Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2017, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 2 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 4, 8, 10, 12, 14 : analyse
- Questions 2, 3, 5, 6, 9, 11 : probabilités
- Questions 7, 13 : matrices et système

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2017/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Groupe ISCAE

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2017

MATHEMATIQUES I

DUREE : 2 heures

N.B :

1. **Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté:**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 14 questions totalement indépendantes.

ANNALES CONCOURS 2019
KARRADJ MEHDI

229

Question 1 Soit $I = \int_0^1 x^2 e^{-x} dx$. I est alors égale à :

A) $1 - \frac{3}{e}$ B) $2 - \frac{5}{e}$ C) $2 - \frac{1}{e}$ D) $1 - \frac{4}{e}$ E) Autre réponse

Question 2 Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 5 dirhams, à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue. On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître. La roue comporte :

- n secteurs rouges qui font perdre la mise (gain du joueur : −5 Dirhams) ;
- 6 bleus où l'on reçoit 5 Dirhams (gain du joueur nul) ;
- 3 verts où l'on reçoit 20 Dirhams;
- 1 jaune où l'on reçoit 100 Dirhams.

Le propriétaire de la roue désire gagner en moyenne au moins 15% des sommes misées.
Le nombre minimum n de secteurs rouges que doit comporter la roue pour satisfaire le propriétaire est :
A) 13 B) 32 C) 34 D) 31 E) Autre réponse

Question 3 On considère une succession de sacs qu'on désigne par $S_1, S_2, \ldots, S_n \ldots$
Au départ le sac S_1 contient 2 jetons noirs et 1 jeton blanc ; tous les autres sacs contiennent chacun 1 jeton noir et 1 jeton blanc.
On tire au hasard un jeton du sac S_1 que l'on place dans le sac S_2. Puis, on tire au hasard un jeton du sac S_2, que l'on place dans le sac S_3, et ainsi de suite.
On note B_k l'événement : « le jeton tiré du sac S_k est blanc », et $p_k = P(B_k)$ sa probabilité.

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $q_n = p_n - \frac{1}{2}$.

Après avoir établi une relation de récurrence entre p_{n+1} et p_n, on montre que :

A) La suite $(q_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est arithmétique et la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers $\frac{1}{4}$

B) La suite $(q_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est géométrique et la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers $\frac{1}{3}$

C) La suite $(q_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est géométrique et la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers $\frac{1}{2}$

D) La suite $(q_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est arithmétique et la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers $\frac{1}{3}$

E) Autre réponse

Question 4 Soient $m \in \mathbb{R}$ et (E_m) l'équation de la variable réelle x : $e^x + e^{-x} - m = 0$. (E_m) n'admet pas de solution si et seulement si

A) $m < 2$ B) $m \leq 2$ C) $m < 1$ D) $m \leq 1$ E) Autre Réponse

Question 5 Une urne contient 10 boules blanches et 2 boules noires. On extrait les boules de l'urne au hasard, une à une et sans remise, jusqu'à l'apparition d'une boule blanche.

On désigne alors par X la variable aléatoire égale au nombre total de boules prélevées. La variance de X est égale à :

A) 0 B) $\frac{65}{363}$ C) $\frac{3}{22}$ D) $\frac{65}{77}$ E) Autre réponse

ANNALES CONCOURS 2019
KABBADJ MEHDI

230

Question 6 On lance trois fois de suite une pièce équilibrée . Soient X la variable aléatoire qui vaut 1 si le premier jet donne « pile » et 0 sinon , et Y la variable aléatoire égale au nombre de « face » obtenu . Le coefficient de corrélation de X et de Y est alors égal à :

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ E) *Autre réponse*

Question 7 Soit A, J et I les trois matrices carrées d'ordre 2 définies par :

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix} \quad ; \quad J=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix} \quad ; \quad I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

En déterminant les deux réels a et b tels que $A = aJ + bI$, montrer que la matrice A^n est égale à :

A) $\frac{1}{4}\begin{pmatrix}4^n & 3(4)^n\\ 3(4)^n & 4^n\end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix}1 & 3^n\\ 3^n & 1\end{pmatrix}$

C) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}4^n+(-2)^n & 4^n-(-2)^n\\ 4^n-(-2)^n & 4^n+(-2)^n\end{pmatrix}$ D) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2^n & 3(2)^n\\ 3(2)^n & 2^n\end{pmatrix}$ E/ Autre réponse

Question 8 Soient $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto xe^{-x}$ et $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans $\mathbb{R}^2$. L'ensemble des points d'inflexion de $(\mathscr{C})$ est :

A) $\varnothing$ B) $\left\{(1;\frac{1}{e})\right\}$ C) $\left\{(1;\frac{1}{e}),(2;\frac{2}{e^2})\right\}$ D) $\left\{(2;\frac{2}{e^2})\right\}$ E) Autre Réponse

Question 9 On dispose de n urnes ($n\geq 2$) , numérotées de 1 à n , et telles que , pour tout k élément de { 1 , 2 , … , n } , l'urne numérotée k contient k boules blanches et ($n-k$) boules noires . On choisit une urne au hasard , on en extrait une boule et on constate qu'elle est blanche .
La probabilité que cette boule provienne de l'urne numérotée 1 est égale à :

A) $\frac{n}{n+1}$ B) $\frac{2}{n\,(n+1)}$ C) $\frac{n^2}{n+1}$ D) $\frac{(n+1)(n+2)}{3}$ *E) Autre réponse*

Question 10 Soient $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto xe^{-x}$ et $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé de l'espace affine $\mathbb{R}^2$. On désigne par a un nombre réel quelconque strictement positif. On note I(a) l'aire de la partie de $\mathbb{R}^2$ comprise entre $(\mathscr{C})$ et l'axe des abscisses pour une abscisse comprise entre -1 et a.

$\lim\limits_{a\to+\infty} I(a) =$

A) $+\infty$ B) e C) 1 D) 2 E) Autre Réponse

ANNALES CONCOURS 2019
KABBADJ MEHDI

231

Question 11 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(\ln 2)(1+ax)} & \text{si } 0<x\leq 1\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$$

a étant un nombre réel.

En admettant que f est la densité de probabilité d'une variable aléatoire X à valeurs dans]0,1], on montre que la variance de X est égale à :

A) $\frac{1}{2\ln 2}(\ln 2-2)$ B) $\frac{1}{2(\ln 2)^2}(3\ln 2-2)$ C) $\frac{1}{2(\ln 2)^2}(\ln 2-2)$

D) $\frac{1}{2(\ln 2)^3}(\ln 2-2)$ E) Autre réponse

Question 12 Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on pose :

$$I_n=\int_1^e t\,(\ln t)^n\,dt$$

Pour tout entier naturel n, il existe une relation de récurrence entre I_n et I_{n-1} sous la forme :

A) $I_n=\frac{e^4-nI_{n-1}}{4}$ B) $I_n=\frac{e-I_{n-1}}{4}$ C) $I_n=\frac{e-nI_{n-1}}{4}$ D) $I_n=\frac{e^2-nI_{n-1}}{2}$ E) Autre réponse

Question 13 On considère le système suivant :

$$\begin{cases}2x+3y+z=4\\ -x+my+2z=5\\ 7x+3y+(m-5)z=7\end{cases}$$ où m est un paramètre réel.

Pour quelle valeur de m le système est incompatible (n'admet pas de solutions) ?

A) $\frac{1}{6}$ B) 6 C) 2 D) 1 E) Autre réponse

Question 14 On note pour tout entier naturel n non nul, $u_n=\frac{n^n}{n!}$

Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $v_n=\frac{u_{n+1}}{u_n}$

La limite de la suite (v_n) est alors :

A) $\frac{1}{2}$ *B)* $\frac{e-1}{e}$ *C)* e *D)* 0 *E) Autre réponse*

ANNALES CONCOURS 2015
KABBADJ MEHDI

232

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Calcul matriciel et systèmes linéaires
- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Matrices carrées : inverse et puissances
- Compléments d'intégration

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect