Concours commun Mines-Ponts, France

# Session 2024, filière MP

## Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 3 heures

### Ce que traite le sujet

- Partie 2 : l'inverseur parmi les moyens de freinage
- Partie 3 : analyse de la chaîne structurelle
- Partie 4.1 : modélisation cinématique de l'ouverture de la nacelle
- Partie 4.2 : couple sur un arbre flexible dû à la contre-poussée
- Parties 5 et 6 : asservissement de la chaîne de transmission et conclusion

**Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.**

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/mp/2024/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

**Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).**

**CONCOURS 2024**

# ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

**Durée de l'épreuve : 3 heures**

**L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.**

*L'énoncé de cette épreuve comporte 20 pages de texte et un complément de 2 pages regroupant les annexes de 1 à 2.*
*Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 16 pages distribué avec le sujet.*
*Un seul document-réponse est fourni au candidat.*
*Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.*
*Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms, numéro d'inscription et signature.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés selon les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

# L'inverseur de poussée eTras®

## 1 Présentation

L'industrie aéronautique est en constante évolution. Un des axes de développement majeur de cette industrie est l'électrification des avions. L'objectif principal est de supprimer la présence des énergies hydrauliques et pneumatiques au sein de l'avion pour des raisons économiques et écologiques. En effet, les actionneurs électriques ayant un rapport poids/puissance plus intéressant que des actionneurs hydrauliques, cela permet de diminuer l'impact environnemental de l'avion en phase d'utilisation.

Le système étudié, appelé inverseur de poussée, est un dispositif utilisé dans le domaine de l'aéronautique commerciale ou privée permettant de contribuer au freinage d'un avion lors de sa phase d'atterrissage sur piste. Ce dispositif de freinage est intégré dans la nacelle de l'avion représentée sur la Figure 1.

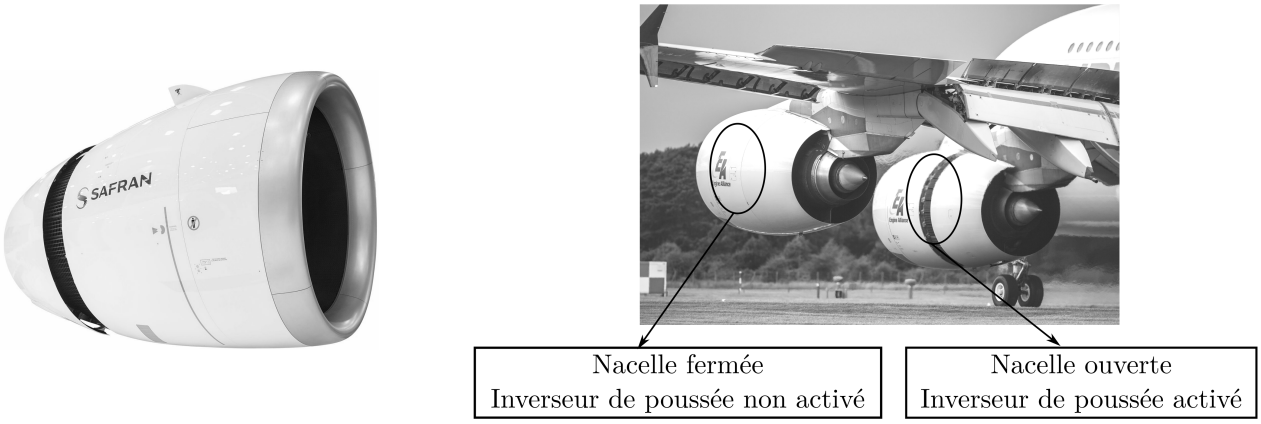



Figure 1 – Nacelle complète du groupe SAFRAN et mise en évidence d'un inverseur de poussée activé sur une nacelle lors d'un atterrissage.

La Figure 2 liste une partie des exigences de l'inverseur de poussée.

L'eTras® - Electrical Thrust Reverser Actuation System - est le premier système de commande électrique d'inverseur de poussée, permettant ainsi de s'affranchir, de la présence de circuit hydraulique dans cette zone critique du moteur.

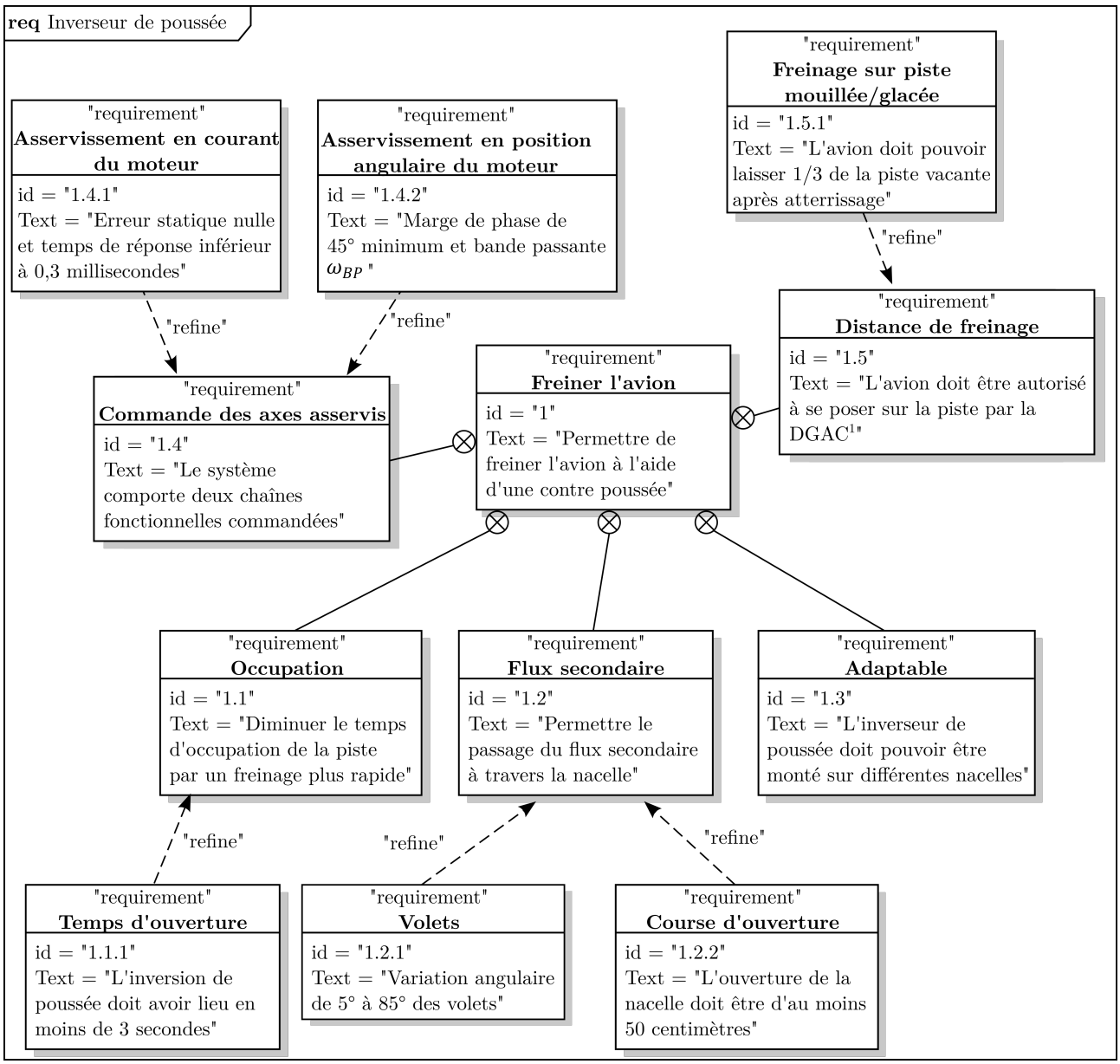



FIGURE 2 – Diagramme des exigences de l'inverseur de poussée l'eTras®.

1. DGAC : Direction Générale de l'Aviation Civile

# 2 Mise en situation du système étudié avec comparaison aux autres systèmes de freinage

**Objectif :** Évaluer la pertinence de l'inverseur de poussée dans la phase de freinage d'un avion de ligne sur piste mouillée ou glacée.

L'inverseur de poussée est utilisé sur des turboréacteurs mais n'agit que sur le flux d'air secondaire (froid). Cet inverseur de conception simple et modulable est adaptable à tout type de turboréacteur.

L'inversion de poussée est obtenue grâce à la déviation du flux d'air secondaire. En position fermée (partie haute de la Figure 3), les parties fixe et mobile de la nacelle sont jointes et les volets sont intégrés dans la partie mobile. Le flux d'air secondaire s'écoule normalement.

En position ouverte, le déplacement de la partie mobile de la nacelle entraîne le déplacement des volets. Ces derniers viennent dévier le flux d'air secondaire et l'oblige à sortir par l'orifice ainsi créé par la translation de la partie mobile de la nacelle. La partie mobile munie d'un béquet déflecteur dirige le flux vers l'avant créant ainsi un effet de "reverse".

L'inversion ne se faisant que sur le flux secondaire, la contre-poussée devra être importante pour annuler l'effet du flux primaire qui n'est pas inversé.

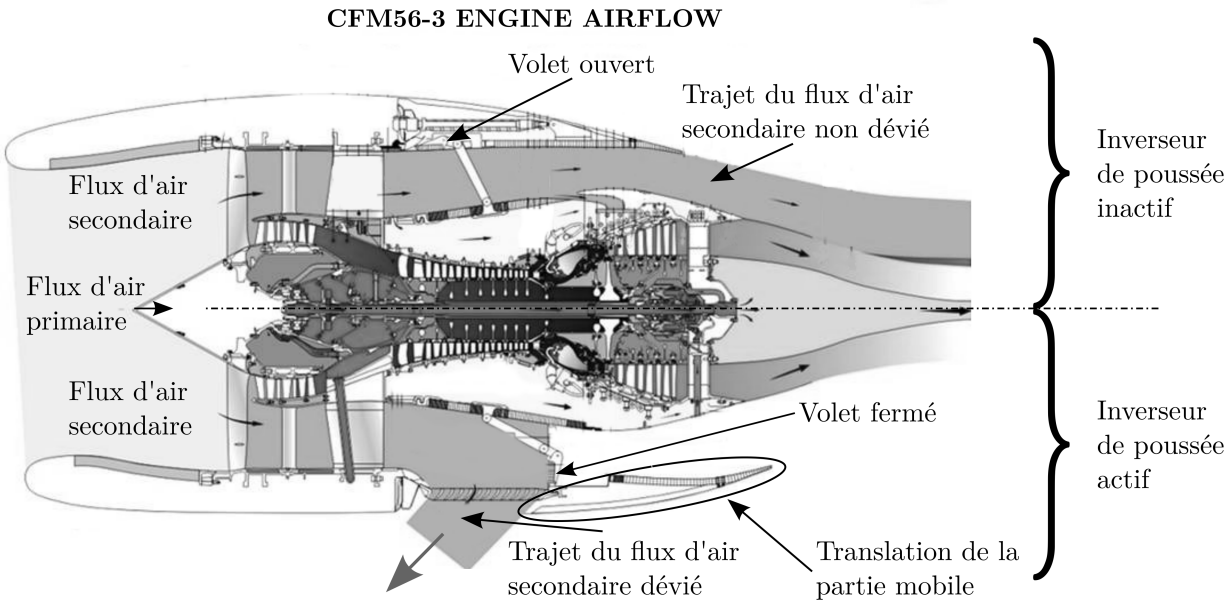



FIGURE 3 – Fonctionnement d'un inverseur de poussée, inverseur inactif (volets ouverts) sur la partie supérieure et actif (volets fermés) sur la partie inférieure.

L'étude suivante permet de mettre en évidence l'intérêt d'utiliser un ensemble de moyens de freinage pour un avion de ligne. L'avion de type Airbus A380 dispose du système eTras® de Safran. Cet A380 doit atterrir sur la piste glacée de l'aéroport de Paris-Charles de Gaulle dont la longueur est de 2700 m. Lors de l'atterrissage, l'Airbus A380 pèse au maximum 400 tonnes et sa vitesse lors de la mise en contact avec la piste est supposée être de 260 km.h$^{-1}$.

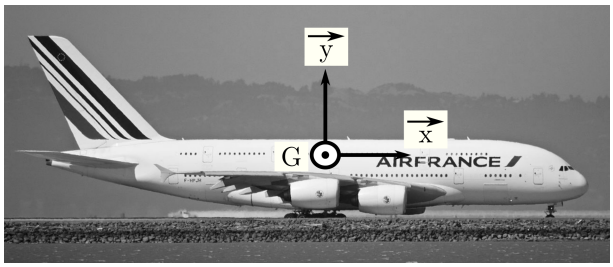



FIGURE 4 – Schéma d'étude - A380 en phase de freinage.

La Figure 4 représente le schéma d'un avion Airbus A380 de masse $M$ et de centre de gravité $G$ en phase de freinage sur une piste horizontale.

Pour simplifier cette première étude, les hypothèses suivantes seront considérées :

- la trajectoire est rectiligne de direction $\vec{x}$ ;
- il y a symétrie par rapport au plan vertical noté $(G, \vec{x}, \vec{y})$, plan de symétrie de l'avion ;
- l'action de la piste $P$ sur chacune des 22 roues (20 arrières, 2 avants) $R_i$ est modélisable, au point de contact $I_i$, par le vecteur $\vec{R}(P \to R_i) = T_i\vec{x} + N_i\vec{y}$ où $N_i$ est la composante normale et $T_i$ la composante tangentielle. Ces actions sont supposées constantes pendant toute la phase de freinage ;
- l'étude se fera en supposant que les roues sont bloquées par rapport à la carlingue de l'avion. De plus, les roues glissent sur la piste d'atterrissage ;
- on modélise l'action de l'air sur l'avion par une force aérodynamique appliquée en $G$ : $\vec{F}_a = -\frac{1}{2}.\rho.S.C_x.v^2\vec{x}$ où $v$ est la norme de la vitesse du centre de gravité de l'avion et $\rho$ la masse volumique de l'air, $S$ et $C_x$ des coefficients de forme.

| **Données** | **Valeurs** |
|---|---|
| Longueur de la piste d'atterrissage : $L$ | 2700 m |
| Facteur de frottement sur pistes glacées : $f$ | 0,1 |
| Masse d'un A380 : $M$ | 400 tonnes |
| Vitesse atterrissage d'un A380 : $V_a$ | 260 km.h$^{-1}$ |

TABLEAU 1 – Données.

On note :

- $\vec{a}(G, avion/P) = \vec{a} = a\vec{x}$, le vecteur accélération du centre de gravité $G$ de l'avion par rapport au repère terrestre supposé galiléen ;
- $f$ : le facteur de frottement des pneus sur la piste glacée. Ce facteur $f$ est supposé constant et identique pour chaque roue ;
- $g$ : accélération de la pesanteur $g = 10\,\text{m.s}^{-2}$.

**Q1.** À partir des données du problème, **déterminer** une expression de la décélération, notée $a$, en fonction des grandeurs du problème. **Indiquer** l'isolement réalisé et la méthode utilisée.

**Q2.** En utilisant le théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrée entre l'instant initial et l'instant final (arrêt de l'avion) noté $T$, **montrer** que la variation d'énergie cinétique est égale à la somme de deux termes, le travail des actions de frottement noté $W_f$ et le travail des actions aérodynamiques noté $W_a$ dont on donnera les expressions intégrales sans les calculer ou les simplifier. **Calculer** numériquement l'énergie cinétique totale à dissiper au cours de l'atterrissage.

On souhaite maintenant déterminer numériquement l'évolution de la vitesse de l'avion en fonction du temps pour pouvoir quantifier par la suite l'apport de chacun des travaux (action de frottement et action aérodynamique) dans la phase de freinage. On supposera pour les questions suivantes que l'expression de la décélération demandée à la question 1 est de la forme suivante :

$$\begin{cases} a(t) & = & A_0 + A_1.v(t)^2 \\ v(t=0) & = & v_0 \end{cases}$$

Où $A_0$ et $A_1$ dépendent des constantes du problème $f$, $\rho$, $S$, $C_x$, $g$, $M$ supposées définies.

Pour déterminer l'évolution de la vitesse au cours du temps, on souhaite utiliser le schéma d'Euler explicite. Sur le cahier réponse, on donne un extrait de ce programme. On notera que la fonction $F$ est la fonction d'intégration de ce schéma. Cette fonction prend comme argument d'entrée un scalaire noté $vi$. La fonction $eulerExplicite$ prend comme arguments d'entrée la condition initiale sous la forme d'un scalaire noté $Cini$ et $FI$, une fonction d'intégration.

**Q3.** **Compléter** les lignes **13**, **14**, **15**, **18** du programme donné sur le cahier réponse en utilisant une méthode d'Euler explicite pour calculer la vitesse $v$, la position $(x)$ et l'énergie $(W_\text{E})$.

La Figure 5 représente le résultat de la simulation numérique précédente où l'on trace l'évolution de la vitesse en fonction du temps à gauche et l'évolution des travaux dues aux actions de frottement $(W_f)$ et aérodynamique $(W_a)$ et leur somme $(W_{total})$ en fonction de la position, x, de l'avion sur la piste à droite. L'origine pour $x = 0$ est prise lorsque l'avion touche le sol.

**Q4.** **Justifier** l'allure de la courbe $W_f(x)$.

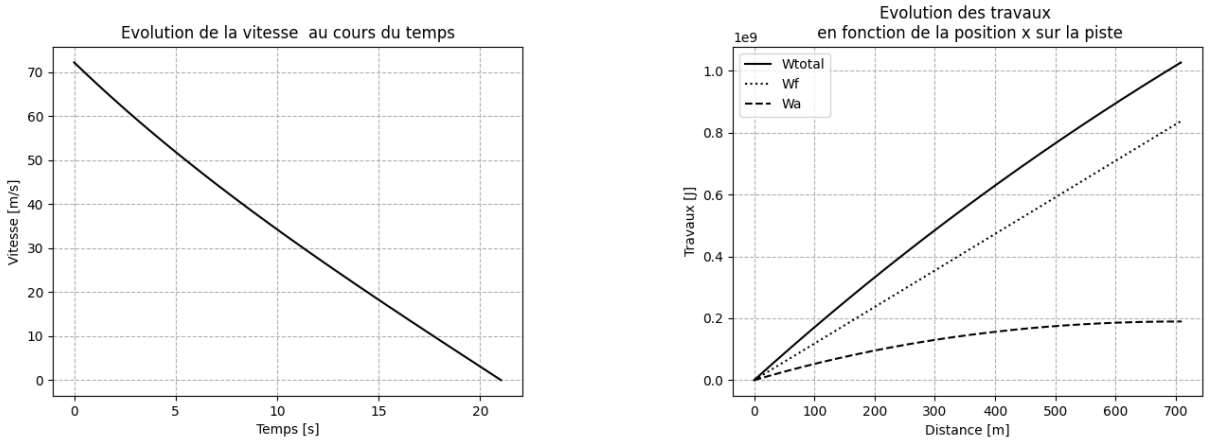
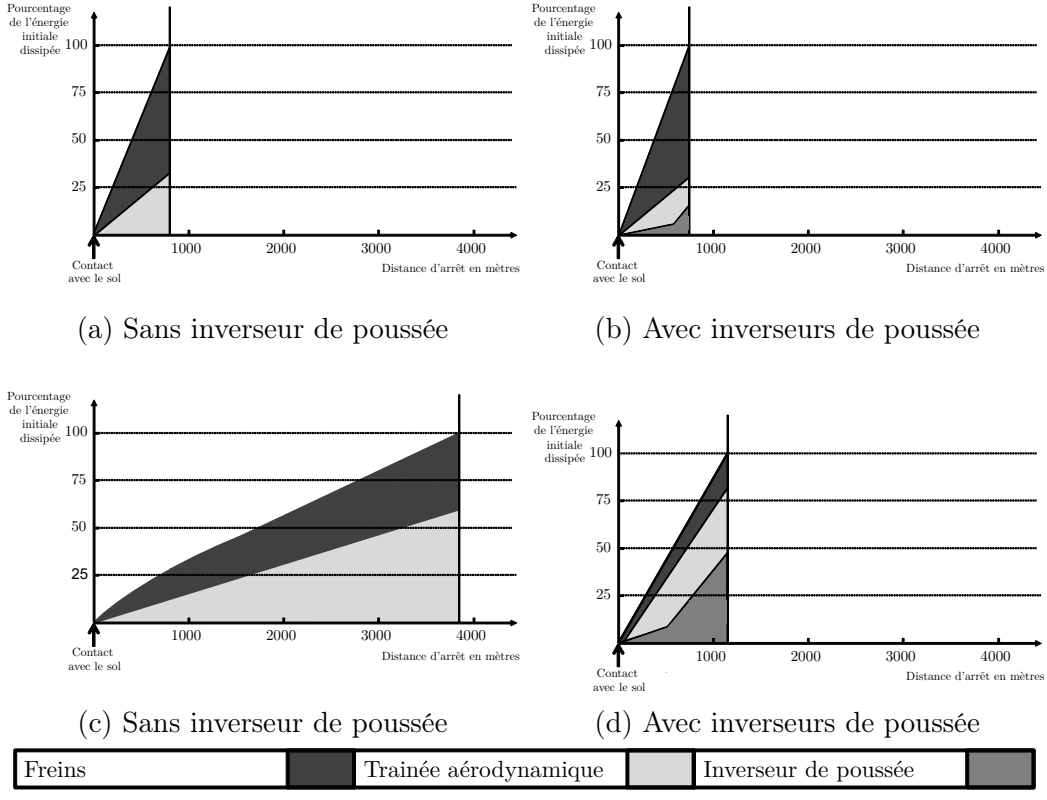



FIGURE 5 – Courbes obtenues par résolution numérique.

La Figure 6 permet de quantifier l'effet de chacun des dispositifs de freinage utilisés sur un avion lors de son atterrissage : les freins, la trainée aérodynamique et l'effet des inverseurs de poussée. Ces figures sont issues d'études menées par le constructeur sur piste sèche (a) et (b) et sur piste glacée (c) et (d). On ne prend pas en compte dans cette étude l'effet des aérofreins (volets positionnés sur les ailes de l'avion).




(a) Sans inverseur de poussée

(b) Avec inverseurs de poussée

(c) Sans inverseur de poussée

(d) Avec inverseurs de poussée

FIGURE 6 – Effet des inverseurs de poussée sur piste sèche (a) et (b) et glacée (c) et (d).

**Q5.** **Comparer** la première Figure (6.a) (sans inverseur de poussée sur piste sèche) avec la courbe des travaux de la Figure (5) (allure, valeur finale). **Donner** approximativement les distances d'arrêt sur piste sèche et glacée et **commenter** les valeurs obtenues par rapport au cahier des charges.

**Q6.** **Quantifier** l'effet de la présence des inverseurs de poussée sur l'arrêt d'un avion et **justifier** l'intérêt d'avoir ce dispositif pour une compagnie aérienne.

# 3 Analyse de la chaîne structurelle de l'eTras®

Afin de réduire au maximum la masse embarquée dans la nacelle, un seul actionneur de 25 kW, un moteur à courant continu, est utilisé pour mouvoir la partie mobile de la nacelle. Ce moteur permet d'entrainer simultanément 4 systèmes vis-écrous transformant le mouvement de rotation du moteur en translation. Cette transmission de puissance depuis le moteur vers les systèmes vis-écrous est réalisée par l'intermédiaire de composants flexibles appelés des flex-shafts. Ces éléments flexibles permettent de transmettre la puissance mécanique tout en respectant les contraintes de masse et de géométrie de la nacelle. L'Annexe 1 permet de visualiser l'architecture du système eTras®.

Le moteur est contrôlé par un composant nommé TRCU (Thrust Reverser Control Unit) contenant une électronique de puissance. Ce TRCU permet de transformer la tension électrique alternative de valeur efficace 115 V à fréquence variable (entre 360 Hz et 800 Hz) issue de la génératrice entraînée par le turbo-réacteur en une tension électrique continue de 24 V. Afin de modifier le chemin du flux secondaire, la rotation de chaque volet est synchronisée au déplacement de la nacelle par une chaîne cinématique.

Un codeur incrémental est utilisé pour mesurer à tout instant la position angulaire du rotor du moteur. Pour vérifier le bon synchronisme des 4 systèmes vis-écrous, un capteur de type RVDT (Rotary Variable Differential Transformer) est monté sur les 4 vis. L'ensemble de ces informations est traité par le calculateur de l'inverseur de poussée.

**Q7.** A partir de la description de la chaîne structurelle de l'eTras®, **compléter** la chaîne de puissance et d'information du cahier réponse.

La description suivante permet de proposer une première modélisation du système.
Afin de contrôler le moteur de l'inverseur de poussée, la consigne de position angulaire du moteur, notée $\theta_c$, est adaptée en une consigne numérique, notée $N_c$. Cette consigne est comparée à l'information issue du codeur incrémental positionné sur le moteur, notée $N_m$. L'écart $\varepsilon$ entre ces deux signaux est corrigé par l'intermédiaire d'un correcteur associé au TRCU dont la sortie est une tension de commande, notée $U_m$, pour le moteur. La position angulaire en sortie du moteur, notée $\theta_m$, est alors transmise via le système de transmission de puissance (le flex-shaft). En sortie du flex-shaft, la position angulaire $\theta_f$ est transmise aux dispositifs vis-écrous permettant de transformer le mouvement de rotation du flex-shaft en un mouvement de translation de l'écrou notée $\lambda_v$ sur lequel est fixée la partie mobile de la nacelle. Enfin, un ensemble cinématique, comportant les volets, permet de synchroniser la rotation $\theta_b$ de ces derniers avec la translation de la partie mobile de la nacelle. Lors de la phase de reverse, des actions mécaniques perturbatrices importantes agissent sur le moteur à travers la chaîne cinématique.

**Q8.** A partir de la description de la modélisation de la chaîne d'asservissement, **compléter** le schéma bloc fonctionnel du cahier réponse.

La transmission de puissance entre l'unique moteur et les 4 systèmes vis-écrous se faisant par des éléments flexibles, ces derniers sont sources d'oscillations parasites transmises aux volets. Afin d'établir un modèle de l'ensemble de l'inverseur de poussée, il est donc nécessaire de décomposer l'étude en deux grandes parties : avant et après les éléments flexibles.

# 4 Modélisation du comportement du système en aval des flex-shafts

## 4.1 Modélisation cinématique de l'ouverture de la nacelle

**Objectif :** Caractériser la relation entre l'ouverture de la partie mobile de la nacelle et la rotation des volets puis déduire un modèle de comportement linéaire de cet ensemble par régression linéaire.

La Figure 7 représente la structure de la chaîne cinématique basée sur le schéma de principe de la Figure 3 lorsque la nacelle est en position fermée, aucune commande de contre-poussée n'est activée. Le flux d'air secondaire suit une trajectoire rectiligne suivant la direction $\vec{x}_0$. La Figure 8 représente la position fermée d'un des volets, ce qui permet de dévier le flux d'air secondaire afin de générer la contre-poussée. Le Tableau 2 permet de référencer l'ensemble des composants de cette chaîne cinématique. La pièce 1 est entraînée par l'intermédiaire d'un flex-shaft qui lui impose un couple causant son mouvement de rotation. Ces éléments flexibles seront étudiés plus tard dans le sujet.

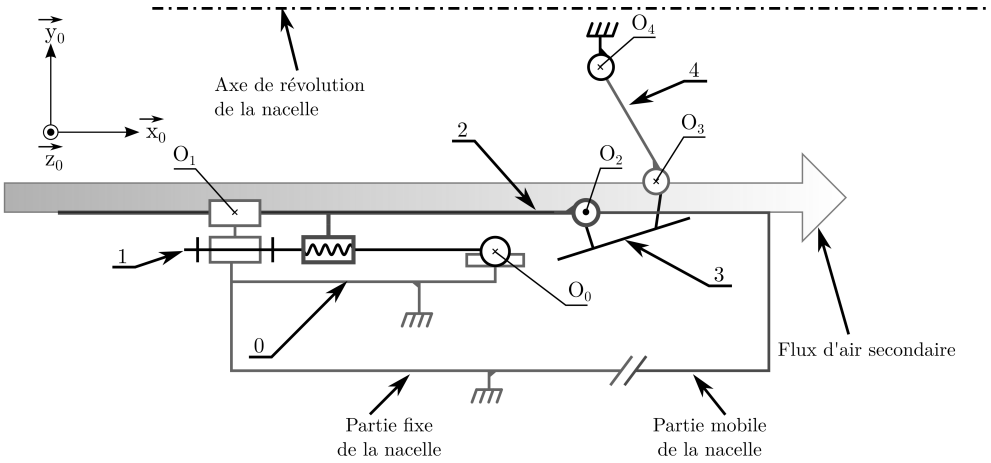



FIGURE 7 – Modèle simplifié de l'inverseur de poussée, volets ouverts.

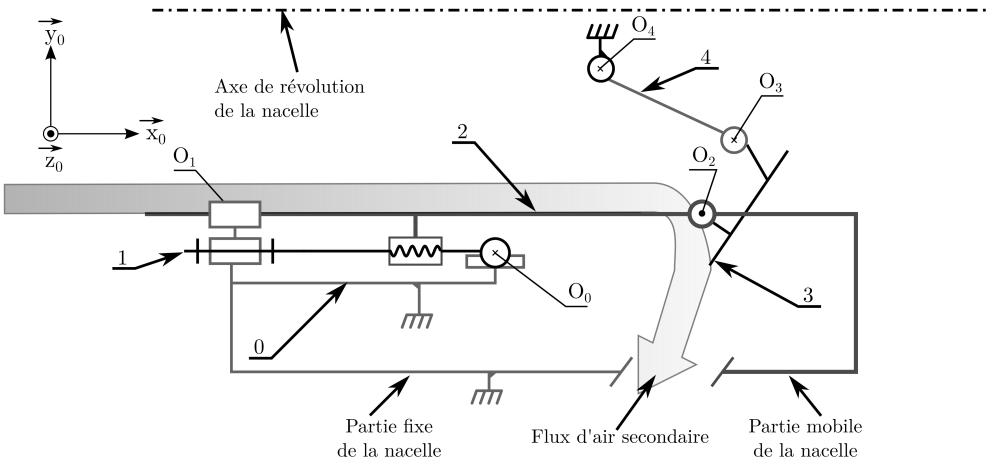



FIGURE 8 – Modèle simplifié de l'inverseur de poussée, volets fermés.

| | |
|---|---|
| Pièce **0** | Bâti, partie fixe de la nacelle |
| Pièce **1** | Vis à billes, entraînée par le flex-shaft |
| Pièce **2** | Écrou, partie mobile de la nacelle |
| Pièce **3** | Volet |
| Pièce **4** | Bielle |

TABLEAU 2 – Nomenclature des pièces.

On considère dans cette partie de l'étude que l'ensemble de la nacelle admet une symétrie de révolution autour de l'axe $(O_1, \vec{x}_0)$. On étudie le mouvement d'un seul volet en supposant que le comportement cinématique de l'ensemble des volets est analogue. Le paramétrage suivant est adopté pour l'étude cinématique :

- La vis (1) du vérin à vis est en liaison pivot d'axe $(O_0, \vec{x}_0)$ par rapport au bâti (0). On définit l'angle $\theta_f(t)$ tel que $\theta_f(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ ;
- La vis (1) est en liaison sphère-cylindre de centre $O_0$ et d'axe $(O_0, \vec{x}_0)$ par rapport au bâti (0) ;
- La vis (1) est en liaison hélicoïdale d'axe $(O_0, \vec{x}_0)$ par rapport à l'écrou (2) fixé à la partie mobile de la nacelle. On note $p$ le pas de la vis ;
- La partie mobile (2) est en liaison glissière de direction $\vec{x}_0$ par rapport au bâti ;
- Le volet (3) est en liaison pivot glissant d'axe $(O_2, \vec{z}_2)$ par rapport à la partie mobile (2). On définit l'angle $\theta_b(t)$ tel que $\theta_b(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$ ;
- Le volet (3) est en liaison pivot d'axe $(O_3, \vec{z}_2)$ par rapport à la bielle (4). On définit l'angle $\theta_{43}(t)$ tel que $\theta_{43}(t) = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{y}_3, \vec{y}_4)$ ;
- La bielle (4) est en liaison pivot d'axe $(O_4, \vec{z}_0)$ par rapport au bâti (0). On définit l'angle $\theta_{40}(t)$ tel que $\theta_{40}(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$ ;
- Soit $\overrightarrow{O_1O_2} = \lambda(t)\vec{x}_0$, $\overrightarrow{O_2O_3} = L_3\vec{x}_3$, $\overrightarrow{O_3O_4} = L_4\vec{y}_4$ et $\overrightarrow{O_4O_1} = -L\vec{x}_0 - H\vec{y}_0$.

| | |
|---|---|
| nombre de volets | 22 |
| valeur minimale de $\theta_b$ | 5° |
| valeur maximale de $\theta_b$ | 85° |
| longueur de la bielle 3 : $L_3$ | 320 mm |
| longueur de la bielle 4 : $L_4$ | 400 mm |
| L | 422 mm |
| H | 400 mm |
| pas à droite de la vis à billes : pas | $8\,\text{mm.tr}^{-1}$ |
| fréquence nominale de rotation du moteur : $N_m$ | $2000\,\text{tr.min}^{-1}$ |

TABLEAU 3 – Grandeurs caractéristiques de la cinématique de l'inverseur de poussée.

**Q9.** **Compléter** les figures de changement de bases associées au paramétrage précédent.

**Q10.** **Déterminer** l'expression de la variable de translation $\lambda(t)$ de la partie mobile de la nacelle (2) en fonction de l'angle de rotation $\theta_b(t)$ ainsi que des grandeurs géométriques constantes du système.

La Figure 9 représente l'évolution de la variable $\lambda$ en fonction $\theta_b$ à partir de l'expression déterminée à la question 10.

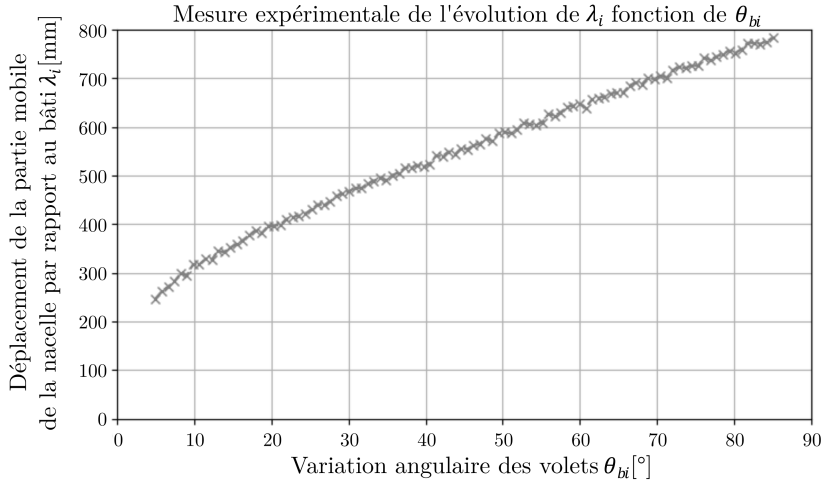



FIGURE 9 – Évolution de $\lambda$ en fonction de $\theta_b$.

**Q11.** À partir de la Figure 9, **déterminer** la course C de la partie mobile de la nacelle correspondant à l'évolution angulaire des volets puis **comparer** la valeur trouvée à la valeur du cahier des charges.

Afin de compléter le schéma bloc de l'asservissement en position de l'inverseur de poussée, il est nécessaire d'établir une relation linéaire et continue entre les paramètres de la chaîne cinématique $V_{20}(t) = \dfrac{d\lambda(t)}{dt}$ et $\omega_b(t) = \dfrac{d\theta_b(t)}{dt}$.

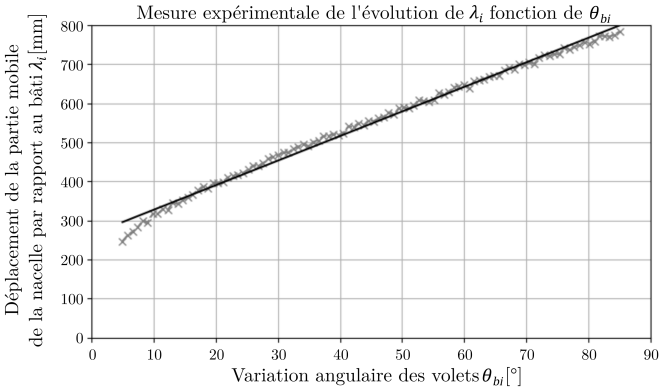
Pour déterminer la relation linéaire entre ces paramètres, nous allons utiliser une régression linéaire univariée.
Les premières lignes du fichier "mesure.txt" utilisé pour réaliser la régression linéaire sont présentées sur la Figure 10.

5.002536072595212 ; 249.96246516347793
5.811026750994438 ; 261.30591985754825
6.619517429393664 ; 271.8698209107626
7.42800810779289 ; 281.796658126533
8.236498786192115 ; 291.19113802195494
9.044989464591344 ; 300.13290273503657
9.853480142990568 ; 308.6842187698478

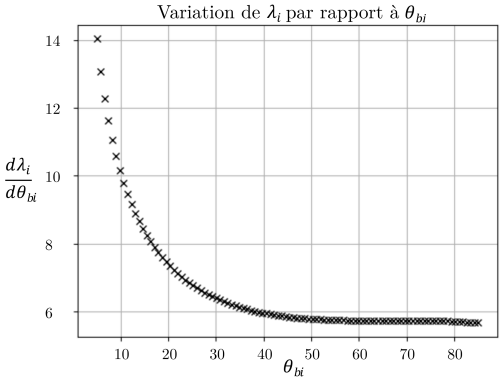
FIGURE 10 – Exemple des premières lignes du fichier de mesures.

Le résultat du modèle de régression linéaire est donné ci-dessous (Figure 11).

**Q12.** **Justifier** l'intérêt d'utiliser une régression linéaire univariée plutôt qu'une linéarisation autour d'un point de fonctionnement pour simplifier le modèle. **Critiquer** ce choix sur la plage de variation de $\theta_b \in [5°, 30°]$. En se basant sur l'exemple présenté dans l'annexe "Bibliothèque Scikit-Learn Python", **compléter** le code Python du cahier réponse afin d'obtenir les paramètres d'optimisation du modèle de régression linéaire permettant de tracer la droite.




(a) Résultat de la régression linéaire




(b) Évolution de $\dfrac{d\lambda_i}{d\theta_{bi}}$

FIGURE 11 – Modèle de régression linaire.

**Q13.** **Déterminer** la fonction de transfert $K_{cc} = \dfrac{\omega_b}{V_{20}}$ associée à la chaine cinématique à partir du résultat de l'algorithme d'apprentissage supervisé présenté sur la Figure 11.

**Q14.** À partir des données fournies et des réponses aux questions précédentes, **déterminer** l'expression du temps d'ouverture de la nacelle. **Donner** l'application numérique et **conclure** vis-à-vis du cahier des charges. On considèrera pour cette question que le moteur tourne à vitesse constante $N = N_m$.

## 4.2 Modélisation du couple sur le flex-shaft dû à l'action de la contre poussée

**Objectif :** Valider les performances mécaniques du moteur utilisé pour l'ouverture de la nacelle en phase de contre-poussée.

Afin d'évaluer les performances du moteur électrique employé pour la phase de contre-poussée, on supposera que les volets sont en position fermée (Figure 3) et qu'ils sont soumis à la pression du flux d'air secondaire lorsque l'avion est en phase de freinage. On se place en phase de freinage et les volets sont en position fermée.

### a) Hypothèses et données

- La pression constante du flux secondaire sur le volet est notée $p_s$ et vaut 2,5 kPa ;
- On note $p$ le pas de la vis ;
- On supposera que toutes les liaisons sont énergétiquement parfaites ;
- Le champ de gravitation est noté $-g\ \vec{y_0}$ ;
- On note $V = \dfrac{d\lambda}{dt}$ telle que $\overrightarrow{V}(O_2, 2/R_0) = V\ \vec{x_0}$ ;
- La distance entre le point $O_2$ et le volet est considérée négligeable dans cette partie ;
- Dans toute la suite du sujet on notera le torseur des actions mécaniques du solide **i** sur le solide **j** par le torseur suivant : $\mathcal{T}_{i\to j} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R}(i \to j) = X_{ij}\vec{x_0} + Y_{ij}\vec{y_0} + Z_{ij}\vec{z_0} \\ \overrightarrow{M}(0, i \to j) = L_{ij}\vec{x_0} + M_{ij}\vec{y_0} + N_{ij}\vec{z_0} \end{array} \right\}_{(0)}$

### b) Détermination des actions mécaniques du flux secondaire sur le volet

On étudie dans cet exemple l'action mécanique de l'air sur un seul volet pour en déduire une relation entre l'action de l'air sur ce volet et le couple au niveau d'un flex-shaft.
La Figure 12 représente un des volets de l'inverseur de poussée sur la gauche ainsi que son modèle numérique simplifié pris en compte pour cette étude sur la droite.

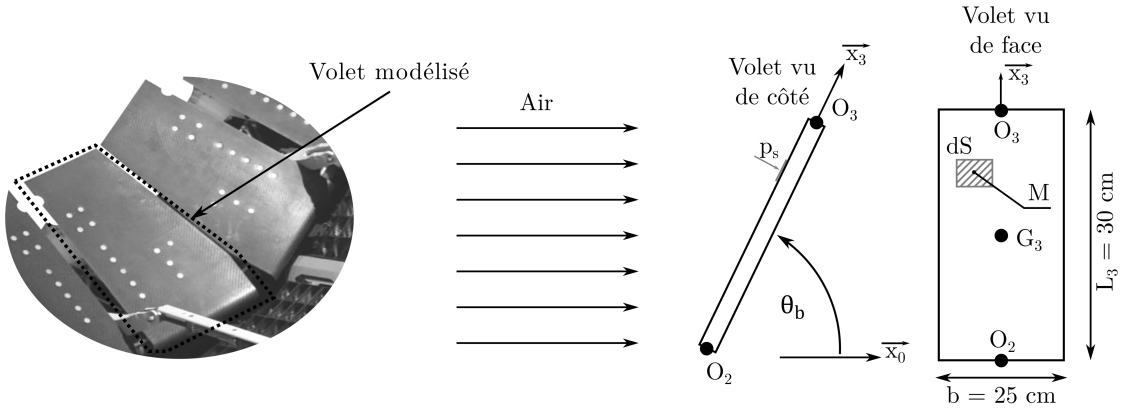



FIGURE 12 – Modèle d'un des volets.

L'action mécanique élémentaire de la pression de l'air secondaire sur le volet est notée de la manière suivante :

$$d\mathcal{T}_{air\to 3} = \left\{ \begin{array}{c} d\overrightarrow{R}(air \to 3) \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{(M)}$$

**Q15. Déterminer** le torseur des actions mécaniques de l'air sur un volet $\mathcal{T}_{air\to 3}$ au point $O_2$ exprimé dans la base $B_3$ .

### c) Détermination du couple de torsion au niveau d'un flex-shaft

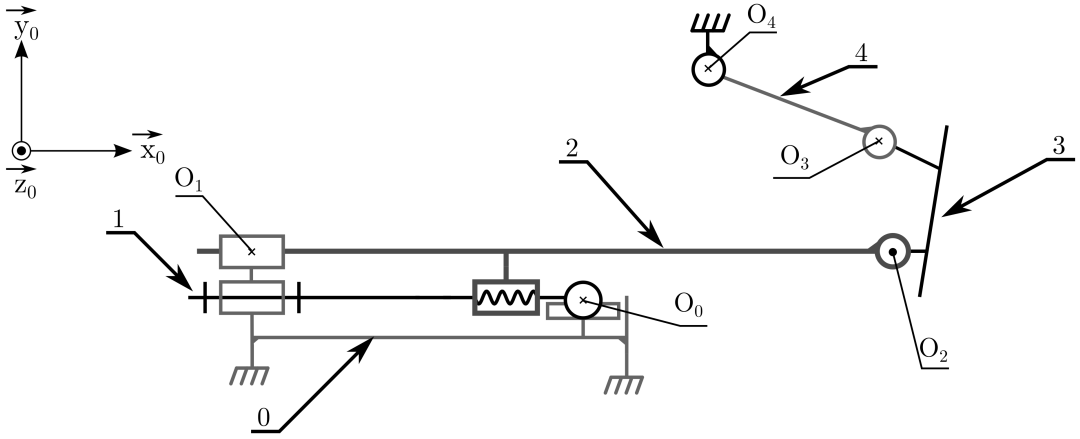



FIGURE 13 – Schéma cinématique du mécanisme d'ouverture de la nacelle lorsque les volets sont fermés.

Pour les questions suivantes, on utilisera le schéma cinématique donné sur la Figure 13, schéma basé sur la configuration de la partie basse de la Figure 3. On supposera pour la suite de l'étude que le torseur des actions mécaniques de l'air sur le volet sera modélisé par le torseur glisseur suivant :

$$\mathcal{T}_{air\to 3} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R}(air \to 3) = F_{air}\ \vec{y_3} \\ \overrightarrow{M}(O_2, air \to 3) = \dfrac{L_3}{2}.F_{air}\ \vec{z_3} \end{array} \right\}_{(O_2)}$$

On modélise l'action mécanique extérieure appliquée par le flex-shaft sur la pièce **1** par un torseur couple tel que :

$$\mathcal{T}_{flex-shaft\to 1} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_f\ \vec{x_0} \end{array} \right\}_{\forall M}$$

On rappelle que $K_{cc}$ est le rapport de la chaîne de cinématique entre $\omega_b$ et $V_{20}$ tel que :

$$\omega_b(t) = K_{cc}.V_{20}(t)$$

La matrice d'inertie de la vis **1** exprimée en $O_0$ dans la base $(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ :

$$I(O_0, 1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x_0}, \vec{y_1}, \vec{z_1})}$$

On note $M_2$, la masse de l'ensemble mobile **2** comportant la partie mobile de la nacelle.
On note $M_3$, la masse d'un volet **3** et la matrice d'inertie d'un volet **3** en $G_3$ exprimée dans la base $(\vec{x_3}, \vec{y_3}, \vec{z_3})$ :

$$I(G_3, 3) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(\vec{x_3}, \vec{y_3}, \vec{z_0})}$$

On suppose que la masse de la bielle **4** est négligeable.

**Q16.** **Compléter** le graphe de structure représentant le mécanisme d'ouverture de la nacelle donné sur le cahier réponse. **Faire apparaître** les liaisons manquantes ainsi que les actions mécaniques autres que celles transmissibles par les liaisons.

**Q17.** **Justifier** la forme des matrices d'inertie $I(O_0, 1)$ et $I(G_3, 3)$.

**Q18.** **Déterminer** l'inertie équivalente, notée $J_{eq}$, de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$ en mouvement par rapport à **0** ramenée au niveau de l'axe de rotation de la pièce **1**. **Mettre** cette inertie équivalente sous la forme $A_{eq} + B_{eq}.sin(\theta_b)$. **Indiquer** les expressions de $A_{eq}$ et $B_{eq}$.

**Q19.** **En précisant** le (ou les) solide(s) isolé(s) et **en indiquant** le théorème utilisé, **déterminer** une relation entre le couple sur la vis **1** noté $C_f$ et les actions mécaniques de l'air sur le volet **3**.

# 5 Étude de l'asservissement de la chaîne de transmission de puissance permettant l'ouverture des volets de la nacelle

La chaîne de transmission de puissance entre le moteur et l'ouverture des volets peut être modélisée comme suit :

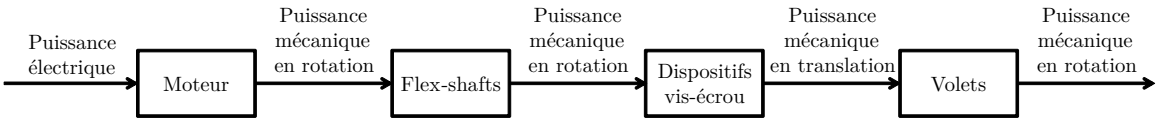



FIGURE 14 – Chaîne de puissance entre le moteur et l'ouverture des volets.

## 5.1 Étude du moteur à courant continu

**Objectif :** Mettre en place le modèle du moteur à courant continu et son asservissement en couple.

Le moteur entrainant la rotation des flex-shafts est un moteur à courant continu. Il peut être modélisé par les équations suivantes :

- Équation électrique : $u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\dfrac{di(t)}{dt}$
- Équations de couplage : $C_m(t) = K_m.i(t)$ ; $e(t) = K_m.\omega_m(t)$.

L'arbre du moteur est soumis au couple résistant $C_r(t)$ et fournit le couple moteur $C_m(t)$. En notant $J_m$ le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur, le principe fondamental de la dynamique conduit à l'équation suivante :

- Équation mécanique : $J_m.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$

On considère le schéma bloc du moteur décrit Figure 15.

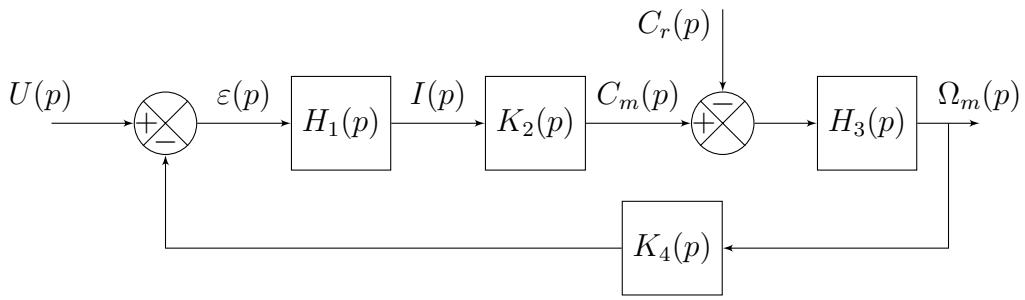



FIGURE 15 – Schéma bloc du moteur seul.

**Q20. Établir** les expressions littérales des quatre fonctions de transfert du schéma bloc de la Figure 15 dans les conditions de Heaviside.

Afin de bien contrôler l'effort en sortie du moteur, un asservissement en couple du moteur est nécessaire. Or, le couple $C_m(t)$ est proportionnel à l'intensité $i(t)$ qui circule dans l'induit. Faire un asservissement en couple consiste donc à asservir en intensité le moteur.
Le schéma bloc suivant (Figure 16) représente l'asservissement en intensité du moteur avec :

- une résistance servant de capteur de courant de gain pur $R_e$,
- un correcteur de fonction de transfert $C(p)$,
- un adaptateur de gain pur $K_a$.

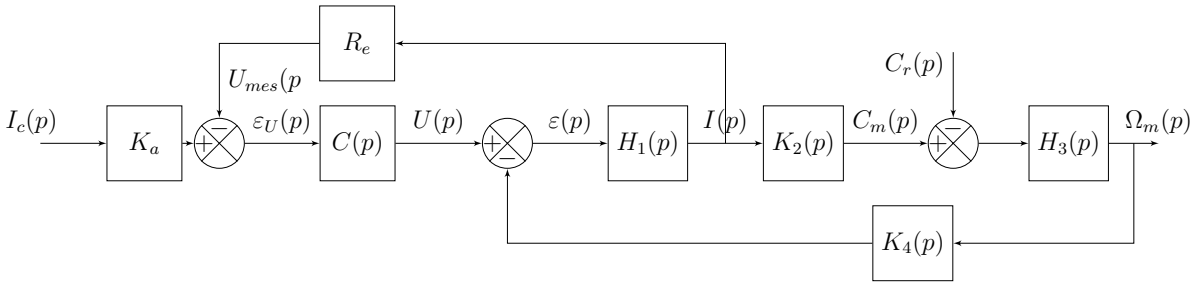



FIGURE 16 – Schéma bloc du moteur à courant continu asservi en intensité.

**Q21. Déterminer** la valeur de $K_a$ afin qu'en régime établi $I(t) = I_c(t)$.

**Q22.** En bloquant la rotation du moteur et en l'absence de couple résistant ($C_r(t) = 0$), **calculer** la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en courant $\dfrac{U_{mes}(p)}{\varepsilon_U(p)}$.

Le choix a été fait de prendre un correcteur de type proportionnel intégral (PI) :

$$C(p) = K_p.\frac{1+\tau_i.p}{\tau_i.p}$$

avec $K_p > 1$. Le correcteur PI est réglé de façon à réaliser une compensation du pôle électrique.

**Q23. En déduire** la valeur de $\tau_i$.

**Q24. Montrer** alors que la fonction de transfert $\frac{I(p)}{I_c(p)}$ peut s'exprimer comme suit :

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{R_e.K_p}{R_e.K_p + \tau_i.R.p}$$

**Q25. En déduire** l'expression du temps de réponse de la boucle de courant et la valeur de $K_p$ permettant de répondre au cahier des charges ($L = 1 \cdot 10^{-5}\,\text{H}$ et $R_e = 0{,}01\,\Omega$).

Le graphe suivant (Figure 17) présente la réponse indicielle expérimentale de l'effet du correcteur sur la réponse de la boucle d'asservissement.

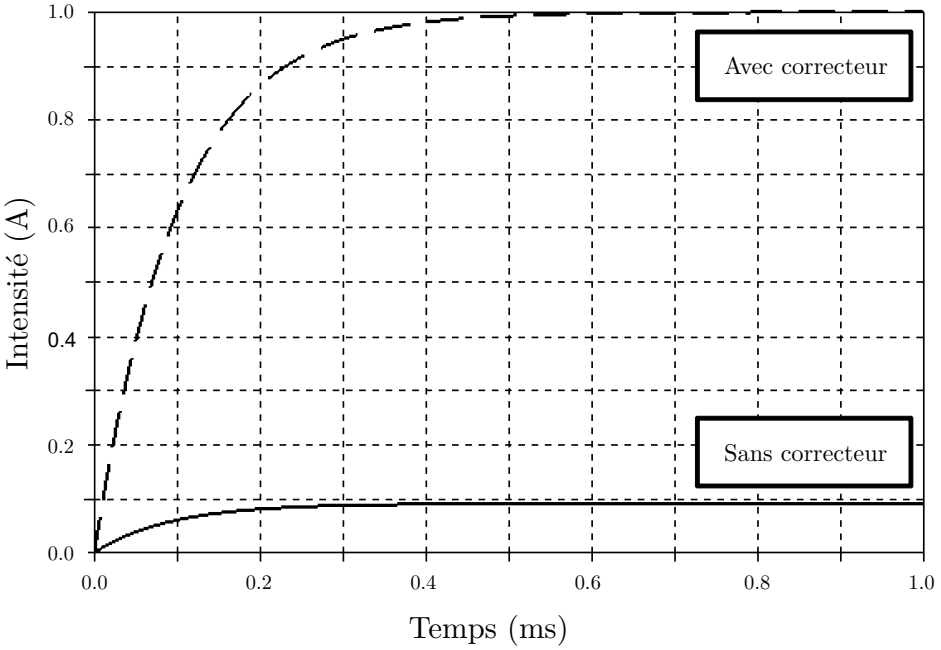



FIGURE 17 – Effet du correcteur sur l'asservissement en intensité du moteur à courant continu.

**Q26.** A partir du graphique, **valider** le modèle théorique précédemment établi et **vérifier** les performances attendues dans le diagramme des exigences.

## 5.2 Étude des flex-shafts

**Objectif :** Caractériser le comportement des flex-shafts.

Les flex-shafts sont des dispositifs de transmission de mouvement de rotation semi-rigides. Leur structure (câble + gaine) il est possible de transmettre un mouvement de rotation depuis la sortie du moteur (d'angle de rotation $\theta_m$) jusqu'aux dispositifs vis-écrou d'angle de rotation $\theta_f$ en adoptant une géométrie quasi-circulaire.
Les flex-shafts (Annexe 1) n'étant pas des structures indéformables, un modèle de connaissance est nécessaire afin de prendre en compte les déformations éventuelles en rotation dans le modèle complet de l'inverseur de poussée.
La vis (d'inertie équivalente $J_r$) du système vis-écrous est soumise au couple $C_r$ composé d'un couple $C_{ff}$ issu d'un frottement fluide entre les différentes parties du flexible et d'un couple $C_e$ issu du comportement élastique du flexible en rotation.
Il vient alors :

- $C_r(t) = C_{ff}(t) + C_e(t)$ ;
- $C_{ff}(t) = f.(\omega_m(t) - \omega_f(t))$ ;
- $C_e(t) = k(\theta_m(t) - \theta_f(t))$.

avec :

- $\omega_m(t) = \dfrac{d\theta_m(t)}{dt}$ ;
- $\omega_f(t) = \dfrac{d\theta_f(t)}{dt}$.

Ainsi, le schéma-bloc associé au flex-shaft est donné Figure 18.

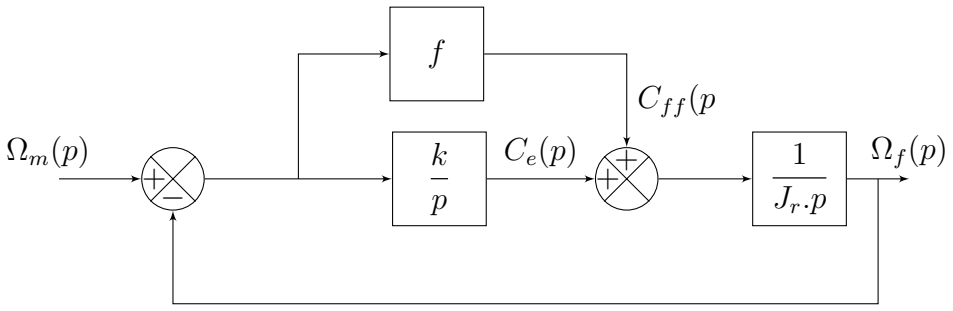



FIGURE 18 – Schéma-bloc associé au flex-shaft.

**Q27.** **Calculer** la fonction de transfert $\dfrac{\Omega_f(p)}{\Omega_m(p)}$ en fonction des paramètres présentés précédemment.

**Q28.** **Calculer** la limite quand $t$ tend vers l'infini de $\omega_m(t) - \omega_f(t)$ pour une entrée en rampe de $\omega_m(t)$ de pente $a_{m0}$.

**Q29.** **Caractériser** le comportement du flex-shaft à temps infini pour l'entrée définie précédemment.

## 5.3 Mise en place de l'asservissement en position de l'arbre moteur

**Objectif :** Mettre en place l'asservissement du moteur en position en réalisant le réglage du correcteur à avance de phase.

Les modèles précédents étant définis, il est possible de réaliser une deuxième boucle d'asservissement contrôlant la position de l'arbre moteur. Un seul moteur contrôlant la rotation de 4 vis, il n'est pas possible d'asservir indépendamment chacune des vis. L'action correctrice ne peut être effectuée qu'au niveau de l'axe moteur. Un codeur incrémental (capteur de position), un adaptateur et un correcteur ont été ajoutés.
La modélisation Figure 19 est proposée :

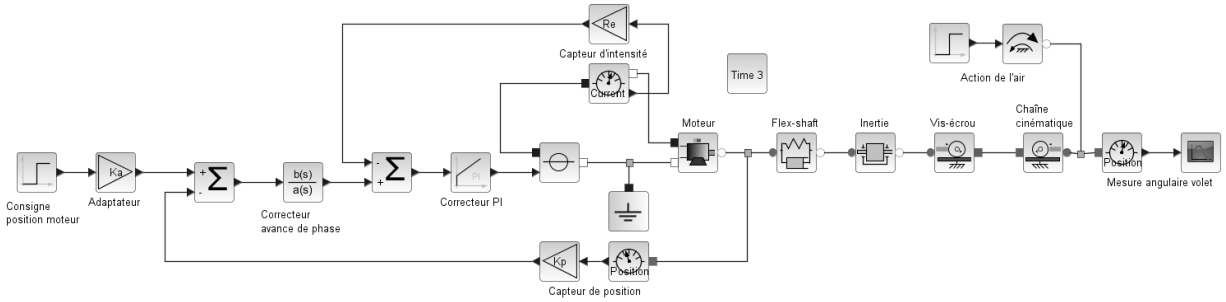



FIGURE 19 – Modèle acausal de l'eTras® avec sa boucle d'asservissement en position.

Le diagramme de Bode approché de la fonction de transfert en boucle ouverte de cet asservissement sans correction est donné ci-dessous (Figure 20).

Le cahier des charges impose une pulsation de coupure à 0 dB de $\omega_{BP}$ et une marge de phase minimum de 45°. Pour y parvenir, le correcteur choisi est un correcteur à avance de phase : $C_2(p) = \dfrac{C_2.(1 + a.\tau.p)}{1 + \tau.p}$ avec $a > 1$.

Pour ce type de correcteur pour $\omega = \omega_{max} = \dfrac{1}{\sqrt{a}.\tau}$ la phase $\phi$ est maximale et est telle que $sin(\phi) = \dfrac{a-1}{a+1}$.

**Q30.** **Tracer** le diagramme de Bode asymptotique et l'allure réelle du correcteur, **préciser** les valeurs caractéristiques.

**Q31.** **Déterminer** $\phi_{max}$ permettant de respecter le cahier des charges.

**Q32.** **En déduire** les expressions analytiques de $a$ et $\tau$. **Calculer** numériquement $a$ et **poser** le calcul de $C_2$ avec les valeurs numériques nécessaires.

# 6 Conclusion

**Objectif :** Conclure sur le bon fonctionnement de la nacelle équipée du système eTras®.

L'évolution de l'ouverture d'un volet en fonction du temps est donnée ci-dessous (Figure 21).

**Q33.** **Résumer** succinctement la validation ou non des critères du diagramme des exigences demandés.

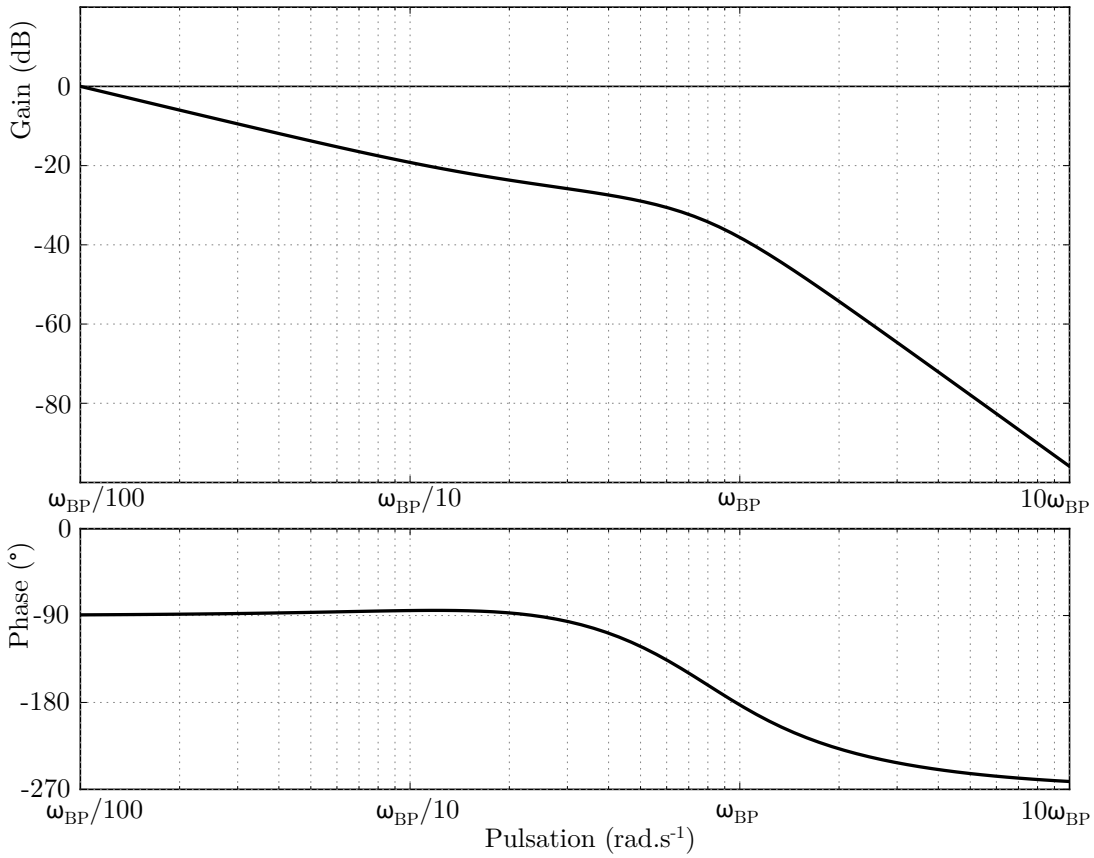



FIGURE 20 – Diagramme de Bode de l'asservissement en position sans correcteur.

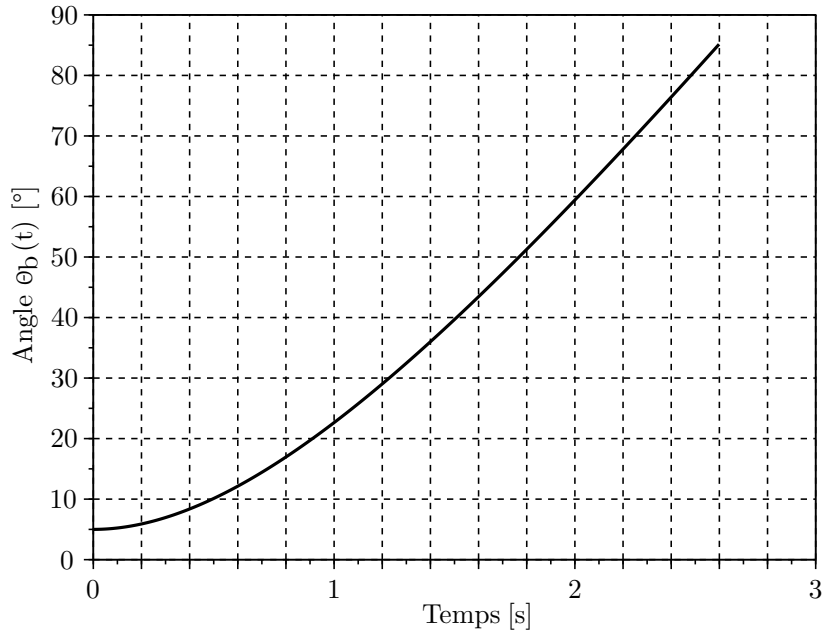



FIGURE 21 – Evolution de l'ouverture (en degrés) d'un volet au cours du temps.

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Concours commun Mines-Ponts

Épreuve : .....

**Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.**

Feuille /

# Cahier Réponse - MP

**Question 1**

Isolement :

Théorème appliqué :

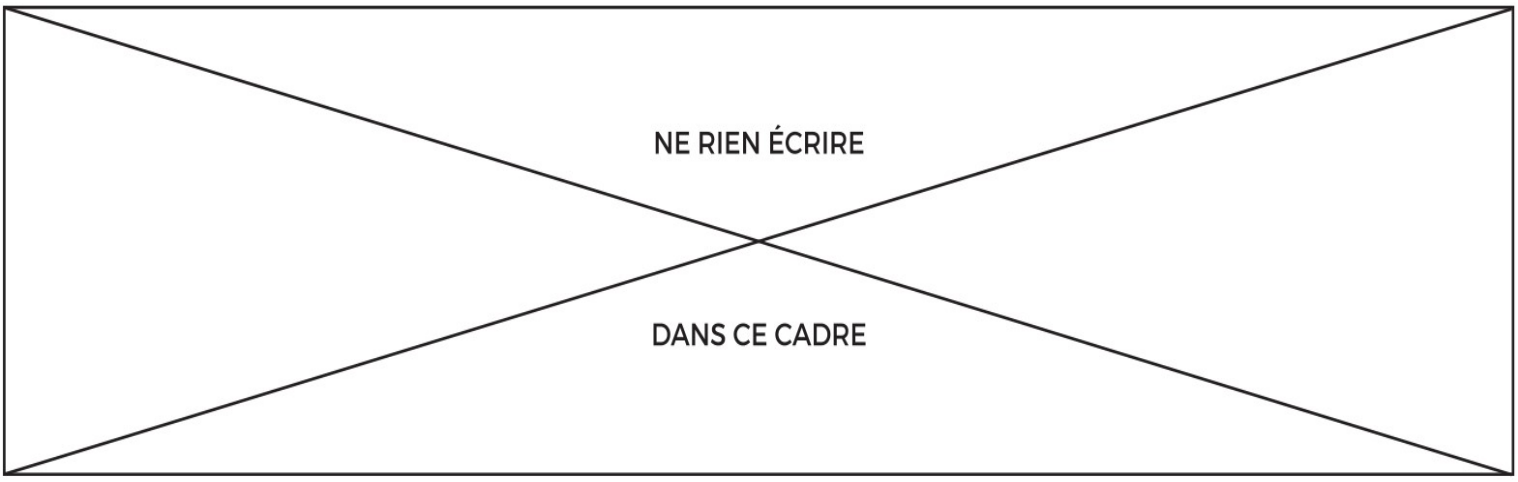
$a =$

**Question 2**

Wf =

Wa =

Energie totale à dissiper (valeur numérique) :




## Question 3

```
1  def F(vi):
2      return A0 + A1*vi**2
3
4  def eulerExplicite(Cini, FI):
5      V = [Cini]  # liste des vitesses
6      t = [0]     # liste de temps
7      pas = 0.001 # dt en seconde
8      v = Cini    # vitesse à l'instant i
9      Wf = [0]    # liste d'énergie due aux actions de frottement
10     Wa = [0]    # liste d'énergie due aux actions aérodynamique
11     x = [0]     # liste de distance
12     Ec0 = 1/2*M*v0**2 # énergie cinétique initiale
13     while         :                          # A COMPLETER
14         v =                                  # A COMPLETER
15         x.append(           )                # A COMPLETER
16         V.append(v)
17         Wf.append(Wf[-1]+(A0*M*v*pas))
18         Wa.append(                          )  # A COMPLETER
19         t.append(t[-1]+pas)
20     return V, x, t, Wf, Wa
21
22 V, x, t, Wf, Wa = eulerExplicite(v0,F)
```

| | |
|---|---|
| ligne 13 **while** : | ligne 15 |
| ligne 14 **v** = | ligne 18 |

**Question 4**

**Question 5**

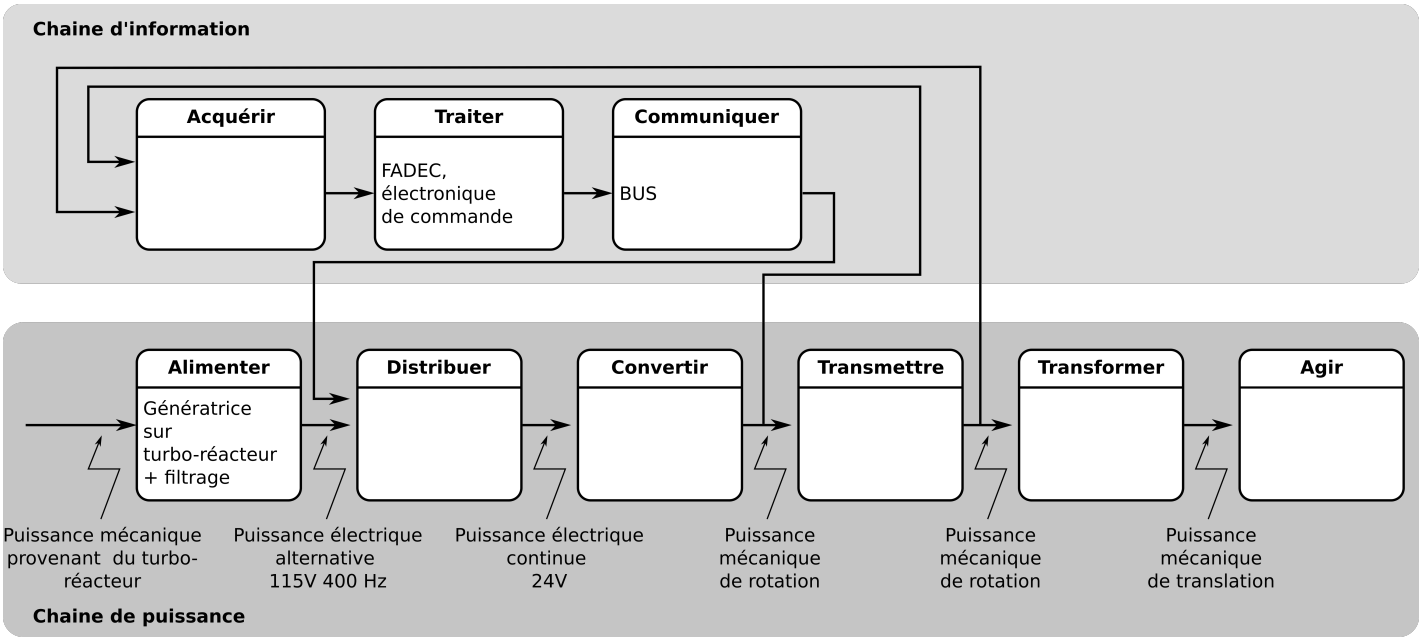
| | Sans inverseur | | Avec inverseur | |
|---|---|---|---|---|
| | Distance d'arrêt | Validation | Distance d'arrêt | Validation |
| Piste sèche | | | | |
| Piste glacée | | | | |

**Question 6**

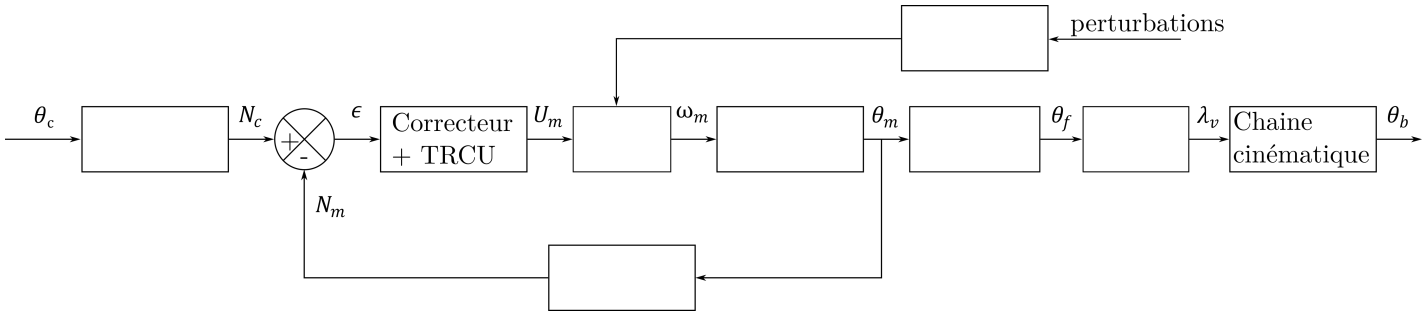
| | Influence de l'inverseur de poussée |
|---|---|
| Piste sèche | |
| Piste glacée | |

Intérêts :

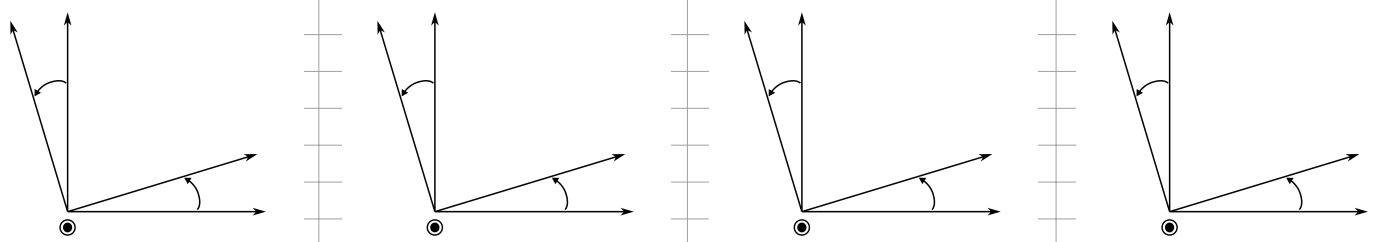
## Question 7




## Question 8




## Question 9



Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Concours commun Mines-Ponts

Épreuve : .....

**Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.**

Feuille /

## Question 10

$\lambda(t) =$

## Question 11

Course =

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

## Question 12

Justification :

```
1  import pylab as pl
2  ## Importation de la classe LinearRegression
3  from sklearn.linear_model import LinearRegression
4  ## Importation des données
5  f = open('mesure.txt','r')
6  L = f.readlines()
7  f.close()
8
9  theta_regression, lbda_regression = [], []
10 for i in range(len(L)):
11     theta, lbda = L[i].strip('\n').split(';')
12     theta_regression.append(float(theta))
13     lbda_regression.append(float(lbda))
14 X = pl.array(theta_regression)           # en degré
15 Y = pl.array(lbda_regression)
16
17 # mise en forme des données (theta) d'entrainements
18 X_train = X.reshape((-1,1))
19 # instancier modèle
20 model_linReg = LinearRegression()
21 # entrainer le modèle
22 model_linReg.                           # A COMPLETER en utilisant la bonne méthode
23 # récupération des paramètres du modèle
24 a =                                     # A COMPLETER
25 b =                                     # A COMPLETER
26 def predict(x):
27    return a * x + b
28 fitLine = predict(X)
29
30 pl.plot(X, Y, '--k')
31 pl.plot(X, fitLine, c='grey')
32 pl.show()
```

ligne 22

ligne 24 **a** =

ligne 25 **b** =

**Question 13**

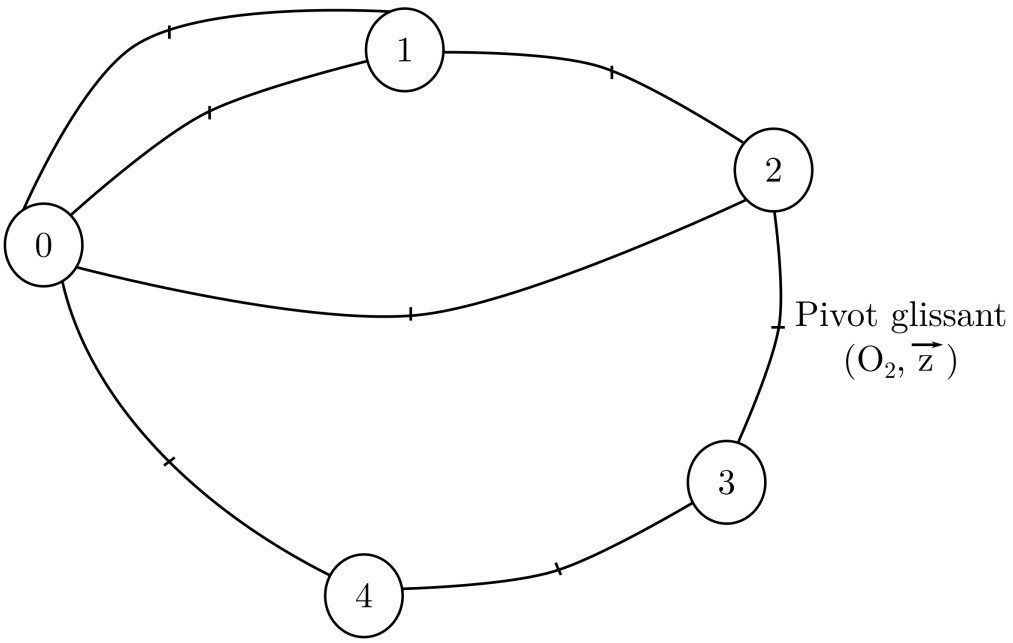
$K_{cc} =$

**Question 14**

Temps d'ouverture =

**Question 15**

**Question 16**




**Question 17**

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Nom

Prénom (s)

Signature

Épreuve : .....

**Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.**

Feuille /

## Question 18

$A_{eq}$ =

$B_{eq}$ =

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 19**

Isolement :

Théorème appliqué :

**Question 20**

$H_1(p) =$

$K_2(p) =$

$H_3(p) =$

$K_4(p) =$

**Question 21**

$K_a =$

**Question 22**

$$\frac{U_{mes}(p)}{\epsilon_U(p)} =$$

**Question 23**

$\tau_i =$

**Question 24**

**Question 25**

$t_{5\%} =$

$K_p =$

**Question 26**

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Nom

Prénom (s)

Signature

Épreuve : .....

**Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.**

Feuille /

## Question 27

$$\frac{\Omega_f(p)}{\Omega_m(p)} =$$

## Question 28

$lim_{t\to\infty}(\omega_m(t) - \omega_f(t)) =$

## Question 29

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

**Question 30**

**Question 31**

$\Phi_{max} =$

**Question 32**

$a =$

$\tau =$

$C_2 =$

**Question 33**

| Id | Cahier des charges | Valeur trouvée | Validation |
|---|---|---|---|
| 1.1.1 | | | |
| 1.2.1 | | | |
| 1.2.2 | | | |
| 1.4.1 | | | |
| 1.4.2 | | | |

**Page libre d'écriture si nécessaire**

# Annexe 1 - Décomposition des éléments du système eTras®

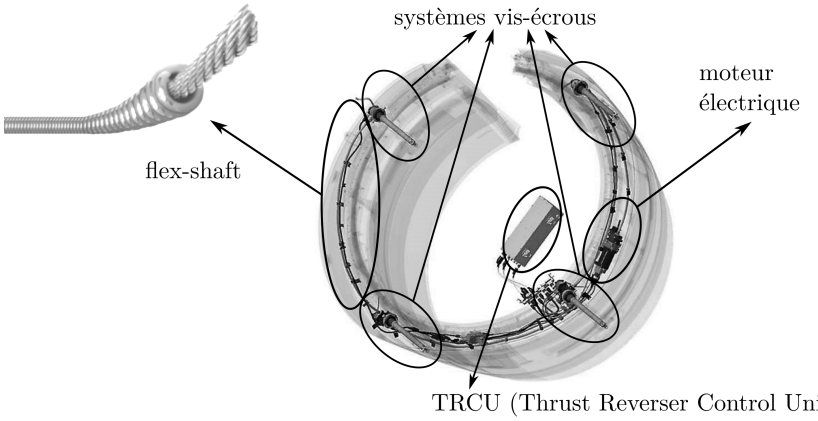



FIGURE 22 – Principaux constituants de la chaine de puissance du eTras®.

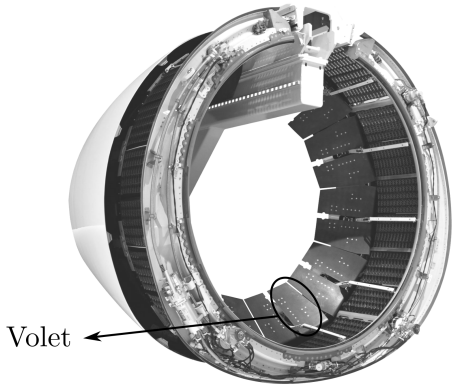



FIGURE 23 – Vue des volets dans la nacelle.

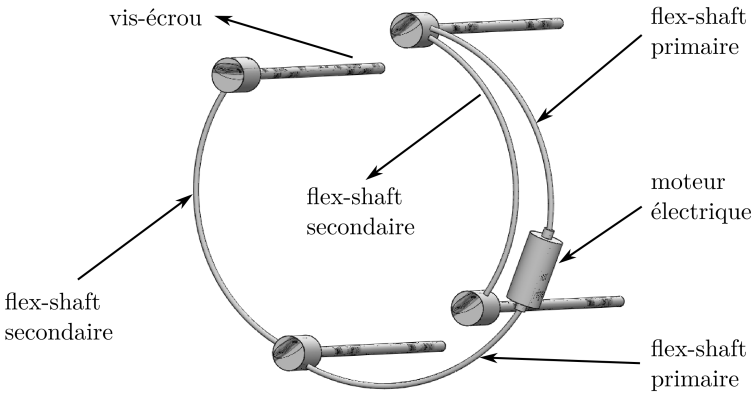



FIGURE 24 – Illustration de l'architecture des flex-shafts.

Comme le montre la Figure 24, le moteur électrique est raccordé aux flex-shafts primaires qui à leur tour sont raccordés en série via des renvois d'angle situés au niveau des premiers systèmes vis-écrou aux flex-shafts secondaires. Chaque système vis-écrou est mis en mouvement par l'intermédiaire d'un ou deux flex-shafts et d'un renvoi d'angle.

# Annexe 2 - Bibliothèque Scikit-Learn Python

Scikit-Learn est une bibliothèque Python spécifiquement conçue pour l'IA et le machine learning (ML). Ses principales fonctionnalités incluent la classification, le pré-traitement et la modélisation des données ainsi que la sélection de modèles. Elle fournit également une gamme d'algorithmes ML supervisés et non supervisés. Comme exemples de tâches ML utilisant Scikit-Learn, peuvent être citées la reconnaissance d'images, la prédiction ou la détection de spams. En outre, Scikit-Learn est interopérable avec la pile SciPy qui inclut NumPy, Matplotlib, IPython, Sympy et Pandas.

### Apprentissage supervisé

- la régression linéaire : **from sklearn.linear_model import LinearRegression**

LinearRegression fits a linear model with coefficients w = (w1, ..., wp) to minimize the residual sum of squares between the observed targets in the dataset, and the targets predicted by the linear approximation.

```
import numpy
from sklearn.linear_model import LinearRegression

## Exemple de fonction à linéariser : y = 1 * x_0 + 2 * x_1 + 3
X = np.array([[1, 1], [1, 2], [2, 2], [2, 3]])
y = np.dot(X, np.array([1, 2])) + 3

reg = LinearRegression().fit(X, y)
reg.score(X, y)
>>> 1.0

reg.coef_
>>> array([1., 2.])

reg.intercept_
>>> 3.0

reg.predict(np.array([[3, 5]]))
>>> array([16.])
```

# Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MP chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

## Chapitres liés à ce sujet

- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens

## Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

**prepahelp.com/#essai**

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/mp