

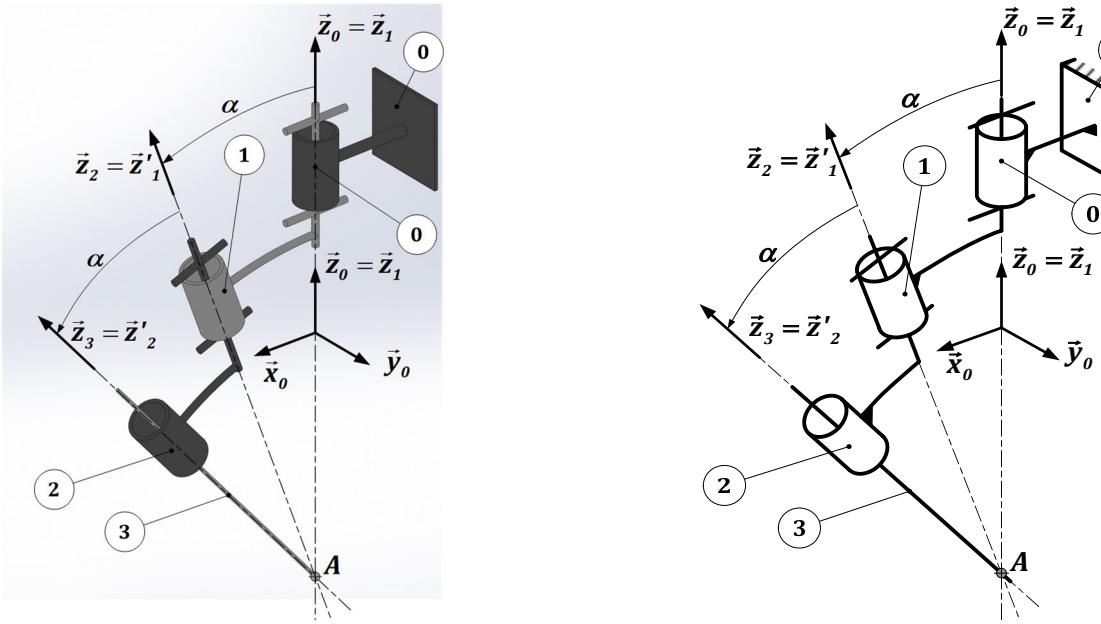


Figure 7 : **Modèle cinématique de la solution architecturale proposée par l'équipe RobioSS de l'institut de recherche Pprime. Les schémas sont proposés pour une configuration particulière :**
$\boldsymbol{\theta_1 = 0}$; $\boldsymbol{\theta_2 = 0}$ et $\boldsymbol{\theta_3 = 0}$ (voir figures de définition des angles en annexes A5 et A6)

Le point $\boldsymbol{A}$ est le point central du trocart, et l'outil $(\mathbf{3})$, comme pour une intervention sans l'assistance du robot, coulisse et tourne librement dans le guide du trocart.

Question 7 : Écrire les torseurs cinématiques de chacune des liaisons, au point $\boldsymbol{A}$ et dans une base liée à la liaison ($\boldsymbol{V}\{\boldsymbol{j}/\boldsymbol{i}\}$ écrit dans la base $\boldsymbol{B_j}$, $\boldsymbol{B_i}$ ou $\boldsymbol{B'_i}$; voir définition des bases en annexe A6). On fera apparaître dans l'écriture de ces torseurs les vitesses $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_2$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_3$ et $\dot{\boldsymbol{z}}_{32}$. (Voir figures de définition des angles en annexe A6 et $\dot{\boldsymbol{z}}_{32}$ représente la vitesse de translation de l'outil $(\mathbf{3})$ par rapport au bras $(\mathbf{2})$, de direction $\overrightarrow{z_3} = \overrightarrow{z'_2}$).

Question 8 : En utilisant le principe de composition des vitesses, déduire de ce qui précède le torseur cinématique $\boldsymbol{V}\{\mathbf{3}/\mathbf{0}\}$. Ce torseur sera écrit au point $\boldsymbol{A}$, dans son expression la plus condensée et en fonction des vitesses $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_2$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_3$ et $\dot{\boldsymbol{z}}_{32}$.

Ce torseur cinématique, exprimé dans la base $\boldsymbol{B_3}$ $(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ est :

$$\boldsymbol{V}\{\mathbf{3}/\mathbf{0}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} \boldsymbol{sin\alpha}.\left(\boldsymbol{sin\theta_2}.\boldsymbol{sin\theta_3} - \boldsymbol{cos\alpha}.\boldsymbol{cos\theta_3}(\mathbf{1}+\boldsymbol{cos\theta_2})\right).\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{sin\alpha}.\boldsymbol{cos\theta_3}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{sin\alpha}.\left(\boldsymbol{cos\alpha}.\boldsymbol{sin\theta_3}.(\mathbf{1}+\boldsymbol{cos\theta_2}) + \boldsymbol{sin\theta_2}.\boldsymbol{cos\theta_3}\right).\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + \boldsymbol{sin\alpha}.\boldsymbol{sin\theta_3}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 & \mathbf{0} \\ \left(\boldsymbol{cos^2\alpha} - \boldsymbol{sin^2\alpha}.\boldsymbol{cos\theta_2}\right).\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + \boldsymbol{cos\alpha}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 + \dot{\boldsymbol{\theta}}_3 & \dot{\boldsymbol{z}}_{32} \end{array} \right\}_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{B_3}}$$

Question 9 : Expliquez comment, à partir du torseur exprimé sous la forme condensée de la question 8, on aboutit à la forme donnée ci-dessus, dans la base $\boldsymbol{B_3}$ $(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$. On ne demande pas de faire les calculs.

2.3 Vérification de l'architecture du robot de chirurgie proposée.

Étude d'une configuration particulière :

On suppose que la position de référence de l'étude est celle décrite par la figure 8 :

$$\boldsymbol{\theta_1} = -\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}} \; ; \; \boldsymbol{\theta_2} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}} \text{ et } \boldsymbol{\theta_3} = \mathbf{0}$$

Par construction (choix du concepteur) : $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{30°}$

Lorsque le robot est dans cette position, on suppose que le chirurgien ordonne un déplacement tel que le torseur cinématique est :

$$\boldsymbol{V}\{\mathbf{3}/\mathbf{0}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dot{\boldsymbol{\psi}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dot{\boldsymbol{z}}_{32} \end{array} \right\}_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{R_3}}$$

$\dot{\boldsymbol{\psi}}$ et $\dot{\boldsymbol{z}}_{32}$ sont supposés connus.

Après application numérique, et à partir de la posture de départ étudiée, le torseur cinématique de commande du robot doit être alors :

$$\boldsymbol{V}\{\mathbf{3}/\mathbf{0}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} -\mathbf{0,739}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 - \mathbf{0,500}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0,354}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0,573}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 + \mathbf{0,866}.\dot{\boldsymbol{\theta}}_2 + \dot{\boldsymbol{\theta}}_3 & \dot{\boldsymbol{z}}_{32} \end{array} \right\}_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{R_3}}$$

Question 10 : Montrer qu'il existe une et une seule solution pour les commandes moteurs $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_2$ et $\dot{\boldsymbol{\theta}}_3$, à l'instant considéré, pour reproduire le mouvement désiré par le chirurgien.

Généralisation :

Question 11 : Expliquer pourquoi, à partir de l'étude de la configuration précédente, on peut raisonnablement faire l'hypothèse que l'architecture du robot proposée est correcte.

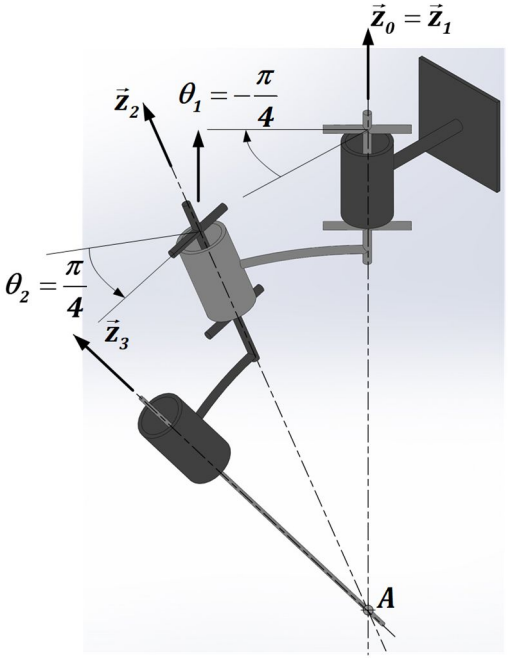


Figure 8 : **Position de référence :** $\boldsymbol{\theta_1} = -\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}}$; $\boldsymbol{\theta_2} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}}$ et $\boldsymbol{\theta_3} = \mathbf{0}$

Remarques :

En réalité, il existe des positions singulières qui ne permettent pas d'avoir à chaque fois une solution de commande.

Un algorithme de commande permet alors de les identifier et de prendre en compte ce type d'évènement pour néanmoins générer une commande satisfaisante.

Exemple de singularité :

- Position : $\boldsymbol{\theta_1 = 0}$; $\boldsymbol{\theta_2 = -\pi}$ et on veut $\boldsymbol{V\{3/0\}} = \left\{\begin{matrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\dot{\psi}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\dot{z}_{32}}\end{matrix}\right\}_{\boldsymbol{A,R_3}}$

La détermination de la loi de commande est complexe puisqu'il faut déterminer les lois de commande des 4 axes du robot (trois rotations et une translation) en fonction de ce que veut le chirurgien.
Il est relativement facile de calculer les composantes de $\boldsymbol{V\{3/0\}}$ à partir de $\boldsymbol{\theta_1, \theta_2, \theta_3, z_{32}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3}$et $\boldsymbol{\dot{z}_{32}}$. En revanche, la loi inverse (on parle en robotique de commande inverse), celle qui intéresse le pilotage des moteurs, est beaucoup plus délicate à obtenir et dépasse le cadre de cette étude.

3. Vérification du choix des actionneurs

Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id ="1.3" : l'extrémité de l'outil de chirurgie doit suivre le mouvement commandé par le chirurgien avec une erreur dynamique de moins de 1%.

3.1 Étude cinématique : Estimation de l'accélération à imposer dans le moteur de l'axe 1 (M1).

Le schéma cinématique du robot est donné en annexe A5, avec les paramètres géométriques et inertiels.
Les exigences imposées par le cahier des charges précisent que le robot doit être capable de réaliser un demi-tour, autour de chacun de ses axes, en moins de $\boldsymbol{1\ s}$.
Cela signifie que le moteur $\boldsymbol{M1}$ doit être capable d'engendrer ce demi-tour à l'ensemble constitué des solides : **1, *M2* ,2, *M3 et* 3**.

Le moteur $\boldsymbol{M1}$ prédéterminé est référencé : $\boldsymbol{FHA-14\,C}$ avec un coefficient de réduction (ratio) de $\boldsymbol{50}$. (Voir annexe A8)

Il apparaît que, une des situations critiques envisageables est lorsque les deux bras du robot restent dans une configuration plane, complètement déployée, et que ce plan est, en position initiale, le plan horizontal. À partir de cette configuration initiale, on commande l'axe du bras **1** pour que l'ensemble décrive un demi-tour.

L'ensemble étudié est donc modélisable par un même solide rigide noté $\boldsymbol{E_{plan}}$.

$\boldsymbol{E_{plan} = \{1, M2, 2, M3\ , 3\}$ lorsque l'ensemble reste en position plane

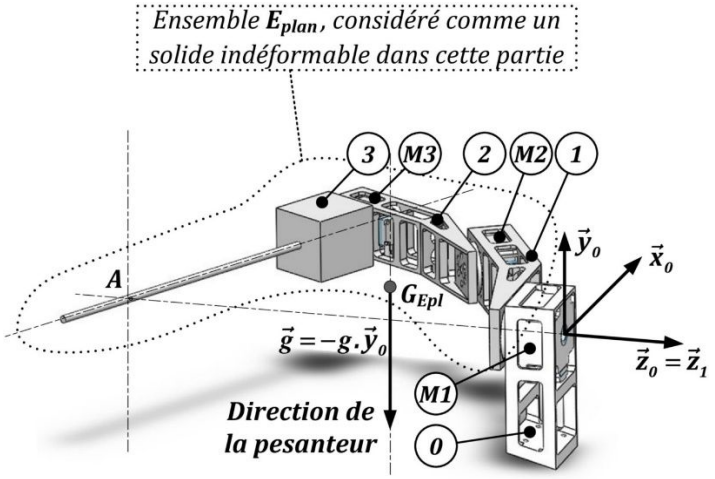


Figure 9 : **Description de l'ensemble étudié, en position initiale : $\boldsymbol{\theta_1(t=0) = 0}$ et $\boldsymbol{\forall t\ , \theta_2 = \theta_3 = 0}$.**
Le centre de masse de l'ensemble $\boldsymbol{E_{plan}}$ est $\boldsymbol{G_{Epl}}$.

Description analytique du mouvement étudié (*Voir également le graphe de l'évolution de la vitesse $\boldsymbol{\theta_1(t)}$, figure 10 et la visualisation du mouvement figure 11*) :

- Le moteur $\boldsymbol{M3}$ est supposé bloqué : $\boldsymbol{\forall t\ ,\ \theta_3 = 0}$
- Le moteur $\boldsymbol{M2}$ est supposé bloqué : $\boldsymbol{\forall t\ ,\ \theta_2 = 0}$
  (L'ensemble $\boldsymbol{E_{plan}}$ reste donc en configuration plane)
- Pour le moteur $\boldsymbol{M1}$:
  - Pour $\boldsymbol{t_0 = 0\ s}$: $\boldsymbol{\theta_1(t=0) = 0\ ,\ \dot{\theta}_1(t=0) = 0}$
  - Phase 1 : Pour $\boldsymbol{0 < t \leq t_1}$: $\boldsymbol{\ddot{\theta}_1(t) = \ddot{\theta}_1}$ (où $\boldsymbol{\ddot{\theta}_1}$ est une constante positive, pour engendrer une rotation positive autour de l'axe $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{z_1}})$, qui s'oppose à la pesanteur : voir figures géométrales en annexe).
  - Phase 2 : Pour $\boldsymbol{t_1 < t \leq t_2}$: $\boldsymbol{\ddot{\theta}_1(t) = 0}$ et $\boldsymbol{\dot{\theta}_1(t) = \dot{\theta}_{1,max} = \omega_M}$ (vitesse nominale du moto-réducteur : $\boldsymbol{N_M = 60\ tr/min}$; voir document technique en annexe A8).

- Phase 3 : Pour $t_2 < t \leq t_3$: $\ddot{\theta}_1(t) = -\ddot{\theta}_1$ (où $\ddot{\theta}_1$ est la même constante positive que pour la phase d'accélération entre les dates 0 et t_1).
- Pour $t = t_3$: $\theta_1(t = t_3) = \pi\ rad$; $\dot{\theta}_1(t = t_3) = 0$.

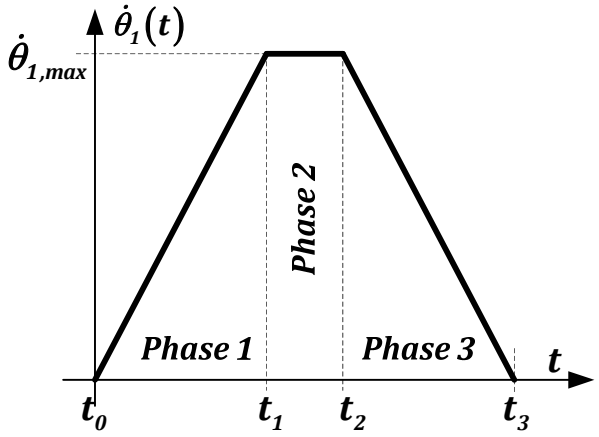


Figure 10 : **Évolution de la vitesse de rotation de l'ensemble E_{plan}, par rapport au support fixe 0**

Pour respecter les exigences, il faut donc :

- $t_3 = 1\ s$
- $\theta_1(t = t_3) = \theta_{1,max} = \pi\ rad$
- $\dot{\theta}_1(t = t_3) = 0\ rad.s^{-1}$
- Pour $t_1 < t \leq t_2$: $\ddot{\theta}_1(t) = 0$ et $\dot{\theta}_1(t) = \dot{\theta}_{1,max} = 6,28\ rad.s^{-1}$

Les figures 11 suivantes décrivent le mouvement étudié dans cette partie.

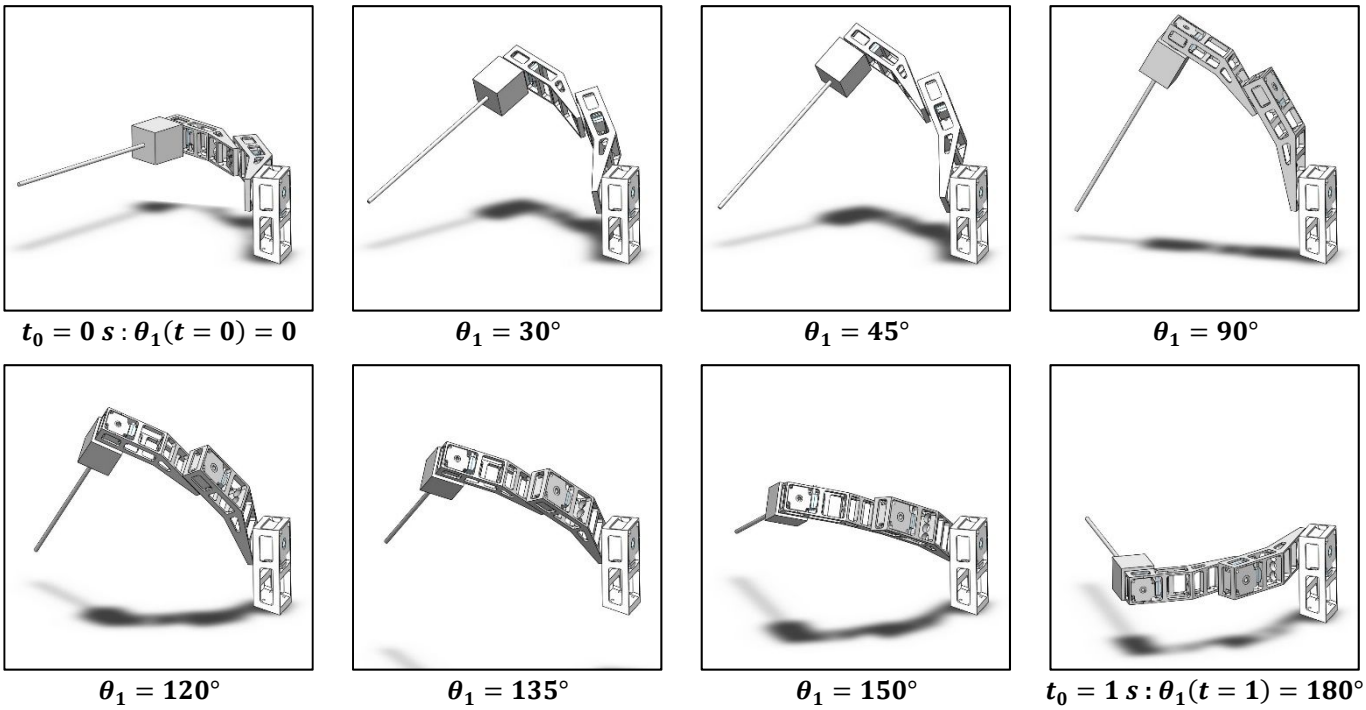


Figure 11 : Visualisation du mouvement étudié dans cette partie

Question 12 : Etablir l'expression littérale donnant $\theta_{1,max}$ en fonction de $\dot{\theta}_{1,max}$, t_1, t_2 et t_3.
Ecrire une relation simple donnant t_2 en fonction de t_1 et t_3.
Ecrire une relation simple donnant t_1 en fonction de $\dot{\theta}_{1,max}$ et $\ddot{\theta}_1$.
Établir l'expression littérale de $\ddot{\theta}_1$, l'accélération durant la phase 1, en fonction de $\dot{\theta}_{1,max}$, $\theta_{1,max}$ et t_3 (on rappelle que pour la phase 3, la décélération a le même module que l'accélération en phase 1).

Question 13 : Calculer $\ddot{\theta}_1$, l'accélération qu'il faudra imposer au moteur $M1$ pour réaliser le mouvement

Pour la suite de l'étude, on prendra $\ddot{\theta}_1 = 15\ rad.s^{-2}$, valeur un peu supérieure à la valeur calculée précédemment.

3.2 Étude cinétique : Estimation du couple à imposer dans le moteur de l'axe 1 (M1).

L'étude cinétique suivante va permettre d'évaluer le moment d'inertie de l'ensemble E_{plan} autour de l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$.

3.2.1. Moment d'inertie du bras 1.

L'extrait de plan de définition du bras **1**, figure 12 ci-dessous, définit la géométrie du bras **1** relativement au repère lié au solide $R_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$. La figure 13 montre une vue en perspective du bras **1** et situe cette perspective relativement au repère R_1 et à la base galiléenne B_0.

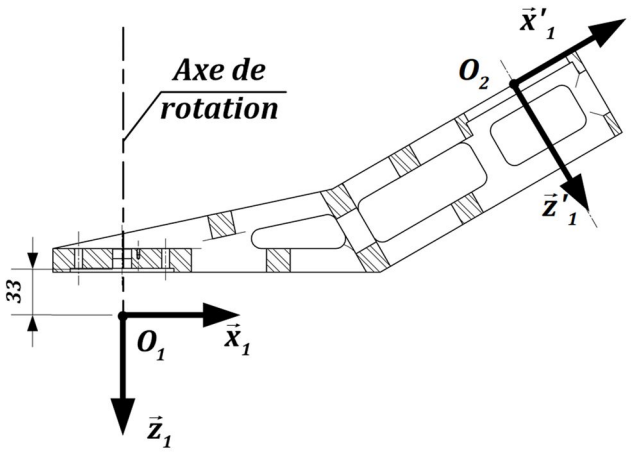


Figure 12 : **Extrait du dessin de définition du bras 1**

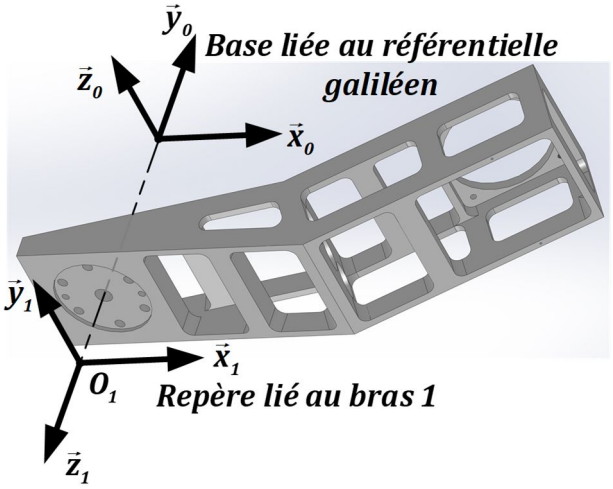


Figure 13 : **Vue en perspective du bras 1 avec définition du repère $R_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et de la base galiléenne $B_0(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ pour $\theta_1 = 0$.**

La matrice d'inertie du bras **1** a été estimée à partir de son modèle numérique, réalisé à l'aide d'un modeleur 3D. Elle a été exprimée dans la base $B_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ et au point O_1.

$$\bar{\bar{I}}(O_1, 1) = \begin{pmatrix} 2,7.10^{-3} & 0 & 40,0.10^{-3} \\ 0 & 10,4.10^{-3} & 0 \\ 40,0.10^{-3} & 0 & 8,4.10^{-3} \end{pmatrix}_{B1} \quad (\text{en } kg.m^2)$$

Question 14 : Expliquez pourquoi deux des produits d'inertie de $\bar{\bar{I}}(O_1, 1)$ du bras **1** sont nuls.

Question 15 : Déduire de la matrice $\bar{\bar{I}}(O_1, 1)$, la valeur numérique du moment d'inertie noté J_1 du solide **1** autour de l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$.

3.2.2. Moment d'inertie du moteur M2.

L'image figure 14 montre un modèle géométrique numérique de l'assemblage du bras **1** et du moteur $M2$.

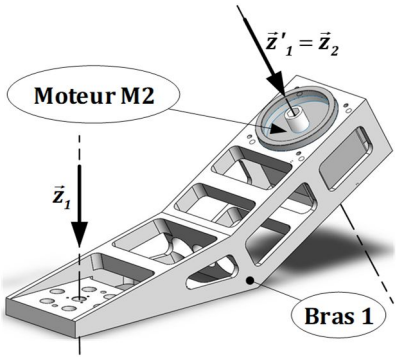


Figure 14 : **Vue 3D de l'assemblage du bras 1 et du moteur $M2$ (image issue d'un modèle numérique réalisé sur modeleur 3D)**

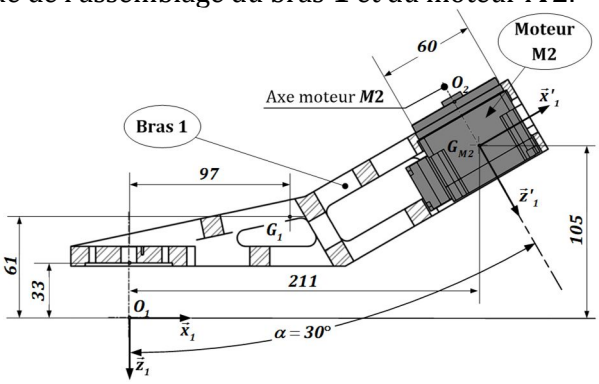


Figure 15 : **Dessin de l'assemblage du bras 1 et du moteur $M2$**

On suppose que le moteur $M2$ est modélisable, du point de vue inertiel, par une masse ponctuelle. La masse de ce moteur est $m_{M2} = 600\ g$.

Après implantation dans le bras **1**, la position du centre de masse G_{M2} du moteur $M2$ est donnée par :

$$\overrightarrow{O_1G_{M2}} = x_{1M2}.\overrightarrow{x_1} + z_{1M2}.\overrightarrow{z_1} = 211.\overrightarrow{x_1} - 105.\overrightarrow{z_1} \ (\text{en } mm)$$

Question 16 : Justifier l'hypothèse simplificatrice de masse ponctuelle.

Question 17 : Donner l'expression du moment d'inertie noté J_{M2} du moteur $M2$ autour de l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$ en fonction de la masse m_{M2} et des composantes du vecteur $\overrightarrow{O_1G_{M2}}$ et faire l'application numérique.

3.2.3. Moment d'inertie équivalent de l'ensemble en configuration plane.

Rappel : L'ensemble étudié est modélisé par un même solide rigide noté E_{plan}. On suppose donc que les moteurs $M2$ et $M3$ sont bloqués avec $\theta_2 = 0$ et $\theta_3 = 0$. (Voir schéma cinématique en annexe A5 et figures 9 et 11.)

Une étude cinétique menée sur le bras **2**, le moteur $M3$ et l'outil **3**, permet une évaluation du moment d'inertie de l'ensemble E_{plan} autour de l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$:

$$J_{E,plan} = 0,120\ kg.m^2$$

3.3 Étude énergétique. Évaluation du couple moteur nécessaire au mouvement.

On suppose que toutes les liaisons sont parfaites (frottements secs et visqueux parfaitement négligeables, pas de jeu significatif dans les assemblages).
On suppose également que dans cette étude, le robot n'est pas en travail et qu'il n'y a donc pas d'effort résistant au point A. On étudie une phase d'approche à grande vitesse.

On suppose le robot dans sa configuration plane ($\theta_2 = 0$) et on suppose qu'à la date initiale de l'étude, **le plan du robot est horizontal** : $\theta_1(t = 0) = 0$ (voir figure 16).

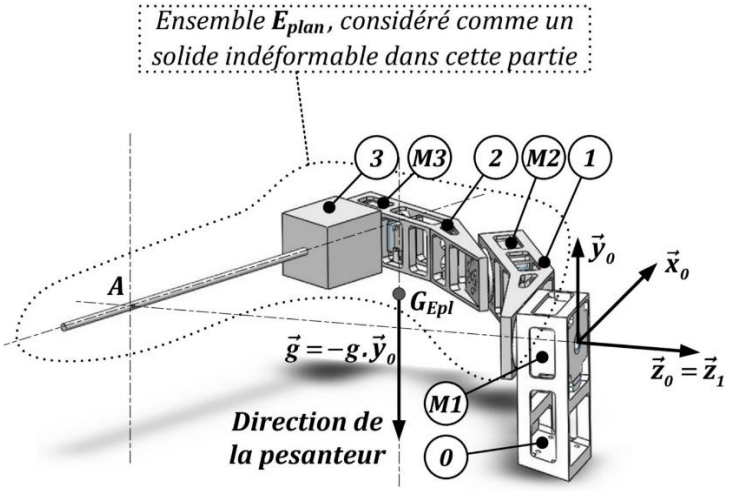


Figure 16 : **Rappel du contexte de l'étude (Ensemble E_{plan} étudié dans son mouvement autour de $(O_1, \overrightarrow{z_1})$.**

On étudie le mouvement de l'ensemble (considéré comme solide rigide) E_{plan}.

Question 18 : Établir l'expression littérale de l'énergie cinétique $E_c(E_{plan}/0)$ de l'ensemble E_{plan} dans son mouvement de rotation d'angle $\theta_1(t)$ autour de l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$.

On isole l'ensemble (considéré comme solide) E_{plan}.
Notation : Torseur d'effort, de j sur le solide i, écrit dans une base n et au point A :

$$T\{j \to i\} = \begin{Bmatrix} X_{ji}.\overrightarrow{x_n} + Y_{ji}.\overrightarrow{y_n} + Z_{ji}.\overrightarrow{z_n} \\ L_{ji}.\overrightarrow{x_n} + M_{ji}.\overrightarrow{y_n} + N_{ji}.\overrightarrow{z_n} \end{Bmatrix}_A$$

On note G_{Epl} , le centre de masse (centre de gravité) de l'ensemble E_{plan}.

$$\overrightarrow{O_1G_{Epl}} = x_{Epl}.\overrightarrow{x_1} + z_{Epl}.\overrightarrow{z_1} = 215.\overrightarrow{x_1} - 170.\overrightarrow{z_1} \quad (\text{en } mm)$$

On note m_{Epl} , la masse totale de l'ensemble E_{plan}.

$$m_{Epl} = 2,05\ kg$$

Question 19 : Écrire, sous forme de torseurs, le bilan des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent à E_{plan}. On rappelle que la direction verticale, sens ascendant, est portée par le vecteur $\overrightarrow{y_0}$. On rappelle également que l'objectif principal de l'étude est d'évaluer le couple nécessaire, noté C_m, délivré par le moteur $M1$, pour réaliser le mouvement considéré.
Question 20 : Écrire l'expression des puissances extérieures qui s'appliquent sur l'ensemble E_{plan}.

On déduit de ce qui précède, l'équation du mouvement suivante :

$$C_m = J_{E,plan}.\ddot{\theta}_1 + m_{Epl}.g.x_{Epl}.cos(\theta_1)$$

Question 21 : Expliquer comment est établie cette équation. Poser les équations qui permettent son écriture.

Question 22 : Calculer le couple maximal $C_{m,maxi}$ que le moteur doit être en mesure de fournir pour réaliser le mouvement.

La documentation "constructeur" du moteur $M1$ est donnée en annexe A8.
Le moteur utilisé est référencé : $FHA-14\,C$ avec un coefficient de réduction (ratio) de 50: $FHA-14\,C-50$

Question 23 : Vérifier que le couple maximal $C_{m,maxi}$ demandé au moteur pour réaliser le mouvement est acceptable : À comparer avec le couple maximal admissible ("*Maximum output torque*")

3.3.1. Validation du choix du moteur – Analyse d'une simulation numérique.

On remarque que le couple $C_{m,maxi}$ dépasse le couple continu rotor bloqué ("*Continuous stall torque*" dans la documentation du moteur donné en annexe A8).
Il faut donc procéder à une vérification supplémentaire, en évaluant le couple thermique équivalent.
Cette étude est réalisée à l'aide d'une modélisation numérique, qui permet de vérifier le comportement du moteur pour un mouvement encore plus critique que celui adopté jusqu'ici.
Le robot ne reste plus en configuration plane, le bras **1** fait toujours un demi-tour en $1\ s$ pendant que le bras **2** fait lui aussi un demi-tour, dans le même sens, pendant ce même laps de temps.
Ce mouvement est décrit en images sur les figures 17 ci-dessous :

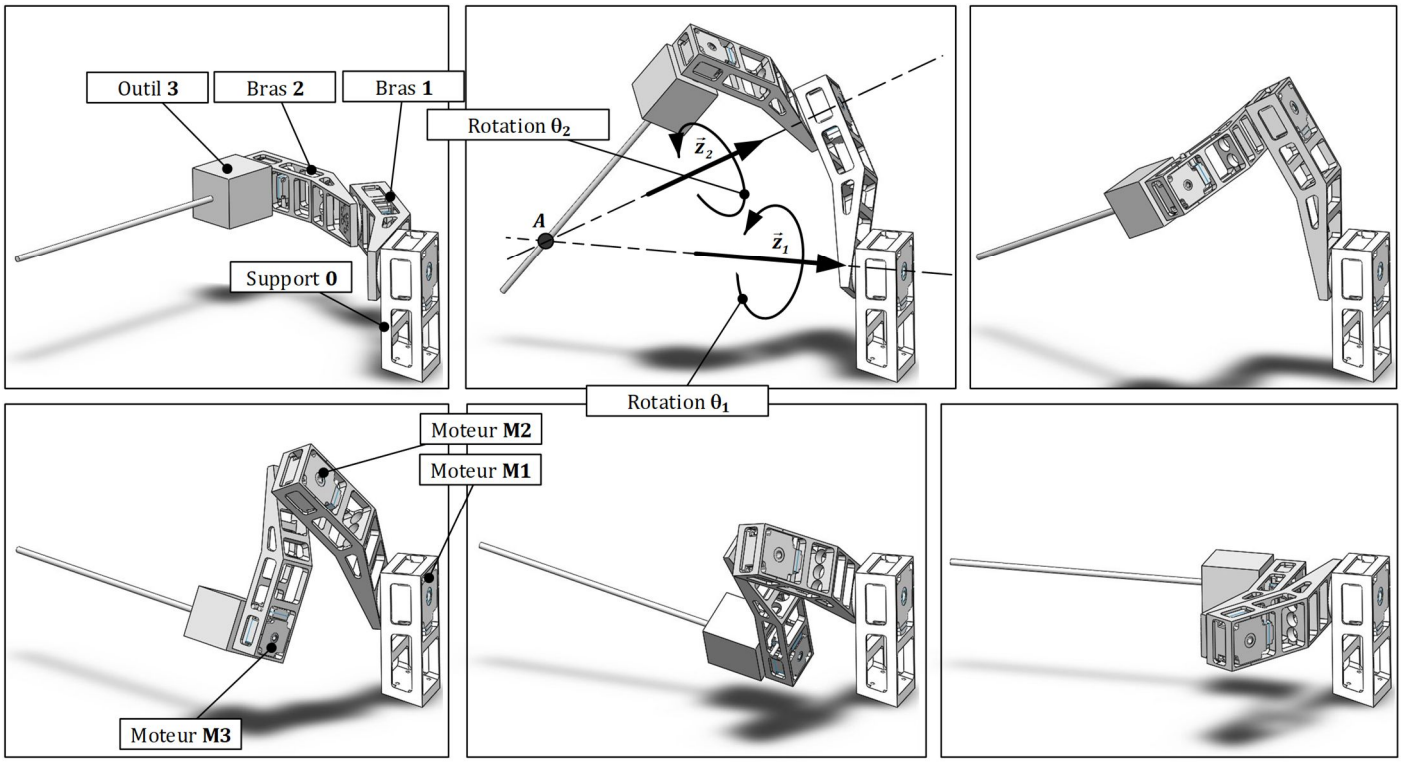


Figure 17 : **Description du mouvement critique du robot**

Le solveur dynamique lié au modeleur numérique a permis de tracer la courbe du couple nécessaire dans le moteur $M1$ en fonction du temps, pour le mouvement critique étudié. Le tracé est présenté sur la figure 18, page suivante.

Question 24 : En le comparant au couple maximal admissible par le moteur ("*maximum output torque*"), vérifier que le couple maximal $C_{m,maxi}$ demandé au moteur pour réaliser le mouvement est acceptable. Justifier cette conclusion.

Le constructeur indique que le couple thermique équivalent se calcule de la façon suivante :

$$C_{th,eq} = \sqrt{\frac{\int_0^{t_3} {C_m}^2(t).dt}{t_3}}$$

Le couple équivalent thermique, calculé sur tout le cycle (de $t=0$ à $t=t_3$) doit être inférieur ou égal au couple continu rotor bloqué ("*Continuous stall torque*" dans la documentation du moteur donné en annexe A8).

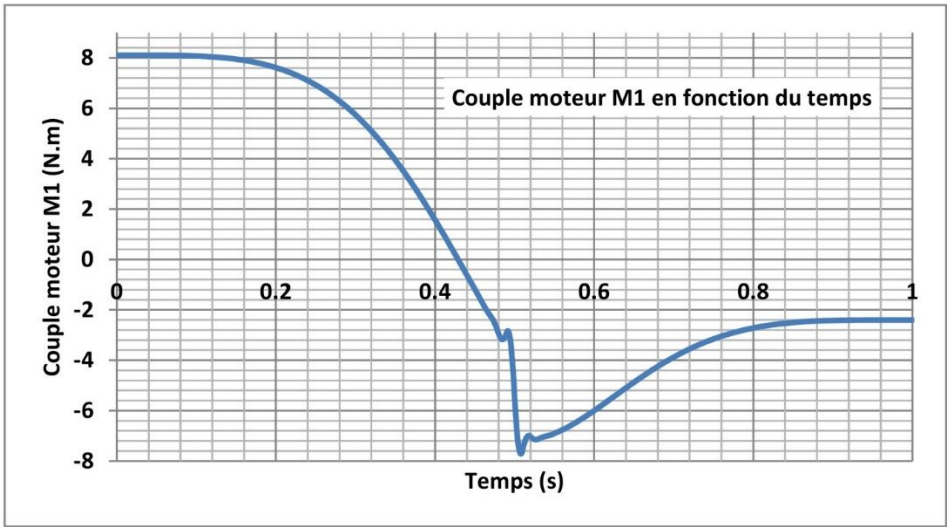


Figure 18 : **Couple nécessaire dans le moteur $M1$ en fonction du temps**

Le logiciel donne un fichier "résultats" de type texte (. $\boldsymbol{csv}$) avec (voir extrait du fichier ci-après) :

- En première ligne : le nom des variables enregistrées :
  - Le temps : $\boldsymbol{Temps(s)}$
  - Le couple calculé : $\boldsymbol{Mz(N.m)}$
- Lignes suivantes : les valeurs de temps et de couple, séparées par un "point-virgule".
- En première colonne : les dates (en $\boldsymbol{s}$) de chaque évaluation du couple, échelonnées tous les $\boldsymbol{1/100^{ème}}$ de seconde.
- En seconde colonne : le couple calculé (en $\boldsymbol{N.m}$)

```
Temps(s);Mz(N.m)
0.00;8.106826624
0.01;8.106820573
0.02;8.106765137
0.03;8.106548466
……;……
0.98;-2.400083008
0.99;-2.400063477
1.00;-2.400063477
```

Extrait du fichier "resultats.csv"

Un script python, a été ébauché. Il est dans le "cahier réponses", question 25.

Ce script :

- lit le fichier csv ($\boldsymbol{resulat.csv}$) et engendre deux listes, l'une étant la liste des dates, et l'autre la liste des couples calculés ;
- calcule le couple thermique équivalent : variable $\boldsymbol{cth}$ **:** c'est cette partie qu'il vous est demander de réaliser ;
- affiche le résultat du couple thermique équivalent.

Question 25 : Proposer, en respectant le nom des variables et autres paramètres préétablis dans le script, les lignes de script qui permettront d'évaluer le couple thermique équivalent $\boldsymbol{cth}$.

Après écriture du script qu'il vous a été demandé de réaliser à la question précédente, et après son exécution, l'évaluation du couple thermique équivalent est :

$$\boldsymbol{C_{th,eq} \approx 5,2\ N.m}$$

Question 26 : Le choix du moteur peut-il être validé ? À partir de la documentation "constructeur" en annexe A8, choisir un moteur et sa configuration qui pourrait mieux convenir du point de vue du couple thermique.

4. Validation de l'architecture de commande et des performances de l'axe de translation du robot esclave

Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id ="1.4" : Le robot maître doit être asservi en position afin de reproduire le mouvement effectué par le chirurgien sur le robot esclave.

4.1 Reproduction précise du mouvement du chirurgien

Nous allons valider que l'architecture de commande de l'axe de translation de l'outil **3**, disposé à l'extrémité du robot esclave, est compatible avec l'exigence de précision attendue. Cet axe de commande est composé d'un moteur associé à un système vis-écrou à billes.

Question 27 : A partir des diagrammes de définition de blocs et de blocs internes disponibles en annexe A3, indiquer sur votre copie ce que représente l'élément 1.

Le schéma blocs représentatif de l'architecture de commande de l'axe de translation de l'instrument chirurgical est présenté ci-dessous.

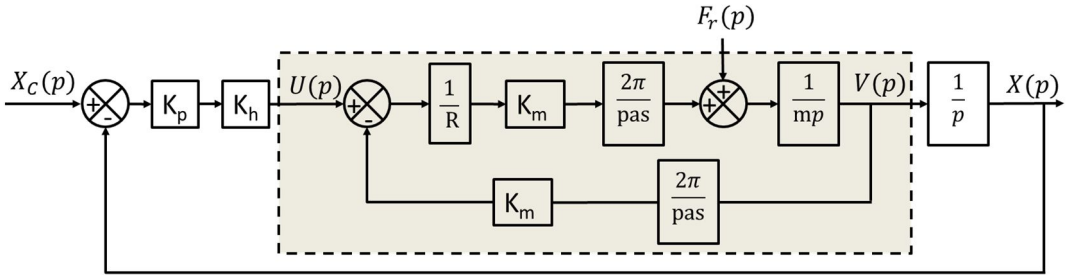


Figure 19 : **Schéma blocs représentatif de l'architecture de commande de l'axe de translation du robot esclave**

Une consigne de translation $\boldsymbol{X_C}$ est issue de la manœuvre du joystick tenu en main par le chirurgien. Celle-ci est comparée à une mesure de la position de l'extrémité de l'instrument afin de générer une commande de tension aux bornes d'un motoréducteur agissant sur l'instrument par l'intermédiaire d'un système vis-écrou.

On note :

- $\boldsymbol{K_p}$: le gain du correcteur proportionnel
- $\boldsymbol{K_h}$: le gain du hacheur associé au moteur
- $\boldsymbol{R}$: la résistance aux bornes du moteur
- $\boldsymbol{K_m}$: la constante de conversion électromécanique du motoréducteur FHA-8C-30
- $\boldsymbol{pas}$: le pas du système vis-écrou
- $\boldsymbol{m}$: la masse équivalente des ensembles mis en mouvement.

La fonction de transfert $\boldsymbol{H_m(p)}$ est définie par :

$$\boldsymbol{H_m(p) = \frac{V(p)}{U(p)}} \text{ en posant } \boldsymbol{F_r(p) = 0}$$

- $\boldsymbol{V(p)}$ **:** Représente la vitesse de translation $\boldsymbol{v(t)}$ de l'outil **3** par rapport au bras **2**.
- $\boldsymbol{U(p)}$ **:** Représente la tension de commande $\boldsymbol{u(t)}$ du moteur de translation de l'outil **3** par rapport au bras **2**.

Question 28 : Que représente $\boldsymbol{F_r(p)}$?

Question 29 : Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert $\boldsymbol{H_m(p)}$ sous forme canonique. Quel(s) est/sont le(s) composant(s) du système modélisé(s) par cette fonction de transfert ?

Question 30 : Quelle est la classe du système en boucle ouverte transformant la consigne $\boldsymbol{X_C(p)}$ en déplacement de l'instrument $\boldsymbol{X(p)}$? En déduire l'erreur statique de ce système soumis à un échelon d'entrée unitaire, sans perturbation $\boldsymbol{F_R(p) = 0}$.

On simplifie le schéma précédent par le schéma suivant :

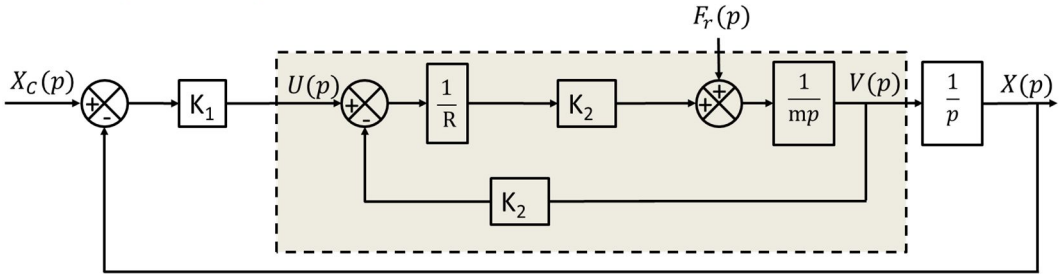


Figure 20 : **Schéma blocs simplifié représentatif de l'architecture de commande de l'axe de translation du robot esclave**

On peut démontrer qu'en posant $\boldsymbol{X_C(p) = 0}$:

$$\boldsymbol{H_R(p) = \frac{X(p)}{F_r(p)} = \frac{\frac{R}{K_1.K_2}}{1 + \frac{K_2}{K_1}.p + \frac{m.R}{K_1.K_2}p^2}}$$

Question 31 : Quelle est l'expression littérale de l'erreur statique de positionnement de l'instrument en fonction de la force perturbatrice $\boldsymbol{F_r(p)}$? Réaliser l'application numérique pour une force de réaction de $\boldsymbol{5\ N}$ avec $\boldsymbol{K_1 = 1000\ V.m^{-1}}$ et $\boldsymbol{K_2}$ identifié par le schéma bloc non simplifié et par les caractéristiques de la motorisation présentées dans le diagramme de définition des blocs. Conclure.

4.2 Retour de force (haptique) vers le robot maître

Cette partie a pour objectif la vérification de l'exigence id ="1.5" : Le robot maître doit exercer un retour d'effort réaliste vers l'opérateur.

Afin d'estimer l'effort de réaction des tissus sur l'outil chirurgical, on propose l'utilisation d'une mesure du courant associée à une mesure de vitesse. Le schéma bloc, figure 21, représente le principe de cette proposition. $\boldsymbol{\tau_c}$ représente la constante de temps des capteurs de vitesse et de courant qui sont supposées identiques.

Question 32 : Déterminer les expressions de $\boldsymbol{F_{H1}(p)}$ et $\boldsymbol{F_{H2}(p)}$ en fonction de l'effort moteur $\boldsymbol{F_m(p)}$ et de l'effort résistant $\boldsymbol{F_r(p)}$ et en déduire l'expression de l'effort estimé $\boldsymbol{F_H(p)}$.

Question 33 : Quelle est l'influence de la constante de temps de mesure $\boldsymbol{\tau_c}$ sur la relation entre l'effort résistant estimé $\boldsymbol{F_H(p)}$ et l'effort résistant $\boldsymbol{F_r(p)}$. Conclure.

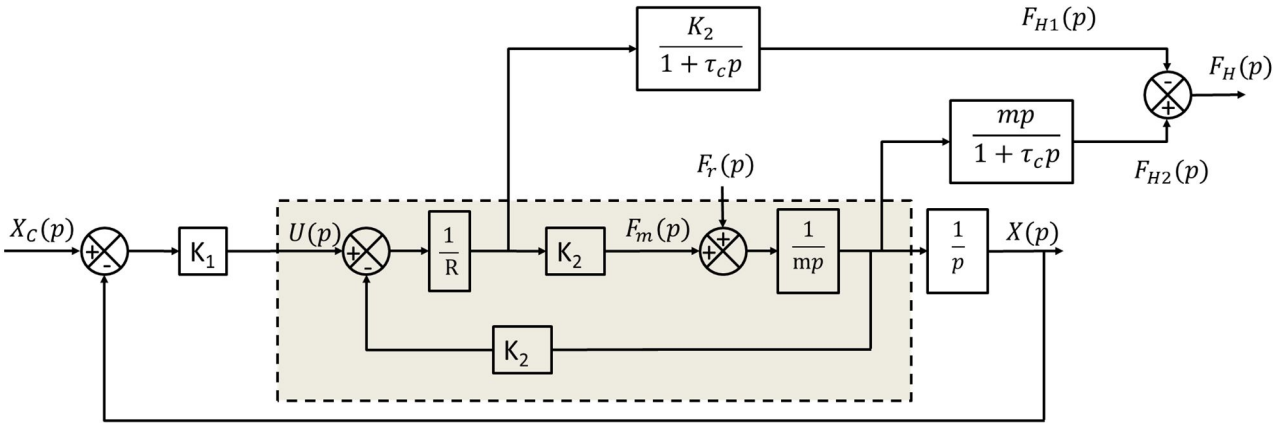


Figure 21 : **Principe de l'estimation de l'effort perturbateur**

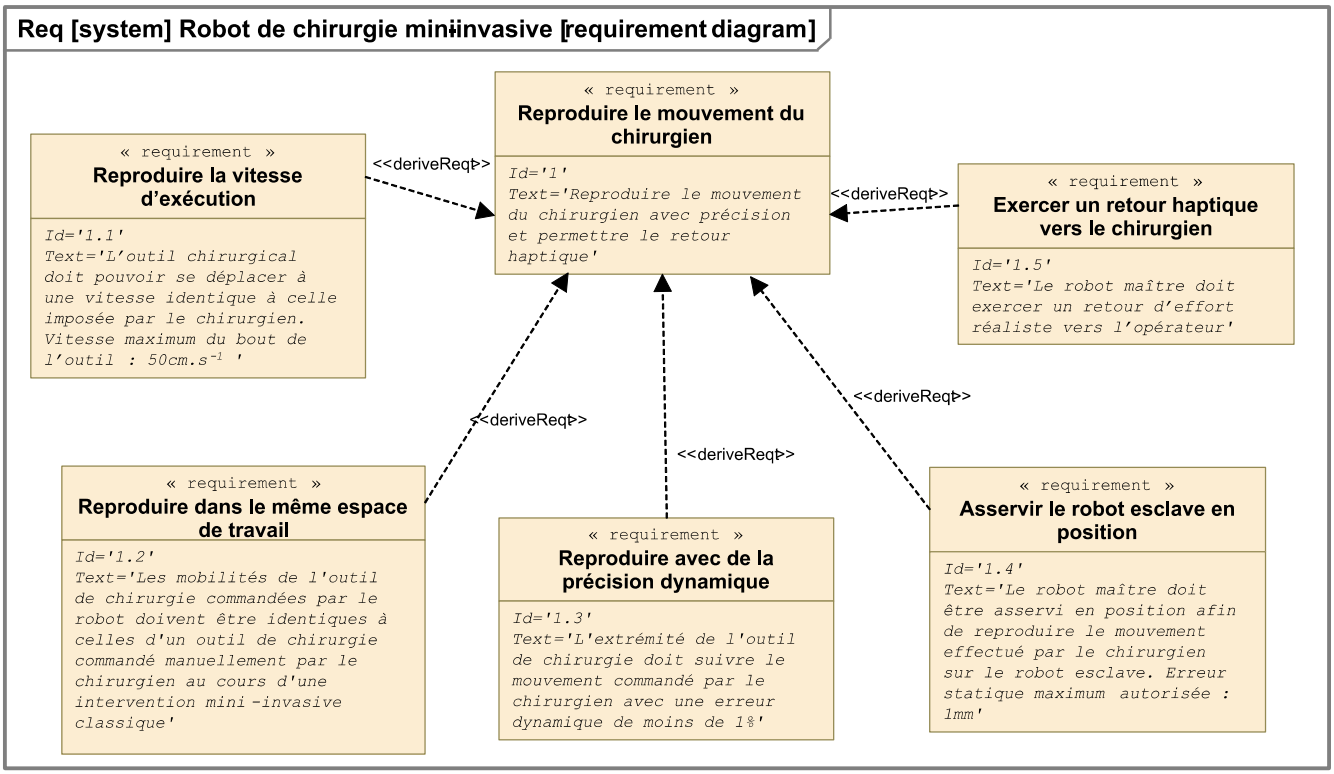
5. Conclusion générale

Question 34 : Comment reproduire l'effort de contact estimé $\boldsymbol{F_H}$ entre l'outil et le patient sur la main du chirurgien qui téléopère ? Conclure sur la capacité de l'ensemble du système à reproduire le mouvement du chirurgien en assurant un retour haptique.

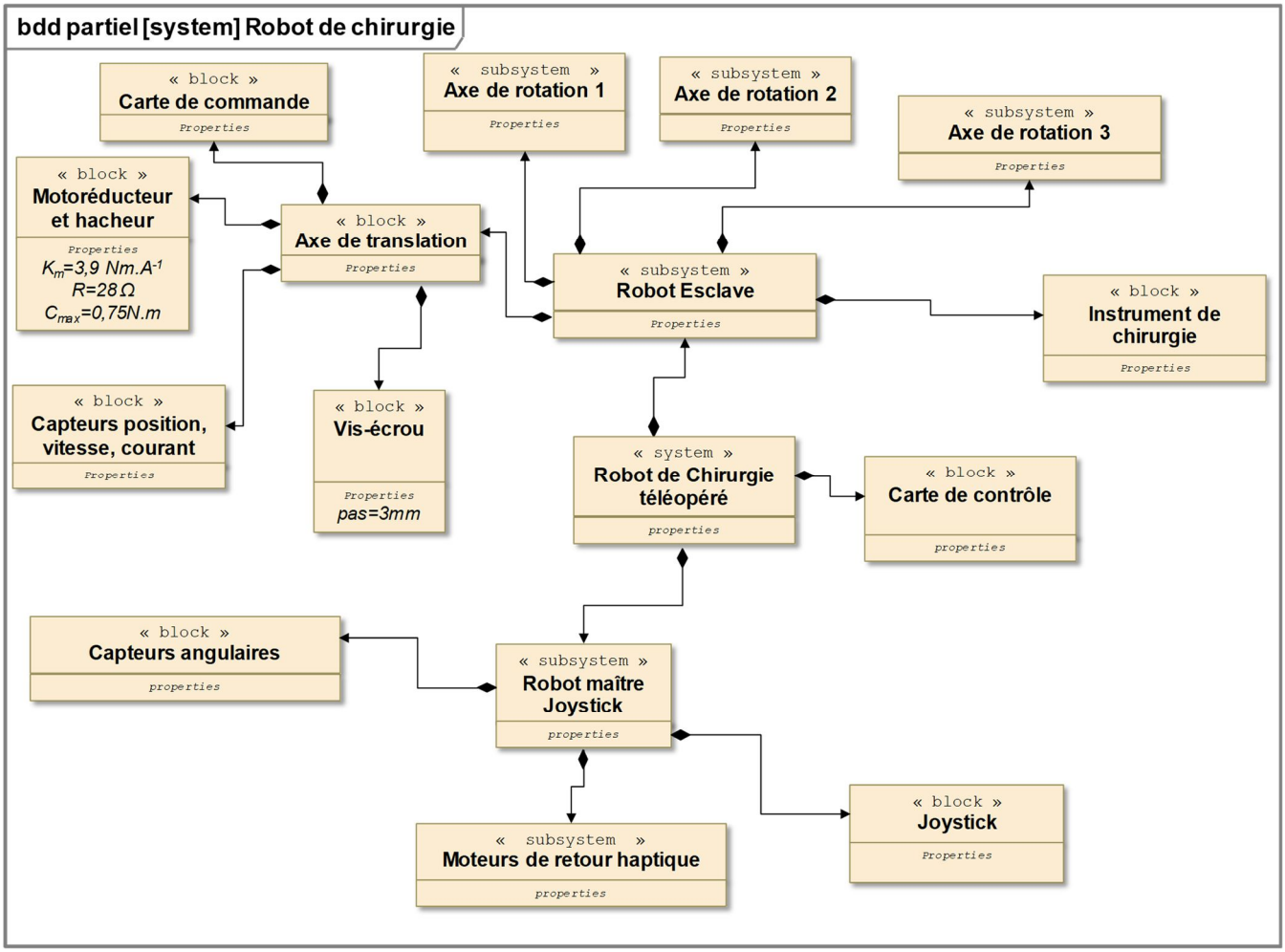
***** Fin de l'énoncé du sujet *****

Page blanche

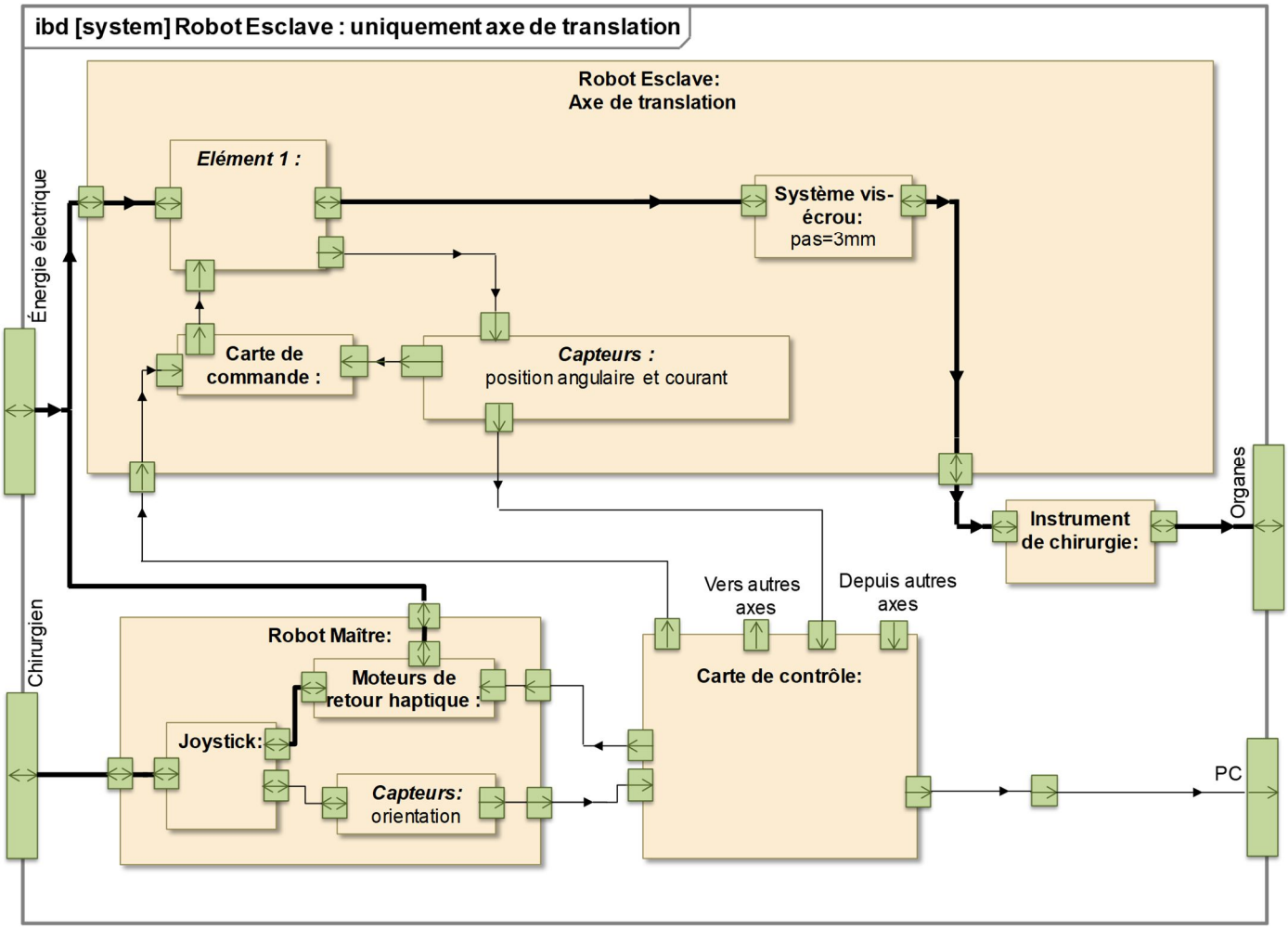
A1. Diagramme des exigences



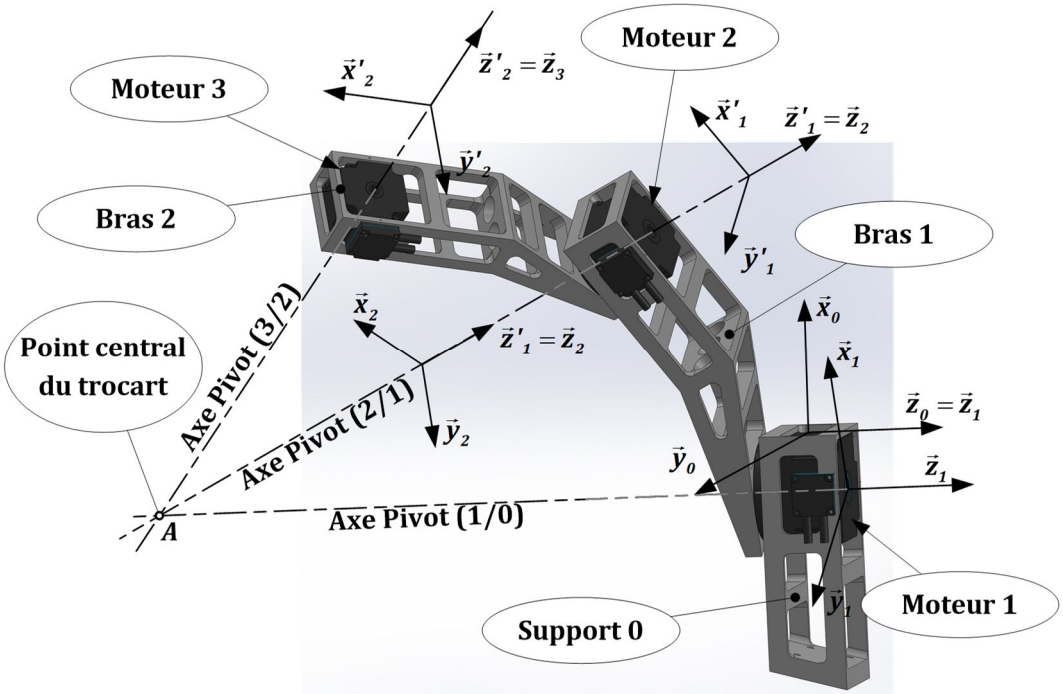
A2. Diagramme de définition de blocs



A3. Diagramme de blocs internes de l'axe de translation



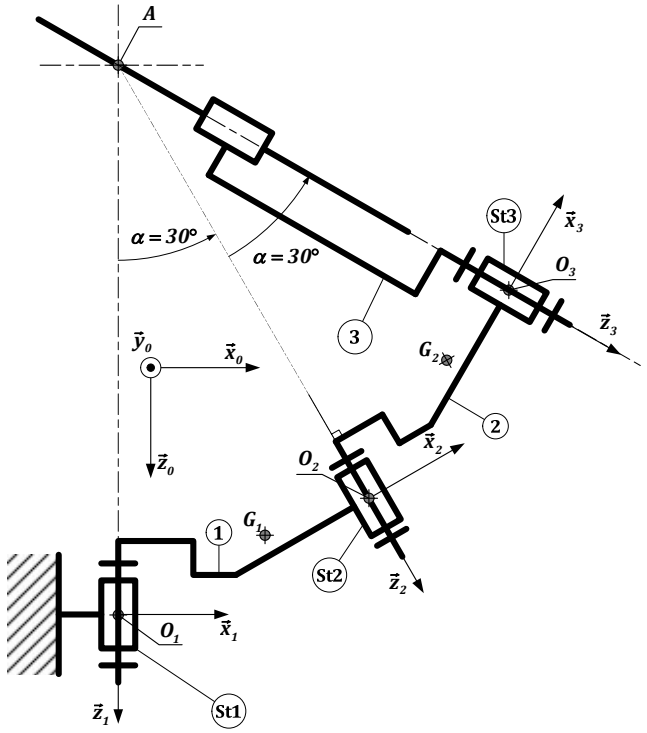
A4. Vue en perspective du robot et bases associées



La vue en perspective est limitée à la représentation :

- d'un élément du support supposé fixe **0**
- du moteur **1** actionnant le bras **1**, du bras **1** et de son moteur **2** qui actionne le bras **2**
- du bras **2** et de son moteur **3** qui actionne la rotation de l'outil **3**, non représenté.

A5. Schéma cinématique du robot, en position plane, horizontale



Le schéma cinématique montre le robot dans une position très particulière, qui est la position initiale pour l'étude de la partie 3.

Le plan de représentation est le plan horizontal. La verticale ascendante est portée par $\overrightarrow{y_0}$.

Le robot est déployé dans ce plan horizontal : (voir également, dans l'annexe suivante, les figures géométrales qui définissent les orientations des différents repères.) :

$$\theta_1 = 0 \ ; \theta_2 = 0$$

Données géométriques :

- A : point central du trocart
- O_1, O_2 et O_3, centres des liaisons pivot des axes du robot : Ces trois points sont dans un même plan horizontal (situation initiale particulière de l'étude)
  $\overrightarrow{O_1A} = -r_1.\overrightarrow{z_1} = -470.\overrightarrow{z_1}$ (en mm)
  $\overrightarrow{O_2A} = -r_2.\overrightarrow{z_2} = -420.\overrightarrow{z_2}$ (en mm)
  $\overrightarrow{O_3A} = -r_3.\overrightarrow{z_3} = -370.\overrightarrow{z_3}$ (en mm)

Caractéristiques inertielles :

- **Bras 1** :
  - Masse : $m_1 = 520\ g$
  - Centre de masse : G_1
    $\overrightarrow{O_1G_1} = 97.\overrightarrow{x_1} - 61.\overrightarrow{z_1}$ (en mm)
  - Matrice d'inertie (en $kg.m^2$)

$$\bar{\bar{I}}(O_1, 1) = \begin{pmatrix} 2,7.10^{-3} & 0 & 40,0.10^{-3} \\ 0 & 10,4.10^{-3} & 0 \\ 40,0.10^{-3} & 0 & 8,4.10^{-3} \end{pmatrix}_{B1}$$

- **Moteur $M2$: $FHA - 11\ C$**
  - Masse : $m_{M2} = 600\ g$
  - Centre de masse : G_{M2} ; $\overrightarrow{O_1G_{M2}} = 211.\overrightarrow{x_1} - 105.\overrightarrow{z_1}$ (en mm)
  - Modélisable par une masse ponctuelle en O_2

- **Bras 2** :
  - Masse : $m_2 = 340\ g$
  - Centre de masse : G_2 ; $\overrightarrow{O_2G_2} = 85.\overrightarrow{x_2} - 60.\overrightarrow{z_2}$ (en mm)

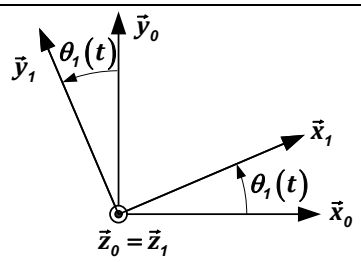
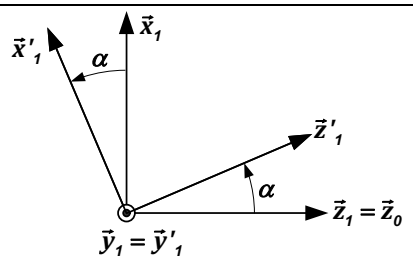
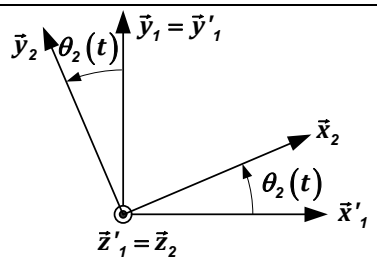
- **Stator moteur axe 3 : $M3$: $FHA - 8\ C$**
  - Masse : $m_{St3} = 400\ g$
  - Centre de masse : O_3 ; $\overrightarrow{O_2O_3} = -62.\overrightarrow{z_2}$ (en mm)
  - Modélisable par une masse ponctuelle en O_3

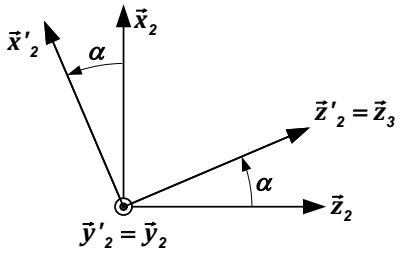
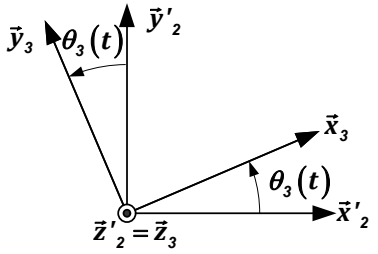
- **Outil de chirurgie : 3** ***(Ensemble outil + porte outil, supposé être un solide indéformable dans l'étude)***
  - Masse : $m_3 = 300\ g$
  - Centre de masse : O_3
  - Modélisable par une masse ponctuelle en O_3

Remarques :

- *Le stator du moteur $M1$ de l'axe 1, actionneur de la liaison entre le solide 0 et le bras 1 est un élément du groupe fonctionnel lié au bâti. Il n'est donc pas en mouvement, relativement au bâti.*
- *Le bâti 0 est supposé fixe et est donc le support d'un repère pseudo galiléen $(O_1, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ avec $\overrightarrow{y_0}$ vecteur unitaire vertical ascendant. L'accélération de la pesanteur est donc modélisable par le vecteur $\vec{g} = -g.\overrightarrow{y_0}$.*
- *Le poids et l'inertie des rotors des moteurs sont négligés dans cette étude.*

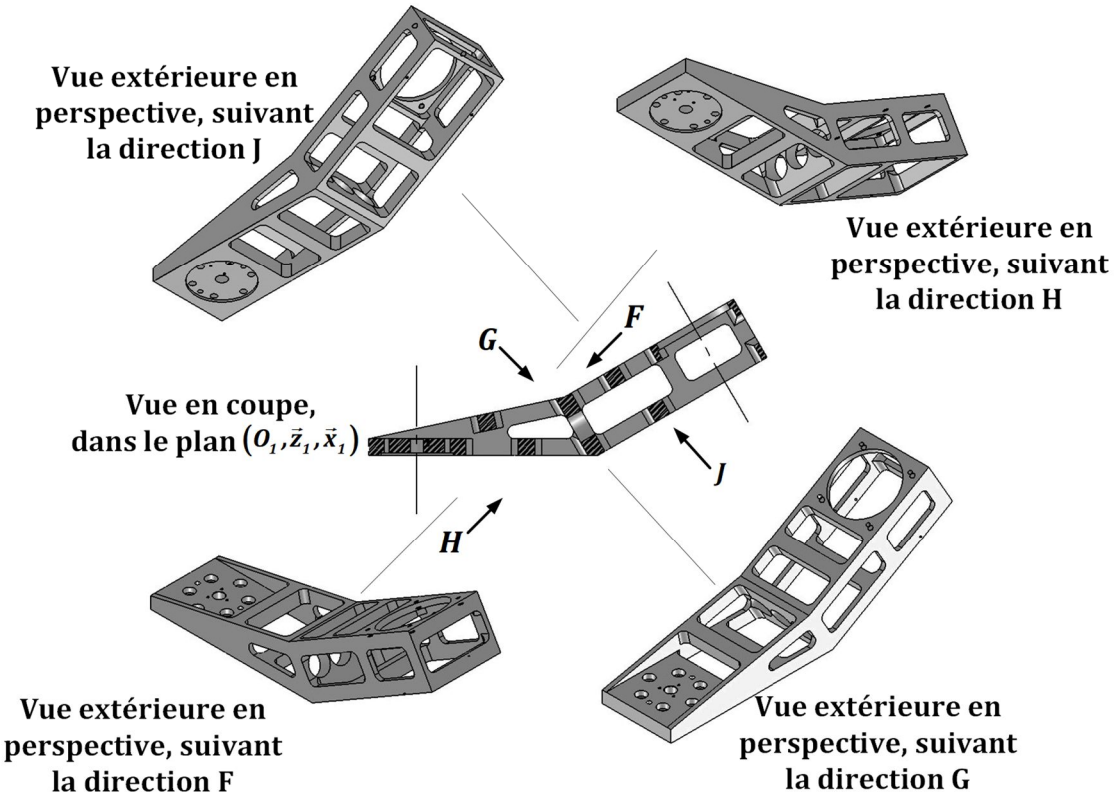
A6. Figures géométrales : positions relatives des différentes bases.

		
Base B_1 par rapport à base B_0	**Base B'_1 par rapport à base B_1**	**Base B_2 par rapport à base B'_1**
Rotation du bras **1** par rapport au support supposé fixe : $\boldsymbol{\theta_1(t) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}) = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})}$	Position angulaire relative entre l'axe de la liaison pivot $\boldsymbol{L(1/0)}$ et l'axe de la liaison pivot $\boldsymbol{L(2/1)}$: $\boldsymbol{\alpha = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z'_1}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x'_1}) = 30°}$	Rotation du bras **2** par rapport au bras **1**: $\boldsymbol{\theta_2(t) = (\overrightarrow{x'_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y'_1}, \overrightarrow{y_2})}$

	
Base B'_2 par rapport à base B_2	**Base B_3 par rapport à base B'_2**
Position angulaire relative entre l'axe de la liaison pivot $\boldsymbol{L(2/1)}$ et l'axe de la liaison pivot $\boldsymbol{L(3/2)}$: $\boldsymbol{\alpha = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z'_2}) = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x'_2}) = 30°}$	Rotation de l'ensemble outil **3** par rapport au bras **2** : $\boldsymbol{\theta_3(t) = (\overrightarrow{y'_2}, \overrightarrow{y_3}) = (\overrightarrow{x'_2}, \overrightarrow{x_3})}$

A7. Vues du bras 1, seul

Remarque : La géométrie du bras **2** est identique à celle du bras **1**. Seules certaines caractéristiques dimensionnelles varient d'une pièce à l'autre.

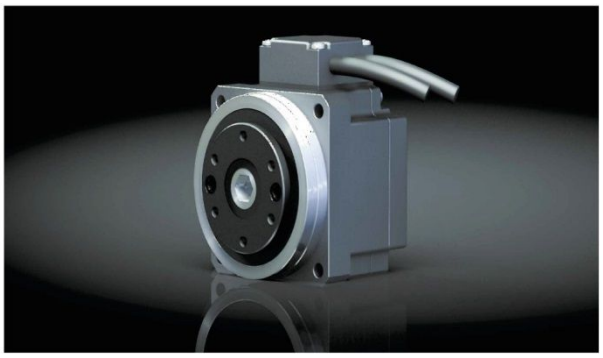


A8. Caractéristiques techniques des moto-réducteurs Harmonic Drive

Le moteur $\boldsymbol{M1}$ est référencé : $\boldsymbol{FHA-14\,C}$ avec un coefficient de réduction (ratio) de **50**.

Harmonic Drive AG

Caractéristiques techniques des moto-réducteurs FHA-C mini Harmonic Drive



	Unit	FHA-8C			FHA-11C			FHA-14C		
Motor winding		-			-			-		
Motor feedback system		D200			D200			D200		
Ratio	i [ ]	**30**	**50**	**100**	**30**	**50**	**100**	**30**	**50**	**100**
Maximum output torque	T_{max} [Nm]	1.8	3.3	4.8	4.5	8.3	11	9	18	28
Maximum output speed	n_{max} [rpm]	200	120	60	200	120	60	200	120	60
Maximum current	I_{max} [A_{rms}]	0.61	0.64	0.48	1.5	1.6	1.1	2.9	3.2	2.4
Continuous stall torque	T_0 [Nm]	0.75	1.5	2.0	1.8	2.9	4.2	3.5	4.7	6.8
Continuous stall current	I_0 [A_{rms}]	0.31	0.34	0.26	0.74	0.69	0.54	1.27	1.06	0.85
Maximum DC bus voltage	U_{DCmax} [V_{DC}]	330			330			330		
Electrical time constant (20° C)	t_e [ms]	0.4			0.9			1.3		
Mechanical time constant (20° C)	t_m [ms]	6.8			4.4			4.0		
No load running current	I_{NLR} [A_{rms}]	0.12	0.12	0.12	0.27	0.25	0.22	0.44	0.41	0.40
Torque constant (at output)	k_{Tout} [Nm/A_{rms}]	3.9	6.7	14	3.8	6.6	13	4.2	7.2	15
Torque constant (at motor)	k_{TM} [Nm/A_{rms}]	0.14			0.14			0.15		
AC voltage constant (L-L, 20° C, at motor)	k_{EM} [V_{rms}/1000 rpm]	9.8			9.8			10.6		
Motor terminal voltage (fundamental wave only)	U_M [V_{rms}]	100 ... 220			100 ... 220			100 ... 220		
Maximum motor speed	n_{max} [rpm]	6000			6000			6000		
Rated motor speed	n_N [rpm]	3500			3500			3000		
Resistance (L-L, 20° C)	R_{L-L} [Ω]	28.0			7.4			2.8		
Inductance (L-L)	L_{L-L} [mH]	11.6			6.8			3.6		
Number of pole pairs	p [ ]	5			5			5		
Weight without brake	m [kg]	0.4			0.6			1.2		
Weight with brake	m [kg]	-			-			-		
Hollow shaft diameter	d_h [mm]	6.2			8.0			13.5		

	Unit	FHA-8C			FHA-11C			FHA-14C		
Motor feedback system		D200			D200			D200		
Ratio	i [ ]	**30**	**50**	**100**	**30**	**50**	**100**	**30**	**50**	**100**
Moment of inertia at outputside										
Moment of inertia without brake	J_{out} [kgm²]	0.0026	0.0074	0.029	0.006	0.017	0.067	0.018	0.05	0.20
Moment of inertia at motor										
Moment of inertia at motor without brake	J [x10^{-4} kgm²]	0.029			0.067			0.2		

Référence du moteur choisi pour la motorisation de l'axe **M1** : $\boldsymbol{FHA-14\,C-50}$

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Fichiers texte et lecture de données
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Listes et algorithmes de recherche (séquentielle, dichotomique)
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/e3a/mp