Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2021, filière ECS

Mathématiques II (option S)

Durée : 2 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 2, 10, 12, 13 : algèbre
- Questions 3, 5, 6, 11 : probabilités
- Questions 4, 8, 9, 14 : analyse
- Question 7 : fonctions de deux variables

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ecs/2021/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2021

MATHEMATIQUES II

DUREE : 2 heures

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 14 questions totalement indépendantes.

Question 1 :

Soit E un **R**-espace vectoriel de dimension finie. Soit $\| \ \|$ une norme sur E vérifiant l'identité du parallélogramme , c'est-à-dire :

$\forall (x,y) \in E^2 \quad , \|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\,(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

On définit sur E^2 une application f par :

$\forall (x,y) \in E^2 \quad , \quad f(x,y) = \frac{1}{4}\,(\|x+y\|^2 - \|x-y\|^2)$

Pour tout (x , y , z) de E^3 , on a :

f (x+z , y) + f (x-z , y) =

A) $\frac{1}{2} f(x,y)$ *B)* $4 f(x,y)$ *C)* $2 f(x,y)$ *D)* $\frac{1}{4} f(x,y)$ E) Autre réponse

Question 2 :

Soit f l'endomorphisme de $R_2[X]$ défini par :

f (P) = - P''(1) + 2 P'(1).(X – 1) – 2 P(1).(X-1)²

On pose : $Q_1 = 1$, $Q_2 = X - 1$ *et* $Q_3 = \frac{1}{2}(X-1)^2$

$B = (Q_1, Q_2, Q_3)$ *est une base de* $R_2[X]$

La matrice de f dans B est :

A) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ *B)* $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ *C)* $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ *D)* $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

E) Autre réponse

Question 3 :

On lance une pièce de monnaie équilibrée n fois de suite de manière indépendante et on s'intéresse à l'événement E_n : « au cours des n lancers , deux Pile successifs n'apparaissent pas » . On note pour tout $n \in N^*$, p_n la probabilité de E_n .

Une relation entre p_n , p_{n-1} et p_{n-2} pour tout $n \geq 3$ est de la forme :

$p_n = \alpha\ p_{n-1} + \beta\ p_{n-2}$, avec :

A) $\alpha = 1$ *et* $\beta = \frac{1}{2}$ *B)* $\alpha = \frac{1}{4}$ *et* $\beta = 1$ *C)* $\alpha = \frac{1}{4}$ *et* $\beta = \frac{3}{2}$

D) $\alpha = \frac{1}{2}$ *et* $\beta = \frac{1}{4}$ *E) Autre réponse*

Question 4 :

Pour tout $n \geq 1$, on pose :

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots\ldots + \frac{1}{2n}$$

La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente . Sa limite , lorsque n tend vers $+\infty$, est alors égale à :

A) $\ln 2$ *B)* 0 *C)* e^2 *D)* $\ln\sqrt{2}$ *E) Autre réponse*

Indication : on pourra utiliser les sommes de Riemann

Question 5 :

Un livre contient 4 erreurs, numérotées de 1 à 4, et est relu par une suite de relecteurs pour correction. A chaque relecture, chaque erreur est corrigée avec une probabilité 1/3. Les erreurs sont corrigées de manière indépendante les unes des autres, et les relectures sont indépendantes les unes des autres.
La probabilité que le livre soit entièrement corrigé à l'issue de la nième lecture est :

A) $\left(\frac{1}{3}\right)^{4n}$ B) $\left(1-\frac{2^n}{3^n}\right)^4$ C) $4\left(\frac{2}{3}\right)^n$ D) $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ E) Autre réponse

Question 6 :

Une information est transmise à l'intérieur d'une population. L'information reçue d'une personne est transmise telle quelle à la personne suivante avec une probabilité p avec $p \in]0,1[$. L'information reçue d'une personne est transmise de façon contraire à la personne suivante avec la probabilité (1-p). On note p_n la probabilité que l'information soit correcte après n transmissions.
Après avoir exprimé une relation de récurrence entre p_{n+1} et p_n puis défini une suite arithmético-géométrique u_n en fonction de p_n, on montre que $\lim_{n\to+\infty} p_n =$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) Autre réponse

Question 7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\times]0,+\infty[$ par : $f(x,y) = y(x^2 + (\ln y)^2)$
f présente un minimum global aux points :
A) (0,-2) B) (0,1) C) (1,0) et (0,1) D) (0,1) et (0,-2) E) Autre réponse

Question 8 :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\int_0^{+\infty}\frac{dx}{x^n+e^x}\right)=$$

A) $1-e^{-1}$ B) 0 C) 1 D) e^{-1} E) Autre réponse

Question 9 :

suite $(u_n)_{n\in IN^*}$ définie par :

$$\forall n\in IN^*,\ u_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k}=\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2}+\ldots+\frac{n}{n^2+n}$$

$lim\ u_n$ est égale à :
$n\to+\infty$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $+\infty$ D) 1 E) Autre réponse

Question 10 :

Soient A et J les matrices :

$$A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix} \quad ; \quad J=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$A = J + 2I$ où I étant la matrice identité.

Après avoir exprimé J^n en fonction de n, pour tout $n \in IN^*$, montrer que A^n est égale à :

A) $2^n I + \left(\frac{4^n - 2^n}{2}\right) J$ B) $2^n I + \left(\frac{4^n + 2^n}{2}\right) J$

C) $4^n I + \left(\frac{4^n - 2^n}{4}\right) J$ D) $\frac{1}{4} I + \left(\frac{1}{2^n} + 4^n\right) J$ E) Autre réponse

Question 11:

Soit T une variable aléatoire, désignant la durée de vie (en année) d'un appareil A. Sa densité de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & si \ x \succ 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \lambda \in IR+^*$$

La durée de vie moyenne (en année) de cet appareil est égale à :

A/ $\frac{\lambda}{2}$ B/ 3 C/ 2,5 D/ $\frac{1}{\lambda}$ E/ Autre réponse

Question 12 :

On désigne par E l'espace vectoriel des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels. On définit la trace d'une matrice carrée par la somme de ses termes diagonaux : si A est un élément de E, on la notera tr(A).

On note ${}^tA$ la matrice transposée d'un élément A de E. E est muni du produit scalaire ϕ défini par :

$$\begin{vmatrix} E \times E \to \mathbb{R} \\ (A,B) \to \phi(A,B) = \text{tr}({}^tA B) \end{vmatrix}$$

. On désigne par I la matrice unité de E et par J la matrice $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ et on note

F le sous espace vectoriel engendré par J. Soit K la projection ϕ-orthogonale de I sur le sous-espace vectoriel ϕ-orthogonal à F. Le produit matriciel $K\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$ est égal à :

A) $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ 0\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ 0\\ -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ 0\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ 0\\ -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ E) Autre Réponse

Question 13 :

On pose $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, et on désigne par E l'espace vectoriel réel des matrices carrées réelles d'ordre 2. On considère l'endomorphisme f de E défini par : $\begin{array}{l} E \to E \\ M \to f(M) = MA - AM \end{array}$

On désigne par S le spectre de f. Si $S \neq \varnothing$, et si $\lambda \in S$, E_λ désignera le sous-espace vectoriel propre associé à λ.

Alors S et les dimensions des sous-espaces propres de f sont :

A) $S = \{0\}$ et $\dim(E_0) = 2$

B) $S = \{-2, 0, 2\}$ et $(\dim(E_{-2}), \dim(E_0), \dim(E_2)) = (1,1,1)$

C) $S = \{-2, 2\}$ et $(\dim(E_{-2}), \dim(E_2)) = (2,2)$

D) $S = \{-2, 0, 2\}$ et $(\dim(E_{-2}), \dim(E_0), \dim(E_2)) = (1,2,1)$

E) Autre Réponse

Question 14 :

Pour n entier supérieur ou égal à 2, on considère le polynôme de $\mathbb{R}[X]$ $P_n = X^n - nX + 1$.

P_n admet exactement une unique racine, notée x_n, dans l'intervalle $]0\,;1]$ de $\mathbb{R}$.

Un équivalent de x_n quand $n \to +\infty$ est :

A) $\frac{1}{n^n}$ B) $\frac{1}{n}$ C) $\frac{1}{n^2}$ D) $\frac{1}{n\mathrm{Log}n}$ E) Autre réponse

Indication : on pourra commencer par étudier la monotonie et la convergence de la suite $(x_n)_{n\geq 2}$.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECS chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Polynômes
- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Compléments d'algèbre linéaire
- Éléments propres et réduction
- Algèbre bilinéaire

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ecs