Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2025, filière ECS

Mathématiques II (option S)

Durée : 2 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 2, 9, 13, 14 : probabilités
- Question 3 : Python
- Questions 4, 6, 10 : fonctions de plusieurs variables
- Questions 5, 7, 8 : analyse
- Questions 11, 12 : algèbre bilinéaire

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ecs/2025/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2025

MATHEMATIQUES II

DUREE : 2 heures

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 14 questions totalement indépendantes.

Question 1 : On lance successivement quatre pièces équilibrées.
On note :

- X : le nombre de "Pile" obtenus parmi les deux premières pièces,
- Y : le nombre de "Face" obtenus parmi les deux dernières pièces.

Le coefficient de corrélation linéaire $\rho(X,Y)$ est égal à :

A) $-\frac{1}{4}$ B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) Autre réponse

Question 2 : On tire avec remise un dé équilibré jusqu'à obtenir deux fois de suite un « 6 ».
Soit X la variable aléatoire représentant le nombre total de lancers nécessaires.
L'espérance mathématique de X vaut :

A) 42 B) 36 C) 30 D)21 E) Autre réponse

Question 3 : Quel sera le résultat de l'exécution du code suivant ?

```
x = -3
y = 0
z = 5
if x > 0:
    if y > 0:
        print("A")
    elif z > 0:
        print("B")
    else:
        print("C")
elif y == 0:
    if z < 0:
        print("D")
    else:
        print("E")
else:
    print("F")
```

A) A B) B C) E D) F E) Autre réponse

Question 4 : Soit la fonction $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ définie sur $\mathbb{R}^2$.
La fonction admet un :
A) un minimum global en (0,0)
B) un maximum global en (0,0)
C) un maximum global en tout point de cercle de centre (0,0) et rayon 1
D) un minimum global en tout point de cercle de centre (0,0) et rayon 1
E) Autre réponse

Question 5 : Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on définit :

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n+i}$$

La suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers

A) $\ln 2$ B) $\frac{1}{2}\ln 2$ C) 1 D) $\frac{1}{3}\ln 2$ E) Autre réponse

Question 6 : On s'intéresse à la fonction suivante : $f(x,y) = x.e^y + y.e^x$ définie sur $\mathbb{R}^2$. On peut affirmer que :

A) f possède 2 points critiques où elle atteint son minimum et son maximum

B) f possède 1 un seul point critique où elle atteint son minimum

C) $(-1,-1)$ est le seul point critique de f

D) (1,1) est le seul point critique de f

E) Autre réponse

Question 7 : On s'intéresse à l'intégrale suivante $I = \int_0^1 t^k \ln(t)^k dt$ où k est un entier positif. On peut affirmer que I :

A) Est divergente

B) Est convergente et égale à $2.\ln(2)$

C) Est convergente et égale à $\frac{(-1)^k}{(k+1)^{k+1}} k!$

D) Est convergente et égale à $\frac{(-1)^k}{(k)^k} k!$

E) Autre réponse

Indication : on pourra faire le changement de variable $x = -(k+1).\ln(t)$

Question 8 : Pour un entier $n \geq 1$, soit $u_n = \frac{(-1)^{n+1}.n}{4n^2-1}$. On peut affirmer que :

A) La série de terme général u_n diverge

B) La série de terme général u_n converge et sa somme vaut $\frac{1}{2}$

C) La série de terme général u_n converge et sa somme vaut $\frac{1}{3}$

D) La série de terme général u_n converge et sa somme vaut $\frac{1}{4}$

E) Autre réponse

Indication : on pourra déterminer a et b tels que $\frac{k}{4.k^2-1} = \frac{a}{2k+1} + \frac{b}{2k-1}$

Question 9 : Un concierge possède 10 clés sur son trousseau. Lorsqu'il souhaite ouvrir une porte, il choisit une clé au hasard dans son trousseau jusqu'à obtenir la bonne. Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de clés à essayer par le concierge pour ouvrir une porte. Le concierge essaie les clés sans remise s'il est sobre et avec remise s'il est ivre. Le concierge est ivre un jour sur 3. On peut affirmer que :

$A)\ E(X) = 5$ $B)\ E(X) = 7$ $C)\ E(X) = 9$ $D)\ E(X) = 11$ E) Autre réponse

Question 10 : On s'intéresse à la suivante : $f(x,y,z) = (x+z^2).e^{x.(y^2+z^2+1)}$ définie sur $\mathbb{R}^3$. On peut affirmer que :

A) f possède un seul point critique $(-1,0,0)$ où elle atteint son minimum

B) f possède un seul point critique $(-1,0,0)$ où elle atteint son maximum

C) f possède un seul point critique $(-1,-1,0)$ où elle atteint son minimum

D) f possède un seul point critique $(-1,0,1)$ où elle atteint son maximum

E) Autre réponse

Question 11 : Soient E=$\mathbb{R}^3$ l'espace vectoriel euclidien muni de son produit scalaire canonique et H le sous-espace vectoriel de E définie par $H = \{(x_1,x_2,x_3) \in E,\ x_1+x_2+x_3 = 0\}$. La matrice dans la base canonique de E, du projecteur orthogonal sur H est :

A) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} \frac{-2}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ E) Autre Réponse

Indication : on pourra commencer par déterminer une base orthonormale de E où par exemple les deux premiers vecteurs appartiennent à H.

Question 12 : Soient E=$\mathbb{R}^4$ l'espace vectoriel euclidien muni de son produit scalaire canonique et f l'endomorphisme de E définie de la manière suivante :

- Le spectre de f est {4 ; 8} ;
- le sous-espace vectoriel propre associé à la valeur 4 est la droite vectorielle D engendrée par le vecteur (1,1,1,1) ;
- le sous-espace vectoriel propre associé à la valeur 8 est le sous-espace vectoriel orthogonal à D.

La matrice de f dans la base canonique de E est :

A) $\begin{pmatrix} 14 & -2 & -2 & -2 \\ -2 & 14 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 14 & -2 \\ -2 & -2 & -2 & 14 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 7 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 7 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 7 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

E) Autre Réponse

Question 13 : On considère une suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ de variables aléatoires de même loi, à valeurs dans $\{-1, 1\}$, définies sur un même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $p = P(X_n = 1)$, et on suppose que $p \in]0 ; 1[$. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $Y_n = \prod_{k=1}^{n} X_k$ et $u_n = P(Y_n = 1) - \frac{1}{2}$.

$\sum_{n=1}^{+\infty} u_n =$

A) $\frac{2p-1}{4(1-p)}$ B) $\frac{2p-1}{2(1-p)}$ C) $\frac{2p-1}{4p}$ D) $\frac{2p-1}{2p}$ E) Autre

Réponse

Indication : on pourra considérer $p_n = P(Y_n = 1)$ et voir une relation de récurrence entre p_{n+1} et p_n

Question 14 : On considère un couple (X, Y) de variables aléatoires discrètes à valeurs dans $\mathbb{N}$, de loi conjointe donnée par : $(\forall i \in \mathbb{N})(\forall j \in \mathbb{N})\ \text{Proba}[X = i, Y = j] = a\frac{i+j}{i!\,j!}$ où a est un nombre réel à déterminer.

La covariance entre X et Y est égale à

$\frac{-3}{4}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{-1}{4}$ E) Autre Réponse

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECS chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Éléments propres et réduction
- Algèbre bilinéaire
- Introduction au langage Python : variables, types, instructions et fonctions

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ecs