Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2015, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 2, 12, 15, 16, 18 à 20 : probabilités
- Questions 3, 8, 9 : systèmes linéaires
- Questions 4 à 7, 13, 14, 17 : analyse
- Questions 10, 11 : matrices

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2015/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Groupe ISCAE

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2015

MATHEMATIQUES I

DUREE : 3 heures

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté:**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 20 questions totalement indépendantes.

ANNALES CONCOURS.MA
RABBAOUI MEHDI

217

Question 1: Soit X une variable aléatoire réelle dont la loi de probabilité est définie par :

$\forall k \in IN$, $P(X=k)=a(\frac{k^2+1}{k!})$; où a est un nombre réel strictement positif.

La valeur de a est égale à :

A) $\frac{1}{3e}$; B) $\frac{1}{e}$; C) $2\ln 2$; D) $\frac{1}{2}$; E) Autre réponse

Question 2: La durée de vie d'un certain type de composants électroniques, exprimée en centaine d'heures, est une variable aléatoire X dont la fonction de répartition F est définie sur IR par :

$$F(x)=\begin{cases}(1-e^{-x})^2 & si \quad x \geq 0\\ 0 & sinon\end{cases}$$

La durée de vie moyenne en heures de ce type de composant est égale à :

A) 100 ; B) 200 ; C) 150 ; D) 120 ; E) Autre réponse

Question 3: On considère le système linéaire suivant :

$$(S)\begin{cases}ax+y+z=0\\ x+ay+z=0\\ x+y+az=0\end{cases}$$

où $a \in$ IR.

Pour quelle (s) valeur (s) de a le système (S) admet une infinité de solutions ?

A) $a \in \{-2, 1\}$; B) $a=\frac{3}{2}$; C) $a \in \{-1, \frac{1}{2}\}$; D) $a \in \{-\frac{1}{2}, 0, 2\}$; E) Autre réponse

Question 4: On considère la suite $(u_n)_{n\in IN^*}$ définie par :

$u_n=\sum_{p=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{n^2+p}}$

La suite $(u_n)_{n\in IN}$ converge vers :

A) $\frac{1}{2}$; B) $\sqrt{2}$; C) $\frac{3}{2}$; D) 1 ; E) Autre réponse

Question 5: $\int_0^1 \frac{t\ln(1+t^2)}{1+t^2}dt =$

A) $\frac{(\ln 2)^2}{4}$; B) e^2-1 ; C) $\frac{1}{2}(\ln 2-1)$; D) $\frac{1}{2}$; E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2015
KABBADJ MEHDI

218

Question 6: Soient a un nombre réel supérieur ou égal à -2, et $U_a = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $u_0 = a$ et $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

On désigne par E l'ensemble $\{a \in [-2;+\infty[; U_a \text{ strictement décroissante}\}$.

E =

A)$\varnothing$ B)$[-2;+\infty[$ C)$[-1;+\infty[$ D)$]2;+\infty[$ E) Autre réponse

Indication: On pourra remarquer que:

$$f : [-2;+\infty[\to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \sqrt{x+2}$$

est strictement croissante et commencer par résoudre l'inéquation $\sqrt{x+2} \prec x$

Question 7: Soit f une fonction réelle de la variable réelle définie sur un intervalle ouvert contenant un nombre réel x. On suppose que f est dérivable en x, de dérivée $f'(x)$.

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} =$$

A) $f'(x)$ B) $2f'(x)$ C) $\frac{1}{2}f'(x)$ D) 0 E) Autre réponse

Question 8: Soit P la fonction polynomiale réelle à une seule variable réelle, de degré 3, dont la courbe représentative ($\mathscr{C}$) dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ passe par les points A, B, C, et D de coordonnées respectives (-1;-60), (2;6), (3;-4), et (4;10).
L'ordonnée du point E de ($\mathscr{C}$) d'abscisse 1 est:

A) -10 B) 15 C) 16 D) -30 E) Autre réponse

Question 9: La somme de 100DH est obtenue à l'aide de pièces de 1DH, 2DH, 5DH, et de 10DH. Il y a en tout 32 pièces. Il y a autant de pièces de 1DH que de pièces de 10DH et de 2DH réunies. Et il y a une pièce de 1DH de plus que de pièces de 5DH et de 10DH réunies.
On désigne par n_1 (respectivement n_2, n_3, n_4) le nombre de pièces de 1DH (respectivement 2DH, 5DH, 10DH).

$5n_1 + 8n_2 + 5n_3 + 2n_4 =$

A) 177 B) 178 C) 179 D) 180 E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2019
ISAM BADJ MEHDI

219

Question 10: Soient x et y deux nombres réels quelconques et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$, et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ 3 suites réelles définies par $(u_0, v_0, w_0) = (x, y, -x)$ et

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \begin{cases} 4u_{n+1} = v_n - 3w_n \\ 4v_{n+1} = 4u_n + 3v_n + 3w_n \\ 4w_{n+1} = -4u_n - v_n - w_n \end{cases} \quad ; \quad \lim_{n\to+\infty}(u_n + v_n - 2w_n) =$$

A) $\frac{1}{4}(x+y)$ B) $x+y$ C) $2(x+y)$ D) $4(x+y)$ E) Autre réponse

Indication: On pourra considérer les matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 3 \\ -4 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ et $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, puis calculer $P^3 - P^2 - 4P$ et $P^{-1}AP$

Question 11 : Une sauterelle se déplace toutes les minutes d'un sommet à l'autre de sa cage qui a la forme d'un tétraèdre dont les quatre sommets sont notés A,B, C et D. Elle reste exactement une minute au même endroit.
Quand elle est au sommet A, elle a autant de chance d'aller sur les trois autres sommets.
Quand elle est au sommet B, elle ne se rend que sur les sommets A et D, de façon équiprobable.
Quand elle est au sommet C, elle ne se rend que sur les sommets A et B, et elle choisit A avec une probabilité égale à 1/3.
Quand elle est au sommet D, elle choisit A, B ou C avec les probabilités respectives 1/2, 1/4 et 1/4. A l'instant 0 où on met la sauterelle dans sa cage, celle-ci se trouve en A.
On note A_n (respectivement B_n, C_n, et D_n) l'événement "la sauterelle est au sommet A (respectivement B,C et D) au bout de n minutes".
On note a_n (respectivement b_n, c_n et d_n) la probabilité de l'évènement A_n (respectivement B_n, C_n et D_n).
On considère le vecteur- ligne de $\mathbb{R}^4$: $X_n = (a_n \quad b_n \quad c_n \quad d_n)$
On a alors : $X_{n+1} = X_n * M$ où M est la matrice carrée d'ordre 4 suivante :

A) $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$

E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2019
RACHIDI MEKKI

220

Question 12 : Soit $p \in]0,1[$. On note $q = 1 - p$.
Soit n un entier naturel non nul. On considère n joueurs qui visent une cible. Chaque joueur effectue deux tirs. A chaque tir, chaque joueur a la probabilité p d'atteindre la cible. Les tirs sont indépendants les uns des autres. Soit W la variable aléatoire égale au nombre de joueurs ayant atteint la cible au moins une fois à l'issue des deux tirs.
L'écart-type de W est alors égal à:

A) $\sqrt{npq}$ B) $q\sqrt{n(1-q^2)}$ C) $\sqrt{npq(1-pq)}$ D) $\sqrt{n(1-p^2)(1-q)}$
E) *Autre réponse*

Question 13 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = x - \ln(1+x^2)$

La courbe représentative (C) de f admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives:

A) 2 et -2 B) 1 et -1 C) ln2 et – ln2 D) 1-ln2 et 1+ln2 E) Autre réponse

Question 14 : On considère pour tout entier naturel n la suite de terme général

$$u_n = \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

Alors :

A) (u_n) est une suite géométrique de raison e

B) (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{e}$

C) (u_n) est une suite arithmétique de raison e

D) (u_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{e}$

E) Autre réponse

Question 15 : Soit X la variable aléatoire réelle dont la fonction de répartition F est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} \forall x \leq 0, F(x) = 0 \\ \forall x > 0, F(x) = 1 - e^{-x^2} \end{cases}$$

L'espérance de X est égal à:

A) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ C) $\sqrt{\pi}$ D) $\sqrt{2\pi}$ E) Autre réponse

Question 16 :
On considère un type de composants électroniques, dont la durée de vie X, exprimée en heures, est une variable aléatoire de densité f telle que:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{C}{t^2} & si\ t \geq 10 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

ANNALES CONCOURS 2019
KAABADJ MEHDI

La valeur du réel C est:

A) 10 B) 6 C) 12 D) 20 E) Autre réponse

221

Question 17 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite numérique définie par : $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k}$

On a alors: $\lim_{n\to+\infty} u_n =$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $+\infty$ D) 1 E) Autre réponse

Question 18 : On note ln le logarithme népérien.
Soit f la fonction définie sur **R** par :

$$f(x) = \begin{cases} e^{-|x|} & si \ -\ln 2 \le x \le \ln 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Soit X une variable aléatoire réelle admettant f comme densité.
L'espérance mathématique de X est égale à :

A) $\frac{\ln 2}{2}$ *B)* $\frac{1}{4}$ *C)* $2\ln 2$ *D)* $\frac{3\ln 2}{2}$ *E) Autre réponse*

Question 19 : Soucieux de mieux connaître sa clientèle, le gérant d'un magasin situé dans un centre commercial à Casablanca a réalisé une étude portant sur le mode de paiement en fonction du montant des achats.
Elle a permis d'établir les probabilités suivantes :
$p((X=0)\cap(Y=0)) = 0,4$
$p((X=0)\cap(Y=1)) = 0,3$
$p((X=1)\cap(Y=0)) = 0,2$
$p((X=1)\cap(Y=1)) = 0,1$
où X représente la variable aléatoire prenant la valeur 0 si le montant des achats est inférieur ou égal à 500 dirhams, prenant la valeur 1 sinon, et Y la variable aléatoire prenant la valeur 0 si la somme est réglée par carte bancaire, prenant la valeur 1 sinon.
La covariance du couple (X, Y) est égale à :

A) 0,1 B) - 0,5 C) - 0,02 D) - 0,1 E) Autre réponse

Question 20: Une personne envoie chaque jour un courrier électronique par l'intermédiaire de deux serveurs : le serveur S_1 ou le serveur S_2.
On constate que le serveur S_1 est choisi dans 70 % des cas et donc que le serveur S_2 est choisi dans 30 % des cas. Les choix des serveurs sont supposés indépendants les uns des autres.
La probabilité d'une erreur de transmission avec le serveur S_1 est de 0,1 ; alors que la probabilité d'erreur de transmission avec le serveur S_2 est de 0,05.
Si le courrier a subi une erreur de transmission, la probabilité pour que le serveur utilisé soit le serveur S_1 est égale à :

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{9}{11}$ D) $\frac{23}{29}$ E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2019
KARRADJ MEHDI

222

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Polynômes
- Calcul matriciel et systèmes linéaires
- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Matrices carrées : inverse et puissances

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect