Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2015, filière ECS

Mathématiques II (option S)

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 3, 4, 7 à 9, 15, 18, 20 : algèbre linéaire
- Questions 1, 5, 11, 16, 19 : analyse
- Questions 2, 10, 14, 17 : probabilités
- Questions 6, 12, 13 : fonctions de deux variables

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ecs/2015/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Groupe ISCAE

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2015

MATHEMATIQUES II

DUREE : 3 heures

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté:**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 20 questions totalement indépendantes.

ANNALES CONCOURS 2016
KARBAA MEHDI

141

Question 1 : Soit f la fonction de la variable x définie par :

$$f(x)=\frac{1}{x-1}\int_1^x \frac{t^2}{1+t^8}dt$$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=$

A) 1 ; B) $+\infty$; C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; D) $\frac{1}{2}$; E) Autre réponse

Question 2 : On considère une variable aléatoire X dont l'ensemble de définition est X(Ω) = IN*, et qui vérifie :

$\forall n\in IN^*,\ P(X=n+1)=\frac{\lambda}{n}P(X=n)$. où $\lambda\in IR^{+*}$.

La probabilité $P(X=n)$ est égale :

A) $\frac{2\lambda}{(n-1)!}\ln\lambda$; B) $\frac{\lambda^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\lambda}$; C) $\frac{a^n}{n!}e^{-\frac{\lambda}{2}}$; D) $\frac{e^{-\lambda}}{2}$; E) Autre réponse

Question 3 : Soit la matrice

$$A=\begin{pmatrix}1 & a & a^2 & a^3 & a^4\\ 0 & 1 & a & a^2 & a^3\\ 0 & 0 & 1 & a & a^2\\ 0 & 0 & 0 & 1 & a\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$ où a est un nombre réel.

La matrice A est inversible et son inverse est :

A) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -a & 0 & 0 & 0\\ a & 1 & -a & 0 & 0\\ 0 & a & 1 & -a & 0\\ 0 & 0 & a & 1 & -a\\ 0 & 0 & 0 & a & 1\end{pmatrix}$; B) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -a & 0 & 0 & 0\\ 0 & a & -a & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -a & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

C) $A^{-1}=\begin{pmatrix}a & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & a & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & a & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & a & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & a\end{pmatrix}$; D) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -a & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -a & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -a & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

E) autre réponse

ANNALES CONCOURS 2018
KARBADJ MEHDI

142

Question 4 : Soient les matrices : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} A^k$

Après avoir exprimé A^k en fonction de k, pour tout k de $\mathbb{N}^*$, la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$ est égale à:

A) $\frac{1}{3}(e-1)A$; B) $I+\frac{1}{3}(e^3-1)A$; C) $2I + \frac{e^2}{3}A$; D) $2I - \frac{1}{2}A + A^2$; E) autre réponse

Question 5 : On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \sum_{k=0}^{n} (-2)^k \left(\frac{3k+5}{k!}\right)$$

La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers :

A) $\frac{e}{2}$; B) $\frac{1}{2}$; C) $\frac{\ln 3}{2}$; D) $\frac{3}{e}$; E) Autre réponse

Question 6 : Soit f la fonction de la variable réelle x définie par :
$f(x) = x - \ln(1+x^2)$
Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par :
$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, F(x,y) = f(x+y) - f(x) - f(y)$
F présente un minimum local en:

A) (0,0) et $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B) (0,0) et $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

D) (0,0) et $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ et $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E) Autre réponse

Question 7 : Pour tout réel t, on définit la matrice

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1+\frac{t^2}{2} & -\frac{t^2}{2} & t \\ \frac{t^2}{2} & 1-\frac{t^2}{2} & t \\ t & -t & 1 \end{pmatrix}$$

Pour tout entier naturel n, on a :

$A(t)^n = \alpha_n A(t)^2 + \beta_n A(t) + \gamma_n I$ où I représente la matrice unitaire d'ordre 3 et :

A) $\alpha_n = \frac{n(n+1)}{2}$; $\beta_n = -n(n+2)$; $\gamma_n = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

B) $\alpha_n = \frac{n(n-1)}{2}$; $\beta_n = -n(n-2)$; $\gamma_n = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

C) $\alpha_n = \frac{n(n-1)}{2}$; $\beta_n = -n(n+2)$; $\gamma_n = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

D) $\alpha_n = \frac{n(n+1)}{2}$; $\beta_n = -n(n-2)$; $\gamma_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

143

Question 8 : On considère la matrice d'ordre 2 :

$A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$

Pour tout n entier naturel, la trace de la matrice A^n est :

A) $5-2^n$ B) $1+2^n$ C) $3(2^n-1)$ D) $6-3^n$ E) Autre réponse

Question 9 : Soit E un espace vectoriel muni d'une base $B=(e_1,e_2,e_3)$
Soit f l'endomorphisme de E dont la matrice dans B est :

$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 2\\ 1 & 2 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$

Soit $C=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3)$ une base de E dans laquelle la matrice représentative de f est $D=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$.

Soit P la matrice de passage de B à C.

Après avoir établi la relation liant les matrices A,D,P et P^{-1}, on montre que pour tout entier naturel n, $A^n=$

A) $\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}+3^n\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ -1 & 3 & -2\\ -1 & 3 & -2\end{pmatrix}+2^n\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 2\end{pmatrix}+2^n\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ -1 & 3 & -2\\ -1 & 3 & -2\end{pmatrix}+3^n\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}+2^n\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ -1 & 3 & -2\\ -1 & 3 & -2\end{pmatrix}+3^n\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}+2^n\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 3 & -2\\ -1 & 3 & -2\end{pmatrix}+3^n\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2018
KARBADJ MEHDI

144

Question 10 : La « casablancaise des jeux » lance un nouveau jeu dont le principe est le suivant : une grille à trois lignes numérotées de 1 à 3 et trois colonnes portant les lettres A, B et C est proposée aux joueurs. Après une mise initiale de 20 dirhams, un logiciel place au hasard successivement trois jetons dans trois cases différentes. Si les trois jetons sont alignés, la partie est gagnée et le joueur reçoit 10 fois sa mise. Dans le cas contraire, la partie est perdue.

D'après des statistiques antérieures, la société opère en moyenne 6300 relances par jour de ce jeu.

La société peut espérer un gain journalier en dirhams de :

A) 2100 B) 6000 C) 8400 D) 1900 E) Autre réponse

Question 11 : Soient a et b deux réels quelconques avec $a\neq 0$, et f la fonction de la variable réelle définie par $f(x)=ax^3\ln(1+\frac{1}{x^2})+bx$. Un équivalent de $f(x)-(a+b)x$ quand $x\to+\infty$ est:

A) $-ax$ B) $\frac{-a}{x}$ C) $\frac{-a}{2x}$ D) $\frac{-1}{x}$ E) Autre réponse

Question 12 : On considère la fonction:

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$$
$$(x,y)\mapsto 4\ln(1+x^2+y^2)-x-y$$

et soit E la partie de $\mathbb{R}^2$ définie par : $E=\{a\in\mathbb{R}^2; f \text{ admet en } a \text{ un extremum local}\}$.

E=

A) $\varnothing$ B) $\left\{(\frac{4+\sqrt{14}}{2};\frac{4+\sqrt{14}}{2})\right\}$ C) $\left\{(\frac{4-\sqrt{14}}{2};\frac{4-\sqrt{14}}{2})\right\}$

D) $\left\{(\frac{4-\sqrt{14}}{2};\frac{4-\sqrt{14}}{2}),(\frac{4+\sqrt{14}}{2};\frac{4+\sqrt{14}}{2})\right\}$ E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

Question 13 : On considère la fonction:

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$$
$$(x,y)\mapsto y^2+xye^{-x^2}$$

et soit E la partie de $\mathbb{R}^2$ définie par : $E=\{a\in\mathbb{R}^2; f \text{ admet en } a \text{ un extremum local}\}$.

E=

A) $\left\{(0;0),(\frac{-1}{\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2e}}),(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{-1}{2\sqrt{2e}})\right\}$ B) $\left\{(0;0),(\frac{-1}{\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2e}})\right\}$

C) $\left\{(\frac{-1}{\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2e}})\right\}$ D) $\left\{(\frac{-1}{\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2e}}),(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{-1}{2\sqrt{2e}})\right\}$ E) Autre réponse

où e désigne la base du logarithme népérien.

145

Question 14 : Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\alpha > 0$.

La valeur de α pour laquelle la probabilité $\varphi(\alpha) = P(1 \leq X \leq 2)$ est maximale, est égale à:

A) $\frac{2}{5}$; B) $\ln 2$; C) $\frac{3}{5}$; D) $\frac{1+\ln 2}{2}$; E) Autre réponse

Question 15 : Soit $E=\mathbb{R}^5$ l'espace vectoriel euclidien muni de son produit scalaire canonique.

On désigne par λ et μ deux nombres réels quelconques distincts et par φ l'endomorphisme de E ayant les caractéristiques suivantes:

$$\begin{cases} -\text{Le spectre de } \varphi \text{ est } \{\lambda,\mu\}; \\ -\text{Le sous espace vectoriel propre de } \varphi \text{ associé à } \lambda \text{ est} \\ H=\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \in E;\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 0\}; \\ -\text{Et le sous espace vectoriel propre de } \varphi \text{ associé à } \mu \text{ est} \\ H^{\perp}(\text{sous espace vectoriel orthogonal à H}). \end{cases}$$

On pose $\vec{u} = (5,5,5,5,5)$; $\varphi(\vec{u}) =$

A) $(6\lambda - \mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu)$

B) $(7\lambda - 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu)$

C) $(8\lambda - 3\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu; 3\lambda + 2\mu)$

D) $(8\lambda - 3\mu; 2\lambda + 3\mu; 2\lambda + 3\mu; 2\lambda + 3\mu; 2\lambda + 3\mu)$

E) Autre réponse

Question 16 : On considère la série de terme général $u_n = \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{n(n+3)}\right]$.

Cette série est convergente de somme:

A) $\frac{\ln 2}{2}$ *B)* $\ln 5$ *C)* e^3 *D)* $\ln 3$ *E) Autre réponse*

Question 17 : Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant la même loi géométrique de paramètre s. La probabilité de l'événement [X = Y] est égale à:

A) $1-s$ *B)* $\frac{s}{2-s}$ *C)* $\frac{1}{1-s}$ *D)* $\frac{3s}{7-5s}$ *E) Autre réponse*

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

146

Question 18 :

Soit la matrice $K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

On note E l'espace vectoriel des matrices carrées M d'ordre 3 à coefficients réels vérifiant :
$MK = KM = M$
La dimension de E est alors égale à:

A) 4 B) 2 C) 3 D) 1 E) Autre réponse

Question 19 :

On considère la suite $(t_n)_{n\in N}$ définie par :

$$\begin{cases} t_0 = 0 \\ \forall n \in N,\ t_{n+1} = \dfrac{1+t_n^2}{2} \end{cases}$$

On admettra que la suite $(t_n)_{n\in N}$ converge vers 1 .

Pour tout entier naturel n , on pose : $w_n = 1 - t_n$

Après avoir exprimé $w_k - w_{k+1}$ en fonction de w_k , pour tout entier naturel k , on déduit que la série de terme général w_n^2 est convergente de somme :

A) 1 B) 0 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) Autre réponse

Question 20 :

Soit f un endomorphisme de R^4 de matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 9 \\ 2 & 1 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ dans la base canonique

On pose : $u_1 = (-13, -37, 3, 1)$, $u_2 = (1, -1, 0, 0)$, $u_3 = (1, 2, 0, 0)$ et $u_4 = (-7, 1, -5, 5)$
$F = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ est une base de R^4 .
La matrice de f dans la base F est :

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

147

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECS chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Compléments d'algèbre linéaire
- Éléments propres et réduction
- Algèbre bilinéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ecs