Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2017, filière ECS

Mathématiques II (option S)

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1 à 3, 8, 9, 16, 19 : analyse
- Questions 5, 7, 12, 20 : algèbre linéaire
- Questions 6, 10, 11, 14, 17, 18 : probabilités et dénombrement
- Questions 4, 13, 15 : fonctions

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ecs/2017/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Groupe ISCAE

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2017

MATHEMATIQUES II

DUREE : 3 heures

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté:**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 20 questions totalement indépendantes.

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

155

Question 1 : Soient $(a,b,r_1,r_2)\in\mathbb{R}^*\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}^*\times\mathbb{R}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $(u_0, u_1)=(a,b)$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$ par $u_{2n+2}=r_1u_{2n}$ et $u_{2n+3}=r_2u_{2n+1}$. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique si et seulement si

A) $\begin{cases} r_2=r_1\succ 0 \\ \text{et } b=a\sqrt{r_1}\end{cases}$ B) $\begin{cases} r_2=r_1\succ 0 \\ \text{et } b=-a\sqrt{r_1}\end{cases}$ C) $\begin{cases} r_2=r_1\succ 0 \\ \text{et } b^2=a^2r_1\end{cases}$ D) $\begin{cases} r_2=r_1 \\ \text{et } b=ar_1\end{cases}$ E) Autre Réponse

Question 2 : Soit $(a,b,r_1,r_2)\in\mathbb{R}^4$ où on suppose que $r_1\neq 1$ et $r_2\neq 1$. On désigne par $U=(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $(u_0, u_1)=(a,b)$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$ par $u_{2n+2}=r_1u_{2n}$ et $u_{2n+3}=r_2u_{2n+1}$. Pour $n\in\mathbb{N}$, on note S_n la somme des (n+1) premiers termes de la suite U : $S_n=\sum_{p=0}^{n}u_p$.

Pour chaque $n\in\mathbb{N}$, $a(1-r_2)+b(1-r_1)-(1-r_1)(1-r_2)S_{2n}=$

A) $a(1-r_2)r_1^n+b(1-r_1)r_2^{n+1}$ B) $a(1-r_2)r_1^{n+1}+b(1-r_1)r_2^n$ C) $a(1-r_1)r_1^{n+1}+b(1-r_2)r_2^n$

D) $a(1-r_1)r_1^n+b(1-r_2)r_2^n$ E) Autre Réponse

Indication : On pourra considérer les sommes partielles des deux sous suites $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de U définies par : $(\forall n\in\mathbb{N})\ v_n=u_{2n}$ et $w_n=u_{2n+1}$.

Question 3 : Soit f la fonction de la variable réelle x définie par $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$.

Un équivalent de $f(x)$ quand $x\to-\infty$ est :

A) $\frac{1}{2}x$ B) $-\frac{1}{2}x$ C) $\frac{1}{2x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) Autre Réponse

Question 4 : Soit la fonction

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$$
$$(x,y)\mapsto x^3+xy+y^3$$

L'ensemble des points de $\mathbb{R}^2$ où f admet un extrémum relatif est :

A) $\emptyset$ B) $\{(0;0)\}$ C) $\left\{(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3})\right\}$ D) $\left\{(0;0),(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3})\right\}$ E) Autre Réponse

Question 5 : On considère le $\mathbb{R}$-espace vectoriel $E=\mathbb{R}^4$ muni de sa structure euclidienne canonique, et on désigne par :

- I l'application identique sur E ;
- H le sous espace vectoriel de E défini par $\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in E; x_1+x_2+x_3+x_4=0\}$;
- et $H^\perp$ le sous espace vectoriel de E orthogonal à H.

On note f l'endomorphisme sur E définie par : $\mathrm{Ker}(f-I)=H$ et $\mathrm{Ker}(f+I)=H^\perp$.
Soit M la matrice de f dans la base canonique de E.
La matrice inverse de M, M^{-1} est :

A) $2\begin{bmatrix}1&-1&-1&-1\\-1&1&-1&-1\\-1&-1&1&-1\\-1&-1&-1&1\end{bmatrix}$ B) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&-1&-1&-1\\-1&1&-1&-1\\-1&-1&1&-1\\-1&-1&-1&1\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}1&-1&-1&-1\\-1&1&-1&-1\\-1&-1&1&-1\\-1&-1&-1&1\end{bmatrix}$ D) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1&1&1&1\\1&-1&1&1\\1&1&-1&1\\1&1&1&-1\end{bmatrix}$

E) Autre Réponse

ANNALES CONCOURS 2016
KABBADJ MEHDI

156

Question 6 : Soit X une variable aléatoire discrète telle que :
$X(\Omega)=N^*$ *et* $\exists s\in]0,1[$ *tel que* $\forall n\in N^*,\ p((X=n))=s\,p((X\geq n))$.
L'espérance mathématique de X est alors égale à :

A) $\frac{1-s}{s}$ *B)* $\frac{1}{s}$ *C)* $\frac{s}{1-s}$ *D)* s *E) Autre réponse*

Question 7 : Soit $\mathbb{R}_2[X]$ l'espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à 2 , à coefficients réels . Soit f l'endomorphisme de $R_2[X]$ qui à un polynôme P associe Q tel que :
$\forall x\in\mathbb{R},\ Q(x)=P(2x+1)-2x\,P'(1-x)$, où P ' est le polynôme dérivée de P .
La dimension du noyau de f est égale à :

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Autre réponse

Question 8 : On considère la fonction H définie sur [0 ; +∞ [par :

$$H(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\ln(1+x)} & si\ x\succ 0\\ 1 & si\ x=0\end{cases}$$

Un équivalent de la dérivée H'(x) lorsque x tend vers 0 est :

A) $-\frac{1}{3}$ *B)* $\frac{1}{2}$ *C)* $\frac{3}{4}$ *D)* $\frac{1}{5}$ *E) Autre réponse*

Question 9 : Soit $c_n=\sum_{k=0}^{n}u_k\,v_{n-k}$, (n ∈ N) , où λ *et* μ sont deux réels fixés et où , pour tout entier naturel k , on a posé $u_k=\frac{\lambda^k}{k!}$ *et* $v_k=\frac{\mu^k}{k!}$.
La série de terme général c_n converge vers :

A) $\frac{1}{2}(\lambda+\mu)$ *B)* $e^{\lambda+\mu}$ *C)* $\frac{\lambda+\mu}{e^2}$ *D)* $\frac{(\lambda+\mu)^2}{3}$ *E) Autre réponse*

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

157

Question 10 : Un immeuble est constitué de 3 étages . Dans le hall de l'immeuble , on peut accéder à un ascenseur qui distribue chaque étage et 5 personnes montent ensemble dans l'ascenseur .
On suppose que chacune d'elles souhaite monter à l'un des trois étages de manière èquiprobable et indépendamment des 4 autres . On suppose également que l'ascenseur dessert les étages demandés dans l'ordre et qu'il ne revient pas en arrière .
On note X_1 la variable aléatoire égale au nombre de personnes s'arrêtant à l'étage numéro 1 , X_2 la variable aléatoire égale au nombre de personnes s'arrêtant à l'étage numéro 2 et X_3 la variable aléatoire égale au nombre de personnes s'arrêtant à l'étage numéro 3 .
La probabilité que l'ascenseur ne s'arrête qu'une fois est égale à :

A) $\frac{1}{81}$ *B)* $\frac{9}{10}$ *C)* $\frac{3}{5}$ *D)* $\frac{1}{342}$ *E) Autre réponse*

Question 11 : On considère la variable aléatoire X dont la densité de probabilité f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\begin{cases} 0 & si\ x<1 \\ 1-\frac{1}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) & si\ x\geq 1 \end{cases}$$

Soit Y la variable aléatoire définie par $Y=\frac{1}{X}$. La fonction de répartition de Y est définie par :

A) $F_Y(x)=\begin{cases} 0 & si\quad x<1 \\ 1-\frac{1}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) & si\quad x\geq 1 \end{cases}$ B) $F_Y(x)=\begin{cases} 0 & si\quad x<1 \\ 1-\frac{1}{(\ln 2)^2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) & si\quad x\geq 1 \end{cases}$

C) $F_Y(x)=\begin{cases} 0 & si\quad x<1 \\ 1-\frac{1}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) & si\quad x\geq 1 \end{cases}$ D) $F_Y(x)=\begin{cases} 0 & si\quad x<1 \\ 1-\frac{1}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^2 & si\quad x\geq 1 \end{cases}$

E) Autre réponse

Question 12 : Soit u un endomorphisme non nul de $\mathbb{R}^4$ de rang 2 tel que : $u^2=0$
Soit (e_1, e_2) une base de Ker u. Soient e_3 et e_4 deux vecteurs tels que : $e_1=u(e_3)$ et $e_2=u(e_4)$. (e_1,e_2,e_3,e_4) constitue une base de $\mathbb{R}^4$ et la matrice U de u dans cette base est :

A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ E) Autre réponse

ANNALES COURS 20
KABBAJ MED

158

Question13 : On considère le triangle T de $\mathbb{R}^2$ défini par les contraintes :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 1 \end{cases}$$

Soit f la fonction définie sur le triangle T par : $f(x,y) = x^4 y^2 (1-x-y)^3$

Soit M le maximum des valeurs prises par f sur T. M est atteint pour les points de coordonnées :

A) $\left(\frac{5}{9},\frac{4}{9}\right)$ B) $\left(\frac{4}{9},\frac{5}{9}\right)$ C) $\left(\frac{1}{9},\frac{2}{9}\right)$ D) $\left(\frac{1}{9},\frac{4}{9}\right)$ E) Autre réponse

Question 14 : Soit E un ensemble fini comportant 6 éléments. Le nombre de couples de parties (A,B) de E vérifiant $A \cup B = E$ est égal à :

A) $\binom{6}{2}$ B) 6^2 C) 2^6 D) 6^3 E) Autre réponse

Question 15 : Pour tout entier naturel n, soit f_n la fonction de la variable réelle x définie par :

$$f_n(x) = \frac{1}{1+e^x} + nx$$

La courbe représentative de f_n admet un seul point d'inflexion A_n d'abscisse :

A) 0 B) e C) ne D) e^{-1} E) Autre réponse

Question 16 : On pose, pour tout $n \in IN$, $I_n = \frac{1}{n!}\int_0^1 (1-x)^n e^x dx$.

A l'aide d'une intégration par partie, montrer que I_n est égal à :

A) $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ B) $e - \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ C) $e - 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!}$ D) $e + \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!}$ E) Autre réponse

Question 17 : Un candidat répond à un QCM (Questions à choix multiple) constitué de 20 questions ; pour chacune d'elles, 5 réponses sont possibles. Le candidat doit choisir une réponse au hasard pour toutes les questions. On note X la variable aléatoire égale au nombre de bonnes réponses.
Chaque bonne réponse rapporte deux points tandis qu'une mauvaise réponse retire un demi- point.

Quelle note le candidat peut-il espérer en moyenne ?

A) 10 B) 5 C) -5 D) -10 E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2018
KABBADJ MEHDI

159

Question 18 : Soit X une variable aléatoire dont la densité de probabilité est la fonction f définie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x^3} & si\ x \geq 1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

On considère la variable Y définie par $Y = \ln(X)$. L'espérance mathématique de Y est égale à :

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) Autre réponse

Question 19 : Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \int_0^x t^n e^{-t} dt$.

$\lim_{x \to +\infty} f(x)$ est égale à :

A) 1 B) 0 C) ln (2n)! D) n ! E) Autre réponse

Question 20 : Soit F le sous-espace vectoriel de IR^4 engendré par les vecteurs u = (1, 2, −5, 3) et v = (2, −1, 4, 7). Déterminer les réels λ et μ tels que (λ, μ, −37, −3) appartienne à F.

A) λ = − 5 /47 et μ = 620 /47 B) λ = − 4 /43 et μ = 62 /45

C) λ = 0 et μ = 1 /4 D) λ = − 5 /4 et μ = 2 /47 E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2016
KABBADJ MEHDI

160

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECS chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Logique, ensembles et applications
- Polynômes
- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Compléments d'algèbre linéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ecs