Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2022, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 1 heure 30

Ce que traite le sujet

- Questions 1 à 4, 8 : analyse
- Questions 5, 6 : matrices
- Questions 7, 9, 10 : probabilités

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2022/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2022

MATHEMATIQUES I

DUREE: 1h:30mn

N.B:

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 10 questions totalement indépendantes.

Question 1 : Pour tout n $\in$ IN *, on considère la suite de terme général : Un = $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

$\lim_{n \to +\infty}$ Un est égale à :

A/ $e \ln 2$ B/ $\ln 2$ C/ $+\infty$ D/ e E/ Autre réponse

Question 2 : $\int_1^e (4x-3)\ln(x)\,dx$ est égale à :

A/ $\frac{1}{2}$ B/ $e^2 - \frac{2}{3}$ C/ $e^2 - 2$ D/ 1- ln 2 E/ Autre réponse

Question 3 : $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x - \sqrt{x^2-1}}{2x - \sqrt{4x^2 - x}}\right)$ est égale à :

A/ $+\infty$ B/ $\frac{1}{2}$ C/ 1 D/ 0 E/ Autre réponse

Question 4 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par :

$u_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+3x+2}\,dx$ pour $n \geq 1$ et par $u_0 = \int_0^1 \frac{1}{x^2+3x+2}\,dx$

Log désigne le logarithme népérien.

$(u_0, u_1, u_2) =$

A) $(\text{Log}\frac{4}{3}; \frac{1}{2}\text{Log}3 - \frac{3}{4}\text{Log}\frac{4}{3}; 1 - \frac{3}{2}\text{Log}3 - \frac{13}{2}\text{Log}\frac{4}{3})$

B) $(\text{Log}\frac{4}{3}; \frac{1}{2}\text{Log}3 - \frac{3}{4}\text{Log}\frac{4}{3}; 2 - \frac{3}{2}\text{Log}3 - \frac{13}{2}\text{Log}\frac{4}{3})$

C) $(\text{Log}\frac{4}{3}; \frac{1}{2}\text{Log}3 - \frac{3}{2}\text{Log}\frac{4}{3}; 1 - \frac{3}{2}\text{Log}3 - \frac{13}{2}\text{Log}\frac{4}{3})$

D) $(\text{Log}\frac{4}{3}; \text{Log}3 - \frac{3}{2}\text{Log}\frac{4}{3}; 1 - \frac{3}{2}\text{Log}3 - \frac{13}{2}\text{Log}\frac{4}{3})$

E) Autre Réponse

Indication : On pourra remarquer que $x^2+3x+2 = (x+1)(x+2)$, et calculer les dérivées de $g(x) = \text{Log}\frac{x+1}{x+2}$ et de $h(x) = \text{Log}(x^2+3x+2)$. Ces calculs permettront d'avoir les valeurs de u_0, $2u_1 + 3u_0$, et de $u_2 + 3u_1 + 2u_0$.

Question 5 : Soient $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ et les suites réelles $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par

$(\forall n\in\mathbb{N})\begin{pmatrix}u_n\\ v_n\end{pmatrix}=A^n\begin{pmatrix}3\\ 1\end{pmatrix}$ avec la convention $A^0=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I$. On définit aussi la suite réelle $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $(\forall n\in\mathbb{N})\ w_n=\dfrac{2u_n-v_n}{4^n}-2$.

$\sum_{n=0}^{\infty} w_n =$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Autre réponse

Indication : On pourra considérer la matrice $J=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ et faire la décomposition $A=aJ+bI$ avec a et b deux nombres réels adéquats, puis de trouver l'expression de $J^n\ (n\geq 1)$ en fonction de J ; cela permettra de trouver l'expression explicite de A^n en fonction uniquement de n.

Question 6 : Soient les matrices $D=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 6 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$ *et* $P=\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

La matrice P est inversible et soit P^{-1} sa matrice inverse .
Le produit matriciel $PDP^{-1} = M$, où :

A) $M=\begin{pmatrix}3 & -2 & 5\\ 5 & 4 & 6\\ -8 & 8 & 6\end{pmatrix}$ *B)* $M=\begin{pmatrix}3 & -2 & -5\\ 5 & -4 & -5\\ -8 & 8 & 6\end{pmatrix}$ *C)* $M=\begin{pmatrix}3 & -2 & -5\\ -5 & -4 & -5\\ 8 & 7 & 6\end{pmatrix}$

D) $M=\begin{pmatrix}3 & 2 & -5\\ 5 & -4 & -5\\ -8 & -8 & 6\end{pmatrix}$ *E) Autre réponse*

Question 7 : On considère une urne U contenant deux boules blanches et une boule noire indiscernables au toucher, ainsi qu'une urne V contenant une boule blanche et trois boules noires , elles aussi indiscernables au toucher .

On effectue une suite de tirages d'une boule dans ces urnes en procédant comme suit :
- le premier tirage a lieu dans l'urne U ;
- tous les tirages s'effectuent avec remise de la boule piochée dans l'urne dont elle provient ;
- si l'on pioche une boule *blanche* lors d'un tirage, le tirage suivant a lieu dans *l'autre* urne ;
- si l'on pioche une boule *noire* lors d'un tirage, le tirage suivant a lieu dans la *même* urne .

Pour tout entier n de N*, on note Un l'événement « le n-ième tirage s'effectue dans l'urne U ».
Puisque le premier tirage a lieu dans l'urne U , l'événement U_1 est certain : $p(U_1)=1$.
La probabilité de l'événement U_3 : $p(U_3)$ = . .

A) $\frac{3}{11}$ *B)* $\frac{7}{13}$ *C)* $\frac{5}{18}$ *D)* $\frac{4}{9}$ *E) Autre réponse*

Question 8 : Calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_1^2 \frac{\ln(1+t)}{t^2} dt$$

A) $I = 3\ln(2)$ B) $I = 3\ln(2) - \frac{1}{2}$ C) $I = 2\ln(3) - \frac{1}{2}$ D) $I = -\frac{3\ln(3)}{2} + 3\ln(2)$

E) Autre réponse

Question 9 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x\sqrt{x}} & si \quad x \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Après avoir déterminé a pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire X, on montre que l'espérance E(X) de X est :

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) Autre réponse

Question 10 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si\, x \prec 0 \\ \frac{3x^2}{a^3} & si\, 0 \leq x \leq a \\ 0 & si\, x \succ a \end{cases}$$

a étant un paramètre réel strictement positif.

f est une densité de probabilité si :

A) $a = 3$ B) $a = \sqrt{3}$ C) $a = \sqrt[3]{3}$ D) $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ E) Autre réponse

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Matrices carrées : inverse et puissances
- Compléments d'intégration
- Sommes finies et séries numériques

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect