Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2020, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 1 heure 30

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 5 : matrices
- Questions 2, 4, 10 : probabilités
- Questions 3, 6 à 9 : analyse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2020/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2020

MATHEMATIQUES I

DUREE: 1h:30mn

N.B:

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 10 questions totalement indépendantes.

Question 1 :

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Après avoir vérifié que, pour tout entier $n \geq 0$, il existe deux réels a_n et b_n tels que

$M^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2a_n & 1 & 0 \\ b_n & a_n & 1 \end{pmatrix}$, en déduire que $b_1 + b_2 + b_3 =$

A) 8 B) 10 C) 6 D) 4 E) Autre réponse

Question 2 :

On effectue des lancers successifs et indépendants d'une pièce de monnaie pour laquelle la probabilité d'obtenir PILE vaut $\frac{2}{3}$.

On suppose donné un espace probabilisé muni d'une probabilité p modélisant cette expérience.
Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On dit qu'il y a apparition d'un double PILE au rang n si on obtient PILE au $(n-1)$ – i-ème lancer et PILE au n - i-ème lancer.
On note :

- Pour tout entier $n \geq 2$, A_n l'événement « on obtient un double PILE au rang n pour la première fois »
- Pour tout entier $n \geq 2$, an = p (An). On conviendra que $a_1 = 0$.

Par exemple, si les lancers donnent successivement : « P, F, F, P, F, F, F, P, F, P, P » alors l'événement A_{11} est réalisé.
On a alors : $a_2 + a_3 + a_4 =$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{20}{27}$ C) $\frac{5}{81}$ D) $\frac{20}{3}$ E) Autre réponse

Question 3 :

L'intégrale suivante : $\int_1^2 \frac{\ln x}{(x+1)^2}$ est égale à :

A) $\frac{5}{3}\ln 2 - \ln 3$ B) $5\ln 2 - \ln 3$ C) $5\ln 2$ D) $1 + \ln 3$ E/ Autre réponse

Question 4 :

Une urne contient n boules rouges et n boules blanches, avec n ≥ 2. On effectue dans cette urne un tirage simultané de 2 boules.
On appelle Pn la probabilité de l'événement : « Obtenir les deux couleurs ».
Après avoir déterminé Pn en fonction de n, déterminer la limite de Pn.

A) 0 B) 1 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) Autre réponse

Question 5 : Soient A, B et I les trois matrices carrées d'ordre 3 définies par :

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}0 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \qquad I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Après avoir calculé B^2 et B^3 et exprimé A en fonction de B et I, pour tout entier naturel n, A^n est égale à :

A) $\begin{pmatrix}1 & 2n & 2n+1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix}1 & 2n & 2n+1\\ 0 & 1 & 2n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix}1 & 2n & n(2n+1)\\ 0 & 1 & 2n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix}1 & 2n & 2n+1\\ 0 & n & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ E) Autre réponse

Question 6 : On considère, pour tout n entier naturel, $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$

$\lim_{n\to+\infty} S_n =$

A)0 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) ln(2) E) Autre réponse

Indication : Soit I_n l'intégrale définie par $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx$,

On pourra commencer par calculer $(I_n + I_{n+1})$

Question 7 : Soit f la fonction définie sur $[-\frac{1}{4}, 2[\cup]2, +\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-\sqrt{x+2}}$$

Calculer $\lim_{x\to 2} f(x)$

A) 0 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $+\infty$ E) Autre réponse

Question 8 : Soit $(u_n)_{n\in IN}$ la suite définie par : $\forall n \in IN, u_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx$.

$\lim_{n\to\infty} u_n$ est égale à :

A/ 1 B/ 0 C/ 2 D/ $\frac{1}{2}$ E/ Autre réponse

Question 9 : On considère la fonction f : $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ définie sur $\mathbf{R}^+$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x(\ln x - 1)^2 \quad pour\ x \succ 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$I = \int_1^e f(x)dx$ est égale à :

A) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$ *B)* $\frac{1}{4}(e^2 - 5)$ *C)* $e^2 - 3$ *D)* $e^2 + 3$ *E) Autre réponse*

Question 10 : Soit *n* un entier naturel non nul. On jette ***n*** fois une pièce truquée dont la probabilité d'obtenir pile est ***p***, (p∈]0 ; 1[). Soit X la variable aléatoire égale **au numéro du premier lancer qui donne pile**, si l'on obtient au moins un pile, et qui vaut ***n*** **+1** sinon.

L'espérance mathématique de X est :

A) $\frac{1+p-(1-p)^n}{p}$ B) $\frac{1-(1-p)^n}{p}$ C) $\frac{1-(1-p)^{n+1}}{p}$ D) $\frac{n+1}{1-p}(1-p^{n+1})$ E) Autre réponse

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Calcul matriciel et systèmes linéaires
- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Matrices carrées : inverse et puissances
- Compléments d'intégration
- Sommes finies et séries numériques

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect