Concours e3a-Polytech, France

# Session 2025, filière PSI

## Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie I : performances du pont roulant
- Partie II : commande par loi trapèze
- Partie III : déplacement d'une charge
- Partie IV : synthèse

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années : prepahelp.com/annales/e3a/psi/2025/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

# ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

## ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

---

# SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Durée : 4 heures**

---

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

***RAPPEL DES CONSIGNES***

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Ne pas utiliser de correcteur.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

---

**Les calculatrices sont interdites.**

Énoncé : 16 pages
Document Réponse (DR) : 12 pages

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur le Document Réponse (DR).

**Seul le Document Réponse (DR) doit être rendu dans son intégralité (le QR Code doit être collé sur la première page du DR).**

# Pont roulant électrique

La société Schneider Electric développe des ponts roulants électriques de toutes tailles (**figure 1)**. Ces ponts permettent la manutention de conteneurs dans les ports, d'éléments lourds dans différentes industries. La société a en charge l'automatisation de ces ponts roulants.

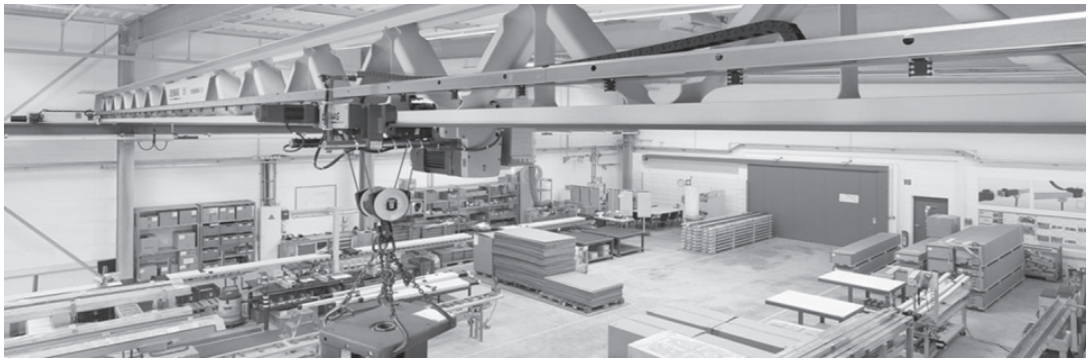


**Figure 1 -** Exemple de pont roulant

Pour pouvoir mettre au point des stratégies de commande, elle dispose de ponts roulants tests de taille réduite. Il est indispensable de connaître parfaitement ces ponts tests afin de pouvoir mettre en place des modèles de commande évolués.

L'objectif du sujet est de fournir un modèle de pont roulant, de définir sa commande et de gérer un problème de balancement d'une charge soulevée.

## Partie I - Performances du pont roulant

Les dimensions du pont roulant étudié (**figure 2**) sont de $4{,}30\,\text{m} \times 3{,}40\,\text{m} \times 2{,}40\,\text{m}$. Il dispose de 3 axes de déplacements. Seul le déplacement du pont dans le plan horizontal selon $\vec{x}$ sera étudié dans tout ce sujet.

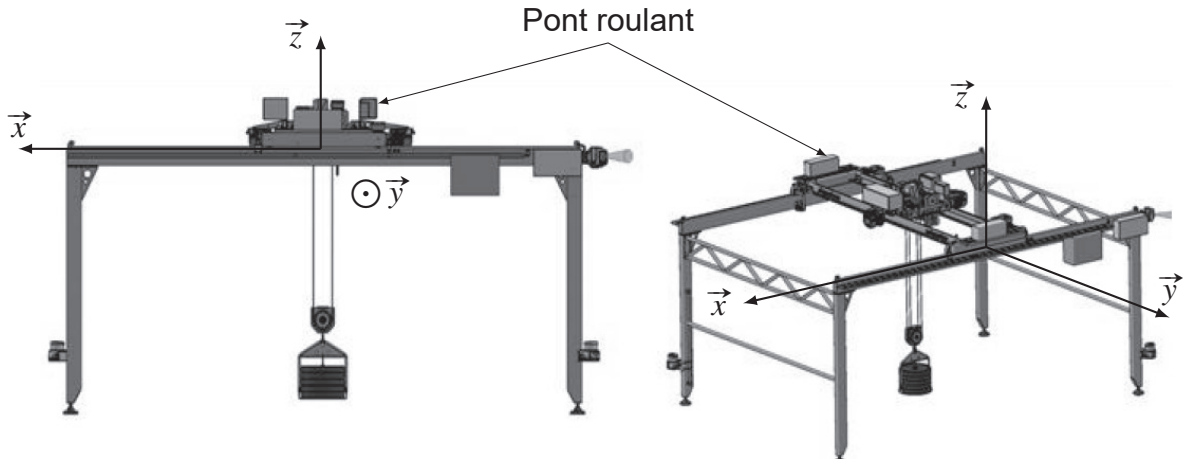



**Figure 2 -** Aperçu du pont roulant étudié

Les performances attendues pour le déplacement du pont sont résumées dans le cahier des charges partiel suivant :

| Critères | Niveau |
|---|---|
| Distance de déplacement | $D = 4\,\text{m}$ maximum |
| Temps de déplacement | $T = 6\,\text{s}$ maximum |
| Accélération limitée | $\gamma_{\ell im}$ définie pour éviter le glissement |
| Masse maximale transportée | $m = 50\,\text{kg}$ |

### I.1 - Analyse de la structure du pont

Le pont est déplacé par l'intermédiaire de deux motoréducteurs couplés (un motoréducteur associé à une roue roulant sans glisser sur un rail de chaque côté de l'axe étudié). Un hacheur alimenté sous 36 V pilote les 2 motoréducteurs simultanément. Un codeur incrémental mesure la position du rotor de chaque moteur et permet d'en déduire la vitesse. Le schéma-bloc multiphysique à compléter du pont selon l'axe étudié est donné sur le **DR** et correspond à une commande à tension maximale constante.

**Q1.** Relier les blocs correctement sur le **DR**.

Chaque réducteur possède un rapport de réduction $k = 1/24$ et le rayon des roues est de $r = 0{,}2\,\text{m}$. La vitesse maximale de chaque moteur est de $\omega_{\max} = 180\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ sous une tension d'alimentation de $36\,\text{V}$.

**Q2.** Déterminer la vitesse théorique maximale $V_{\max}$ du pont. En supposant qu'il y a roulement sans glissement entre les roues et les rails et que le pont se translate à la vitesse maximale supposée constante, vérifier si la performance de temps de déplacement indiquée dans le cahier des charges peut être vérifiée.

Le pont est guidé sur chaque rail (gauche et droite) par deux galets/roues (dont un est motorisé) en liaison pivot d'axes $(O_i, \vec{y})$ ainsi que deux galets non motorisés en liaison pivot d'axes $(O_i, \vec{z})$. Chaque contact entre les galets et les rails est supposé ponctuel de normale $(O_i, \vec{z})$ ou $(O_i, \vec{y})$. Le schéma cinématique partiel est donné sur la **figure 3**. Pour le rail de droite, on notera les points $O_i^D$ et $O_i^G$ pour le rail de gauche.

**Q3.** Réaliser un graphe de liaisons du modèle complet pont/rail en prenant en compte les 2 rails et les 8 galets.

**Q4.** En considérant les liaisons parfaites, calculer le degré d'hyperstatisme du modèle ainsi établi en précisant clairement les mobilités utiles et internes.

**Q5.** Pour palier les problèmes de montage induits par le degré d'hyperstatisme déterminé précédemment, il est nécessaire de prévoir des réglages de position de plusieurs galets parmi les 8 galets disponibles. Indiquer les galets à régler pour rendre le modèle isostatique.

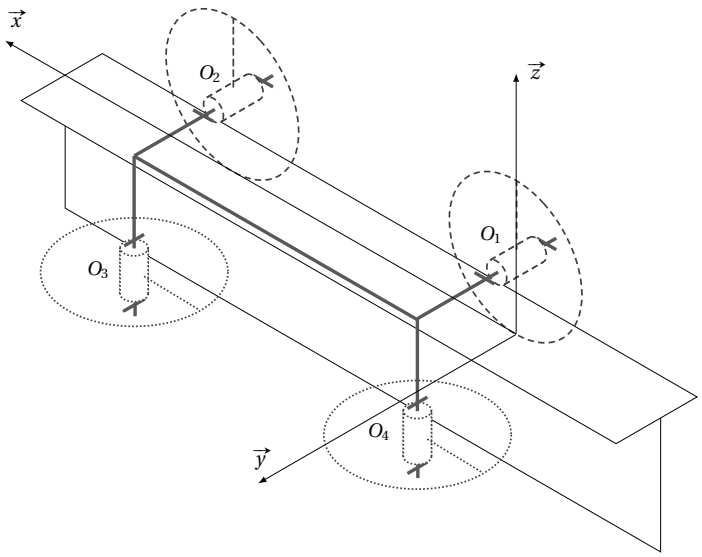



**Figure 3 -** Schéma cinématique partiel du pont sur un rail (gauche ou droite)

### I.2 - Détermination de l'accélération limite

Il est nécessaire de déterminer l'accélération limite admissible pour vérifier que la motorisation permet de respecter ce critère.

On s'intéresse à un demi-pont de masse $M/2$ (**figure 4**). Le problème est considéré plan, dans le plan de normale $\vec{y}$. Les contacts entre les roues et le rail sont supposés ponctuels en $I_1$ et $I_2$. Les contacts de normale $\vec{y}$ n'interviennent pas dans la modélisation plane.

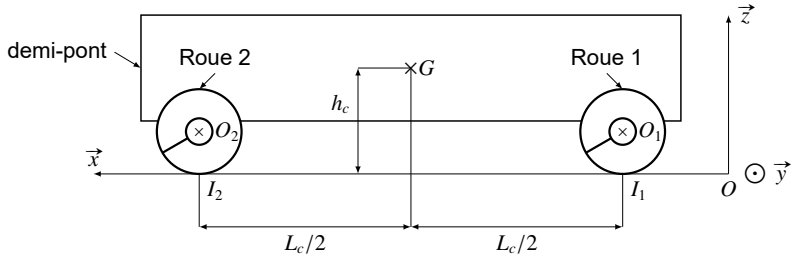



**Figure 4 -** Modèle du demi-pont

On utilise les notations suivantes (toutes les grandeurs sont algébriques) :

| | | |
|---|---|---|
| $M$<br>$M/2$ | Masse du pont en $\mathrm{kg}$<br>Masse du demi-pont en $\mathrm{kg}$ | 200<br>100 |
| $C_{rm}$ | Couple motoréducteur en $\mathrm{N{\cdot}m}$ | |
| $\omega_{rm}$ | Vitesse angulaire de la roue motrice en $\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$ | |
| $r$ | Rayon des roues en $\mathrm{m}$<br>Masse et inertie des roues supposées négligeables | 0,2 |
| $V$ | Vitesse d'avance du pont par rapport au bâti en $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ | |
| $\gamma$ | Accélération du pont par rapport au bâti en $\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ | |
| $I_1I_2 = L_c$ | Distance entre roues (empattement) en $\mathrm{m}$ | 0,8 |
| $h_c$ | Hauteur du centre de gravité en $\mathrm{m}$ | 0,4 |
| $\overrightarrow{I_1G} = L_c/2\,\vec{x} + h_c\,\vec{z}$ | $G$ centre de gravité de l'ensemble mobile | |

On cherche tout d'abord à vérifier qu'il y a bien roulement sans glissement entre les roues et les rails. On suppose que le cas le plus défavorable correspond à une phase telle que $\vec{a}(G, pont/0) = -\gamma\vec{x}$ avec $\gamma \geq 0$.

On note $\vec{R}_1 = N_1\vec{z} - T_1\vec{x}$ la résultante de l'action du rail sur la roue 1 (motrice) et $\vec{R}_2 = N_2\vec{z} - T_2\vec{x}$ la résultante de l'action du rail sur la roue 2 (non motrice) avec $T_1$, $T_2$, $N_1$ et $N_2$ positifs ou nuls.

L'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = -g\vec{z}$ avec $g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$

**Q6.** Montrer que $T_2 = 0$ en précisant le système isolé et l'équation utilisée issue du Principe Fondamental de la Dynamique.

**Q7.** En isolant l'ensemble {roue 1 + roue 2 + pont} et en appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique, déterminer 3 relations reliant $N_1$, $N_2$, $T_1$ et l'accélération $\gamma$.

**Q8.** Montrer que $N_1 = \dfrac{M}{2}(B - A\gamma)$ et $N_2 = \dfrac{M}{2}(B + A\gamma)$ où les expressions de $A$ et $B$ seront exprimées en fonction des données.

Soit $f$ le coefficient de frottement entre le rail et les roues de valeur $0{,}4$. Les expressions précédentes seront utilisées.

**Q9.** Exprimer la valeur limite de l'accélération $\gamma_{lim}$ à partir de laquelle la roue motorisée patine en fonction de $A$, $B$ et de $f$. Faire l'application numérique en prenant $A = 0{,}5$ et $B = 5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. C'est cette valeur qui sera utilisée pour le critère d'accélération limite du cahier des charges.

### I.3 - Modélisation de la motorisation et dynamique

Pour pouvoir s'assurer que le critère d'accélération est vérifié, il est nécessaire de modéliser l'ensemble {motorisation + pont}. On rappelle qu'un moteur à courant continu est décrit par les équations électrique et de couplage suivantes :

$$u_m(t) = R_m i_m(t) + k_m\omega_m(t) \quad (1)$$

$$C_m(t) = k_m i_m(t) \quad (2)$$

avec $C_m(t)$ le couple d'un moteur, $u_m(t)$ la tension appliquée aux moteurs ($36\,\mathrm{V}$ au maximum), $i_m(t)$ le courant circulant dans chaque moteur, $R_m = 2\,\Omega$ la résistance d'un moteur, $k_m = 0{,}2\,\mathrm{Nm{\cdot}A^{-1}} = 0{,}2\,\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}{\cdot}V^{-1}}$ la constante de couple ou constante de force contre-électromotrice et $\omega_m(t)$ la vitesse d'un moteur (les deux moteurs ont la même vitesse et les mêmes caractéristiques).

On suppose qu'un effort résistant $-F_r(t)\vec{x}$ est appliqué sur le pont au centre de gravité. Les liaisons sont supposées parfaites et il y a roulement sans glissement des roues sur les rails. On rappelle que le pont est piloté par 2 motoréducteurs identiques. On note $J_m$ le moment d'inertie d'un motoréducteur selon l'axe de rotation du moteur ($J_m$ inclut donc l'inertie du réducteur ramené sur l'axe moteur). L'inertie des roues est négligeable comme précédemment. On rappelle que le rapport de réduction d'un réducteur est noté $k = 1/24$ et le rayon des roues $r = 0{,}2\,\mathrm{m}$.

**Q10.** Démontrer l'équation de mouvement du pont en précisant le système isolé, le théorème utilisé, l'expression de la constante $J$ et celle du terme $C_r(t)$ intervenant dans l'équation : $2C_m(t) - C_r(t) = J\dfrac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t}$ avec $J \approx 0{,}016\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$.

**Q11.** Montrer que la fonction de transfert reliant $\dfrac{V(p)}{U_m(p)}$ est une fonction du premier ordre où l'expression des constantes caractéristiques sera donnée en supposant que $C_r(t) = 0$ en notant $V(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse $V(t)$ du pont.

**Q12.** En déduire l'expression de l'accélération maximale $\gamma_{max}$ (valeur initiale de l'accélération) que peut fournir la motorisation du pont lorsque la tension d'alimentation est un échelon de $36\,\mathrm{V}$. Faire l'application numérique et en déduire que le critère d'accélération n'est pas respecté.

En diminuant la tension d'alimentation à un échelon de $16\,\mathrm{V}$, on peut vérifier le critère d'accélération mais le temps mis pour atteindre les $4\,\mathrm{m}$ indiqués dans le cahier des charges n'est pas respecté. Il faut donc mettre en place une autre stratégie de commande.

## Partie II - Commande par loi trapèze

Pour limiter l'accélération au démarrage, on choisit d'utiliser une commande en trapèze de la tension (**figure 5**). On suppose que le système est suffisament rapide pour que la vitesse soit proportionnelle à la tension, ainsi la vitesse a également une forme de trapèze.

Compte tenu de la constante de temps du moteur, on retient des temps d'accélération et de décélération égaux à $t_a = t_d = 0{,}4\,\mathrm{s}$. Le temps de maintien à vitesse constante $V_{max} = 1\,\mathrm{m/s}$ est noté $T_m$.

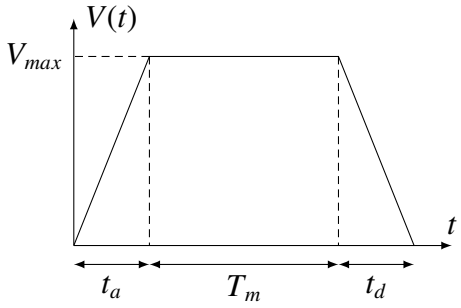



**Figure 5 -** Commande en trapèze

**Q13.** En supposant que le pont se déplace sur la distance maximale $D = 4\,\mathrm{m}$ à une vitesse correspondant à un trapèze, déterminer l'expression de $T_m$ en fonction de $V_{max}$, $t_a$ et de $D$, puis faire l'application pour obtenir le temps de maintien à vitesse constante $T_m$.

En appliquant une tension de commande correspondant à ce trapèze, on obtient les courbes de la **figure 6**.

**Q14.** Vérifier les critères du cahier des charges.

Le modèle précédent a été établi en l'absence de perturbations, on ne peut donc garantir la validité de la commande établie précédemment.

On propose de mettre en oeuvre une méthode d'Intelligence Artificielle (IA) pour évaluer l'effort résistant $F_r(t)$ en fonction des conditions de fonctionnement.
On mesure $C_m(t)$ en régime permanent par l'intermédiaire du courant $i_m(t)$ ainsi que la vitesse $\omega_m(t)$ pour différentes valeurs de tension $u_m(t)$ envoyées au moteur.
On calcule l'effort résistant appliqué sur le pont $F_r$ à partir de $C_m$ et la vitesse du pont à partir de $\omega_m$.

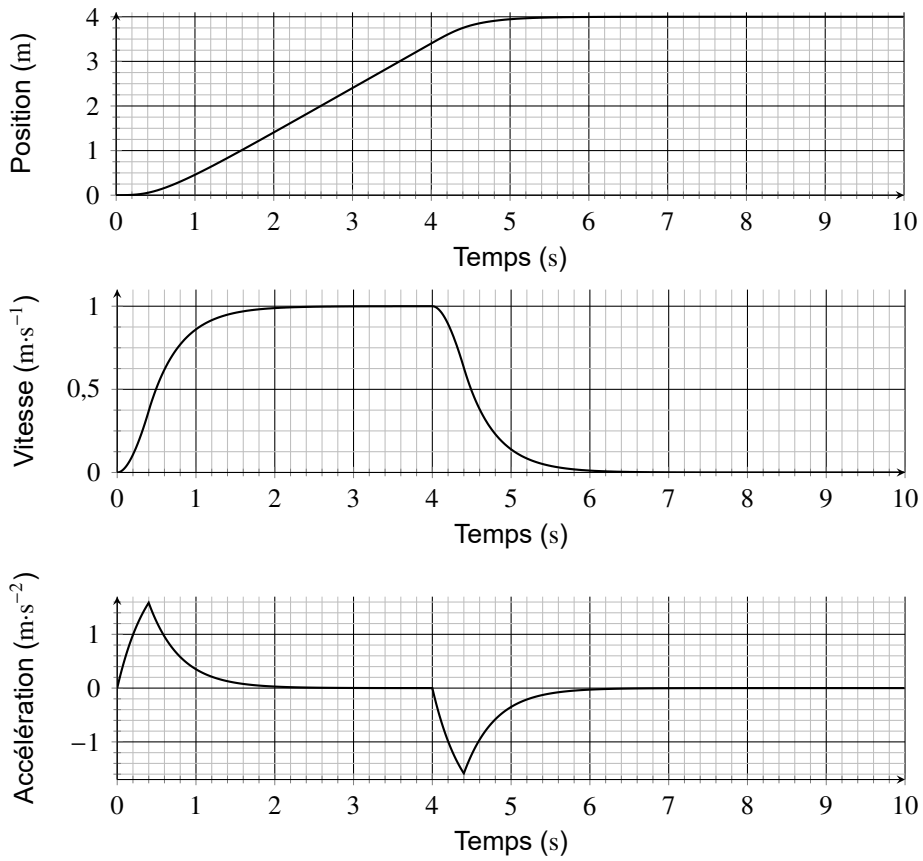



**Figure 6 -** Réponses temporelles pour une consigne de tension en trapèze

Les vitesses mesurées pour chaque essai sont placées dans un tableau $X$ et les forces associées sont placées dans un tableau $Y$.
Les données d'entraînement de l'IA sont tracées sur la **figure 7**.

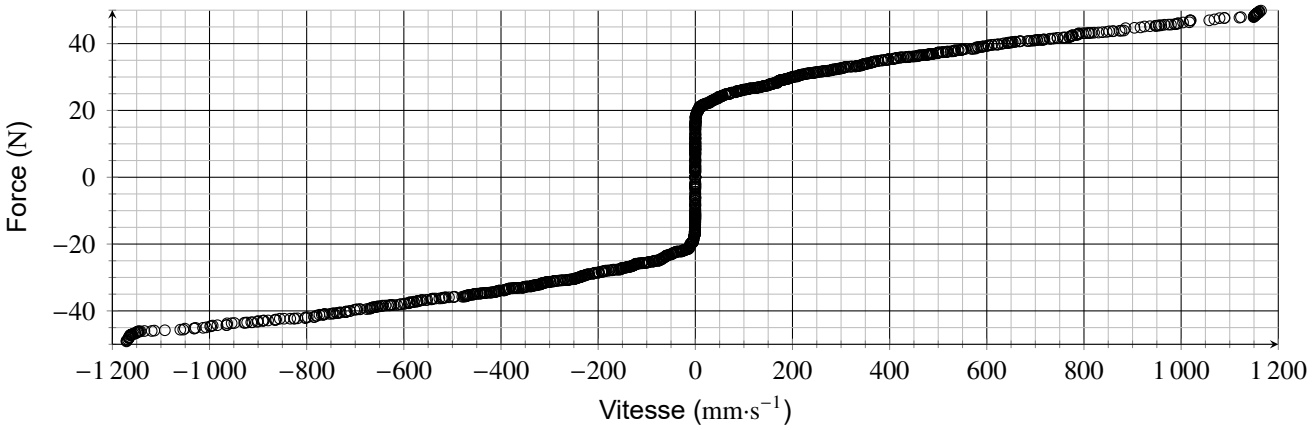



**Figure 7 -** Données d'entraînement

On exécute les commandes suivantes :

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.neural_network import MLPRegressor

print(X.shape)
Xtrain, Xtest, Ytrain, Ytest = train_test_split(X, Y,test_size=200,
    random_state=9)
print(Xtrain.shape)
mdl = MLPRegressor(hidden_layer_sizes=(600,50),tol=1e-3, max_iter=1000,
    random_state=9)
mdl.fit(Xtrain, Ytrain)
sc = mdl.score(Xtrain, Ytrain)
print(sc)
Yp=mdl.predict(Xtest)
from sklearn.metrics import r2_score
print(r2_score(Ytest, Yp))

>>> (1481, 1)
>>> (1281, 1)
>>> 0.98
>>> 0.97
```

**Q15.** Indiquer combien de données sont disponibles dans la base et combien de données sont utilisées pour réaliser des tests de validation du modèle.

On obtient les données prédites que l'on compare aux valeurs mesurées des données tests sur la **figure 8**.

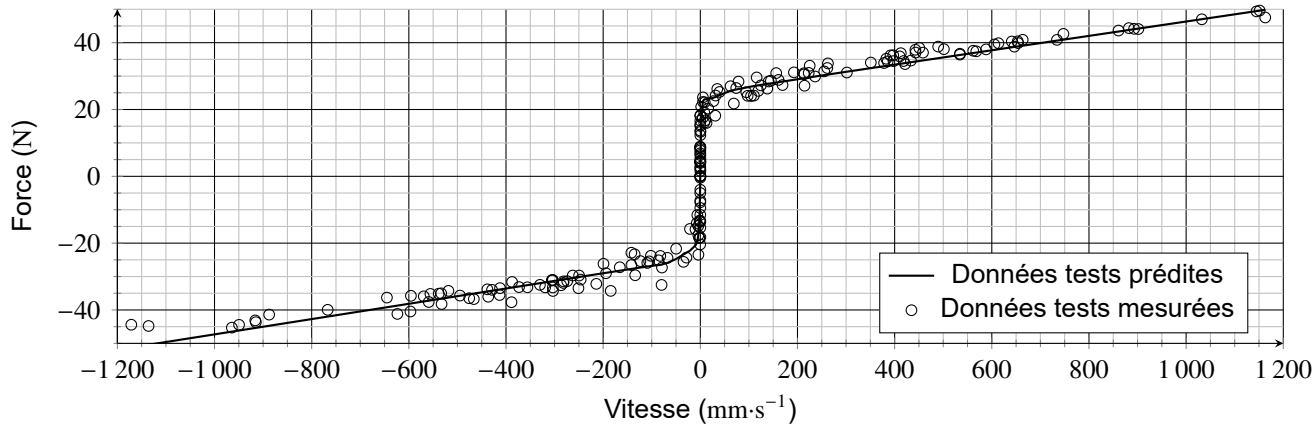



**Figure 8 -** Comparaison de la prédiction et de la mesure sur les données tests

**Q16.** Préciser le type d'IA utilisée en donnant les paramètres de la méthode utilisée (apprentissage supervisé ou non, régression ou classification, méthode k plus proches voisins ou réseau de neurones) et commenter les résultats obtenus (notamment les deux grandeurs affichées).

L'IA est donc capable de prévoir la force résistante en fonction d'une vitesse quelconque. Il est possible d'approcher le modèle par une loi théorique basée sur la prédiction :

$$\text{Si} \quad V < 0, \quad F_r(V) = A_0\, V - F_0 \tag{3}$$

$$\text{Si} \quad V > 0, \quad F_r(V) = A_0\, V + F_0 \tag{4}$$

**Q17.** Donner des valeurs numériques approximativement pour l'ordonnée à l'origine $F_0$ et la pente $A_0$ de la partie affine du modèle approché. Expliquer à quoi correspondent physiquement ces deux quantités.

## Partie III - Déplacement d'une charge

Étant donné la forme de l'effort résistant, pour mieux contrôler le comportement du pont, il est indispensable de commander les moteurs en courant et non en tension. Pour cela un asservissement de courant est mis en place pour chaque moteur. Le courant de commande sera noté $i(t)$.

On dispose d'un modèle précis du pont qui peut permettre d'étudier la commande de celui-ci afin de déplacer une charge. On suppose que cette charge est ponctuelle de masse $m = 50\,\text{kg}$ et reliée au pont par un câble rigide de masse négligeable.

On ajoute des critères au cahier des charges concernant le déplacement de la charge :

- temps maximal pour un déplacement sur la distance $D = 4\,\text{m}$ égal à $T = 6\,\text{s}$ maximum ;
- accélération maximale de $1{,}7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ;
- angle maximal du câble par rapport à la verticale de $\pm 6°$ ;
- temps de stabilisation de la charge inférieur à $2\,\text{s}$ (ce temps est mesuré en prenant pour origine le temps mis pour que le pont atteigne les $4\,\text{m}$ et jusqu'à ce que l'angle ne dépasse plus $1°$ en valeur absolue).

### III.1 - Établissement des équations de mouvements avec charge

On adopte les notations données sur le schéma cinématique de la **figure 9**.

- $(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ repère associé au bâti $0$ supposé galiléen,
- $(B_1, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ repère associé au pont $1$,
- $\overrightarrow{BB_1} = x(t)\vec{x}$ position du pont $1$ par rapport au bâti $0$, on note $\vec{V}(B_1, 1/0) = V(t)\vec{x}$ la vitesse de $B_1$ du pont par rapport à $0$ et $\vec{a}(B_1, 1/0) = \gamma(t)\vec{x}$ l'accélération de $B_1$ du pont par rapport à $0$,
- $(B_2, \vec{x_c}, \vec{y_c}, \vec{z_c})$ repère associé à l'ensemble {câble+charge} noté $c$,
- $\overrightarrow{B_2B_1} = \ell\vec{z}_1$,
- $\theta = (\vec{x_1}, \vec{x_c}) = (\vec{z_1}, \vec{z_c})$ angle formé par le câble par rapport à la verticale,
- $\overrightarrow{B_cB_2} = L\vec{z_c}$ avec $L = 2\,\text{m}$,
- $\vec{F}(t) = F(t)\vec{x}$ force de traction exercée sur le pont $1$ issue de la motorisation,
- $\vec{F}_r(t) = -F_r(t)\vec{x}$ force de frottement exercée sur le pont $1$,
- $f_c$ coefficient de frottement fluide ou visqueux dans la liaison pivot entre $1$ et $c$,
- l'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = -g\vec{z}$ avec $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,
- $M = 200\,\text{kg}$ la masse du pont et $m = 50\,\text{kg}$ celle de l'ensemble câble + charge $c$ supposée ponctuelle en $B_c$.

**Q18.** Calculer la vitesse du point $B_c$ par rapport à $0$ : $\vec{V}(B_c, c/0)$. En déduire son accélération $\vec{a}(B_c, c/0)$.

**Q19.** Indiquer les équations issues du Principe Fondamental de la Dynamique permettant d'obtenir les deux équations de mouvements en $x(t)$ et en $\theta(t)$ (et leurs dérivées). Préciser les solides isolés, les bilans d'actions mécaniques extérieures et les équations obtenues sans développer les calculs.

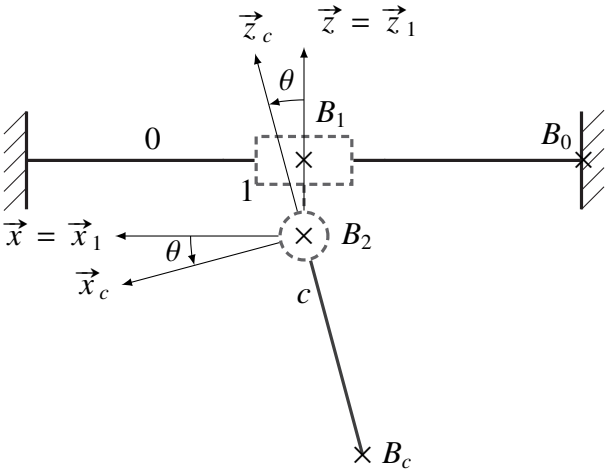



**Figure 9 -** Modèle cinématique du pont et de la charge

**Q20.** Réaliser les calculs et montrer en linéarisant autour de $\theta = 0$ et de $\dot{\theta} = 0$ que l'on obtient les équations suivantes avec $f_v = \dfrac{f_c}{mL}$ :

$$(M+m)\ddot{x} - Lm\ddot{\theta} = F(t) - F_r(t) \text{ et} \tag{5}$$

$$L\ddot{\theta} - \ddot{x} + g\theta + f_v\dot{\theta} = 0. \tag{6}$$

D'après la partie précédente, on suppose que le comportement de la motorisation est tel que $F(t) = Ki(t)$ avec $i(t)$ le courant de commande appliqué au moteur ($K = 50\,\mathrm{N/A}$).
On néglige tout d'abord $F_r(t)$.

**Q21.** Déterminer les deux fonctions de transfert : $H_x(p) = \dfrac{X(p)}{I(p)}$ et $H_\theta(p) = \dfrac{\Theta(p)}{I(p)}$.

### III.2 - Commande directe

On donne sur la **figure 10** les réponses $x(t)$ et $\theta(t)$ à un échelon de courant de $i_0 = 4\,\mathrm{A}$.

**Q22.** Compte tenu des expressions des fonctions de transfert, justifier la forme des courbes. Relever la valeur asymptotique de l'angle et vérifier que la valeur obtenue est cohérente avec l'expression théorique obtenue.

Pour répondre au cahier des charges, on impose une commande $i(t)$ particulière, ce qui permet d'obtenir les courbes de la **figure 11**.

**Q23.** Indiquer l'allure de la commande $i(t)$ qui a été retenue et vérifier si les critères du cahier des charges sont tous respectés.

### III.3 - Contrôle en boucle ouverte

Il est possible de commander le système en boucle ouverte pour respecter le cahier des charges du mieux possible en générant une commande en fonction des grandeurs caractéristiques du système. Pour simplifier, on néglige les frottements dans cette sous-partie.

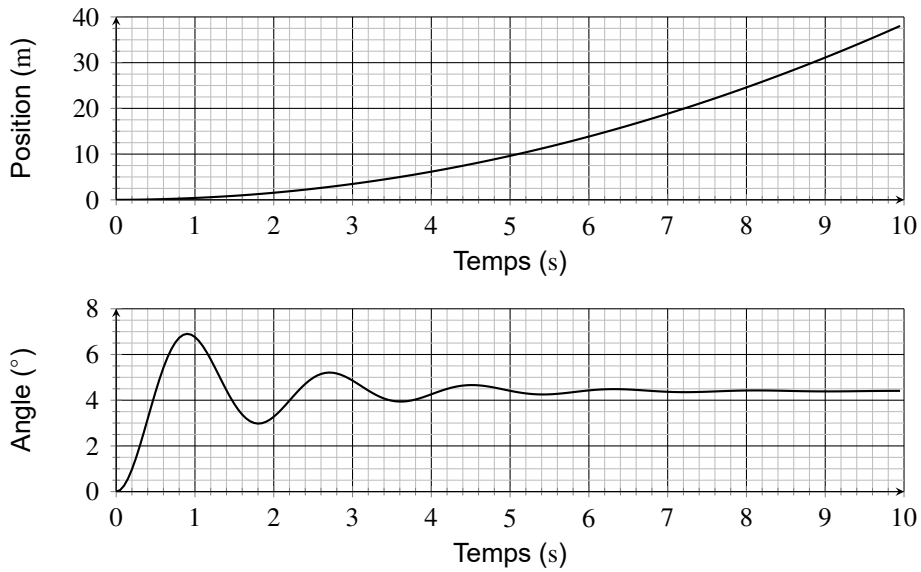



**Figure 10 -** Réponses temporelles pour une consigne en échelon de courant

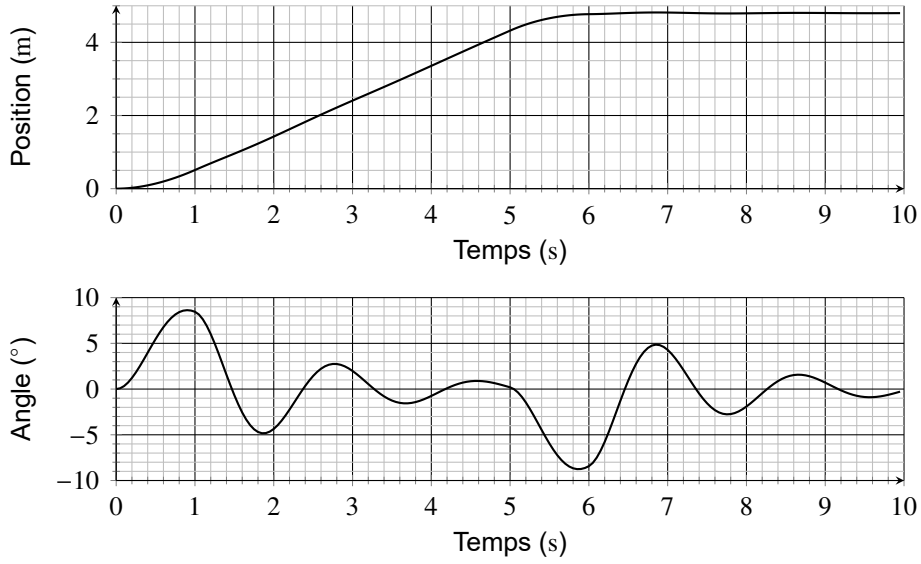



**Figure 11 -** Réponses temporelles pour une consigne de courant particulière

On introduit à partir des équations de cinématique et dynamique une fonction $w(t)$ continue de classe $C^4$ qui vérifie les équations suivantes :

$$w(t) = x(t) - L\theta(t) \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} - L\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2w(t)}{\mathrm{d}t^2} = g\theta(t) \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}^3w(t)}{\mathrm{d}t^3} = g\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}^4w(t)}{\mathrm{d}t^4} = \frac{g}{ML}\left(F - (M+m)g\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right) \tag{11}$$

Cette fonction doit permettre de vérifier les conditions initiales et finales suivantes :
$x(0) = 0$, $\theta(0) = \delta$, $x(T) = D$, $\theta(T) = 0$, $\frac{\mathrm{d}x(0)}{\mathrm{d}t} = 0$, $\frac{\mathrm{d}x(T)}{\mathrm{d}t} = 0$, $\frac{\mathrm{d}\theta(0)}{\mathrm{d}t} = 0$ et $\frac{\mathrm{d}\theta(T)}{\mathrm{d}t} = 0$.

On pose deux vecteurs $W = \left(w(t), \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}^2w(t)}{\mathrm{d}t^2}, \frac{\mathrm{d}^3w(t)}{\mathrm{d}t^3}, \frac{\mathrm{d}^4w(t)}{\mathrm{d}t^4}\right)$ et $X = \left(x(t), \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}, \theta(t), \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}, F(t)\right)$.

**Q24.** Montrer que l'on peut déterminer les composantes de $X$ en fonction de $W$ en exprimant $X$ sous la forme $X = Q\,W$ où on détaillera les composantes de la matrice $Q$ en fonction de $M$, $m$, $g$ et de $L$.

En utilisant une interpolation polynomiale et les conditions initiales et finales, il est possible de déterminer l'expression de $w(t)$ en fonction des données du système de manière théorique. On suppose connaître cette expression de $w(t)$.

À partir de cette expression, on calcule les valeurs de $w$ pour différentes valeurs du temps de 0 à $T$. On obtient ainsi un vecteur `sol_w` de taille $N$.

**Q25.** Compléter la fonction `calcXetTheta(sol_w,dt)` qui renvoie deux vecteurs `x` et `theta` pour représenter les déplacements $x$ et $\theta$ à partir de la donnée du vecteur `sol_w` et du pas de temps `dt` entre deux valeurs de $w$. On supposera que les constantes intervenant dans les équations ($\delta$ noté `delta`, `L`, `g`) et les conditions initiales sont des variables globales à utiliser directement dans la fonction.

On obtient alors les courbes de la **figure 12**.

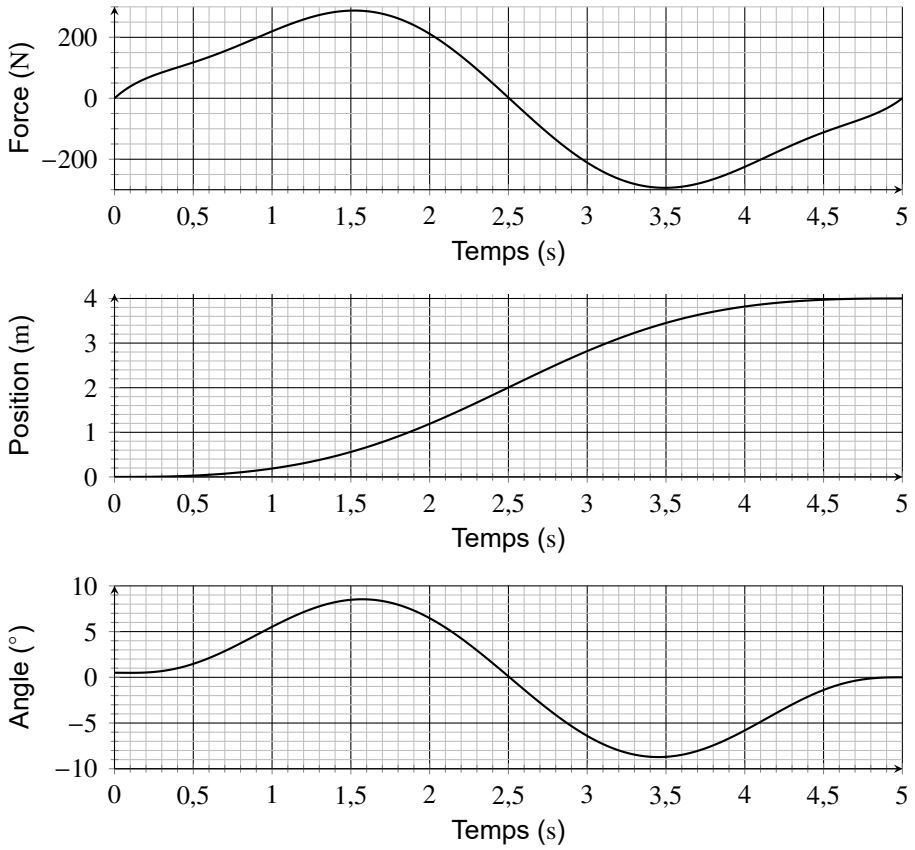
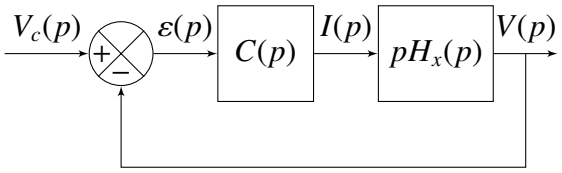



**Figure 12 -** Réponses temporelles en contrôlant la consigne de la boucle ouverte

**Q26.** Indiquer si les critères du cahier des charges sont tous respectés et pourquoi il est nécessaire de prévoir un asservissement.

### III.4 - Contrôle en boucle fermée

Pour vérifier tous les critères du cahier des charges, on met en place un asservissement de vitesse du pont. La consigne de vitesse imposée est en trapèze de manière à respecter le temps de déplacement et la distance imposés par le cahier des charges.




On utilise un correcteur proportionnel intégral $C(p) = \dfrac{K_p(1 + T_i p)}{T_i p}$.

On donne les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $pH_x(p)$ sur la **figure 13**.

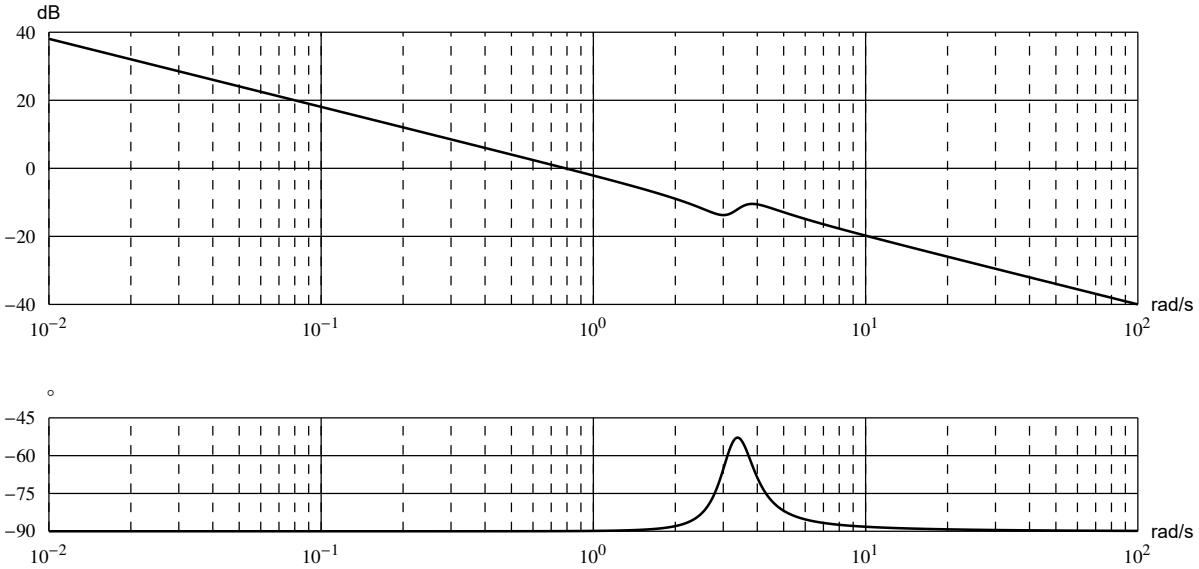



**Figure 13 -** Diagramme de Bode de la fonction de transfert $pH_x(p)$

**Q27.** Donner l'expression de la FTBO en gardant $pH_x(p)$, puis justifier que le réglage du correcteur permet de conserver un système stable en boucle fermée quelles que soient les valeurs de $T_i$ et de $K_p$.

**Q28.** Proposer une forme de la fonction de transfert $pH_x(p)$ à partir des diagrammes de Bode de la **figure 13** sans préciser les valeurs des constantes caractéristiques. Donner la valeur du gain $K_x$ de la fonction de transfert $pH_x(p)$.

**Q29.** Déterminer l'erreur statique pour une entrée en échelon et l'erreur de traînage pour une entrée en rampe.

**Q30.** On choisit de prendre $T_i = 10\,\text{s}$. Déterminer la valeur de $K_p$ pour avoir une pulsation au gain unité (ou pulsation où le gain vaut 0 dB sur la FTBO) de $100\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

On obtient les courbes de la **figure 14**.

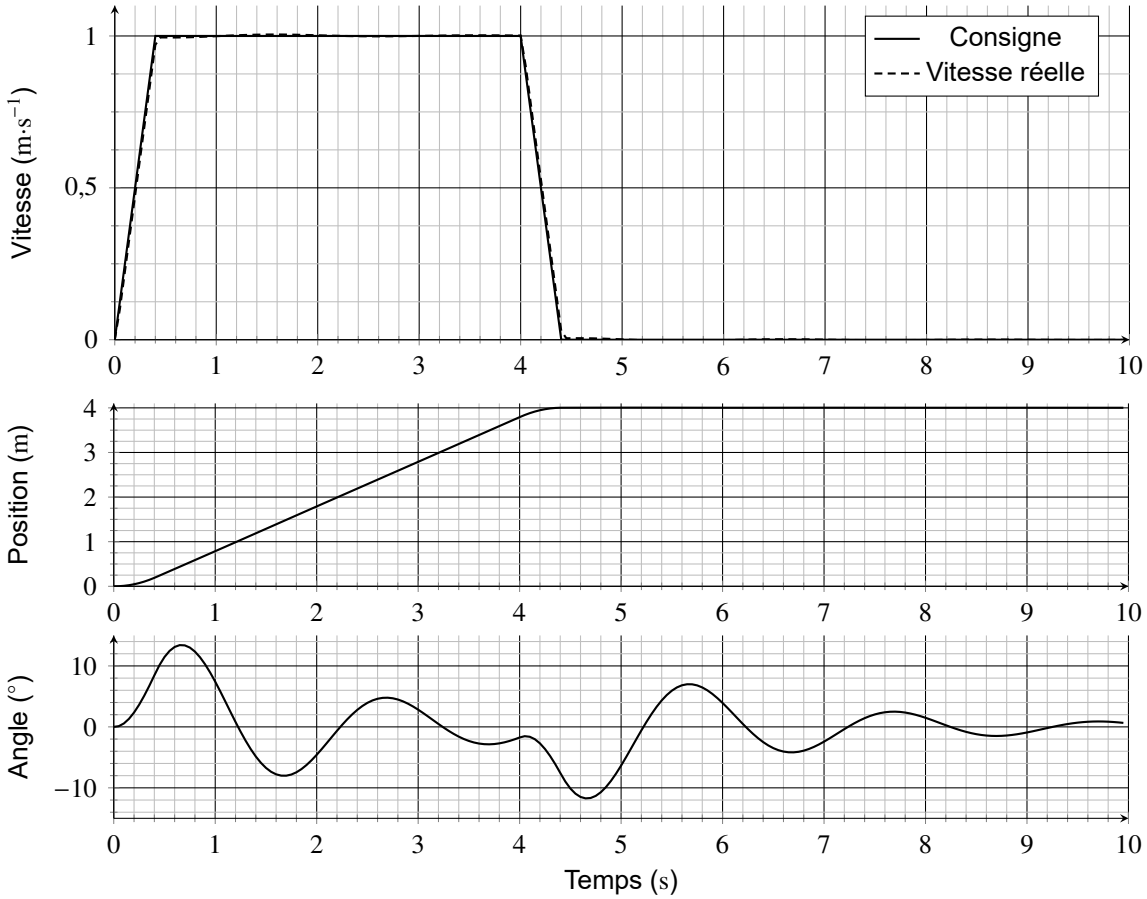



**Figure 14 -** Réponses temporelles pour une consigne en trapèze de vitesse

On constate que les critères du cahier des charges sont partiellement respectés.

Pour améliorer le comportement, on utilise un filtre réjecteur placé juste après la consigne. Ce filtre a pour fonction de transfert $F(p) = \dfrac{1 + 2\dfrac{\xi_1}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + 2\dfrac{\xi_2}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$ avec $\xi_1 = 0{,}2$ , $\xi_2 = 1$ et $\omega_0 = 3{,}5\,\text{rad/s}$.

**Q31.** Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et l'allure des diagrammes réels de ce filtre. Calculer notamment la valeur du gain réel en $\omega_0$.
On donne :

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\log(x)$ | 0 | 0,3 | 0,48 | 0,6 | 0,7 | 0,78 | 0,85 | 0,9 | 0,95 |
| $20\log(x)$ | 0 | 6 | 9,5 | 12 | 14 | 15,6 | 16,9 | 18 | 19 |

**Q32.** Justifier l'intérêt d'utiliser ce filtre sur la consigne ainsi que le choix de $\omega_0$ et de $\dfrac{\xi_1}{\xi_2} < 1$.
On fera référence à la **figure 10** pour justifier la valeur de $\omega_0$.

# Partie IV - Synthèse

On réalise une simulation avec le modèle multiphysique complet de la **figure 16**, c'est-à-dire prenant en compte tous les éléments mis en place dans ce sujet (asservissement de courant, modèle de frottement, asservissement de vitesse...).

**Q33.** À partir de ce qui a été fait dans le sujet, indiquer à quoi correspondent les différentes parties encadrées et nommées a à f.

**Q34.** En utilisant ce modèle, on obtient les courbes de vitesse, position et angle de la **figure 15**. Commenter l'amélioration apportée par le filtre réjecteur et la vérification du cahier des charges.

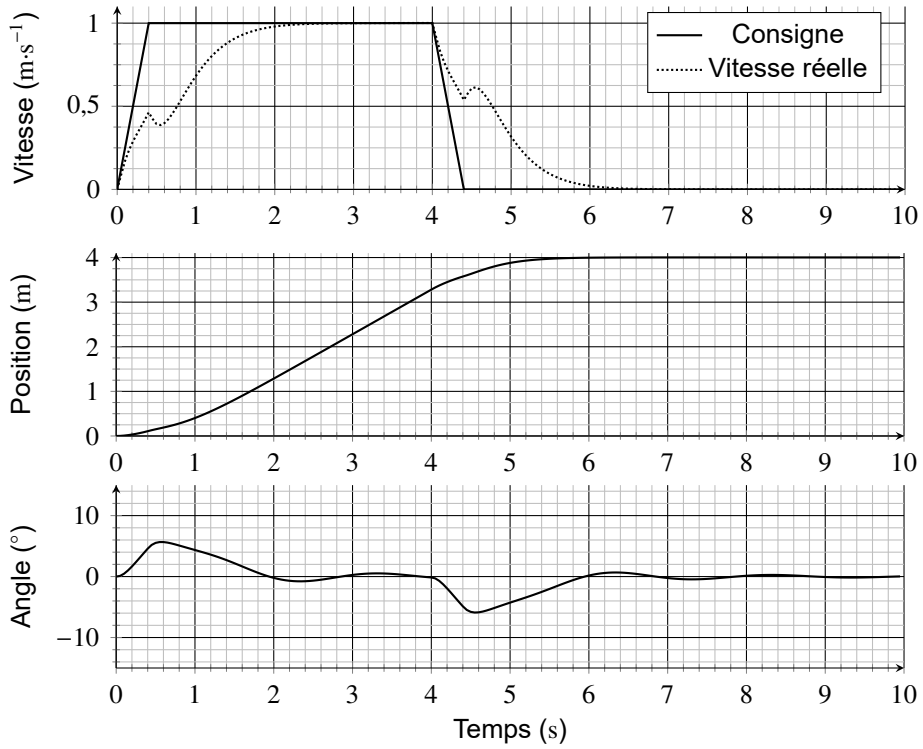



**Figure 15 -** Réponses temporelles du modèle multiphysique complet pour une consigne en trapèze de vitesse

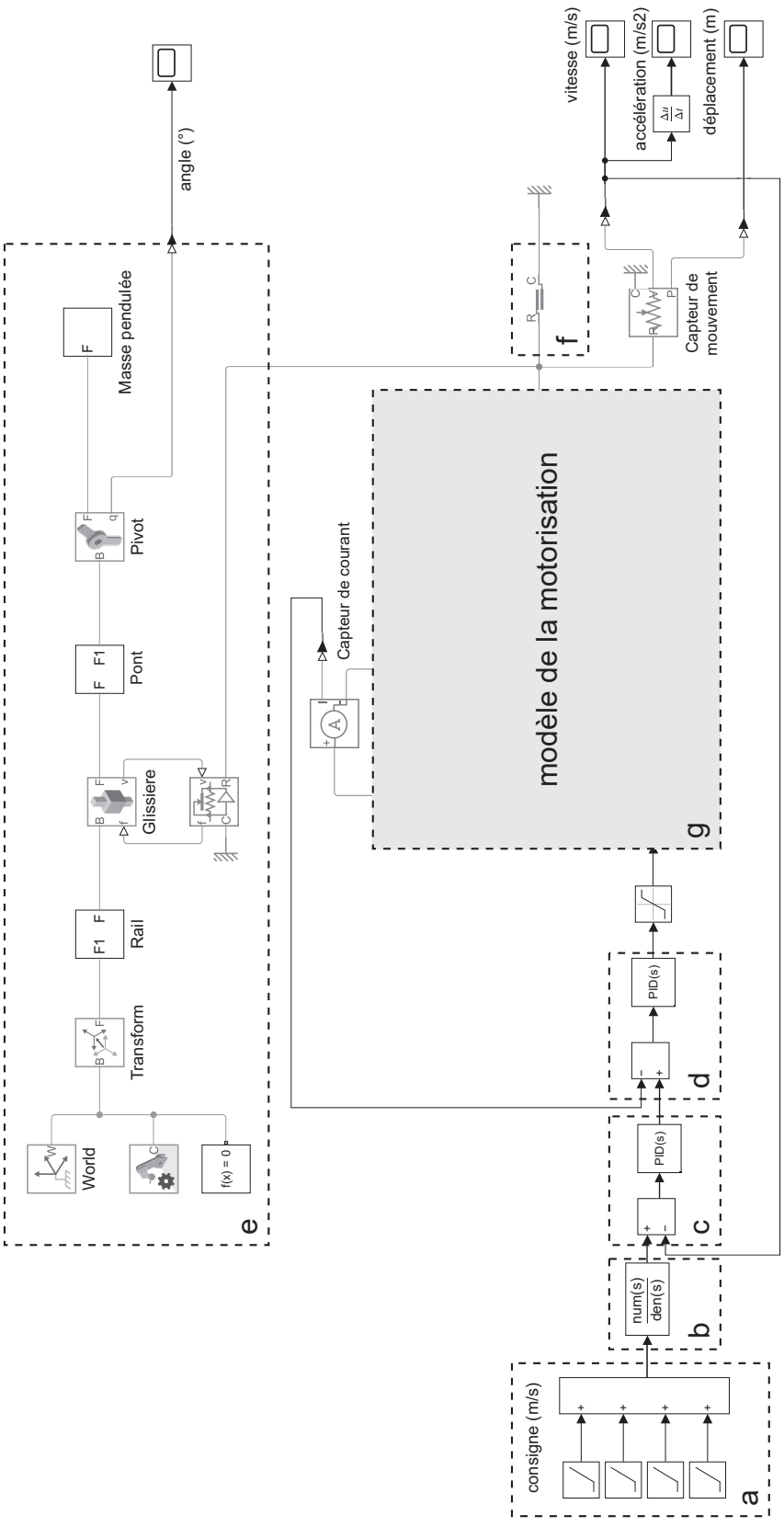



**Figure 16 -** Modèle multiphysique complet du pont roulant électrique

**FIN**



IMPRIMERIE NATIONALE – 25 1060 – D'après documents fournis

CONCOURS COMMUN INP

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom : _____

Prénom : _____

Emplacement QR Code

Filière : PSI

Session : 2025

Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur

**Consignes**

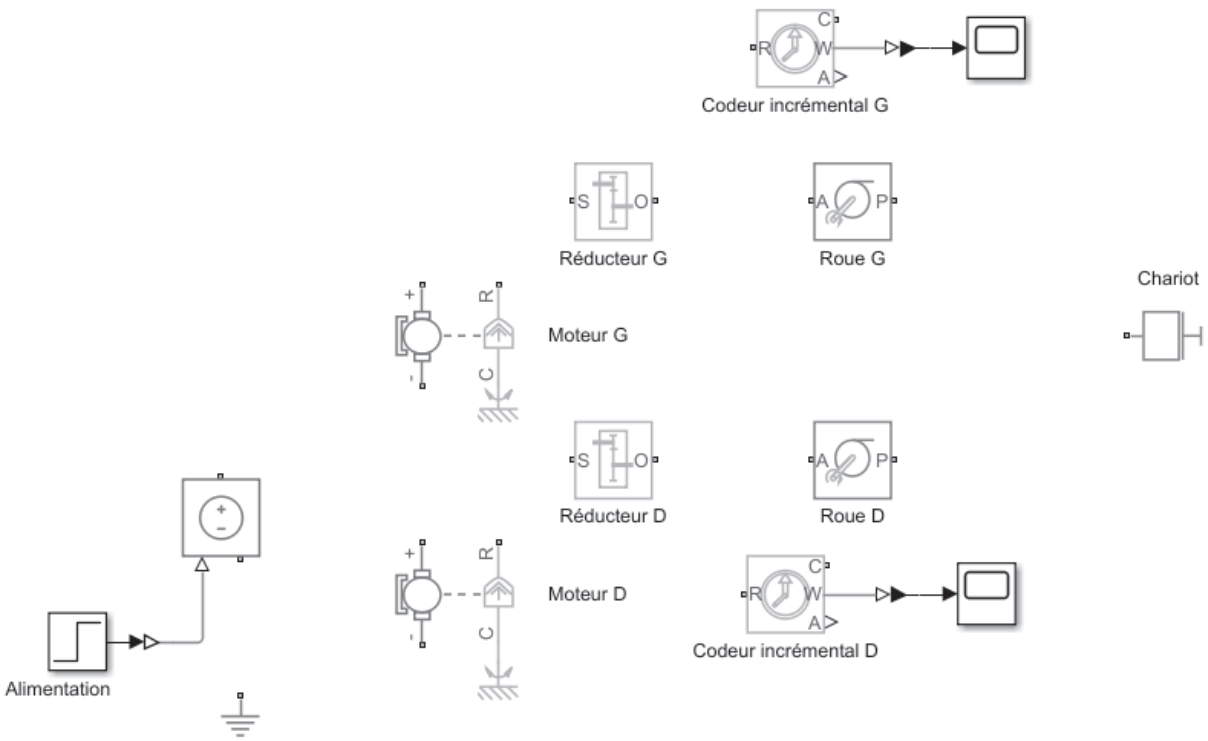
- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*

PSI7SI

# DOCUMENT RÉPONSE

**Ce Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.**

**Q1** - Lien entre les blocs




**Q2** - Vitesse maximale $V_{max}$ du pont. Conclusion

**NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE**

**Q3 -** Graphe de liaisons du modèle complet pont/rails

**Q4 -** Mobilités utiles et internes. Degré d'hyperstatisme

**Q5 -** Réglages à prévoir

**Q6** - Démonstration de $T_2 = 0$

**Q7** - Trois relations issues du Principe Fondamental de la Dynamique

**Q8** - Expression de $A$ et de $B$

**Q9** - Expression de $\gamma_{\text{lim}}$. Application numérique

**Q10** - Démonstration de l'équation du mouvement du pont. Expression de $J$ et de $C_r(t)$

Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement QR Code

Filière : PSI

Session : 2025

Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur

**Consignes**

- *Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer*
- *Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir*
- *Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)*
- *Numéroter chaque page (cadre en bas à droite)*
- *Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre*



**Q11** - Fonction de transfert reliant $V(p)$ et $U_m(p)$. Expression des constantes caractéristiques

**Q12** - Expression de l'accélération initiale. Application numérique et conclusion

**NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE**

**Q13** - Expression de $T_m$. Application numérique

**Q14** - Vérification des critères du cahier des charges

**Q15** - Nombre de données disponibles dans la base de données. Nombre de données utilisées pour les tests de validation

**Q16** - Méthode d'IA utilisée. Commentaires

**Q17** - Valeurs numériques de $F_0$ et $A_0$. Sens physique de ces grandeurs

**Q18** - Calcul de la vitesse $\vec{V}(B_c, c/0)$ et de l'accélération $\vec{a}(B_c, c/0)$

**Q19** - Démarche pour obtenir les deux équations de mouvements

**Q20** - Développement des calculs et linéarisation

**Q21** - Expressions des fonctions de transfert $H_x(p)$ et $H_\theta(p)$

**Q22** - Justification de la forme des courbes. Valeur asymptotique de l'angle et cohérence

**Q23** - Allure de la commande $i(t)$. Validation des critères du cahier des charges

**Q24** - Expression de la matrice $Q$

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

**Q25** - Fonction `calcXetTheta(sol_w, dt)`

```
def calcXetTheta(sol_w,dt):
    N = len(sol_w)
    x = [0]*N
    theta =[0]*N
    theta[0] = ..... # pour respecter les CI sur theta et dtheta
    theta[1] = ..... # pour respecter les CI sur theta et dtheta
    for i in range(2,N):
        dw0 =  ..... #dérivée à gauche en i-1
        dw1 =  ..... #dérivée à gauche en i
        dw2 =  ..... #dérivée seconde en i
        theta[i] = .....
        x[i] = .....
    return x, theta
```

**Q26** - Validation des critères du cahier des charges. Justification de la nécéssite de l'asservissement

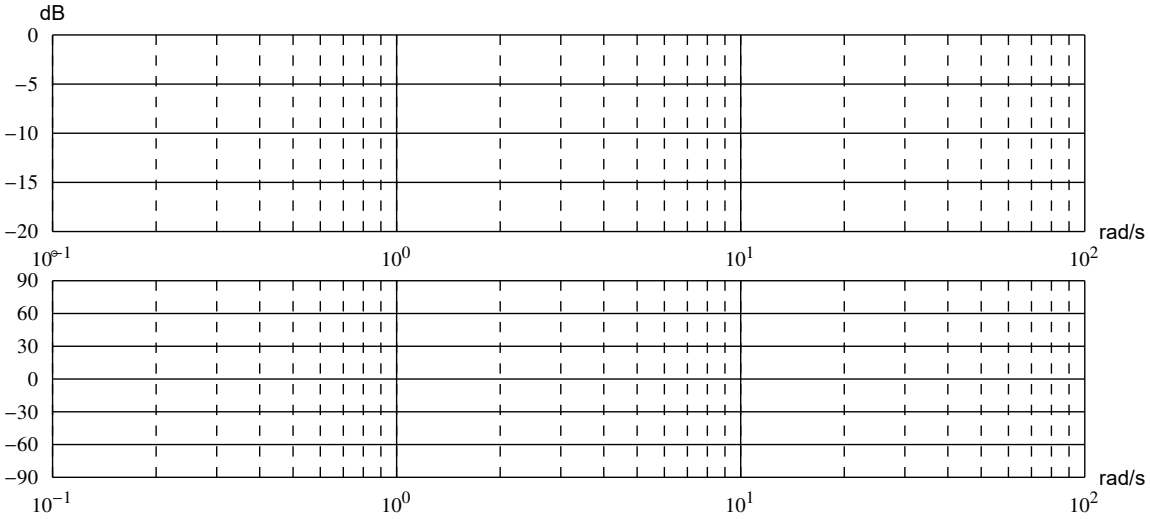
**Q27** - Expression de la FTBO et justification du réglage du correcteur pour vérifier la stabilité

**Q28** - Identification de la forme de $pH_x(p)$. Valeur du gain $K_x$

**Q29** - Erreur statique pour une entrée en échelon et erreur de traînage pour une entrée en rampe

**Q30** - Valeur de $K_p$

**Q31** - Diagrammes de Bode asymptotiques et allure des diagrammes réels de ce filtre




**Q32** - Intérêt de ce filtre sur la consigne ainsi que le choix de $\omega_0$ et de $\frac{\xi_1}{\xi_2} < 1$

**Q33** - Zones de a à f

a :

b :

c :

d :

e :

f :

**Q34** - Amélioration avec filtre. Validation des critères du cahier des charges

**FIN**

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Amplificateur linéaire intégré, stabilité et rétroaction
- Filtrage linéaire
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/e3a/psi