Concours Grande École de l'ISCAE (Institut supérieur de commerce et d'administration des entreprises), Maroc

Session 2025, filière ECT

Mathématiques I (option T)

Durée : 2 heures

Ce que traite le sujet

- Questions 1, 8, 11 : matrices
- Questions 2, 4, 7, 12 : analyse
- Question 3 : bases de données
- Questions 5, 6, 9, 10, 13, 14 : probabilités

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/iscae/ect/2025/maths

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2025

MATHEMATIQUES I

DUREE: 2h

N.B:

1. **Il n'est fait usage d'aucun document ; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
2. **Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.**
3. **Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.**
4. **Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.**
5. **Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.**
6. **Le barème suivant sera adopté :**

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 14 questions totalement indépendantes.

Notations :

- Si M désigne une matrice, sa matrice transposée sera notée ${}^tM$
- Le logarithme népérien sera notée ln ou Log

Question 1 : Soient les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On suppose que P est inversible, et on définit : $D = P^{-1} AP$

La matrice D est :

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ E) Autre réponse

Question 2 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $u_1 = 3$ et pour tout entier naturel n≥1,

$u_{n+1} = \frac{u_n^2+2}{u_n+1}$. On définit une nouvelle suite $(c_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, pour tout n≥1, par :

$c_{n+1} = \frac{u_n^2+2}{2u_n-1}$. On affirme que la suite $(c_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est géométrique. Quelle est sa raison q ?

A) 2 B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) Autre réponse

Question 3 : Que retourne la requête suivante ?

```
SELECT name
FROM employees
WHERE department_id IN (SELECT department_id FROM departments WHERE location_id
= 1700);
```

A) Tous les noms des employés
B) Les employés du département 1700
C) Les employés travaillant dans les départements situés à l'emplacement 1700
D) Erreur de syntaxe
E) Autre réponse

Question 4 : Soit $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - e^{-nx}}{x} & si\ x > 0 \\ a & si\ x = 0 \end{cases}$$

La condition pour que f soit continue en 0 est :

A) $a = n$ B) $a = 0$ C) $a = 1$ D) $a = n^2$ E) Autre réponse

Question 5 : Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules noires. On effectue des tirages successifs avec remise, un à un, jusqu'à ce qu'on obtienne deux boules noires consécutives. On note x la variable aléatoire égale au nombre total de tirages nécessaires.
Quelle est la probabilité que $x = 4$?

A) $\frac{8}{81}$ B) $\frac{4}{27}$ C) $\frac{2}{27}$ D) $\frac{10}{81}$ E) Autre réponse

Question 6 : Un laboratoire produit un vaccin dans trois usines indépendantes : U_1, U_2 et U_3. L'usine U_1 assure 50 % de la production totale, U_2 en produit 30 %, et U_3 fournit les 20 % restants. La probabilité qu'un vaccin soit non conforme est de $\frac{1}{50}$ s'il est fabriqué par U_1, de $\frac{3}{100}$ s'il vient de U_2, et de $\frac{1}{20}$ s'il provient de U_3. On prélève un vaccin au hasard dans le stock global et on constate qu'il est non conforme. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'usine U_3 ?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) Autre réponse

Question 7 : On s'intéresse à l'intégrale suivante $I = \int_0^{+\infty} e^{-x} \ln(1 + e^{-x})\, dx$.
On peut affirmer que I :

A) Est divergente

B) Est convergente et égale à $2.\ln(2) - 1$

C) Est convergente et égale à $2.\ln(2)$

D) Est convergente et égale à $3.\ln(3) - 1$

E) Autre réponse

Question 8 : On s'intéresse à la matrice $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & b \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ où a et b sont deux réels. On peut affirmer que M :

A) N'est jamais diagonalisable

B) Est toujours diagonalisable

C) Est diagonalisable si et seulement si $a + b = 0$

D) Est diagonalisable si et seulement si $a - b = 0$

E) Autre réponse

Question 9 : On s'intéresse à la fonction de densité de probabilité suivante associée à la variable aléatoire réelle X où a est un réel éventuellement à déterminer :

$$f(x) = \begin{cases} 0 \; si \; x \notin [0,1] \\ a.(x^3 - x^4) \; si \; x \in [0,1] \end{cases}$$

On peut affirmer que :

A) $E(X) = \frac{10}{21}; V(X) = \frac{1}{63}$ B) $E(X) = \frac{10}{21}; V(X) = \frac{2}{63}$ C) $E(X) = \frac{11}{21}; V(X) = \frac{2}{63}$

D) $E(X) = \frac{11}{21}; V(X) = \frac{1}{63}$ E) Autre réponse

Question 10 : Une variable aléatoire X peut prendre deux valeurs réelles distinctes, x et $-\frac{x}{k}$, où $x \in \mathbb{R}^*$ et $k \in \mathbb{N}^*$, avec les probabilités respectives p et $q = 1 - p$. On veut déterminer en fonction de k la valeur de p telle que E (X) = 0. On trouve alors :

A) $p = \frac{1}{k+1}$ B) $p = \frac{k}{k+1}$ C) $p = \frac{1}{k}$ D) $p = \frac{k+1}{k+2}$ E) Autre réponse

Question 11 : Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; pour n entier naturel, A^n désigne A multipliée par elle-même (n-1) fois avec la convention $A^0 = I_3$ (matrice unité d'ordre 3) et $A^1 = A$. On désigne par X le vecteur colonne $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et par v_n le nombre réel $\frac{{}^tXA^nX}{3^{n-1}(n+1)}$.

$\lim\limits_{n \to +\infty} (v_n) =$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $+\infty$ E) Autre réponse

Indication : on pourra commencer par trouver l'expression de A^n en posant $A^n = \begin{pmatrix} a_n & 0 & d_n \\ 0 & b_n & e_n \\ 0 & 0 & c_n \end{pmatrix}$; cela permet de trouver une relation de récurrence entre a_{n+1}, a_n (respectivement entre b_{n+1}, b_n et entre c_{n+1}, c_n) ; on trouvera aussi une relation entre d_{n+1}, a_n, d_n (respectivement entre e_{n+1}, b_n, e_n). Pour trouver l'expression de d_n en fonction uniquement de n, on posera $d_n = 3^n - q^n$ où q est un nombre réel à déterminer ; de même pour déterminer l'expression de e_n en fonction uniquement de n, on posera $e_n = 3^n r_n$ où r_n est un nombre réel à déterminer en fonction uniquement de n.

Question 12 : Pour n entier naturel, on pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} k3^{k-1}$.

$\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{(n+1)3^n} =$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $+\infty$ E) Autre réponse

Indication : on pourra considérer la fonction de la variable réelle x définie par $f(x) = \sum_{k=0}^{n} x^k$ (convention $x^0 = 1$) dont on calculera la fonction dérivée.

Question 13 : Pour n entier naturel non nul, on désigne par X_n la variable aléatoire ayant pour densité la fonction f_n de la variable réelle x définie par $f_n(x) = \begin{cases} ant^{n-1} \text{ si } t \in [0;1] \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$ où a est un nombre réel strictement positif (éventuellement à calculer).

$\lim_{n\to+\infty} V(nX_n) =$

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) 2 E) Autre réponse

Question 14 : On suppose dans une certaine région, pendant une période donnée, seuls deux états météo sont possibles : le beau temps et le mauvais temps. L'étude des bulletins météo du passé laisse penser que le temps qu'il fait un certain jour de cette période dépend du temps qu'il a fait la veille de la façon suivante :

- S'il fait beau un jour donné, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est égal à $\frac{4}{5}$;
- S'il fait mauvais un jour donné, la probabilité qu'il fasse mauvais le lendemain est égal à $\frac{2}{5}$.

On s'intéresse à une période débutant le jour 1, jour au cours duquel il a fait beau.

Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par B_n l'événement « il fait beau le jour n » et par p_n la probabilité de réalisation de l'événement B_n.
Pour tout n non nul, p_n=

A) $\frac{2}{5} + 3(\frac{1}{5})^n$ B) $\frac{4}{5} + (\frac{1}{5})^n$ C) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}(\frac{1}{5})^{n-1}$ D) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}(\frac{2}{5})^{n-1}$ E) Autre réponse

Indication : on cherchera une relation de récurrence liant p_{n+1} à p_n.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme d'ECT chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Suites réelles
- Fonctions réelles : limites et continuité
- Probabilités sur un univers fini
- Variables aléatoires finies et lois usuelles
- Matrices carrées : inverse et puissances
- Compléments d'intégration
- Sommes finies et séries numériques

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/iscae/ect