Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2006, filière MP

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Parties 1 et 2 : analyse fonctionnelle et réponse du capteur optique
- Partie 3 : simulation de la surface rugueuse
- Partie 4 : mise en équations du rugosimètre
- Parties 5 et 6 : commande de la tête optique

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

Copie numérisée de l'énoncé seul, sans le document-réponse de 12 pages annoncé en première page.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/mp/2006/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A 2006 SI-MP

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
DES TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ETIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE.
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIÈRE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 2006

SCIENCES INDUSTRIELLES

Filière : MP

Sujet mis à disposition des concours : ENSAE (Statistique), ENSTIM, TPE-EIVP, Cycle International

Durée de l'épreuve : 3 heures
L'usage de la calculette est autorisé

Cet énoncé comporte 10 pages numérotées de 1/10 à 10/10. Certaines figures sont répétées, en couleurs, en annexe pages 9 et 10/10. Le travail sera effectué sur le document-réponse de 12 pages fourni avec la copie. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en première page ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature - avant de commencer l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Les questions sont organisées au sein d'une progression logique caractéristique de la discipline, certaines questions étant partiellement dépendantes : Il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre. Un temps est conseillé pour traiter chaque question et reflète son importance relative dans l'évaluation de la copie. La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

RUGOSIMETRE TRIDIMENSIONNEL à GRANDE VITESSE

Système développé par le laboratoire SATIE, à l'École Normale Supérieure de Cachan

Modélisation, simulation et validation

PRÉSENTATION DU SYSTÈME

La rugosimétrie des pièces mécaniques est aussi répandue et indispensable que leur métrologie dimensionnelle. Elle contrôle les spécifications des *états de surface* des pièces. La Figure 1 représente un relevé rugosimétrique tridimensionnel d'une partie d'une aube de turbine de haute précision (voir aussi la Figure 1 en couleurs, page 9/10).

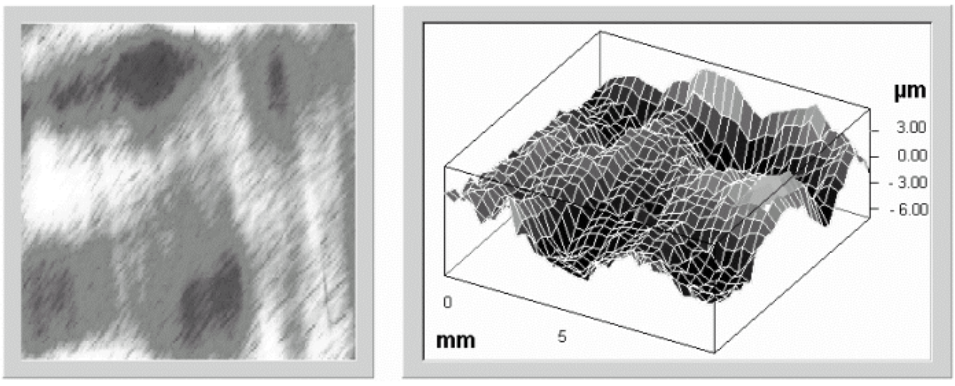


Figure 1 : Relevé rugosimétrique tridimensionnel

La mesure rugosimétrique repose traditionnellement sur deux composantes techniques distinctes: le capteur, qui peut être mécanique (palpeur) ou optique, et le traitement du signal et de données (algorithmes informatiques), qui permet de traduire les mesures physiques de base produites par le capteur en données numériques exploitables, représentatives des caractéristiques physiques de la surface analysée.

De la conjonction des caractéristiques techniques du capteur et du traitement numérique vont découler les qualités essentielles du rugosimètre : sa rapidité ; sa résolution ; sa précision ; son amplitude de mesure. Lorsque l'ensemble est suffisamment rapide, il peut être utilisé pour réaliser des mesures de surface (Z fonction de (X,Y), ou « mesure 3D ») et non plus simplement des profils linéaires (Z fonction de X, ou « mesure 2D »). Or la rugosimétrie bidimensionnelle est un pis-aller grossier vis à vis de la tridimensionnelle. L'avenir est à la 3D. Si à cette exigence de rapidité on rajoute celle de précision avec une grande amplitude de mesure, on arrive, avec les technologies actuellement disponibles, à des capteurs très chers. Cela fait que le développement de la rugosimétrie 3D de précision voit son développement fortement ralenti. L'objectif du projet étudié ici est de développer et de mettre sur le marché un rugosimètre 3D de précision à faible coût. L'objet de cette étude est le prototype conçu par le laboratoire SATIE de l'École Normale Supérieure de Cachan. Pour valider la technologie retenue, le prototype est celui d'un rugosimètre 2D. Ce projet est le fruit d'un travail pluridisciplinaire qui a impliqué des commerciaux, des scientifiques et techniciens, et a été financé par l'Agence Nationale pour la Valorisation de la Recherche d'Ile-de-France.

Le principe retenu est le suivant :

- Un capteur optique assure une résolution verticale comparable à celle des meilleurs capteurs mécaniques actuels ; ce capteur, de faible amplitude de lecture (20 µm), permet un mesurage rapide des hautes fréquences spatiales des profils rugosimétriques mesurés.
- Un asservissement mécanique vertical à grande amplitude (plusieurs mm) permet à la tête optique de suivre les moyennes et basses fréquences spatiales des profils ; un second capteur, inductif, donne la position verticale de la tête optique ; le profil complet sera la somme des signaux fournis par les deux capteurs. Le déplacement vertical du capteur optique est assuré par une Unité de Rotation (UR) portée par un bras.
- Ce capteur opto-mécanique est lui-même translaté au dessus de la surface à mesurer par une Unité de Translation (UT) à vitesse régulée de consigne constante. On obtient ainsi un *profil* 2D, Z fonction de X. Dans sa future version 3D, une seconde UT de direction Y permettra de donner une image de la surface par une juxtaposition de profils 2D : on « scannera » la surface.

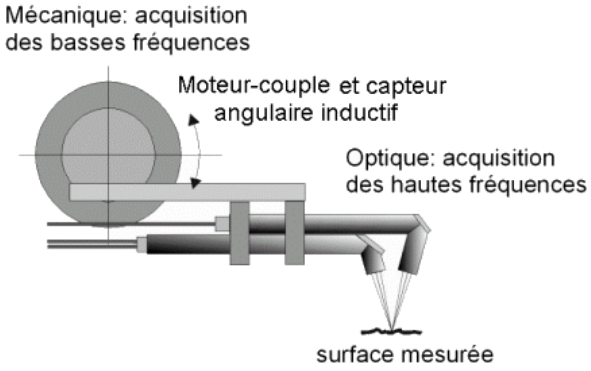


Figure 2 - Principe retenu :
un système opto-mécanique
(voir aussi la Figure 2 en couleurs, page 9/10)

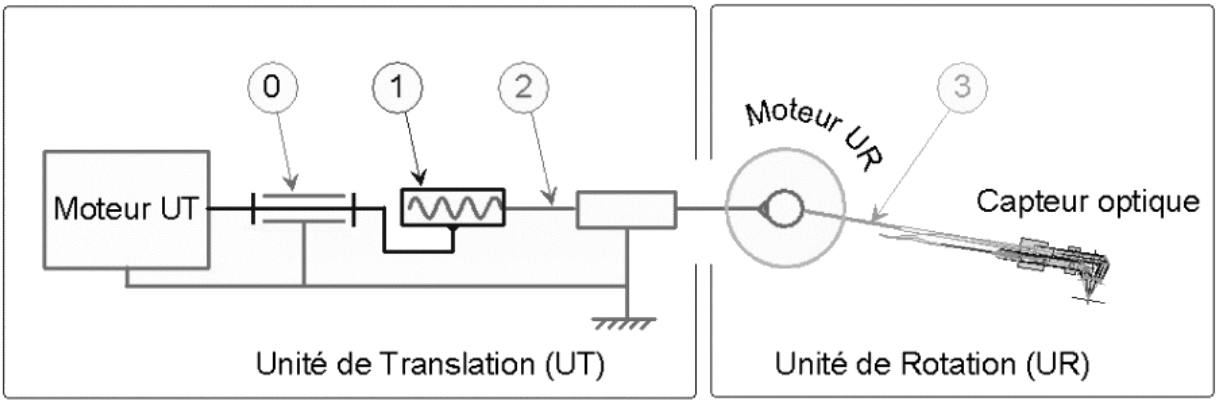


Figure 3 - Schéma du prototype de rugosimètre 2D : UT avec son moteur, le bâti 0, l'arbre-moteur 1, le bras 2 de l'UT, le bras 3 de l'UR avec son moteur, et le capteur optique. (Voir aussi la Figure 3 en couleurs, page 9/10)

QUESTIONS

Dans ce sujet, les questions sont regroupées et chacune sera notée globalement. Les candidats sont invités à rédiger soigneusement leurs réponses, tout en les résumant ; les résultats intermédiaires dans une question n° k seront numérotés (k.1), (k.2) etc., ce qui permet d'y faire référence par la suite. Les résultats importants seront encadrés. Bien rédiger consiste en particulier à expliquer avec concision ce que l'on fait et pourquoi, et non à détailler inutilement des calculs intermédiaires. Une partie du barême sera affectée à la qualité générale de la rédaction et de la présentation.

1. ÉTUDE FONCTIONNELLE DU SYSTÈME « RUGOSIMÈTRE 3D »

On propose d'abord aux candidats d'exprimer leur compréhension du fonctionnement du système. On a choisi pour ce faire le formalisme SADT (System Analysis and Design Technique, c'est à dire Technique d'analyse et de conception des systèmes) dont le principe est rappelé ci-contre Figure 4 :

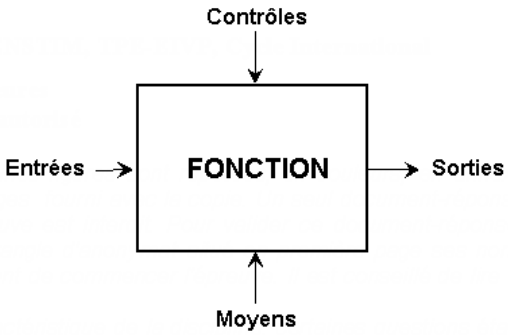


Figure 4 - Principe du SADT

Question 1 (dix minutes) : Proposer une analyse fonctionnelle par diagramme SADT de l'ensemble du système « prototype de rugosimètre 2D ». Indiquer le niveau « A-0 » (A moins zéro) présentant la fonction globale, puis le niveau « A0 » détaillant ses sous-fonctions. On évitera les confusions entre entrées, moyens et contrôles. On fera clairement apparaître les boucles d'asservissement et l'élaboration finale de l'estimation de la grandeur physique mesurée.

2. SIMULATION DE LA RÉPONSE DU CAPTEUR OPTIQUE

Le principe du capteur optique est *l'écartométrie*. Ce procédé, déjà utilisé en robotique, n'a encore jamais servi en rugosimétrie industrielle. Un faisceau laser (« émission ») est focalisé sur la surface à mesurer. La tache focale se déplace devant les images de deux demi-disques de réception : voir Figure 5. L'intensité lumineuse d'émission se partage ainsi entre deux photo-récepteurs. Cette différence d'intensité permet de calculer la position horizontale de la tache focale d'émission. Par ailleurs, cette position horizontale dépend de la variation de position verticale de la surface par rapport au point focal. La Figure 5 montre trois positions verticales de la surface mesurée et, en projection sur le plan horizontal, les positions de la tache focale par rapport aux demi-disques de reception qui en résultent.

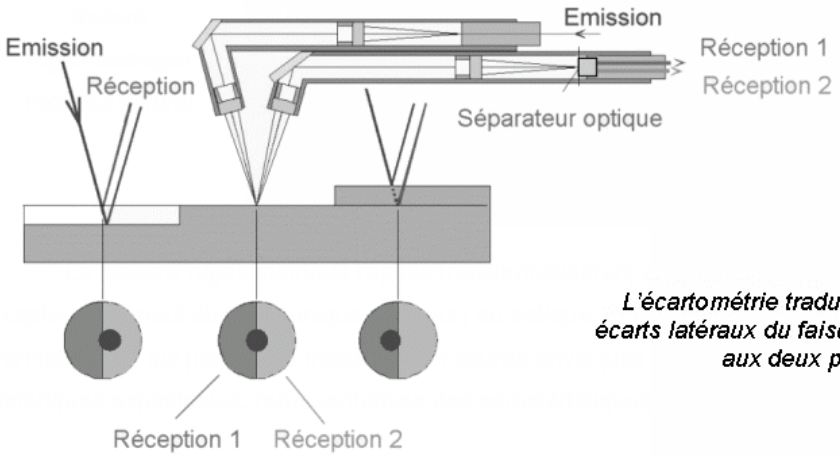


Figure 5 -

Principe du capteur optique : l'écartométrie.
(Voir aussi la Figure 5 en couleurs, page 9/10)

L'écartométrie traduit les écarts d 'altitude en écarts latéraux du faisceau d'émission par rapport aux deux photo-récepteurs

Le but de cette partie de l'étude est de retracer les premières étapes de validation du prototype de tête optique qui ont précédé sa réalisation. Il s'agit de préparer la simulation informatique de la réponse du capteur à l'éclairement d'une surface non pas plane (comme dans l'exemple simplifié de la Figure 5), mais rugueuse (comme l'est toute surface mécanique industrielle).

La Figure 6 représente la géométrie du système d'écartométrie. Les vecteurs définis sont unitaires; $\mathscr{B}_0$ est la base orthonormée $(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$; α est l'angle d'incidence du faisceau d'émission ; $\vec{r}$ et $\vec{e}$ appartiennent au plan vectoriel $(\vec{z}_0,\vec{x}_0)$; F_0 est le point focal pris comme origine, S un point quelconque de la surface connu par ses coordonnées (x,y,z) dans le repère $\mathscr{R}_0 = (F_0,\mathscr{B}_0)$.

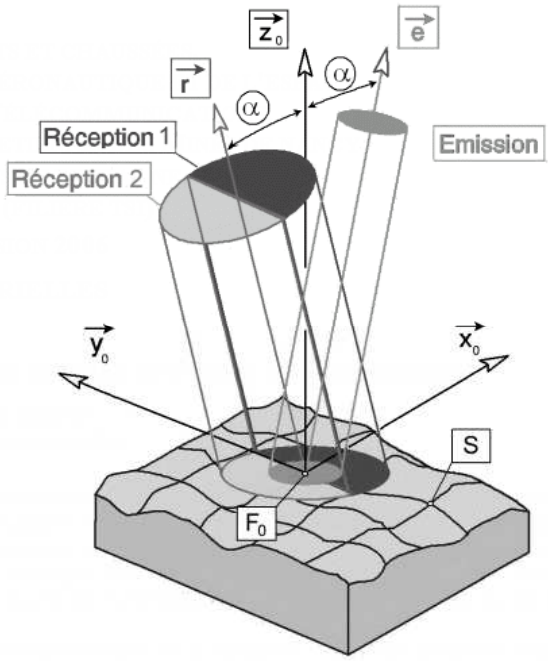


Figure 6 - Géométrie du système d'écartométrie
(Voir aussi la Figure 6 en couleurs, page 10/10)

On appelle R_e et R_r les rayons respectifs des cylindres "émission" et "réception".

Question 2 (quinze minutes) : Indiquer en fonction de $(x, y, z, r, R_e, R_r, \alpha)$ si S appartient d'une part au cylindre du faisceau d'émission et d'autre part à l'un des deux demi-cylindres de réception.

La suite de la simulation consistait à prendre en compte les propriétés réfléchissantes de la surface rugueuse pour connaître le flux de lumière réfléchie au voisinage de S dans la direction d'observation $\vec{r}$. Cet aspect de l'étude n'est pas étudié dans ce sujet. Cependant, on donnera une idée des outils d'une telle simulation par le paragraphe suivant :

3. SIMULATION DE LA SURFACE RUGUEUSE

On a choisi de simuler une surface rugueuse par une fonction de Weierstrass. Dans sa version simplifiée, il s'agit d'une fonction W réelle d'une variable réelle x, déterministe. Ses paramètres sont $a \in]0,1[$ et b un entier impair, tels que a.b>1. W(x) est défini par l'Equation 3.1:

$$W(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a^k.\cos(b^k x)$$

Équation 3-1

Sans demander des candidats de connaissances dans ce domaine, on remarquera qu'il s'agit d'une *fractale*, fonction continue partout et dérivable nulle part, et possédant des propriétés d'échelle. La Figure 7 (haut) représente cette fonction. Celle-ci est un bon modèle des surfaces mécaniques au niveau microscopique. Sa forme algébrique autorise de plus des calculs numériques aisés. Dans sa version aléatoire à deux variables (x,y), elle fournit des simulations 3D réalistes (Figure 7 bas, à comparer avec la Figure 1. Voir aussi la Figure 7 en couleurs, page 10/10).

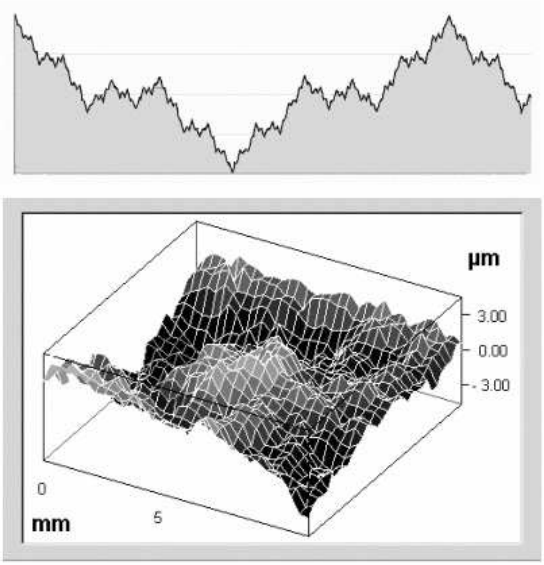


Figure 7 - Fonction de Weierstrass déterministe d'une variable (haut) et aléatoire de deux variables (bas)

Par ailleurs, la définition de W à partir d'une série impose dans les calculs numériques de limiter l'ordre k des termes $a^k \cos\left(b^k x\right)$ à une valeur maximale N.

La fonction W_N, approximation d'ordre N diffère de W de « l'erreur de troncature », notée ici e_N : voir Figure *8* et Équation 3-2. La troncature réalise donc de manière naturelle un filtrage passe-bas du signal W complet.



Figure 8 :

W_N avec a=0.5, b=3, N=10 (haut) et N=4 (bas)

$$\begin{aligned} W(x) &= \sum_{k=0}^{N} a^k \cos\left(b^k x\right) + \sum_{k=N+1}^{\infty} a^k \cos\left(b^k x\right) \\ &= W_N(x) + e_N(x) \\ &= \text{Approximation d'ordre N} + \text{Erreur de troncature} \end{aligned}$$

Équation 3-2

Munis de cet outil de simulation numérique et de validation prévisionnelle de la technologie envisagée, les concepteurs du prototype ont cherché à quel ordre N on devait pousser le calcul de W_N afin d'obtenir une estimation suffisamment précise des critères normalisés d'états de surface. La Norme internationale ISO 1302 en définit de nombreux. L'un des plus employés dans l'industrie est le R_a . On considère ici le profil convenablement filtré passe-haut, et de moyenne nulle sur un intervalle $[0,L]$; on va supposer que W répond à ces conditions, et que $b.L \gg 1$ (L est appelé « longueur d'évaluation » ; on la suppose donc grande par rapport aux basses longueurs d'onde spatiales du profil).

Le R_a est défini comme : $$R_a = \frac{1}{L}\int_{x=0}^{L} |W(x)|.dx$$ *Équation 3-3*

Or on va calculer le R_a pour W_N et non W. Définissons le R_a tronqué par :

$$(R_a)_N = \frac{1}{L}\int_{x=0}^{L} |W_N(x)|.dx$$ *Équation 3-4*

On commettra donc sur le calcul du R_a l'erreur $\delta R_a = \left|R_a - (R_a)_N\right|$ *Équation 3-5*

Question 3 (quinze minutes) : A quel ordre minimal N_{min} doit-on calculer W_N pour que l'erreur δR_a commise sur le R_a soit inférieure à une borne fixée, notée ici $\overline{\delta}$?.

Dans la rédaction de cette question, les résultats intermédiaires seront numérotés par le candidat à la suite des équations de l'énoncé : (3.6), (3.7) etc. Toutes les équations et les résultats utilisés dans le raisonnement et les calculs seront référencés par leur numéro : « d'après (3.6) », « (3.3) et (3.6) $\Rightarrow$ » , etc.

4. MISE EN ÉQUATIONS DU RUGOSIMÈTRE

Les calculs prévisionnels du projet de rugosimètre s'adressent maintenant au dimensionnement des moteurs et à l'étude de la commande asservie de la tête optique. Pour cela, une mise en équations dynamiques est un préalable nécessaire. La Figure 9 reprend le schéma de la Figure 3 avec le paramétrage géométrique : $\overrightarrow{OP} = x.\vec{x}_0$ (x variable) ; $\overrightarrow{PG_3} = r.\vec{x}_3$, (r constant) ; $\varphi = \left(\vec{z}_0,\vec{z}_1\right)$, $\theta = \left(\vec{x}_0,\vec{x}_3\right)$ variables ; hélicoïdale de pas p « à droite » (p>0, en mm/tour).

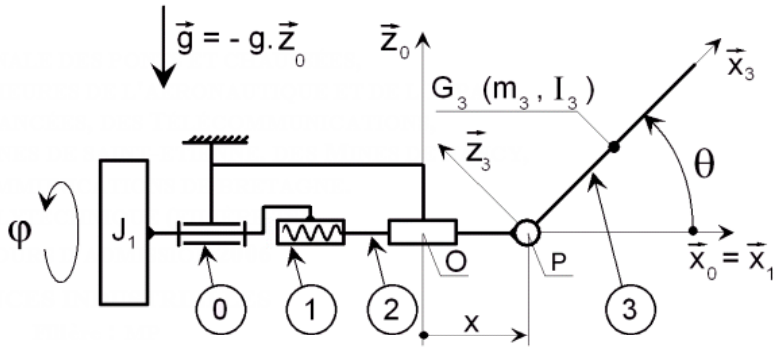


Figure 9 : Schéma paramétré du prototype de rugosimètre 2D

Les données dynamiques suivantes :

- **Solide 0** : considéré comme galiléen.
- **Solide 1** : Moment d'inertie par rapport à l'axe $(O,\vec{x}_0)$: J_1. Son centre d'inertie G_1 est sur $(O,\vec{x}_0)$.
- **Solide 2** : Masse m_2.
- **Solide 3** : Masse m_3 ; matrice d'inertie en son centre d'inertie G_3, dans la base $\mathscr{B}_3(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$: $\left[I_3(G_3)\right]_{\mathscr{B}_3} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{\mathscr{B}_3}$

Le pivot 0-1 présente un frottement visqueux de coefficient f_1 , créant un moment $\vec{\mathscr{M}}_O(0 \to 1) = -f_1.\dot{\varphi}.\vec{x}_0$

La glissière 0-2 présente un frottement visqueux de coefficient f_2 , créant une force $\vec{\mathscr{F}}(0 \to 2) = -f_2.\dot{x}.\vec{x}_0$

Le pivot 2-3 présente un frottement visqueux de coefficient f_3 , créant un moment $\vec{\mathscr{M}}_P(2 \to 3) = -f_3.\dot{\theta}.\vec{y}_0$

L'hélicoïdale 1-2 présente un frottement visqueux de coefficient f_4 , créant un moment $\vec{\mathscr{M}}_O(1 \to 2) = -f_4.\dot{\varphi}.\vec{x}_0$

Les inter-efforts provenant d'autres composants que les liaisons mécaniques sont :

- **La motorisation de 0 sur 1** : le moteur de l'UT exerce un moment variable $\vec{\mathscr{M}}_O(0 \to 1) = C_1.\vec{x}_0$
- **La motorisation de 2 sur 3** : le moteur de l'UR exerce un moment variable $\vec{\mathscr{M}}_P(2 \to 3) = C_3.\vec{y}_0$
- **Un ressort de rappel entre 2 et 3** exerce un moment $\vec{\mathscr{M}}_P(2 \to 3) = -k_3.\left(\theta + \theta_0\right).\vec{y}_0$, (k_3 est une raideur constante, et le moment $-k_3.\theta_0.\vec{y}_0$ compense le moment du poids de 3 pour $\theta = 0$)

Le système étudié possède deux mobilités : on choisit, pour caractériser celles-ci, x et θ comme paramètres géométriques indépendants. Il est donc nécessaire de déterminer deux équations différentielles en x et θ pour mettre en équations le système dynamique formé des solides (0,1,2,3), en vue de sa commande asservie.

Question 4 (quarante minutes) : Déterminer deux équations différentielles sans autre paramétrage géométrique que (x,θ), par l'application de principes, théorèmes et méthodes laissés à l'initiative du candidat. Constater que ces équations sont non-linéaires, et couplées (c'est à dire qu'elles ne sont pas réductibles à deux équations à une seule variable chacune).

Dans la rédaction de la réponse, avant toute mise en équation, les bilans d'efforts extérieurs ou les bilans énergétiques seront obligatoirement présentés d'abord sous forme graphique. Toutes les écritures matricielles (matrices 3x3 ou 3x1) seront présentées entre crochets, avec en indice la base de projection.

On notera $\frac{d_k \vec{u}}{dt}$ *la dérivée par rapport à la base* $\mathscr{B}_k$ *de la fonction vectorielle* $\vec{u}$.

5. COMMANDE DE LA TÊTE OPTIQUE : ANALYSE PRÉVISIONNELLE

Ce couplage et cette non-linéarité ont conduit les concepteurs du prototype à dimensionner les valeurs relatives des masses des solides et des puissances des actionneurs, de sorte à obtenir en première approximation un régime permanent où l'UT translate le solide 2 à vitesse constante. D'autre part, on linéarise l'équation en θ, pour θ au voisinage de 0. Le schéma-blocs de la commande de la tête optique est représenté sur la Figure 10. On prend comme repère $(F_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ de la Figure 6, F_0 étant la position nominale du point focal, quand $\theta = 0$. On appelle :

- Z_{pro} la coordonnée verticale du profil rugosimétrique en (x,y) = (0,0), et que l'on veut mesurer ;
- Z_{est} l'estimation de la valeur de Z_{pro}, obtenue à partir des variables disponibles du système ;
- Z_{foc} la coordonnée verticale du point focal F par rapport à sa position nominale F_0 ;
- K_{opt} le gain (1000 V/m) du capteur optique dont les photodiodes fournissent la tension U_{opt}.
- H_{cor} la fonction de transfert du correcteur placé "en cascade" ;
- K_{mot} le gain du moteur-couple de l'UR, *commandé en courant*. Dans cette configuration, il fournit un couple dont le moment C_{mot} (qui était noté C_3 au § 4) est proportionnnel à l'intensité du courant de commande I_{mot} ; (K_{mot} =0,05 Nm/A) ;
- H_{rot} la fonction de transfert mécanique de l'UR : $H_{rot} = \dfrac{K_{rot}}{1 + (2\xi/\omega_n).p + (p^2/\omega_n^2)}$ *Equation 5-1*
- K_{bra} le gain du bras qui convertit θ en déplacement Z_{foc} (K_{bra} =0,05 m/rd).

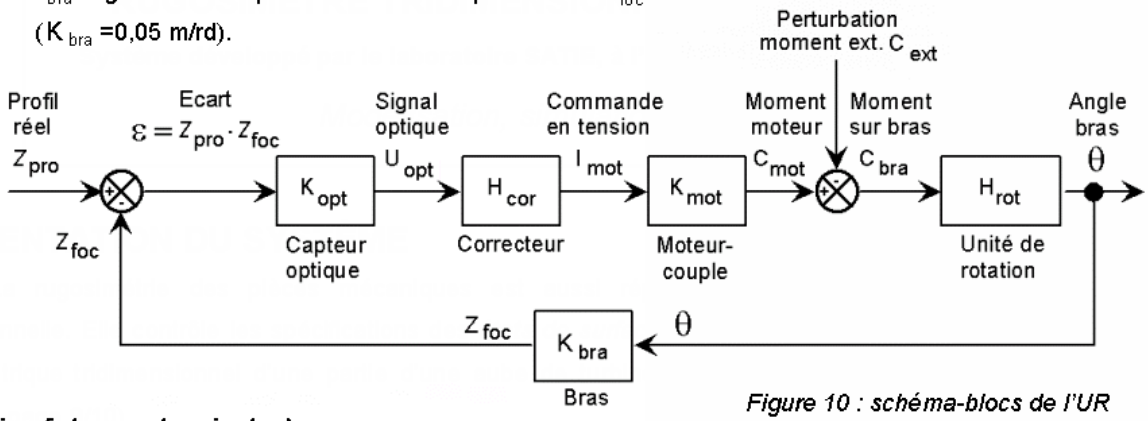


Figure 10 : schéma-blocs de l'UR

Question 5 (quarante minutes) :

Justifier le choix d'une linéarisation de θ *au voisinage de 0.*

En tenant compte des hypothèses du début du § 5, montrer que l'une des équations déterminées à la question 4 se réduit à la forme $C_3 = J_3.\ddot{\theta} + f_3.\dot{\theta} + k_3.\theta$, puis remplacer la forme générale de H_{rot} donnée dans l'Equation 5-1, par sa valeur en fonction des données du § 4. (La suite ne dépend pas de cette valeur de H_{rot}).

Compléter le schéma-blocs de la Figure 10 : Placer le capteur inductif (de gain K_{ind}) et faire apparaître le signal que l'on cherche à mesurer : la coordonnée Z_{est} de la position estimée du profil réel par rapport à F_0. Exprimer la FTBF globale, notée H_{BF}, en fonction des blocs de la Figure 10, puis exprimer en fonction de H_{BF} la réponse θ à une entrée simulée par W_N défini au § 3 . Dire, sans développer les calculs, comment prévoir si le système sera capable de suivre à vitesse constante v un profil W_N.

6. COMMANDE DE LA TÊTE OPTIQUE : IDENTIFICATION ET RÉGLAGE

La tête optique du prototype (cf. photo en Figure 11), a fait l'objet d'une identification en boucle ouverte (BO) : Une réponse indicielle en BO du système sans correcteur ($H_{cor} = 1$) est donnée en Figure 12. Une réponse harmonique avec correcteur, en BO également, est donnée en Figure 13.

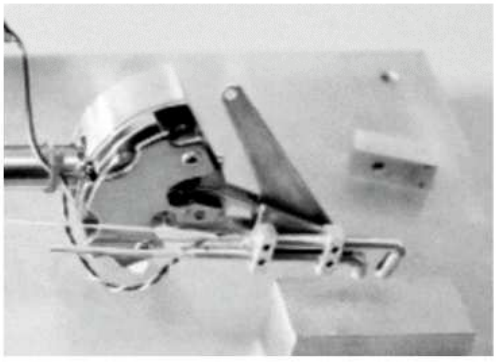


Figure 11 : photo de l'UR et tête optique

(voir aussi la Figure 11 en couleurs page 10/10)

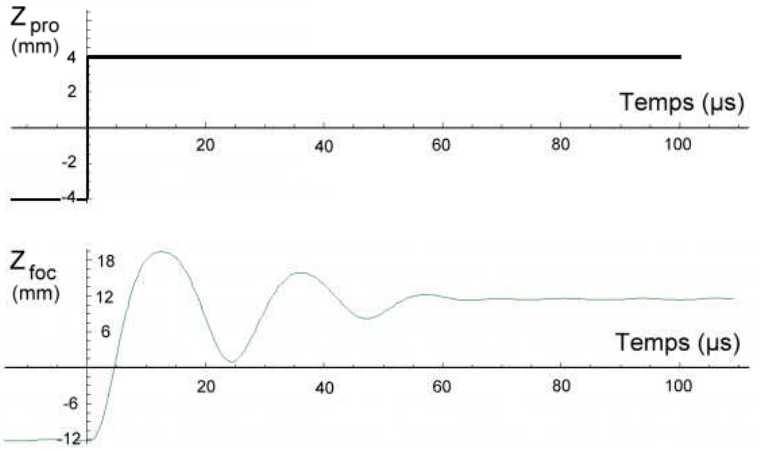


Figure 12 : entrée échelon et réponse indicielle en BO sans correcteur

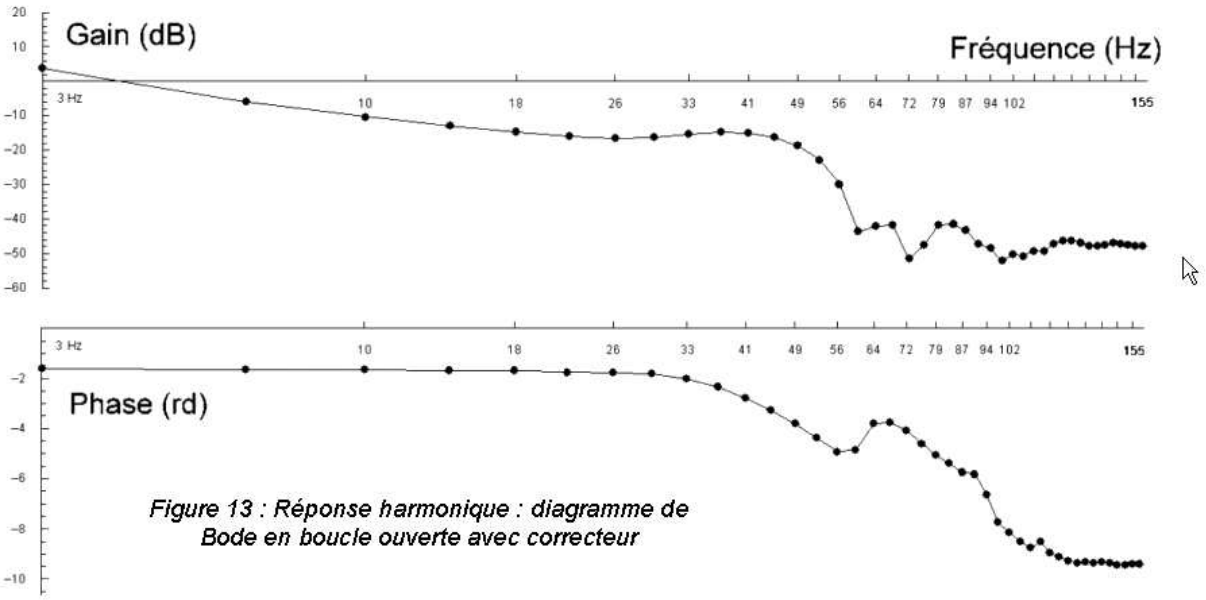


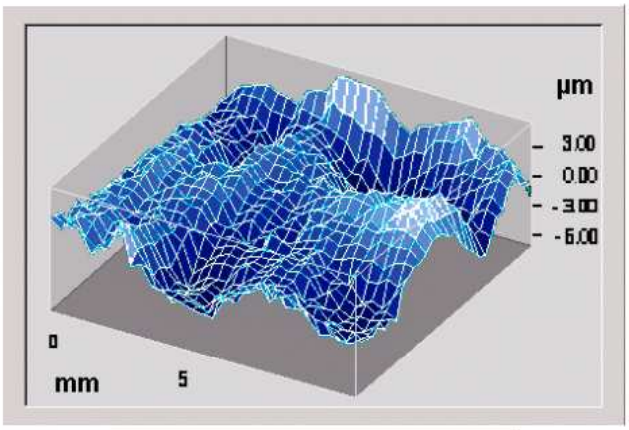
Figure 13 : Réponse harmonique : diagramme de Bode en boucle ouverte avec correcteur

Question 6 : (quarante minutes)

Déduire des résultats expérimentaux de la Figure 12 et de la Figure 13, les valeurs numériques des paramètres de H_{rot} donnés dans l'Equation 5-1 ainsi qu'une particularité importante de la fonction de transfert du correcteur H_{cor} . Quelle est la conséquence de cette particularité sur le fonctionnement ? La réponse harmonique expérimentale est-elle conforme au modèle théorique du § 5 ? Proposer un réglage du gain statique en boucle ouverte permettant d'obtenir une marge de phase de $\pi/4$, en expliquant son choix par un schéma. Quelle conséquence ce réglage aura-t-il sur la précision, la rapidité et la stablité du système ? Pour conclure, indiquer comment et par quel sous-système on réalisera la fonction innovante de ce prototype : commander seulement les déplacements de moyennes et basses fréquences, et comment on peut améliorer la commande.

*** Fin de l'énoncé ***

7. ANNEXE : FIGURES EN COULEURS



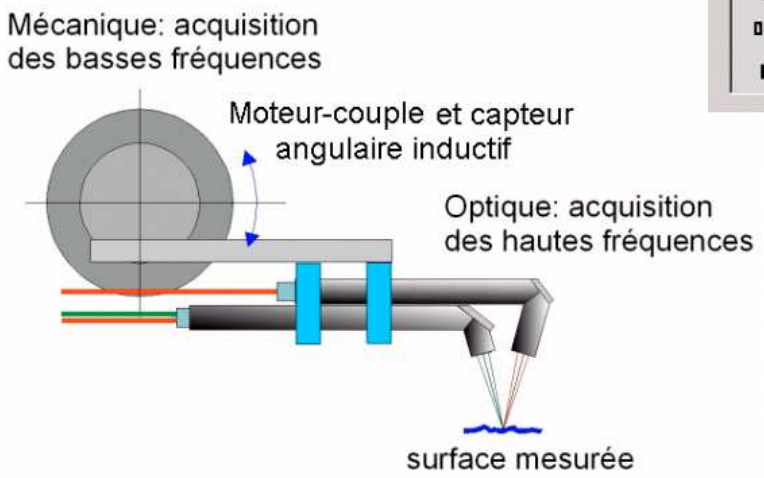


Figure 2 - Principe retenu :
un système opto-mécanique

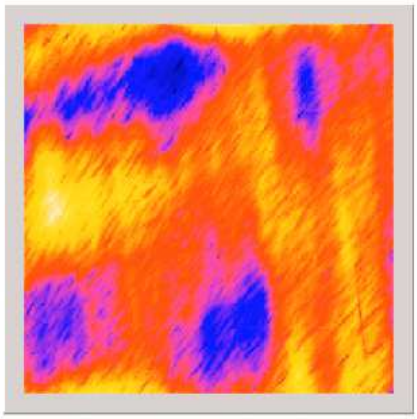


Figure 1 : Relevé rugosimétrique tridimensionnel

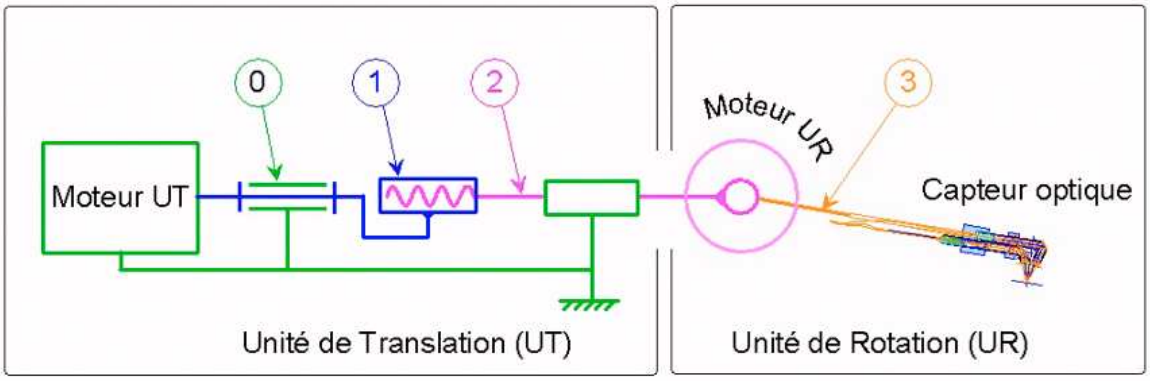


Figure 3 - Schéma du prototype de rugosimètre 2D : UT avec son moteur, le bâti 0, l'arbre-moteur 1, le bras 2 de l'UT, le bras 3 de l'UR avec son moteur, et le capteur optique.

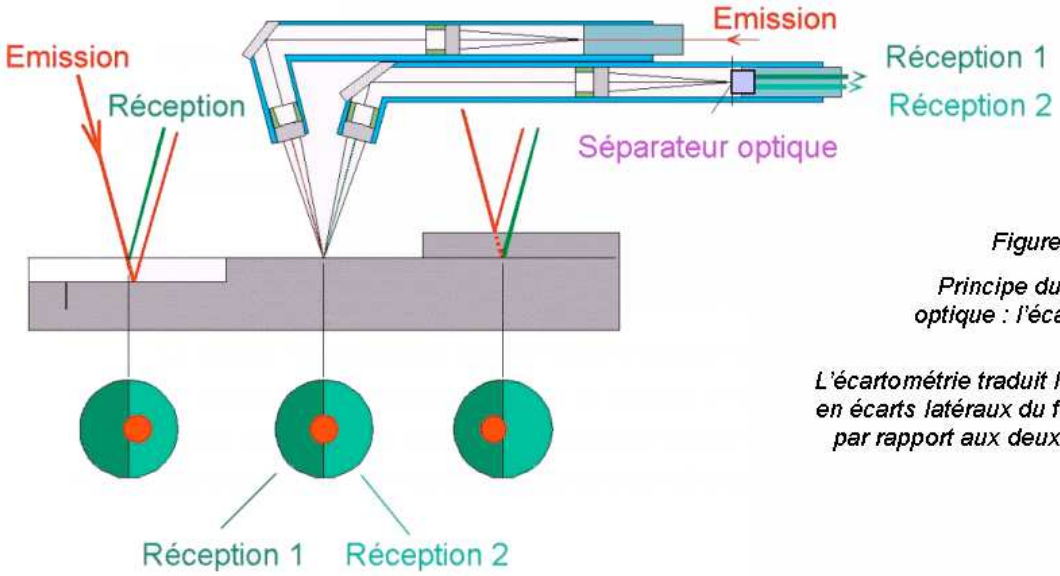


Figure 5 :

Principe du capteur optique : l'écartométrie.

L'écartométrie traduit les écarts d 'altitude en écarts latéraux du faisceau d'émission par rapport aux deux photo-récepteurs

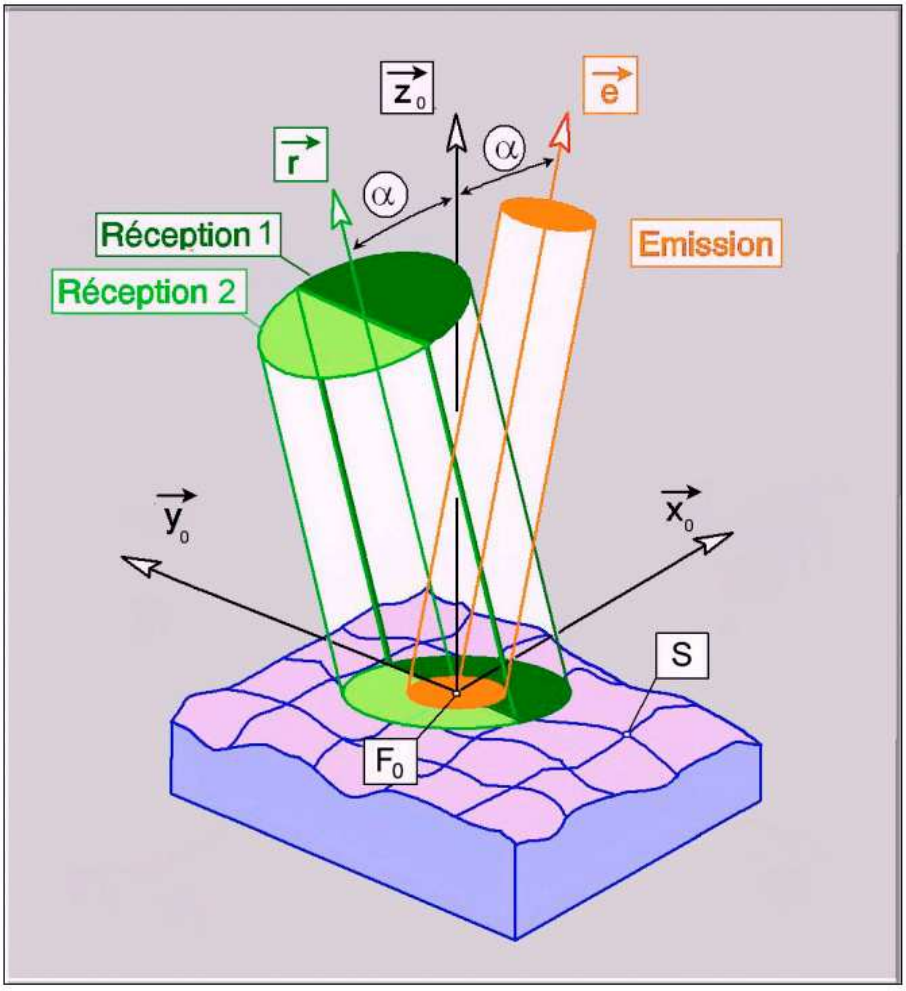


Figure 6 : Géométrie du système d'écartométrie

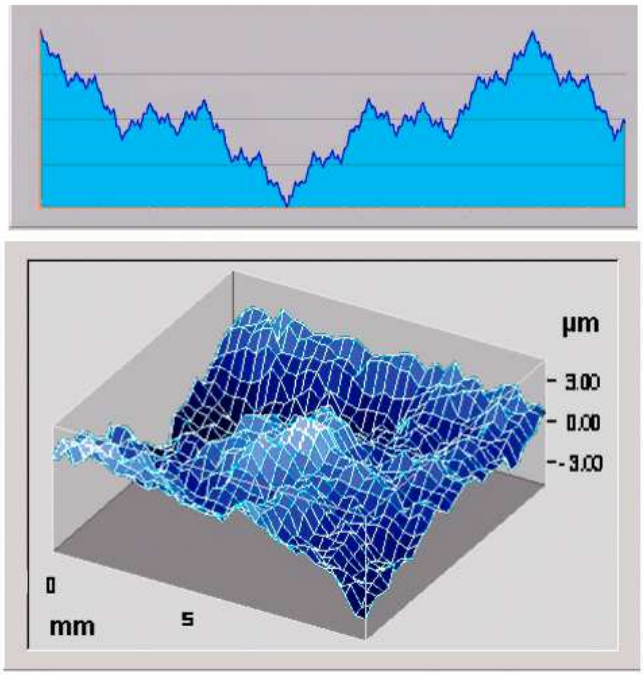


Figure 7 - Fonction de Weierstrass déterministe d'une variable (haut) et aléatoire de deux variables (bas)

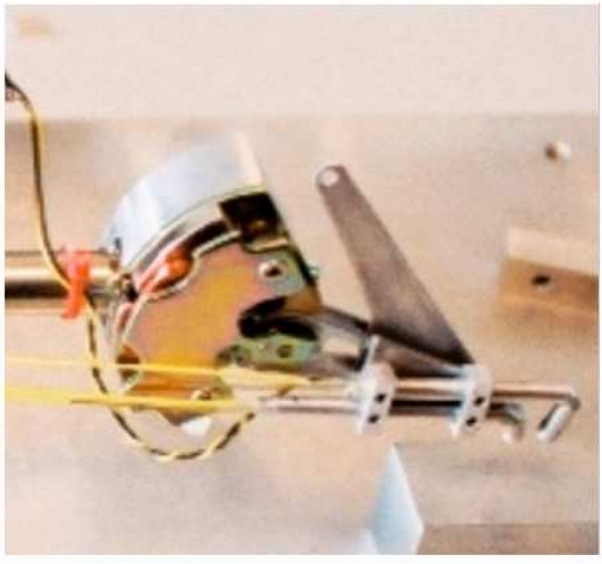


Figure 11 - Photo de l'UR et tête optique

*** Fin de l'annexe ***

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Séries numériques et vectorielles
- Suites et séries de fonctions
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Simplification d'un modèle : linéarisation, non-linéarités, pôles dominants, validité

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/mp