Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2023, filière ECS

Mathématiques II (option S)

Durée : 2 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 9, 10 : algèbre linéaire
- Questions 2, 3, 5, 7, 8, 11 à 13 : analyse
- Questions 4, 6, 14 : probabilités

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ecs/2023/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2023

MATHEMATIQUES II

DUREE : **2 heures**

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 14 questions totalement indépendantes.

Question 1 : Soit E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ de dimension 3 ; et $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ une base de E On désigne par f l'endomorphisme défini par : $x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k} \to x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}$

Avec $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}(x-y+z) \\ y' = \frac{1}{2}(-x+y+z) \\ z' = z \end{cases}$

Le noyau de f est :

A) Un plan vectoriel B) Une droite vectorielle d'équation $\begin{cases} x = y \\ z = 1 \end{cases}$ C) Une droite vectorielle d'équation $\begin{cases} x = y \\ z = 0 \end{cases}$ D) Une droite vectorielle d'équation $\begin{cases} x = -y \\ z = 0 \end{cases}$

E) Autre réponse

Question 2 : Soit $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ continue telle que, pour tout $x\in[a,b]$, on a : $f(a+b-x)=f(x)$

$\int_a^b x f(x)dx =$

A) $\frac{a}{b}\int_a^b f(x)dx$ B) $\frac{a+b}{2}\int_a^b f(x)dx$ C) $\frac{a}{2}\int_a^b f(x)dx+b$ D) $a\int_a^b f(x)dx+b$ E) Autre réponse

Question 3 : L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation : $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ est

A) $\{1\}$ B) $\{2\}$ C) $\{1,2\}$ D) $\{2\}$ E) Autre réponse

Question 4 : On joue à pile ou face avec une pièce non équilibrée. A chaque lancer, la probabilité d'obtenir pile est $\frac{2}{3}$. Les lancers sont supposés indépendants. On note X la variable aléatoire réelle égale au nombre de lancers nécessaires pour obtenir, pour la première fois, deux « Pile » consécutifs.

L'espérance mathématique de X est :

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{12}{9}$ D) $\frac{15}{4}$ E) Autre réponse

Indication : Soit p_n la probabilité p(X=n). On commencera par établir une relation de récurrence entre p_n, p_{n-1} et p_{n-2} pour tout $n\geq 4$

Question 5 : $\lim_{n\to+\infty}(\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^n+e^x}) =$

A) $1+e^{-1}$ B) $1-e^{-1}$ C) $2-e^{-1}$ D) $2e^{-1}$ E) Autre réponse

Question 6 : On lance n fois (où $n \geq 2$) une pièce équilibrée , et on considère les événements :

- A : « on obtient au plus une fois Pile » ,
- B : « les résultats des différents lancers ne sont pas tous identiques »

Les événements A et B sont indépendants si , et seulement si , :

A) n=2 B) n=3 C) n=4 D) n=10 E) Autre réponse

Question 7 : Après avoir trouvé un équivalent simple de $x \mapsto \cos(x) - 1$ et $u \mapsto \ln(1+u)$ au voisinage de 0 , en déduire qu'un équivalent au voisinage de $+\infty$ de $n \ln(\cos(n^{-\frac{1}{4}}))$ est :

A) $\frac{3}{n^{\frac{1}{3}}}$ *B)* $-\frac{1}{6n^2}$ *C)* $-\frac{4}{\sqrt{n}}$ *D)* $-\frac{1}{2}\sqrt{n}$ *E) Autre réponse*

Question 8 : $\lim_{x\to+\infty} [\sqrt[3]{x^3+3x^2} + \sqrt[3]{x^3-x^2+1} - 2x] =$

A) 0 *B)* $+\infty$ *C)* $\frac{1}{2}$ *D)* $\frac{2}{3}$ *E) Autre réponse*

Question 9 : Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes sur (Ω , A , P) suivant la loi géométrique $G(p)$, où $p \in]0,1[$.

La probabilité que la matrice $\begin{pmatrix} X & 0 \\ X+Y & Y \end{pmatrix}$ soit diagonalisable est :

A) $\frac{2p}{1-p}$ *B)* $\frac{1-p}{1+p}$ *C)* $2.\frac{1-p}{2-p}$ *D)* $\frac{1-p}{3-p}$ *E) Autre réponse*

Question 10 : Soit $B=(e_1,e_2,e_3)$ une base de R^3 , et soit f un endomorphisme de R^3 tel que la matrice associée à f relativement à la base B est $A=\begin{pmatrix}-1 & 13 & -16\\ 0 & 7 & -10\\ 0 & 5 & -7\end{pmatrix}$.

$B'=(e_1\,,\,5e_1+3e_2+2e_3\,,\,2e_1+e_2+e_3)$ est une base de R^3 .

La matrice de f dans la base B' est alors égale à :

$A)\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$ $B)\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$ $C)\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$ $D)\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

E) Autre réponse

Question 11 : Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on pose $S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{n^2}{n^3+k^2}$

$\lim_{n\to\infty} S_n =$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) Autre réponse

Question 12 : Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on pose $u_n=\prod_{k=1}^{n}(1+\frac{k}{n^2})$

$\lim_{n\to\infty} u_n =$

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\sqrt{e}$ D) e E) Autre réponse

Indication : on remarquera que $(\forall x\in\mathbb{R}_+)\ 1-x\le\frac{1}{1+x}\le 1$ et on pourra utiliser le résultat suivant :

$$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

Question 13 : Soient $a \in \mathbb{R}\backslash\{-1\ ;0\ ;1\}$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $u_0 = a$ et $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$;

on remarquera que la suite est parfaitement définie. Un nombre réel sera par définition un point stationnaire de la suite s'il est atteint par une infinité d'indices. On note S l'ensemble des points stationnaires de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

S=

A) $\varnothing$ B) $\left\{a; \dfrac{a-1}{a+1}\right\}$ C) $\left\{a; \dfrac{a+1}{1-a}; \dfrac{a-1}{a+1}; \dfrac{-1}{a}\right\}$ D) $\left\{a; \dfrac{a-1}{a+1}; \dfrac{-1}{a}; \dfrac{a+1}{a-1}\right\}$ E) Autre réponse

Indication : On pourra considérer la fonction de la variable complexe z définie par $f(z) = \dfrac{z-1}{z+1}$ qui induit une bijection de $\mathbb{C}\backslash\{-1\}$ sur $\mathbb{C}\backslash\{1\}$. On constatera que l'équation $f(z)=z$ admet deux solutions distinctes α et β (nombres complexes classiques conjugués de module 1). Par la suite, on définira la fonction $g(z) = \dfrac{z-\alpha}{z-\beta}$, et on remarquera qu'il existe un nombre complexe simple q de module 1 tel que $g \circ f(z) = qg(z)$. On pourra en déduire une expression simple en fonction de n de la suite $v_n = g(u_n)$, ce qui permettra de trouver l'expression de u_n en fonction de n et de a.

Question 14 : Dans le lancer de trois pièces de monnaie, la probabilité d'apparition de « pile » est égale à celle de « face ». On lance successivement ces trois pièces : X et Y désignent respectivement le nombre de faces apparues sur les deux premières et le nombre de piles apparues sur les deux dernières.

Le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y est égal à :

A) $-\dfrac{1}{4}$ B) $-\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{1}{4}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) Autre réponse

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECS chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Compléments d'algèbre linéaire
- Éléments propres et réduction

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ecs