Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2023, filière MP

Sciences industrielles de l'ingénieur

Ce que traite le sujet

- Partie 2 : réglage de la position d'équilibre du pendule
- Partie 3 : sensibilité intrinsèque d'un pendule à un séisme
- Partie 4 : optimisation de la réponse par un asservissement
- Partie 5 : insensibilité des pendules au bruit environnant
- Parties 6 et 7 : filtrage, stockage des données et synthèse

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/mp/2023/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

Le sismomètre SEIS

1 Présentation

Après des années de recherche et de développement puis un voyage de 485 millions de kilomètres, la sonde InSight (*Interior Exploration using Seismic Investigations, Geodesy and Heat Transport*) s'est posée sur Mars le 26 novembre 2018. Elle est le premier observatoire géophysique martien, dont l'objectif est d'étudier la structure interne de Mars et de comprendre la formation et l'évolution des planètes rocheuses du Système solaire. En mesurant la façon dont les ondes sismiques, provoquées par des séismes martiens ou des impacts de météorites, se propagent à l'intérieur de Mars, les géophysiciens vont pouvoir répondre avec précision à cet objectif.

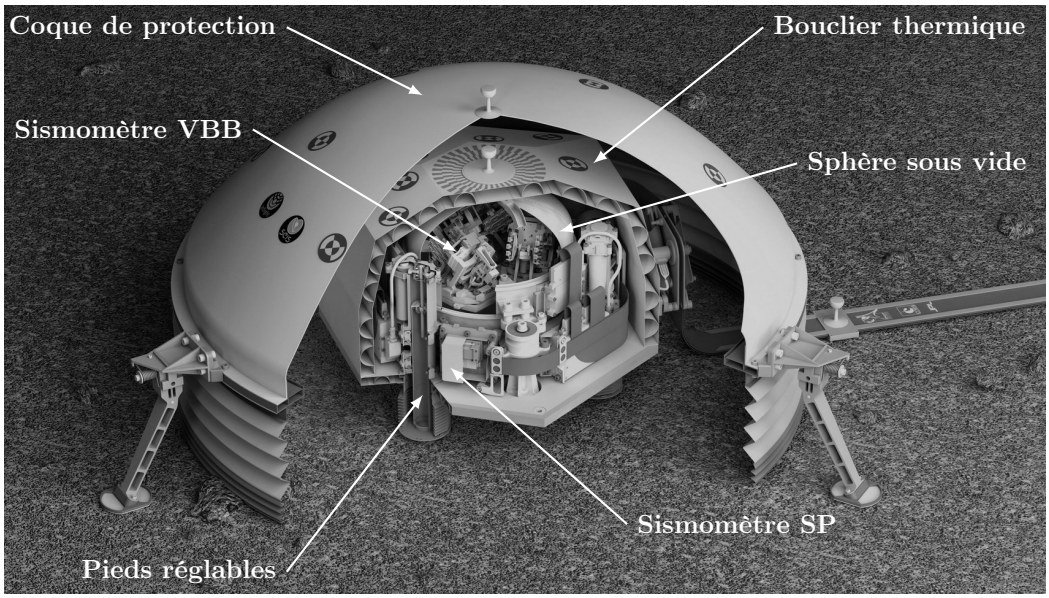


Figure 1 – Écorché de SEIS et ses différents niveaux de protection

Le sismomètre SEIS (*Seismic Experiment for Interior Structures*), déployé à la surface de Mars, est protégé des variations de la température et du vent à l'aide d'un bouclier thermique et d'une coque de protection. SEIS comporte deux sismomètres indépendants, le VBB (*Very Broad Band*) et le SP (*Short Periods*), montés sur une structure commune pouvant être réglée à l'horizontale grâce à des pieds de longueur variable.

- Le sismomètre VBB comporte trois systèmes identiques, composés chacun d'un pendule et d'un bâti, inclinés différemment par rapport au sol. Ils sont fixés dans une sphère en titane sous vide, et sensibles à une large bande de fréquence d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.

- Le sismomètre SP est adapté aux ondes sismiques de plus hautes fréquences, entre 0,1 et 50 Hz.

Dans ce sujet, on s'intéresse uniquement au sismomètre VBB. Une vue détaillée d'un des systèmes du VBB est fournie en Figure 2 et le détail des différents éléments qui le constituent est fourni en Annexe 1.

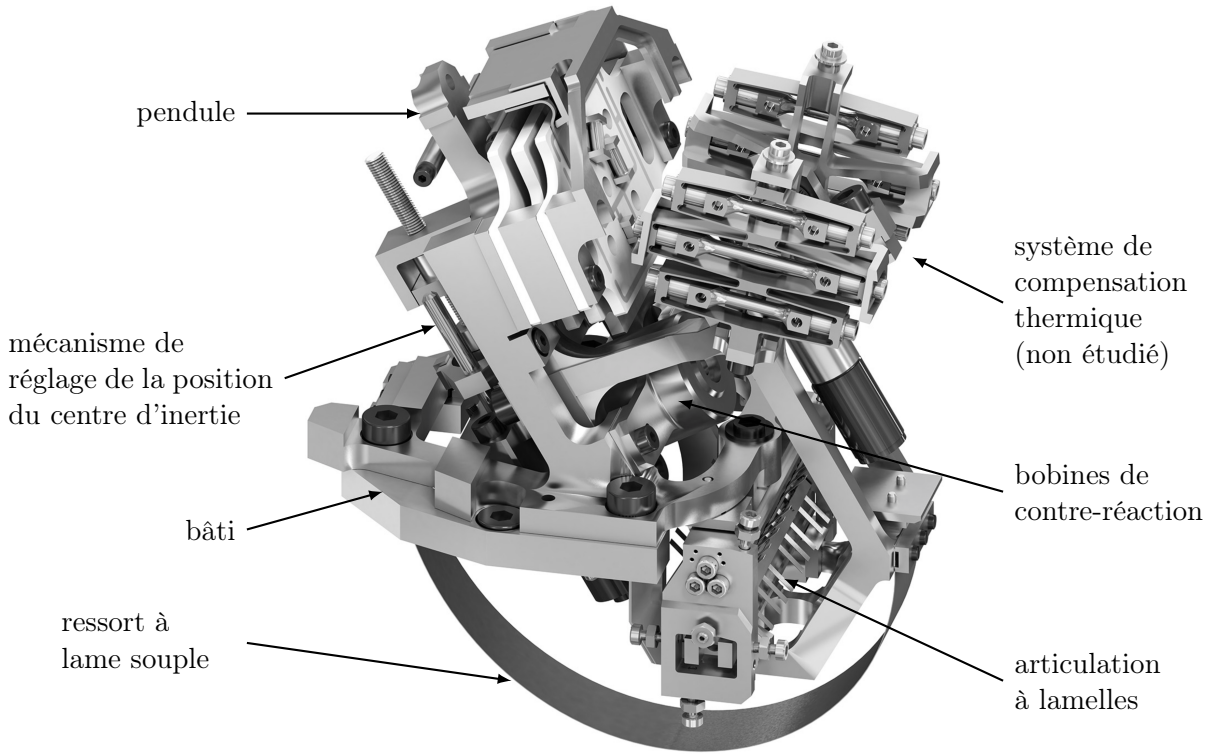


FIGURE 2 – Vue 3D d'un des trois systèmes du VBB

Comme pour les applications terrestres, chaque système du sismomètre VBB possède un pendule qui oscille par rapport à un bâti sous l'impulsion de secousses sismiques transmises par le sol à l'instrument. Une articulation à lamelles permet des mouvements de très faible amplitude avec un minimum de frottements visqueux entre le pendule et le bâti, et sans jeu. Elle constitue l'axe de rotation du pendule dans son mouvement par rapport au bâti.

Le sismomètre VBB s'appuie sur le principe du pendule inversé. L'instabilité inhérente au pendule inversé lui confère une plus grande sensibilité que celle d'un pendule classique. Bien qu'instable par nature, le pendule inversé du sismomètre VBB conserve son équilibre grâce à un ressort à lame souple, recourbé en demi-cercle, et qui applique en permanence une action mécanique de rappel.

2 Réglage de la position d'équilibre du pendule

L'ajustement de la position d'équilibre du pendule en l'absence de séisme est primordial car il permet au sismomètre de fonctionner dans la configuration pour laquelle il a été optimisé. Il peut se faire à distance, depuis la Terre, grâce au mécanisme de réglage du centre d'inertie du pendule (voir FIGURE 2 et l'Annexe 1). Cela permet de rattraper les défauts d'inclinaison de la surface sur laquelle le sismomètre est posé si les pieds réglables ne suffisent pas.

Id	Exigence	Critère	Niveau
1	Ajuster la position d'équilibre du pendule sur Mars		
1.1	Déplacer le centre d'inertie du pendule	Moment généré par le déplacement du centre d'inertie du pendule	$\pm 0,9$ N·mm sur l'axe de rotation du pendule

TABLE 1 – Liste (non exhaustive) des exigences du mécanisme de translation du centre d'inertie du pendule

---

Objectif : définir la position d'équilibre du pendule et valider l'exigence 1.1 de réglage à distance de cette position.

Le schéma cinématique et le paramétrage du dispositif sont fournis en Annexe 2, ainsi que l'ensemble des notations et hypothèses utiles pour cette partie.

Q1. Par application du Principe Fondamental de la Statique au pendule **(2)** à l'équilibre sur Mars, lorsque $\alpha(t) = \alpha_{eq}$, exprimer le moment de précontrainte C_0 en fonction des autres paramètres de l'étude. Préciser le bilan des actions mécaniques extérieures, le théorème appliqué et les éléments d'application du théorème (projection, point éventuel...).

Le mécanisme de réglage de la position du centre d'inertie du pendule est constitué d'une masselotte guidée en translation par rapport à **(2)** le long de l'axe $(O_1, \overrightarrow{y_2})$. Le réglage doit permettre d'imposer $\alpha_{eq} = \alpha_0$ en cas de défauts d'inclinaison du sol. La masselotte de masse $m = 60$ g a une amplitude de translation $c = 18$ mm, centrée sur la position idéale de G en l'absence de défauts d'inclinaison. Cette masse m est incluse dans la masse M de **(2)**.

On donne $g_M \approx 4$ m·s^{-2} et $\alpha_0 = 30°$.

Q2. Calculer le moment en N·mm sur l'axe de rotation du pendule, généré par le déplacement de la masse m, en supposant $\alpha_{eq} = \alpha_0$. Conclure vis-à-vis de l'exigence 1.1.

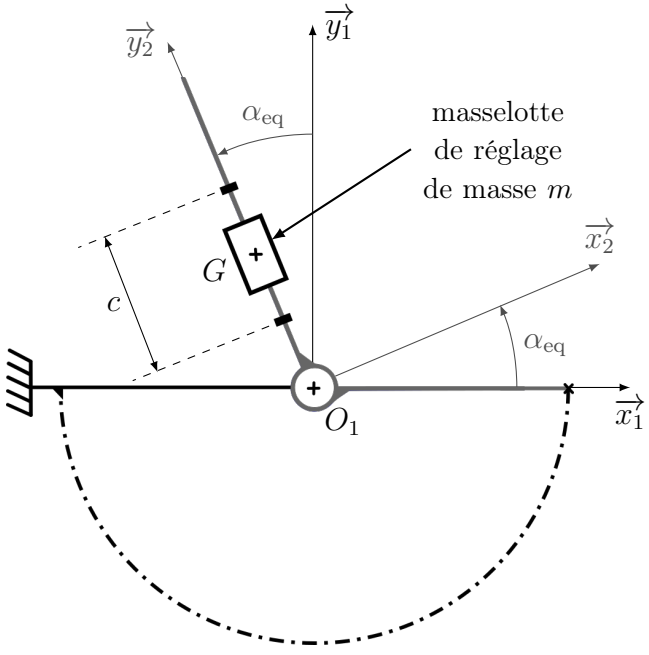


FIGURE 3 – Réglage de la position du centre d'inertie

3 Sensibilité intrinsèque d'un pendule à un séisme

Le schéma cinématique et le paramétrage du dispositif sont fournis en Annexe 3, ainsi que l'ensemble des notations et hypothèses utiles pour cette partie.

En cas de séisme, le sol **(1)** est en mouvement. Il entraîne dans son mouvement le bâti du système et ne peut plus être considéré comme un référentiel galiléen.

Le réglage à distance de la position du centre d'inertie permet d'imposer $\alpha_{\text{eq}} = \alpha_0$.

On admet qu'il y a un mouvement de translation de **(1)** par rapport au repère R_0 dans les directions $\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{y_1}$, comme imposé par les deux liaisons glissières en série entre **(1)** et **(0)** sur le schéma cinématique de l'Annexe 3. Aucun degré de liberté en rotation n'est admis : $\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \overrightarrow{0}$.

Le système doit permettre d'amplifier les mouvements sur la plage de fréquences attendues pour les séismes martiens. On définit pour cela les exigences de la TABLE 2.

2	Être mécaniquement sensible aux séismes attendus sur Mars		
2.1	Être suffisamment sensible	Amplification mécanique	> 2 rad·m^{-1}·s^2
2.2	Être sensible aux fréquences des séismes attendus sur Mars	Amplification en fonction de la fréquence des mouvements du sol	≥ 10 dB dans la bande $[0,01\,;0,5]$ Hz soit $[0,06\,;3]$ rad·s^{-1}

TABLE 2 – Liste (non exhaustive) des exigences de sensibilité mécanique d'un système

---

Objectif : mettre en évidence la grandeur physique à laquelle le pendule est sensible lors d'un séisme, ainsi que ses caractéristiques dynamiques, en vue du réglage de sa commande.

Q3. Déterminer, dans son mouvement par rapport au repère R_0, l'expression du moment cinétique du pendule **(2)** en O_1, $\overrightarrow{\sigma}_{O_1,2/R_0}$. On l'exprimera en fonction des paramètres cinétiques de **(2)** et des paramètres géométriques et cinématiques du système.

Q4. Montrer que la projection sur $\overrightarrow{z_1}$ du moment dynamique du pendule **(2)** dans son mouvement par rapport au repère R_0 en O_1, est de la forme suivante :

$$\overrightarrow{\delta}_{O_1,2/R_0} \cdot \overrightarrow{z_1} = J\,\ddot{\alpha}(t) - dM\,\gamma_{x2}(t)$$

où l'on précisera l'expression de $\gamma_{x2}(t)$.

On déduit de cette équation que $\overrightarrow{x_2}$ est la direction de sensibilité du pendule, c'est-à-dire que le pendule n'est sensible qu'aux accélérations du sol en projection sur $\overrightarrow{x_2}$.

Q5. Préciser, sans faire de calculs, le système isolé et l'équation issue du Principe Fondamental de la Dynamique qui permet d'obtenir l'équation du mouvement du pendule suivante :

$$J\,\ddot{\alpha}(t) + \mu\dot{\alpha}(t) + k(\alpha(t) - \alpha_0) = dM\,g_{\text{M}}\sin\alpha(t) + dM\gamma_{x2}(t) + C_0 \qquad \text{(eq. 1)}$$

Donner les éléments d'application (équation, projection, point éventuel...) du théorème utilisé. Justifier que l'équation obtenue n'est pas linéaire, indépendamment de l'expression de $\gamma_{x2}(t)$.

Afin de mettre en évidence les caractéristiques du pendule en réponse à une accélération du sol $\gamma_{x2}(t)$, ses oscillations ayant une amplitude très faible, l'équation du mouvement est linéarisée autour du point d'équilibre $\alpha_{\text{eq}} = \alpha_0$ du pendule.

On pose $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha(t)$, avec $\Delta\alpha(t) \ll \alpha_0$.

Q6. Montrer que l'équation du mouvement linéarisée s'écrit :

$$J\,\ddot{\Delta\alpha}(t) + \mu\,\dot{\Delta\alpha}(t) + k\,\Delta\alpha(t) = dM\,g_{\text{M}}\cos\alpha_0\Delta\alpha(t) + dM\gamma_{x2}(t) \qquad \text{(eq. 2)}$$

On note $\alpha(p)$ et $\gamma_{x2}(p)$ respectivement les transformées de Laplace des variations angulaires $\Delta\alpha(t)$ et de l'accélération du sol $\gamma_{x2}(t)$. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Q7. Exprimer, sous forme canonique, la fonction de transfert du pendule $\dfrac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ et donner la condition de stabilité du pendule sous la forme d'une inéquation. Conclure sur le rôle stabilisateur du ressort.

Q8. Donner, en fonction des constantes du problème, les expressions des constantes caractéristiques de cette fonction de transfert : gain d'amplification mécanique noté A, pulsation propre ω_0 et coefficient d'amortissement ξ.

Q9. Donner l'expression de α_0 permettant de maximiser le gain d'amplification mécanique A.

Le diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $\dfrac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ du pendule est fourni sur la FIGURE A du Cahier Réponses.

Q10. Conclure vis-à-vis de l'exigence 2.2. Les tracés nécessaires devront figurer sur la FIGURE A du Cahier Réponses.

4 Optimisation de la réponse d'un pendule à un séisme par un asservissement

À chaque mouvement du sol, un capteur mesure la position angulaire du pendule **(2)** par rapport au bâti **(1)**. Des bobines de contre-réaction situées sur le pendule (voir FIGURE 2 et l'Annexe 1) génèrent un moment de rappel sur son axe de rotation par rapport au bâti, qui le ramène à sa position d'équilibre.

- La bobine HF (pour *Haute Fréquence*) pilote l'asservissement entre 0,05 Hz et 0,5 Hz. Son rôle principal est d'amortir les secousses trop brusques et d'éliminer la résonance du pendule.
- La bobine BF (pour *Basse Fréquence*) a été conçue pour intervenir sur les fréquences inférieures à 0,05 Hz. Elle permet de filtrer la variation journalière de température et les dérives saisonnières plus lentes.

L'asservissement mis en place est donc une régulation devant permettre d'annuler en régime permanent les effets des secousses sismiques sur le pendule, tout en étant sensible aux signaux dans une large bande de fréquences d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.

Les exigences auxquelles doit répondre cet asservissement sont fournies dans la TABLE 3.

3	Acquérir les vibrations du sol martien		
3.1	Éliminer la résonance du système tout en maintenant une rapidité maximale	Résonance du système avec l'action de la bobine HF seule	aucune
		Rapidité du système avec l'action de la bobine HF seule	bande passante à -3 dB maximale
3.2	Ramener le déplacement du pendule à zéro	Précision de l'asservissement en tension	écart statique nul en réponse à un échelon d'accélération du sol
3.3	Filtrer le signal	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	≥ 110 dB limitée à la bande $[0,06\,;3]$ rad·s^{-1}
3.4	Éviter des problèmes de saturation	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	< 120 dB pour tous les signaux mesurés

TABLE 3 – Liste (non exhaustive) des exigences de l'asservissement

Objectif : régler la correction des bobines HF et BF.

Pour simplifier l'étude, on néglige les frottements dans l'articulation à lamelles, et on note $K = k - dMg_M \cos\alpha_0$ la raideur équivalente du pendule.

La grandeur utile aux scientifiques qui analysent les données mesurées par le sismomètre est la tension électrique en sortie du capteur de déplacement, image de la position angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre.

Le schéma-blocs de l'asservissement complet en tension d'un système est fourni en Annexe 4, ainsi que la description des grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement et les données numériques utiles à cette partie.

On s'intéresse dans un premier temps à l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule. Le schéma-blocs correspondant est fourni à la FIGURE 4.

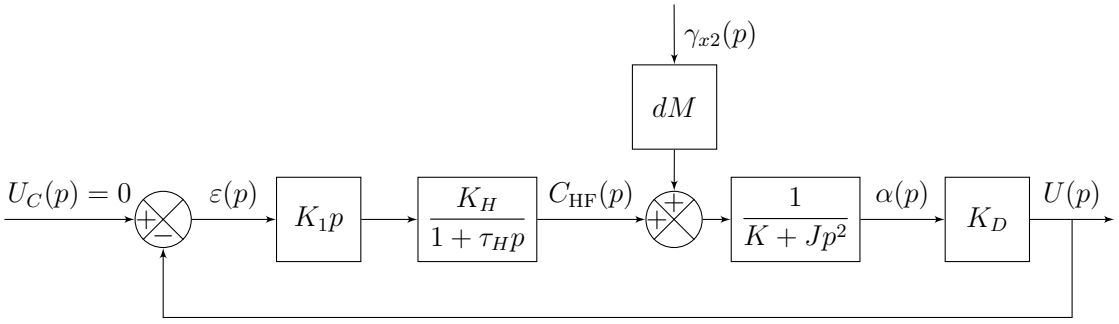


FIGURE 4 – Schéma-blocs de la boucle HF seule

Q11. Déterminer la fonction de transfert $H_\gamma(p) = \dfrac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$, avec $U_C(p) = 0$, en l'exprimant sous la forme :

$$H_\gamma(p) = K_{\text{HF}} \cdot \frac{1 + a_1\, p}{1 + b_1\, p + b_2\, p^2 + b_3\, p^3}$$

où l'on précisera les expressions de K_{HF}, a_1, b_1, b_2 et b_3.

On donne les pôles p_i de $H_\gamma(p)$ en TABLE 4 et le diagramme de Bode en gain de $H_\gamma(p)$ en FIGURE 5 pour différentes valeurs de K_1.

K_1	p_1	p_2	p_3
0,05	-1000	-0,38-2,33j	-0,38+2,33j
0,5	-1000	-0,64	-9,32
5	-1000	-0,069	-95,7

TABLE 4 – Pôles de la fonction de transfert $H_\gamma(p)$

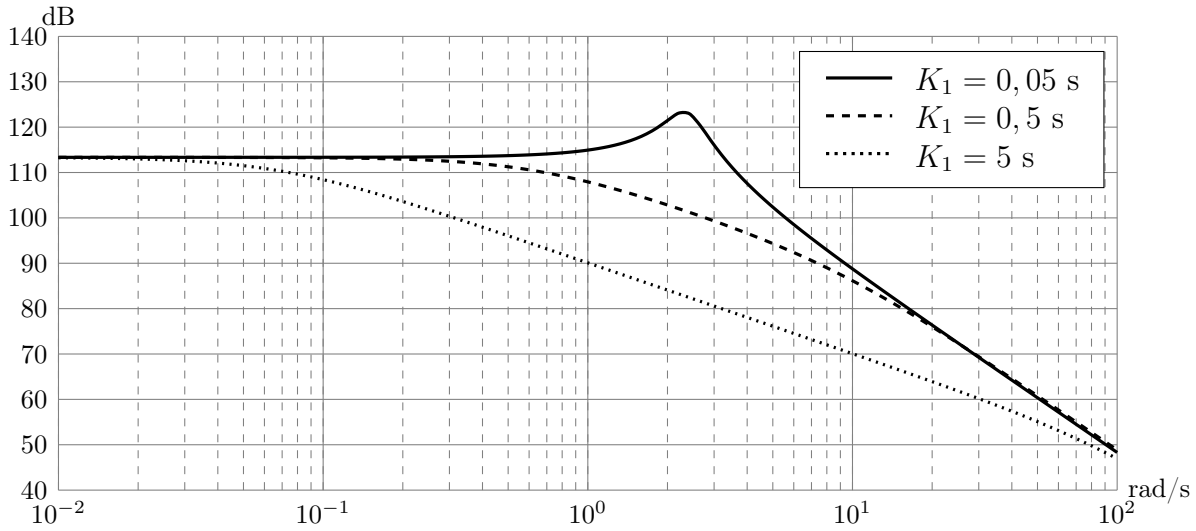


FIGURE 5 – Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert $H_\gamma(p)$

Le réglage du correcteur HF doit permettre de répondre à l'exigence 3.1.

Q12. Justifier que $H_\gamma(p)$ correspond à un système stable quelle que soit la valeur retenue pour K_1 dans la gamme $[0,05;5]$ s. Choisir, en justifiant, la valeur de K_1 parmi les valeurs proposées, la plus adaptée au réglage de l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule.

Q13. En s'appuyant sur les données numériques de la TABLE 4 et de l'Annexe 4, justifier que, pour la valeur retenue de K_1, la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$H_\gamma(p) = \frac{dMK_D}{K} \cdot \frac{1}{(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)} \text{ , avec } \tau_2 \gg \tau_3$$

Préciser les valeurs des constantes de temps τ_2 et τ_3.

Pour la suite des questions, on conservera cette forme simplifiée de $H_\gamma(p)$.

Q14. Justifier que l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule ne permet pas de satisfaire les exigences 3.2 et 3.3.

En tenant compte des résultats précédents, le schéma-blocs de l'Annexe 4 peut se mettre sous la forme de celui de la FIGURE 6.

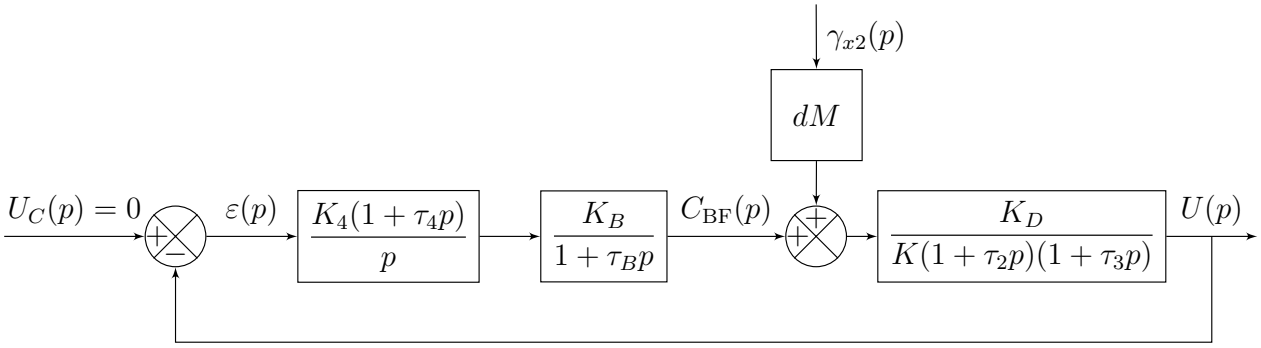


FIGURE 6 – Schéma-blocs de l'asservissement d'un système

Le correcteur BF est un correcteur proportionnel intégral. Pour optimiser la rapidité, τ_4 doit permettre de compenser le pôle dominant de la boucle ouverte. K_4 est réglé de façon à répondre aux exigences 3.3 et 3.4.

Q15. Préciser l'intérêt de la chaîne d'action BF vis-à-vis de l'exigence 3.2.

Q16. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement, $H_{BO}(p) = \dfrac{U(p)}{\varepsilon(p)}$. Donner, en justifiant, la valeur retenue pour τ_4.

On donne, pour la valeur de τ_4 retenue et différentes valeurs de K_4, le diagramme de Bode de l'asservissement en tension, $\dfrac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$, sur la FIGURE B du Cahier Réponses.

Q17. Choisir, en justifiant, la valeur de K_4 qui permet de vérifier au mieux les exigences 3.3 et 3.4. Les tracés nécessaires apparaîtront sur la FIGURE B du Cahier Réponses.

Q18. Donner le nom du type de filtre réalisé par le pendule asservi et préciser l'intérêt de cette solution pour la mesure des séismes par le sismomètre VBB.

5 Insensibilité des pendules au bruit environnant

Les parties précédentes ont mis en évidence la sensibilité à l'accélération du sol dans une direction privilégiée pour chaque système pendulaire. La disposition des trois systèmes dans la sphère de SEIS permet de recombiner les mesures selon les trois directions de sensibilité, tout en minimisant l'influence du bruit environnant (vibrations résiduelles dues au vent, variations du champ magnétique, variations de températures quotidiennes, bruits dans les circuits électroniques, etc.).

Objectif : montrer l'intérêt de la disposition des trois systèmes quant à l'atténuation du bruit environnant.

Le paramétrage et les notations utiles à cette partie sont fournis en Annexe 5.

Q19. Compléter, sur le Cahier Réponses, les 6 termes manquants de la matrice P, en fonction de α_0, β_u, β_v et β_w.

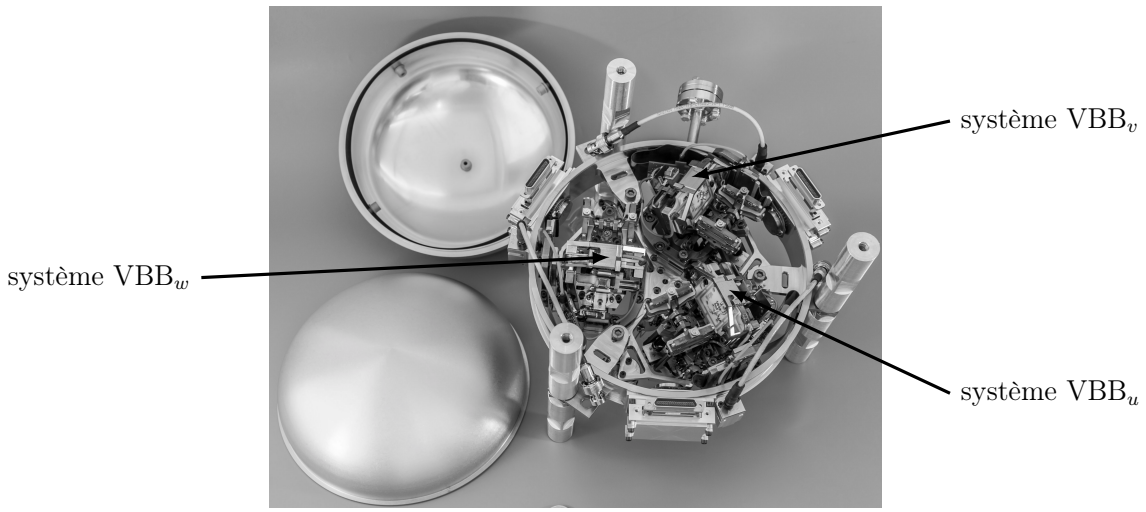


FIGURE 7 – Photographie de la sphère de SEIS ouverte, contenant les trois systèmes vus de haut

Q20. Exprimer la matrice P en fonction de l'angle α_0 uniquement, en utilisant les valeurs numériques $\beta_u = 0°$, $\beta_v = 120°$ et $\beta_w = 240°$.

L'inversion de la matrice P donne :

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1}{\sqrt{3}\cos\alpha_0} & -\dfrac{1}{\sqrt{3}\cos\alpha_0} \\ \dfrac{1}{3\sin\alpha_0} & \dfrac{1}{3\sin\alpha_0} & \dfrac{1}{3\sin\alpha_0} \\ \dfrac{2}{3\cos\alpha_0} & -\dfrac{1}{3\cos\alpha_0} & -\dfrac{1}{3\cos\alpha_0} \end{pmatrix}$$

On note ε le bruit extérieur mesuré identiquement par chaque pendule. L'accélération du sol par rapport à R_0 en O_1, impactée par ce bruit, s'écrit, dans la base b_0 :

$$\overrightarrow{\Gamma}^*_{O_1,1/R_0} = \gamma^*_{x0}\,\overrightarrow{x_0} + \gamma^*_{y0}\,\overrightarrow{y_0} + \gamma^*_{z0}\,\overrightarrow{z_0}$$

avec $\overrightarrow{\Gamma}^*_{O_1,1/R_0} \cdot \overrightarrow{u} = \gamma_u + \varepsilon$ $\overrightarrow{\Gamma}^*_{O_1,1/R_0} \cdot \overrightarrow{v} = \gamma_v + \varepsilon$ $\overrightarrow{\Gamma}^*_{O_1,1/R_0} \cdot \overrightarrow{w} = \gamma_w + \varepsilon$

Q21. Déterminer les expressions des composantes γ^*_{x0}, γ^*_{y0} et γ^*_{z0} en fonction de γ_u, γ_v, γ_w, α_0 et ε, puis en fonction de γ_{x0}, γ_{y0}, γ_{z0}, α_0 et ε. Préciser l'impact du bruit dans chacune des directions de la base b_0.

Q22. Comment choisir la valeur de α_0 de façon à minimiser l'impact du bruit mesuré ? Préciser si cette valeur est réaliste pour mesurer l'accélération du sol dans les trois directions de l'espace, et si elle permet de maximiser le gain d'amplification mécanique A du pendule comme vu en **Q9**.

Pour maximiser le gain d'amplification mécanique des pendules, tout en mesurant les mouvements du sol dans trois directions bien réparties dans l'espace, il a été choisi $\alpha_0 = 30°$ par compromis.

6 Filtrage et stockage des données mesurées

L'estimation de la position de l'épicentre d'un séisme et de son intensité se déduisent des caractéristiques des ondes sismiques mesurées par le sismomètre. Pour caractériser ces ondes en amplitude et en vitesse, il est nécessaire d'analyser les variations de position et de vitesse du sol.

Comme décrit sur le synoptique de la FIGURE 8, le signal u mesuré par le capteur de déplacement de chaque pendule est intégré une première fois pour obtenir une tension image de la vitesse du sol u_v, et intégré une deuxième fois pour obtenir la tension image de la position du sol u_p. En vue de leur transmission à la Terre, ces données sont filtrées puis échantillonnées et enfin numérisées sur 24 bits.

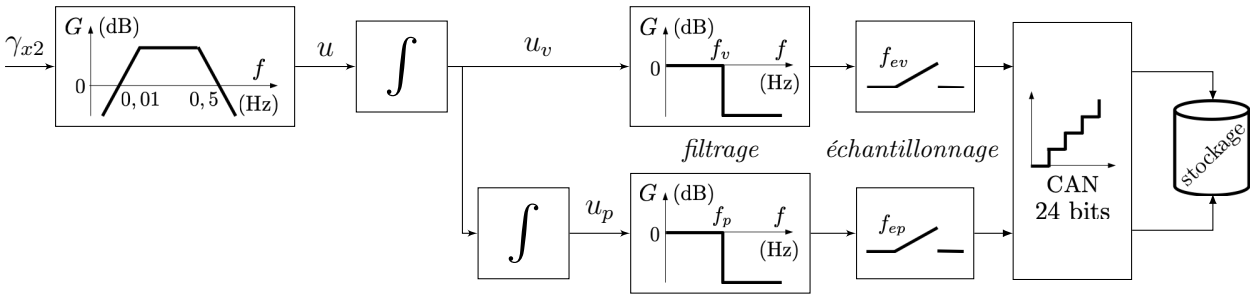


FIGURE 8 – Synoptique du conditionnement et du stockage des données mesurées par un pendule

---

Objectif : estimer le nombre de jours pendant lequel les données mesurées sur Mars sont disponibles pour analyse sur Terre.

Les fréquences de coupure des filtres sont réglées de façon à ne garder que les fréquences d'intérêt connues pour la vitesse du sol (inférieures à 1 Hz) et pour la position du sol (inférieures à 0,1 Hz). On a donc :

$$f_v = 1 \text{ Hz} \qquad \text{et} \qquad f_p = 0,1 \text{ Hz}$$

Q23. Donner les fréquences d'échantillonnage en vitesse f_{evmin} et en position f_{epmin} minimales permettant d'éviter le repliement de spectre.

Les fréquences d'échantillonnage retenues sont supérieures aux valeurs minimales, afin de permettre une reconstruction optimale du signal, et valent respectivement :

$$f_{ev} = 20 \text{ Hz} \qquad \text{et} \qquad f_{ep} = 1 \text{ Hz}$$

Toutes les 10 heures, un échantillon des données numérisées et compressées est transmis à la Terre, avec un temps de latence de réception des données d'environ 2 heures. Si, dans l'échantillon transmis, la présence d'un séisme est soupçonnée, l'ensemble des données non compressées, préalablement stockées en mémoire, peut être demandé par la Terre. Ainsi, il est prévu de stocker plusieurs jours de données brutes.

Q24. Déterminer la capacité mémoire nécessaire en Mo pour stocker 24 heures de données échantillonnées et numérisées sur 24 bits, soit la vitesse et la position du sol mesurées par les trois systèmes VBB.

D'autres données sont stockées, issues des autres instruments déployés sur Mars pour la mission Insight, comme les signaux issus du sismomètre SP, la température, la vitesse du vent, etc. Au total, ces autres signaux représentent 98,6 Mo de données à stocker par jour.

Q25. Estimer le nombre de jours de stockage disponibles avec une carte mémoire de 500 Mo pour l'ensemble des données.

7 Synthèse

Q26. Donner, en précisant leur rôle, trois éléments qui permettent au sismomètre VBB de SEIS de donner une mesure fidèle de la vitesse et de la position du sol dans toutes les directions de l'espace, tout en s'affranchissant des défauts de positionnement sur le sol martien et du bruit environnant l'instrument.

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Concours commun Mines-Ponts

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Cahier Réponses

Question 1 Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :

Théorème appliqué :

$C_0 =$

Question 2

Conclusion vis-à-vis de 1.1 :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 3

$\overrightarrow{\sigma}_{O_1,2/R_0} =$

Question 4 Calcul de $\overrightarrow{\delta}_{O_1,2/R_0} \cdot \overrightarrow{z_1}$:

$\gamma_{x2}(t) =$

Question 5

Système isolé :

Théorème utilisé :

Justification équation non-linéaire :

Question 6

Question 7

$$\frac{\alpha(p)}{\gamma_{x2}(p)} =$$

Condition de stabilité :

Rôle stabilisateur du ressort :

Question 8

$A =$

$\omega_0 =$

$\xi =$

Question 9

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 10

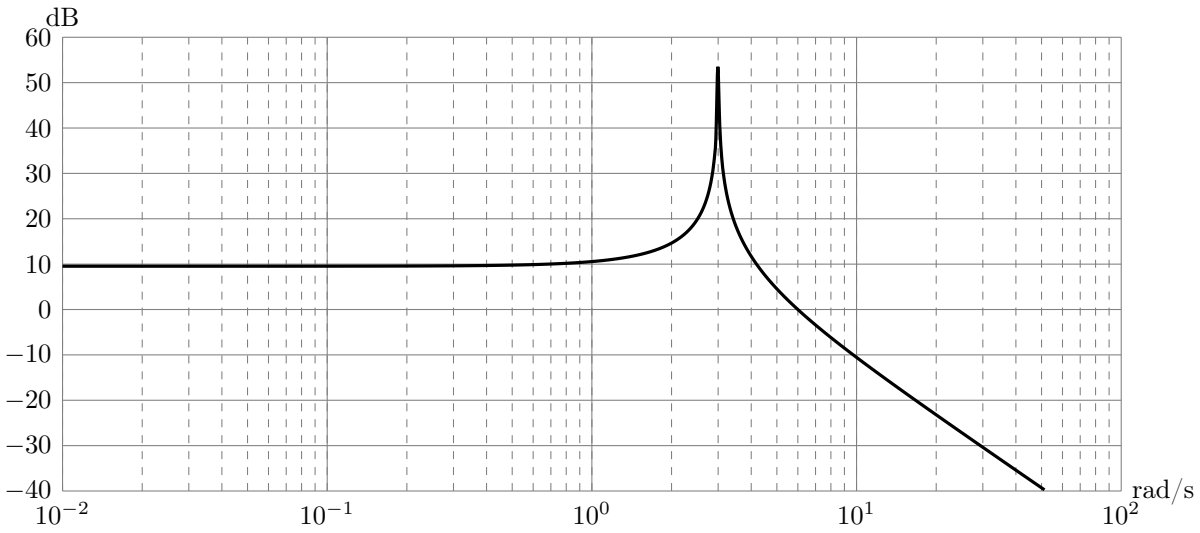


FIGURE A

Conclusion :

Question 11

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

$H_\gamma(p) =$

$K_{\text{HF}} =$ | $a_1 =$

$b_1 =$ | $b_2 =$ | $b_3 =$

Question 12 Justification de la stabilité :

Justification de K_1 :

$K_1 =$

Question 13

$\tau_2 =$

$\tau_3 =$

Question 14 Exigence 3.2 :

Exigence 3.3 :

Question 15 Intérêt de la chaîne d'action BF :

Question 16

$H_{BO}(p) =$

$\tau_4 =$

Question 17

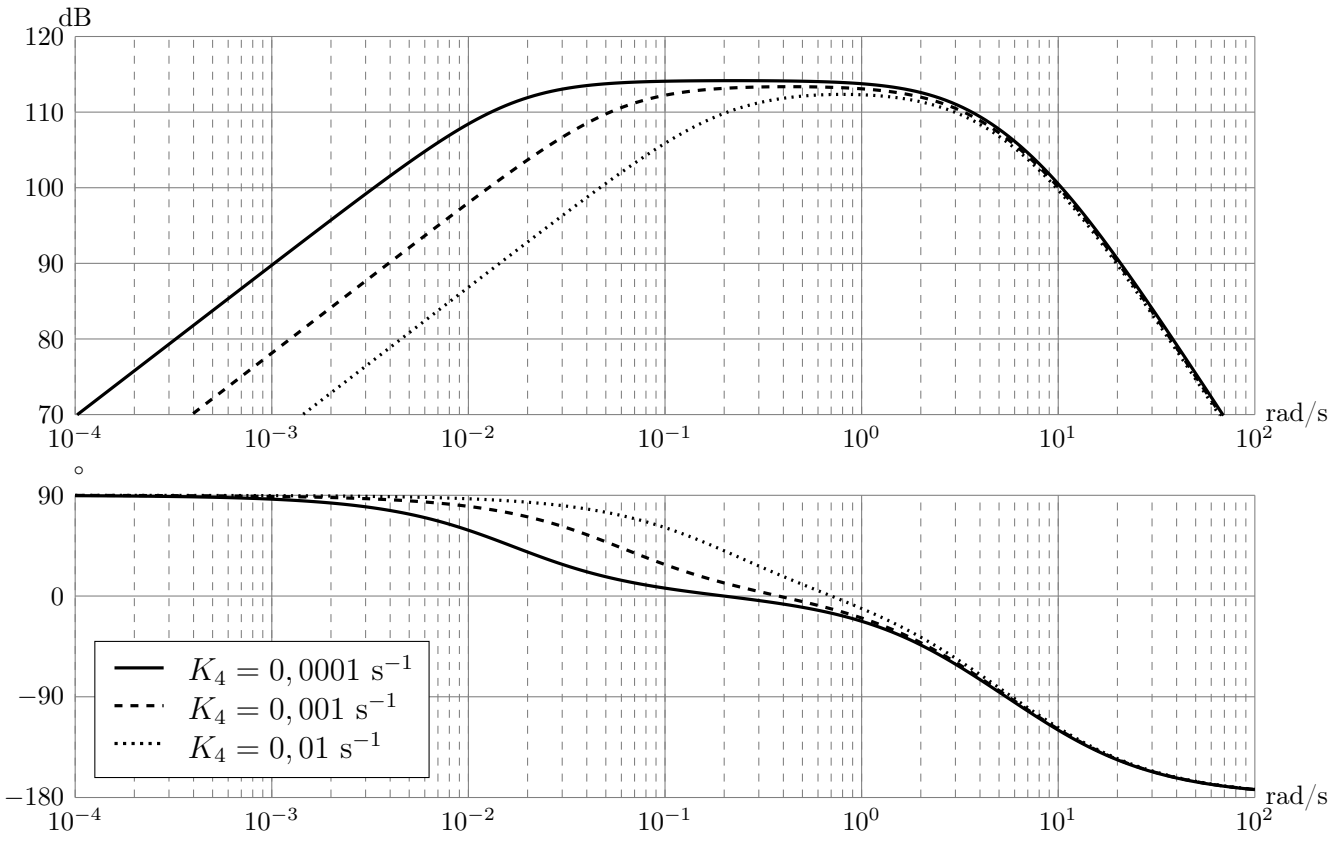


FIGURE B - Diagramme de Bode de l'asservissement en tension complet $\dfrac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$

$K_4 =$

Question 18

Numéro d'inscription

Né(e) le ../../....

Signature

Nom

Prénom (s)

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille ../..

Question 19

$$P = \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 \sin\beta_u & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cos\alpha_0 \sin\beta_v & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cos\alpha_0 \sin\beta_w & \cdots\cdots & \cdots\cdots \end{pmatrix}$$

Question 20 $\beta_u = 0°$, $\beta_v = 120°$ et $\beta_w = 240°$

$$P = \begin{pmatrix} \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \end{pmatrix}$$

Question 21

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

En fonction de γ_u, γ_v, γ_w, α_0 et ε :

$\gamma^*_{x0} =$

$\gamma^*_{y0} =$

$\gamma^*_{z0} =$

En fonction de γ_{x0}, γ_{y0}, γ_{z0}, α_0 et ε :

$\gamma^*_{x0} =$

$\gamma^*_{y0} =$

$\gamma^*_{z0} =$

Impact du bruit :

Question 22 – Choix de α_0 pour minimiser l'impact du bruit :

Valeur réaliste ?

Maximisation du gain A ?

Question 23

$f_{evmin} =$

$f_{epmin} =$

Question 24

Capacité de stockage de 24h de données (en Mo) :

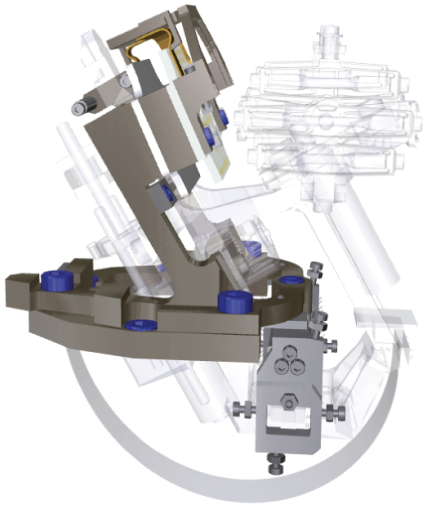
Question 25

Nombre de jours de stockage disponibles :

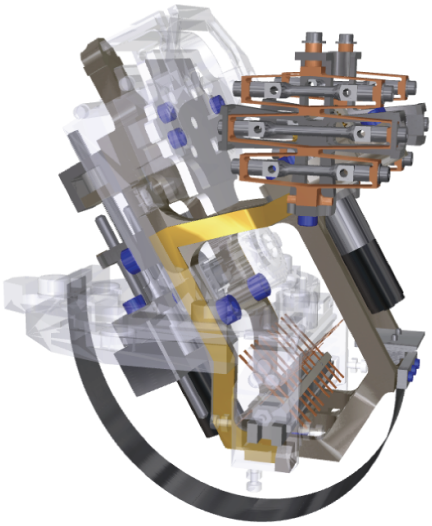
Question 26

Notes

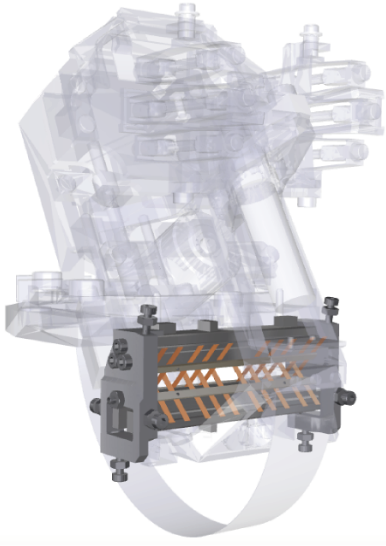
Annexe 1 - Détail des éléments d'un des systèmes du VBB



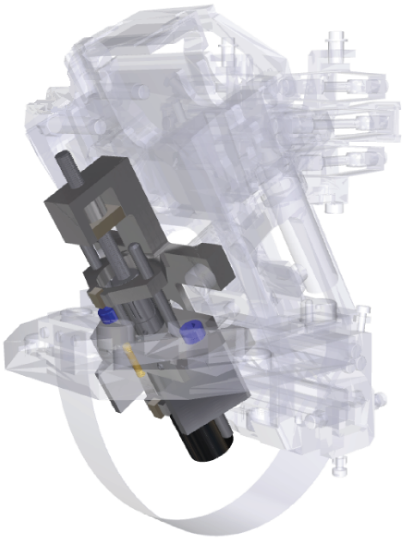
bâti **(1)**



pendule **(2)**

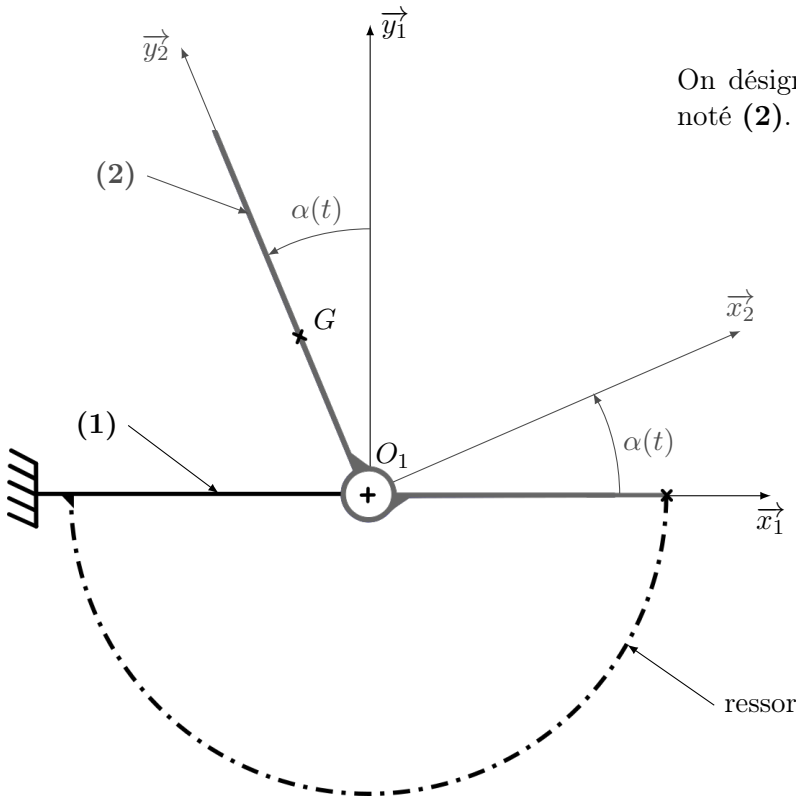


articulation à lamelles entre **(1)** et **(2)**



mécanisme de translation
du centre d'inertie de **(2)**

Annexe 2 - Modèle cinématique du système en l'absence de séisme



On désigne par « pendule » la pièce mobile noté **(2)**. Le bâti, lié au sol, est noté **(1)**.

Paramétrage

$\overrightarrow{O_1G} = d\overrightarrow{y_2}$

$\alpha(t) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$

Notations

G	centre d'inertie du pendule **(2)**
M	masse du pendule **(2)**
C_0	moment de précontrainte de l'ensemble {ressort + articulation} sur **(2)**
k	raideur de l'ensemble {ressort + articulation} sur l'axe $(O_1, \overrightarrow{z_1})$
α_0	position angulaire à vide du pendule
α_{eq}	position angulaire du pendule à l'équilibre (sous l'effet des actions de la pesanteur et du ressort)
g_M	champ de pesanteur à la surface de Mars, de direction $-\overrightarrow{y_1}$

Hypothèses

Le référentiel $\mathcal{R}_1$, auquel est associé le repère $R_1 = (O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ lié au sol, est supposé galiléen en l'absence de séisme.

La liaison pivot réalisée par l'articulation à lamelles sur l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$ du pendule par rapport à **(1)** n'est pas parfaite. Les frottements visqueux sont pris en compte à travers un coefficient de frottement μ ($\mu > 0$) :

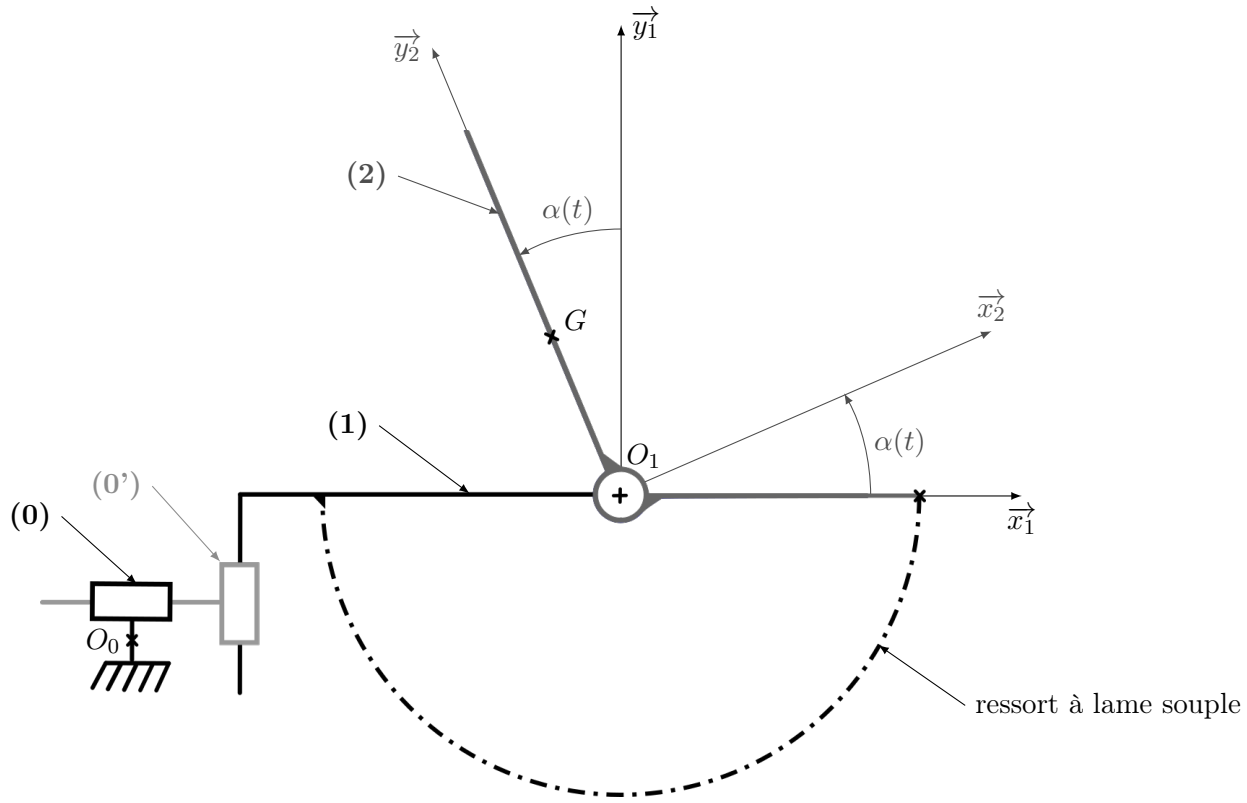
$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} X_O\overrightarrow{x_1} + Y_O\overrightarrow{y_1} + Z_O\overrightarrow{z_1} \\ L_O\overrightarrow{x_1} + M_O\overrightarrow{y_1} - \mu\dot{\alpha}(t)\overrightarrow{z_1} \end{array} \right\}_{O_1}$$

L'action de rappel de l'ensemble {ressort+ articulation} est assimilée à un couple sur l'axe de rotation $(O_1, \overrightarrow{z_1})$ du pendule :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ressort}\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ (C_0 - k(\alpha(t) - \alpha_0))\overrightarrow{z_1} \end{array} \right\}_{O_1}$$

Annexe 3 - Modèle cinématique du système lors d'un séisme

Les torseurs d'actions mécaniques et les notations de l'Annexe 2 restent valables.



Notations et hypothèses supplémentaires

En tenant compte des symétries, la matrice d'inertie du pendule **(2)** en O_1 est de la forme :

$$\bar{\bar{I}}_{(O_1,2)} = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & 0 \\ -I_{xy} & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_1})}$$

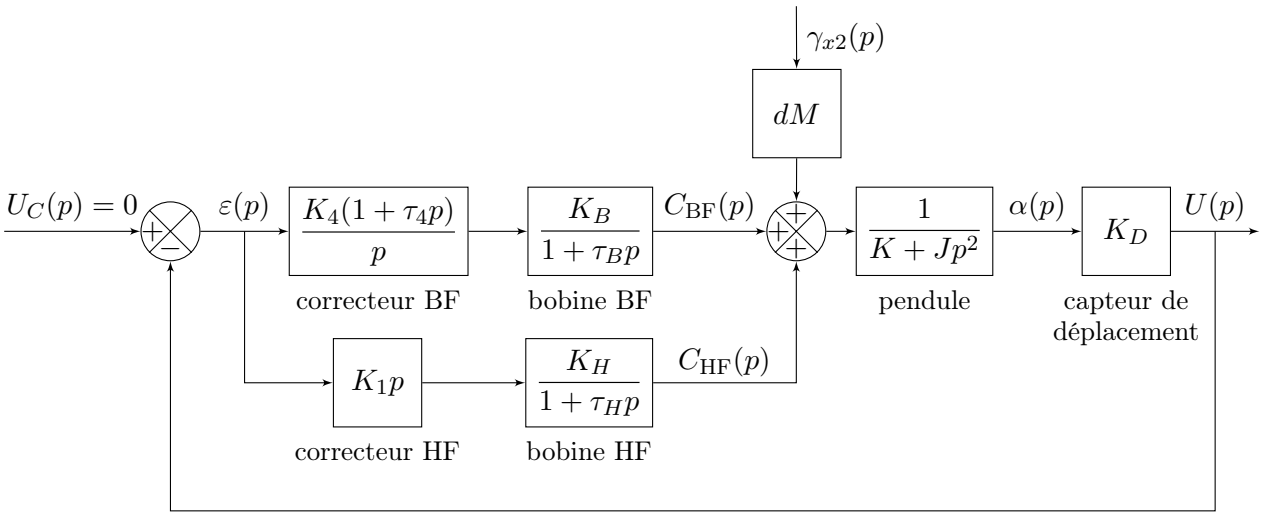
Le référentiel $\mathcal{R}_0$, auquel est associé le repère $R_0 = (O_0, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, est supposé galiléen.

On note la vitesse du sol **(1)** par rapport à R_0 :

$$\overrightarrow{V}_{(O_1,1/R_0)} = V_x(t)\overrightarrow{x_1} + V_y(t)\overrightarrow{y_1}$$

Annexe 4 - Asservissement en tension d'un système

Schéma-blocs de l'asservissement



Grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement

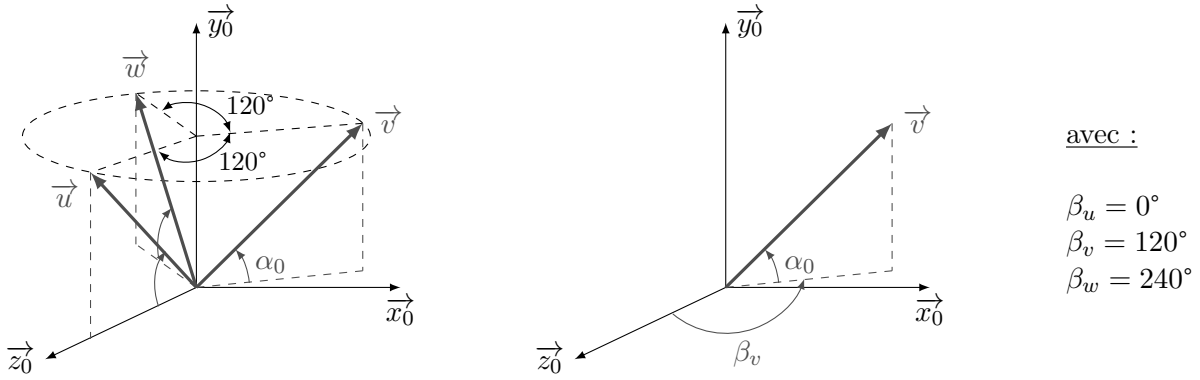
Grandeur physique	Transformée de Laplace	Unité	Description
$u_C(t)$	$U_C(p)$	V	Tension consigne. Elle est toujours nulle car on souhaite que le pendule revienne à sa position d'équilibre.
$u(t)$	$U(p)$	V	Tension en sortie du capteur, image du déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$\varepsilon(t)$	$\varepsilon(p)$	V	Écart entre la tension de consigne et la tension en sortie du capteur
$\gamma_{x2}(t)$	$\gamma_{x2}(p)$	$\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$	Accélération du sol lors d'un séisme
$\Delta\alpha(t)$	$\alpha(p)$	rad	Déplacement angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre
$C_{\mathrm{BF}}(t)$	$C_{\mathrm{BF}}(p)$	N·m	Moment généré par la bobine BF sur l'axe de rotation du pendule
$C_{\mathrm{HF}}(t)$	$C_{\mathrm{HF}}(p)$	N·m	Moment généré par la bobine HF sur l'axe de rotation du pendule

Données numériques

- $K_D = 1,48 \times 10^5$ $\mathrm{V{\cdot}rad^{-1}}$
- $K_H = 3 \times 10^{-8}$ $\mathrm{N{\cdot}m{\cdot}V^{-1}}$
- $\tau_H = 0,001$ s
- $K_B = 5 \times 10^{-8}$ $\mathrm{N{\cdot}m{\cdot}V^{-1}}$
- $\tau_B = 0,1$ s

Annexe 5 - Disposition des trois systèmes du sismomètre VBB

Les trois systèmes pendulaires du sismomètre VBB sont répartis à 120° les uns des autres autour de l'axe vertical et leurs directions de sensibilité, notées respectivement $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$, sont toutes inclinées d'un même angle α_0 par rapport à l'horizontale.



avec :

$\beta_u = 0°$
$\beta_v = 120°$
$\beta_w = 240°$

On définit la base orthonormée directe $b_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ constituée des vecteurs $(\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{x_0})$, qui forment le plan horizontal lié au sol, et du vecteur vertical $\overrightarrow{y_0}$, normal au sol.

Les directions de sensibilité $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont orientées par rapport à la base b_0 à l'aide des angles suivants :

- α_0 oriente la direction de sensibilité des pendules par rapport au plan horizontal $(\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{x_0})$ (identique pour les trois directions de sensibilité),
- β_u, β_v et β_w orientent la projection de la direction du pendule par rapport à $\overrightarrow{z_0}$ dans le plan horizontal.

Le vecteur accélération du sol par rapport au repère galiléen R_0 au point O_1 lors d'un séisme se décompose, dans la base b_0, comme suit :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/R_0} = \gamma_{x0}\,\overrightarrow{x_0} + \gamma_{y0}\,\overrightarrow{y_0} + \gamma_{z0}\,\overrightarrow{z_0}$$

Par ailleurs, les accélérations mesurées dans les directions de sensibilité sont notées respectivement :

$$\gamma_u = \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/R_0} \cdot \overrightarrow{u} \qquad \gamma_v = \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/R_0} \cdot \overrightarrow{v} \qquad \gamma_w = \overrightarrow{\Gamma}_{O_1,1/R_0} \cdot \overrightarrow{w}$$

La matrice P fait le lien entre l'expression de l'accélération du sol dans b_0 et selon les différentes directions de sensibilité :

$$\begin{pmatrix} \gamma_u \\ \gamma_v \\ \gamma_w \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \gamma_{x0} \\ \gamma_{y0} \\ \gamma_{z0} \end{pmatrix}$$

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Filtrage linéaire
- Électronique numérique
- Architecture de l'ordinateur et représentation des nombres

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/mp