Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2024, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 2 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 6, 7, 9, 11, 12 : probabilités
- Questions 2, 3, 10, 13, 14 : analyse
- Questions 4, 5, 8 : matrices

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2024/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2024

MATHEMATIQUES I

DUREE: 2h

N.B:

1. Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.
2. Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.
3. Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.
4. Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.
5. Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.
6. Le barème suivant sera adopté :

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 14 questions totalement indépendantes.

Question 1 : A l'ISCAE pendant une année XXXX, 40% des étudiants de dernière année sont inscrits dans la filière marketing, 30% dans la filière audit et 30% dans la filière finance. Un étudiant ne peut être inscrit que dans une seule filière. La proportion des étudiants qui n'ont pas la moyenne à l'issue de la session normale est de 10% pour la filière marketing, 5% pour la filière audit et 5% pour la filière finance. Quelle est la probabilité qu'un étudiant tiré au hasard obtienne la moyenne dès la session normale ?

A) 0,07 B) 1 C) 0,7 D) 0,5 E) Autre réponse

Question 2 : Soit la série $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$; $S=$

A) ln2 B) ln3 C) $\frac{1}{2}$ D) S diverge E) Autre réponse

Indication : On pourra considérer la fonction R_n définie sur [0 ; 1] par $R_n(t) = \frac{1}{1+t} - \sum_{k=0}^{n} (-1)^k t^k$ puis intégrer cette fonction sur l'intervalle [0 ; 1].

Question 3 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 2.u_n + n$ $(n \in N^*)$. On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ par $v_n = u_n - \frac{n(n-1)}{2}$.
La raison de la suite géométrique $(v_n)_{n\in N}$ est donnée par :

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Autre réponse

Question 4 : On considère la matrice suivante $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. On note X le vecteur colonne $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. a et b désignent deux nombres réels quelconques et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n = {}^tXB^n \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ où ${}^tX$ désigne la matrice transposée de X et par convention $B^0 = I$ (matrice carrée unité). $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{u_n}{3^n} =$

A) $\frac{-3a+9b}{2}$ B) $\frac{3a+9b}{2}$ C) $\frac{-3a+5b}{2}$ D) $\frac{3a+5b}{2}$ E) Autre réponse

Indication : On pourra songer à décomposer la matrice B en la somme de la matrice unité I et d'une matrice J dont on calculera le carré.

Question 5 : Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et le vecteur $b = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$. On considère l'équation $A.B.X = b$.

A) L'équation n'admet pas de solution ; B) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est la solution unique ;

C) $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est la solution unique ; D) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ est la solution unique ; E) Autre réponse

Question 6 : On considère le modèle très simple ci-après, qui décrit l'évolution du cours d'une action à la bourse. On suppose que, chaque jour de cotation, trois cas seulement sont possibles :

i) le prix de l'action augmente de 1 dirham
ii) le prix reste stable
iii) le prix diminue de 1 dirham

De plus, la variation journalière du prix est considérée comme une variable aléatoire X. D'après ce qui précède, la v.a X prend les valeurs -1, 0, 1; les probabilités correspondantes seront notées q, 1 - q - r et r , respectivement.

La variance V (X) de la v.a X est alors égale à :

A) $(r - q)^2$ B) $(r + q)^2$ C) $(r - q)(r + q)$ D) $r^2 + q^2 + 1$ E) Autre réponse

Question 7 : A l'ISCAE pendant une année XXXX, 40% des étudiants et 15% des étudiantes mesurent plus de 1,70 m. De plus, 60% des étudiants sont de sexe féminin. Si un(e) étudiant(e) tiré(e) au hasard mesure plus de 1,70 m, quelle est la probabilité que l'étudiant(e) soit de sexe féminin ?

A) 0,36 B) 1 C) 0,6 D) 0,4 E) Autre réponse

Question 8 : Soit la matrice $A=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. En remarquant que le polynôme $P(X) = X^3 - X$ est annulateur de A, on peut déduire que :

A) A n'admet pas de valeurs propres ; B) Les seules valeurs propres de A sont $0, 1$ et -1 ;
C) Les seules valeurs propres de A sont 0, 2 et 1 ; D) Les seules valeurs propres sont $1, 3$ et -1.
E) Autre réponse

Question 9 : On lance n fois un dé de 6 faces pour observer la fréquence d'apparition de la face 1 : F_n (le nombre d'apparitions divisé par n). La loi faible des grands nombres nous permet d'affirmer que la limite de probabilité de l'événement $[\, F_n < \frac{1}{5} \,]$ quand n tend $+\infty$:

A) 1 B) 0 C) 0,5 D) la limite n'existe pas E) Autre réponse

Question 10 : Pour p entier naturel non nul, on désigne par $S_p = (S_p(n))_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par

$$(\forall n \in \mathbb{N})\, S_p(n) = 0^p + 1^p + 2^p + \ldots + n^p = \sum_{i=0}^{n} i^p$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(6\frac{S_2(n)}{n^3} - 4\frac{S_3(n)}{n^4}\right) =$$

A) $\frac{23}{24}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) Autre Réponse

Indication : pour i entier naturel, on pourra développer $(1+i)^{p+1} - i^{p+1}$ que l'on sommera suivant i, ce qui permettra de trouver une relation de récurrence entre $S_1(n), S_2(n), \ldots, S_{P-1}n)$, et $S_p n)$

Question 11 : Un avion biréacteur peut poursuivre son vol avec un seul réacteur qui fonctionne, tandis qu'un avion quadriréacteur peut poursuivre son vol avec au moins deux réacteurs qui fonctionnent. Les réacteurs fonctionnent de façon indépendante. On considère que chaque réacteur a une même probabilité p de tomber en panne au cours du vol, que ce soit un avion biréacteur ou un quadriréacteur. En se référant uniquement à la panne des réacteurs, un type d'avions sera plus sûr qu'un autre si la probabilité de poursuivre un vol jusqu'à destination est supérieure à celle de l'autre. Un biréacteur est plus sûr qu'un quadriréacteur dès que :

A) $p > \frac{1}{4}$ B) $p > \frac{1}{3}$ C) $p > \frac{1}{2}$ D) $p > \frac{2}{3}$ E) Autre réponse

Question 12 : Pour être sélectionné aux jeux olympiques, un athlète doit réussir deux fois à dépasser les minima fixés par sa fédération. Il a une chance sur trois de réussir à chaque épreuve à laquelle il participe. Sachant qu'un athlète ne peut participer qu'à quatre épreuves au maximum, la probabilité qu'il soit sélectionné est :

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{10}{27}$ D) $\frac{11}{27}$ E) Autre réponse

Indication : On pourra commencer par déterminer la loi du nombre d'épreuves à participer pour être sélectionné indépendamment du maximum fixé.

Question 13 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*_+$ par $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{e^{-t^2}}{t} dt$. f admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}^*_+$ au point $x_0 =$

A) $(\frac{1+\sqrt{1+4\ln 2}}{2})^{\frac{1}{2}}$ B) $\frac{1+\sqrt{1+4\ln 2}}{2}$ C) $(\frac{-1+\sqrt{1+4\ln 2}}{2})^{\frac{1}{2}}$ D) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ E) Autre réponse

Question 14 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*_+$ par $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{e^{-t^2}}{t} dt$.

$\lim_{x \to 0+} f(x) =$

A) $+\infty$ B) $-e$ C) e D) $-\infty$ E) Autre réponse

Indication : On pourra utiliser un encadrement de $\frac{e^{-t^2}}{t}$ pour t appartenant à l'intervalle $[x^2, x]$ et pour $0 \prec x \prec 1$ et en utilisant les bornes de e^{-t^2} .

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Polynômes
- Calcul matriciel et systèmes linéaires
- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Dérivation (et convexité en ECT1)
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Matrices carrées : inverse et puissances

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect