Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2023, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 1 heure 30

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 2, 8, 10 : probabilités
- Questions 3 à 6, 9 : analyse
- Question 7 : matrices

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2023/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2023

MATHEMATIQUES I

DUREE: 1h:30mn

N.B:

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 10 questions totalement indépendantes.

Question 1 : Trois urnes U_1, U_2, U_3 contiennent respectivement :

U_1 2 boules rouges, 3 boules bleues, 5 boules vertes

U_2 4 boules rouges, 5 boules bleues

U_3 3 boules bleues, 6 boules vertes

On tire une boule de l'urne U_1, sans la regarder, que l'on met dans l'urne U_2, puis on tire de U_2 une boule que l'on met dans U_3. Puis on tire de U_3 une boule que l'on met dans U_1.

On suppose que dans chaque tirage, chaque boule a la même probabilité d'être tirée.

La probabilité que la répartition des couleurs dans l'urne U_1 soit inchangée à l'issue des 3 tirages est :

A) 0,388 B) 0,303 C) 0,423 D) 0,323 E) Autre réponse

Question 2 : On considère une variable aléatoire X suivant la loi normale $N(0,\sigma^2)$, où σ est un nombre réel strictement positif. On rappelle que la fonction f_X qui à tout réel x associe

$f_X(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ est une densité de probabilité de la variable X

On pose $Y=|X|$

Y est une variable aléatoire d'espérance :

A) $\sqrt{2\pi}$ B) $\sigma\sqrt{2\pi}$ C) $\dfrac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}$ D) $\sigma\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$ E) Autre réponse

Question 3 : La courbe représentative de la fonction Logarithme népérien admet une tangente qui passe par l'origine au point d'abscisse

A) 1 B) e C) $\ln 2-1$ D) e-1 E) Autre réponse

Question 4 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par :

$(\forall n\in\mathbb{N})\ u_{2n}=\dfrac{(-1)^n}{2^n}$ et $u_{2n+1}=\dfrac{1}{2^n}$

On pose $S=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n u_n$

S=

A) $\dfrac{4}{3}$ B) $\dfrac{-4}{3}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{-1}{2}$ E) Autre Réponse

Question 5 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}dx$

$\lim_{n\to\infty}(u_n) =$

A) e B) $\frac{1}{e}$ C) 1 D) 0 E) Autre réponse

Indication : on pourra commencer par étudier la monotonie de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, puis par calculer $u_{n+1}+u_n$ en fonction de n ($n\in\mathbb{N}^*$).

Question 6 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par :

$(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ u_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x^2)dx$ et $u_0 = \int_0^1 \ln(1+x^2)dx$

$\lim_{n\to\infty}(nu_n) =$

A) 0 B) 1 C) ln2 D) ln3 E) Autre réponse

Indication : on pourra commencer, à l'aide d'une intégration par parties, par calculer u_n en fonction de n et de $\int_0^1 \frac{x^{n+2}}{1+x^2}dx$.

Question 7 : Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Après avoir calculé P^2, on pourra en déduire facilement P^{-1}, la matrice inverse de P .

Le produit P^{-1} A P est une matrice diagonale D égale à :

A) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

E) Autre réponse

Question 8 : Soit la fonction h définie sur **R** par :

$$h(x)=\begin{cases}\beta\left(\frac{x}{4}+\frac{1+\ln(x)}{x}\right) & si\ x\in[1,e]\\ 0 & \text{sin}\,on\end{cases}$$

où β est une constante réelle strictement positive .

h est une densité de probabilité d'une variable aléatoire X absolument continue si et seulement si :

A) $\beta=\frac{11}{4+e}$ *B)* $\beta=\frac{5}{e^2+\sqrt{2}}$ *C)* $\beta=\frac{4}{3+7e}$ *D)* $\beta=\frac{8}{e^2+11}$

E) Autre réponse

Question 9 : Soit $(u_n)_{n\in N^*}$ la suite de premier terme $u_1=2$ et vérifiant , pour tout entier naturel n non nul , la relation : $u_{n+1}=3u_n+1-n^2$.

On considère la suite (b_n) définie pour tout entier naturel n non nul , par :

$b_n=u_n-\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n$

La suite (b_n) est géométrique de raison q égale à :

A) $\frac{1}{3}$ *B)* 3 *C)* $\frac{1}{2}$ *D)* 2 *E) Autre réponse*

Question 10 : Une urne contient 5 boules rouges et 4 boules vertes . On extrait 3 boules au hasard , successivement et sans remise de cette urne .

La probabilité que l'on obtienne 2 boules vertes est :

A) $\frac{5}{42}$ *B)* $\frac{5}{21}$ *C)* $\frac{5}{14}$ *D)* $\frac{5}{12}$ *E) Autre réponse*

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Matrices carrées : inverse et puissances
- Compléments d'intégration
- Sommes finies et séries numériques

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect