Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2021, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 1 heure 30

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 2, 5 : probabilités
- Questions 3, 4 : suites
- Questions 6 à 10 : fonctions et intégrales

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2021/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 202[illegible]

MATHEMATIQUES I

DUREE: 1 h:30mn

N.B:

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 10 questions totalement indépendantes.

Question 1 : On compte respectivement 50, 75, et 100 employés dans 3 sites A, B et C d'une entreprise, les proportions des femmes étant respectivement égales à 50 %, 60 % et 70 %. Une démission a autant de chance de se produire chez tous les employés, indépendamment de leur sexe. Une employée donne sa démission. La probabilité qu'elle vienne du site C est :

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{14}{45}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) Autre Réponse

Question 2 : Un avion est porté disparu. On pense que l'accident a pu arriver aussi bien dans n'importe laquelle de 3 régions données. On estime que la probabilité de manquer l'avion lors des recherches dans la région i alors qu'il s'y trouve, est égale à α_i ($i \in \{1,2,3\}$ et $\alpha_i \in [0;1]$). On peut attribuer la valeur de α_i à diverses causes d'ordre géographique ou à la végétation propre à la région. La probabilité que l'avion se trouve dans la région 1 si les recherches dans cette région n'ont rien donné est :

A) $1-\alpha_1$ B) $\frac{\alpha_1}{3}$ C) $\frac{\alpha_1}{1+\alpha_1}$ D) $\frac{\alpha_1}{2+\alpha_1}$ E) Autre Réponse

Question 3 : On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$u_0 = 1$ et $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_{n+1} = \frac{u_n}{(1+u_n)^2}$, et la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$(\forall n \in \mathbb{N})\ v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n}$.

Alors $\lim_{n\to+\infty}(v_n) =$

A) $+\infty$ B) 2 C) 1 D) 0 E) Autre Réponse

Indication : On pourra commencer par étudier les variations de la fonction

$f : \mathbb{R}_+ = [0,+\infty[\to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x}{(1+x)^2}$, ce qui permettra de définir l'image par f de l'intervalle]0,1], et d'en déduire en particulier que les suites sont parfaitement déterminées sans aucune ambiguïté. On calculera par la suite, u_1 dont on comparera l'ordre avec u_0, puis on en déduira, en utilisant le sens de variation de f et une simple récurrence, la monotonie de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Question 4 : Soit $(a, b)\in\mathbb{R}^2$. On considère les trois suites réelles $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$, et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par :

$$(\forall n\in\mathbb{N})\quad \begin{cases} u_{n+1} = u_n + 2v_n \\ v_{n+1} = 2u_n + 2v_n \\ w_n = \dfrac{u_n}{3^n} - \dfrac{1}{2}(a+b) \end{cases} \quad \text{et } (u_0, v_0) = (a, b).$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} w_n =$$

A) $\frac{3}{8}(a-b)$ B) $\frac{1}{2}(a-b)$ C) $-\frac{1}{2}(a+b)$ D) 0 E) Autre Réponse

Indication : A défaut d'une utilisation d'un calcul matriciel, on pourra commencer par étudier la nature de la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}} = (u_n + v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ pour en déduire une relation de récurrence liant u_{n+1} à uniquement u_n, n, a, et b. Puis, on cherchera une solution particulière de cette relation de récurrence sous forme d'une suite géométrique, pour en déduire la solution générale de cette relation, et l'expression de u_n en fonction uniquement de n, a, et b.

Question 5 : Lors d'une séance d'entraînement aux tirs au but, qu'il a débutée avec une chance sur deux de marquer, un joueur constate que :

- s'il réussit son tir, il a 80 % de chances de réussir le suivant ;
- s'il rate son tir, il a 40 % de chances de rater le suivant.

On note R_n l'évènement « Le joueur réussit le $n^{\text{ième}}$ tir » et p_n la probabilité correspondante.

$\lim_{n\to+\infty} p_n =$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) Autre réponse

Question 6 : On considère deux réels a et b. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x \prec a \\ be^{a-x} & si \quad x \geq a \end{cases}$$

f est une densité de probabilité si et seulement si

A) $a=1$ B) $b=1$ C) $a=2$ *et* $b=1$ D) $a=1$ E) autre réponse

Question 7 : On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel non nul n par :

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{x^2}\, dx$$

A) $I_{n+2} = \frac{1}{2}e - (n+1)I_n$ et $\lim\limits_{x\to\infty} I_n = -\infty$ B) $I_{n+2} = \frac{1}{2}e - \frac{n+1}{2}I_n$ et $\lim\limits_{x\to\infty} I_n = 0$

C) $I_{n+2} = \frac{1}{2}e - (n+1)I_n$ et $\lim\limits_{x\to\infty} I_n = 0$ D) $I_{n+2} = \frac{1}{2}e - \frac{n+1}{2}I_n$ et $\lim\limits_{x\to\infty} I_n = -\infty$ E) Autre réponse

Question 8 : Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1+\ln(x)}{x}$

La courbe représentative de la fonction f admet un point d'inflexion d'abscisse :

A) e B) $\sqrt{e}$ C) $2\sqrt{e}$ D) $\ln 2$ E) Autre réponse

Question 9 :

Soit h la fonction définie sur] 0 , + ∞ [par :

$h(x) = x^2 - 4\ln(x)$

La fonction h admet un minimum sur] 0 , + ∞ [égal à :

A) $\ln(2)$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2} - \ln(2)$ D) $2(1-\ln(2))$ E) *Autre réponse*

Question 10 :

Soit la fonction φ définie sur] 0 , + ∞ [par : $\varphi(t) = (\ln(t))^2$

Après avoir calculé la dérivée de φ , en déduire que :

$$\int_1^e \left(\frac{t}{4} + \frac{1}{t} + \frac{\ln(t)}{t}\right) dt =$$

A) $e^2 + 7$ B) $\frac{e^2+11}{8}$ C) $\frac{e^2+9}{7}$ D) $\frac{e^2+12}{5}$ E) *Autre réponse*

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Compléments d'intégration
- Sommes finies et séries numériques

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect