Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2024, filière MPI

Physique 2

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : oscillateur à tube
- Partie II : oscillateur à portes logiques
- Partie III : le crissement

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/mpi/2024/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A2024 – PHYSIQUE II MPI

**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

**Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).**

CONCOURS 2024

DEUXIÈME ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

PHYSIQUE II - MPI

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

Instabilités et oscillations de relaxation

Ce sujet est consacré à certaines situations physiques instables conduisant à des oscillations de relaxation. Ce terme désigne des oscillations non linéaires obtenues par l'augmentation continue d'une contrainte, suivie du relâchement subit de celle-ci. Le sujet est constitué de trois problèmes totalement indépendants sur cette thématique assez courante en physique.

Bien que les trois problèmes traitent de phénomènes physiques analogues, les méthodes développées sont totalement différentes :

- le problème **I** analyse un oscillateur historique de l'électronique linéaire. Il s'agit de l'emploi de méthodes numériques pour l'intégration des équations différentielles déduites des lois physiques, avec prise en compte d'un basculement périodique ;
- le problème **II** est consacré à l'étude des régimes stables et instables d'un montage à portes logiques. Il s'agit de la résolution par morceaux d'une équation différentielle linéaire, avec raccordement par continuité d'une grandeur physique ;
- le problème **III** s'intéresse à une description analytique complète des équations du mouvement d'un solide frottant sur un support fixe et du crissement qui en résulte.

Les vecteurs ($\vec{w}$) sont surmontés d'une flèche. Les applications numériques seront réalisées avec un seul chiffre significatif. Lorsqu'un **code informatique** est demandé, il sera rédigé dans la syntaxe de **Python 3**. Un petit formulaire et quelques valeurs numériques sont regroupés en fin d'énoncé.

I Oscillateur à tube

On considère le montage de la figure 1 comportant un générateur idéal de tension constante E_0, un résistor de résistance R, un condensateur de capacité C et un dipole $\mathcal{D}$ assimilé à un résistor de résistance $R_L = \alpha R$.

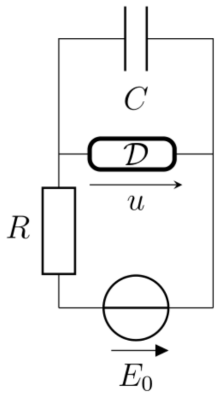


FIGURE 1 – Circuit

I.A Une première équation d'évolution

Dans un tel circuit linéaire, l'équation d'évolution de $u(t)$ est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants dont la solution comporte d'une part une solution de l'équation homogène $u_H(t)$ et d'autre part une solution particulière $u_P(t)$.

❑ − **1**. Laquelle de ces deux solutions correspond au régime transitoire ?
Sa forme générale dépend-elle de E_0 ?
Proposer un schéma simplifié et en déduire, en effectuant le moins de calculs possible, qu'il s'agit d'une solution caractérisée par une constante de temps τ_α qu'on explicitera en fonction de $\tau_0 = RC$ et de α.

❑ − **2**. À quelle condition l'autre solution correspond-elle au régime permanent ?
Sa forme générale dépend-elle de C ? des résistances R et R_L ?
Proposer un schéma simplifié et en déduire simplement l'expression correspondante u_∞ de u en fonction de α et E_0. .

I.B Un dipôle à deux états

En réalité, le dipôle $\mathcal{D}$ est une lampe contenant un gaz raréfié qui peut être dans deux états électriques (lampe éteinte ou allumée). Ces deux états correspondent chacun à une valeur de α.

Le comportement électrique de $\mathcal{D}$ diffère selon son état : c'est un assez bon conducteur si elle est allumée, et un assez bon isolant si elle est éteinte.

❑ − **3**. Que peut-on dire *a priori* de α si la lampe est éteinte ? si elle est allumée ?

On réalise le circuit avec $R = 20\,\text{k}\Omega$ et $C = 200\,\mu\text{F}$. Lors du branchement initial du circuit, on admettra que la lampe est éteinte et le condensateur déchargé. Par la suite :

- la lampe reste éteinte tant que la tension à ses bornes vérifie $|u| < U_a$ où $U_a = 90\,\text{V}$ est la tension d'allumage ; dans ce cas elle a pour résistance $R_e \gg R$;
- une fois allumée, la lampe a pour résistance $R_a \simeq 1\,\text{k}\Omega$; elle reste allumée sauf si la tension à ses bornes diminue trop et elle va donc s'éteindre dès lors que $|u| < U_e$ où $U_e = 70\,\text{V}$ est la tension d'extinction.

❑ − **4**. Exprimer et calculer τ_α dans les deux régimes, successivement lampe éteinte puis allumée.

❑ − **5**. Exprimer la limite $\lim_{t\to\infty} u(t)$ si la lampe ne s'allume jamais ; puis si elle reste allumée.
En déduire que le système oscille seulement si $E_0 > 0$ est compris dans un intervalle que l'on déterminera. Est-ce le cas avec $E_0 = 120\,\text{V}$, valeur choisie dans la suite ?
Ces oscillations seront-elles observables à l'œil ?

I.C Étude numérique du régime d'oscillation

On propose une étude numérique des oscillations au moyen d'un algorithme dérivé de la méthode d'Euler explicite pour l'étude de $u(t)$; le passage de t à $t + \delta t$ se fait au moyen de la fonction `Next` :

```
1  def Next(u, al, dt):
2          i = (E - u)/R
3          if al:
4                  al = u >= Ue
5          else:
6                  al = u > Ua
7          u += dt*(i - al*u/Ra)/C
8          return u, al
```

❑ − **6**. Quelle est la signification de la variable (logique) `al` ?
Quel est l'objectif des lignes 3 à 6 ?
Justifier, au moyen d'un schéma électrique, la ligne 7.

On propose enfin de tracer l'allure de la courbe représentative de $u(t)$ au moyen du code ci-après :

```
1  E = 120.0
2  R = 2.0E4
3  C = 200.0E-6
4  Ua = 90.0
5  Ue = 70.0
6  Ra = 1.0E3
7  tmax = 20.0
8
9  def Etude(tmax, N, u0, al0):
10         h = tmax/N
11         t, u, al = 0, u0, al0
12         LT = LU = []
```

```
        for k in range(N):
                LT.append(t)
                LU.append(u)
                t = t + h
                u, all = Next(u, all, h)
        pl.figure()
        pl.plot(LT, LU)
        pl.show()
```

suivi de l'exécution des lignes :

```
import matplotlib.pyplot as pl
Etude(tmax, 500, 0, False)
```

❑ – **7**. Le tracé sera-t-il satisfaisant ?
Si non, quelle(s) modification(s) proposez-vous ?

Après rectification si nécessaire, *l'allure* du tracé obtenu est représenté figure 2.

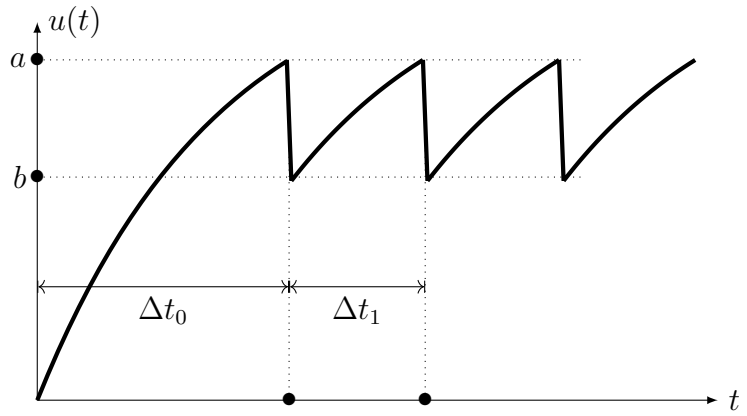


FIGURE 2 – Tracé de $u(t)$ par la méthode numérique proposée

❑ – **8**. Sur la figure 2, identifier les phases où la lampe est allumée et celles où elle est éteinte ; quelle est la valeur de a ?
La valeur de b dépend en fait du paramètre `N` de la fonction `Etude` ; avec `N = 500` on trouve par exemple $b \simeq 59\,\text{V}$. Expliquer pourquoi cette valeur reste inférieure à $70\,\text{V}$?

II Oscillateur à portes logiques

Dans la partie précédente, les oscillations étaient dues aux deux états du dipôle $\mathcal{D}$. On peut également utiliser un circuit comportant une rétroaction pour engendrer des oscillations : c'est le cas dans cette partie.

II.A Identification d'un circuit intégré

On récupère au laboratoire un circuit intégré comportant un certain nombre de portes logiques identiques, dont on est sûr :

— de leur tension d'alimentation $V_{cc} = 15\,\text{V}$ associée à la technologie CMOS employée ;

— de la faible valeur ($i < 0{,}1\,\mu\text{A}$) des courants d'entrée, qu'on négligera donc dans tout ce qui suit.

Les références du circuit intégré n'étant plus lisibles, on n'est plus sûr de la nature des portes en question ; on sait cependant qu'il s'agit nécessairement de portes figurant dans la liste AND, OR, NAND, NOR (ou en français ET, OU, NON ET, NON OU). Pour déterminer la nature de ces portes, on réalise deux séries de mesures de la caractéristique *entrée–sortie* selon les schémas des figures 3 et 4

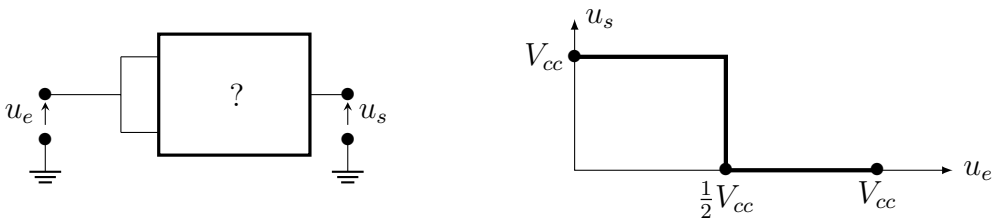


FIGURE 3 – Montage d'une première série de mesures (à gauche) et ses résultats (à droite).

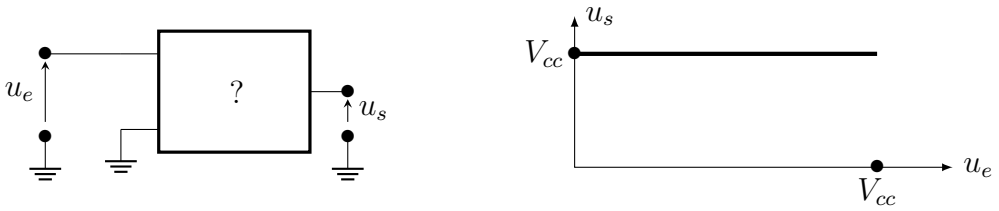
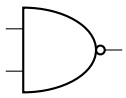


FIGURE 4 – Montage de la seconde série de mesures (à gauche) et ses résultats (à droite).

❑ – **9**. Que peut-on déduire de la *première* expérience (figure 3) ? Et de la *seconde* expérience (figure 4) ?

On poursuivra l'étude, indépendamment des conclusions ci-dessus, en n'utilisant que des portes NAND (NON ET) que l'on symbolisera à l'aide du schéma suivant :



❑ – **10**. Proposer des montages n'utilisant que des portes NAND réalisant les fonctions NOT, AND et OR. On vérifiera le comportement de chaque montage en donnant sa table de vérité.

❑ – **11**. Le circuit intégré *Texas Instruments CD-4011* (photographie de la figure 5) comporte quatorze broches (*pins* en anglais). Combien de portes NAND comporte-t-il au maximum ? Justifier.



FIGURE 5 – Circuit intégré TI CD-4011

II.B Emploi de portes logiques

De nombreux documents destinés à la réalisation de montages d'électronique musicale proposent l'utilisation du circuit théorique présenté sur la figure 6 avec $R = 1\,\mathrm{M\Omega}$ et $C = 100\,\mathrm{nF}$. La tension d'entrée marquée v (pour « *v*alid ») peut être, selon le cas :

— maintenue égale à $v = 0$ V (le circuit est alors dit *invalidé*) ;

— portée à la valeur constante $v = +V_{cc}$ (le circuit est alors dit *validé*). On considérera qu'à l'instant de la validation le condensateur est déchargé.

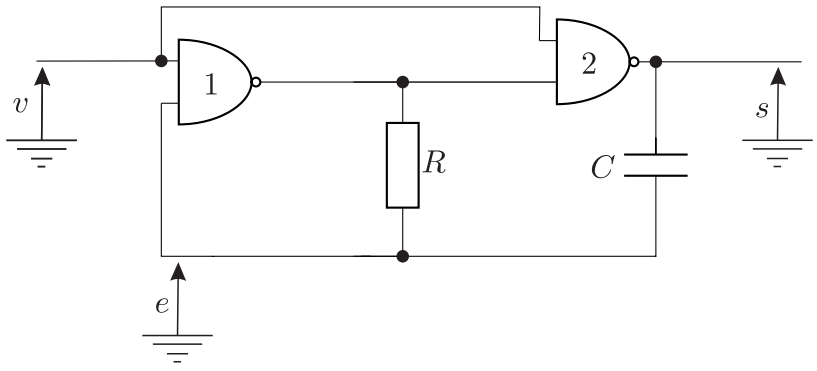


FIGURE 6 – Un circuit classique de l'électronique musicale

On notera $s(t)$ la tension en sortie de la porte 2 et $e(t)$ la tension à l'autre entrée de la porte 1 (voir figure 6). Les tensions e, s et v sont toutes déterminées relativement à la masse électrique du montage. Dans toute la suite de cette partie, on suppose que le seuil de basculement des portes NAND utilisées est égal à $V_{cc}/2$. On notera respectivement b_s et b_e les valeurs binaires associées à s et e ; ainsi par exemple $b_s = 1$ si $s > V_{cc}/2$ et $b_s = 0$ sinon.

❑ – **12**. Lorsqu'il est invalidé, montrer que le circuit atteint toujours un état stable pour lequel on déterminera les valeurs de s et e, et de b_s et b_e.

❑ – **13**. À l'instant $t = 0$ le circuit est alors validé. Montrer qu'une seule des deux portes NAND change d'état (on dit qu'elle bascule) ; laquelle ?

Que dire de la différence $e(t) - s(t)$ en $t = 0^+$ et en $t = 0^-$? Exprimer $e(t)$ et en déduire que cet état dure jusqu'à un instant t_1, que l'on déterminera en fonction de R et C.

Un nouveau changement d'état a lieu à l'instant $t = t_1$

❑ – **14**. Exprimer $s(t_1^+)$ et $e(t_1^+)$ où la notation t_1^+ désigne la limite $t \to t_1$ par valeur supérieure. Déterminer alors $e(t)$ pour $t > t_1$ et en déduire que cet état dure jusqu'à un instant t_2 que l'on exprimera en fonction de R et C.

❑ – **15**. Avec la même convention, exprimer $s(t_2^+)$ et $e(t_2^+)$, puis $e(t)$ pour $t > t_2$. En déduire l'existence d'un nouvel instant de basculement $t_3 > t_2$ que l'on exprimera en fonction de R et C.

❑ – **16**. Tracer l'allure de $e(t)$ et $s(t)$ sur une durée au moins égale à $2t_3$, en positionnant clairement les instants t_1, t_2 et t_3 ainsi que les valeurs de e et s correspondantes.

❑ – **17**. Commenter le comportement du circuit et calculer la valeur numérique de la durée caractéristique associée.

Proposer une application dans le domaine pour lequel ce circuit a été conçu.

III Le crissement

III.A Les lois de Coulomb

Les crissements et grincements qui caractérisent certains frottements sont des oscillations de relaxation. La fréquence des relaxations est aussi celle de l'onde sonore émise, qui est souvent désagréable à entendre, notamment à cause de sa position dans la gamme des sons aigus. Nous allons en donner une description très simplifiée, dans le cadre des lois, dites de Coulomb, qui régissent le frottement de glissement d'un solide (Σ) en translation relativement à un support fixe (F).
Nous supposerons ici l'existence (figure 7) d'une surface de contact plane entre (Σ) et (F).

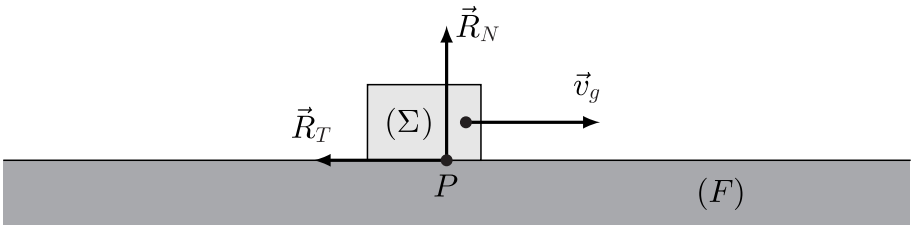


FIGURE 7 – Lois de Coulomb du frottement de glissement

Ces lois décrivent la force de contact $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$ exercée par le support (F) sur le solide (Σ). Il s'agit d'une force exercée en un point P de la surface de contact des deux solides ; elle peut être décomposée en une partie $\vec{R}_T$ colinéaire à la surface de contact des deux solides et une autre $\vec{R}_N$ perpendiculaire à celle-ci.
Les lois de Coulomb distinguent deux situations :

— Lorsque (Σ) est *en mouvement* à la vitesse $\vec{v}_g$ (dite vitesse de glissement), $\vec{R}_T$ est colinéaire à $\vec{v}_g$, de sens inverse et de norme proportionnelle à celle de $\vec{R}_N$, $\|\vec{R}_T\| = f_d\|\vec{R}_N\|$, où le coefficient $f_d > 0$ porte le nom de *coefficient de frottement dynamique* ; il reste constant pendant tout le mouvement et ne dépend que de l'état de surface des deux solides en contact.

— Lorsque le mouvement de (Σ) cesse, $\vec{v}_g = \vec{0}$ et la composante tangentielle vérifie nécessairement la condition $\|\vec{R}_T\| \leqslant f_s\|\vec{R}_N\|$ où le coefficient f_s porte le nom de *coefficient de frottement statique* ; lui aussi ne dépend que de l'état de surface des solides.

III.B Le modèle de crissement

Lorsqu'on appuie une craie sur un tableau noir avant de la déplacer, on entend parfois distinctement le bruit du crissement lors du déplacement de la craie. Pour étudier cette situation, on modélise (figure 8) la craie et son appui par un solide rectangulaire (Σ) de masse M attaché à un ressort ; le tableau noir par un support fixe (F) confondu avec le plan horizontal (Oxy) ; le déplacement, par le mouvement à vitesse constante v_0 de l'extrémité A du ressort élastique de raideur k et de longueur à vide ℓ_0.

Le ressort reste constamment parallèle à l'axe (Ox), à $t = 0$ il est à sa longueur naturelle ℓ_0.

L'autre extrémité du ressort, notée H, est liée au mobile (Σ) ; c'est sa vitesse que l'on souhaite étudier. À l'instant $t = 0$, on a $x_H(0) = -\ell_0$.

On note enfin $f_s > f_d$ les coefficients de frottement statique et dynamique de la craie sur le tableau et $g = \|\vec{g}\|$ l'accélération de la pesanteur.

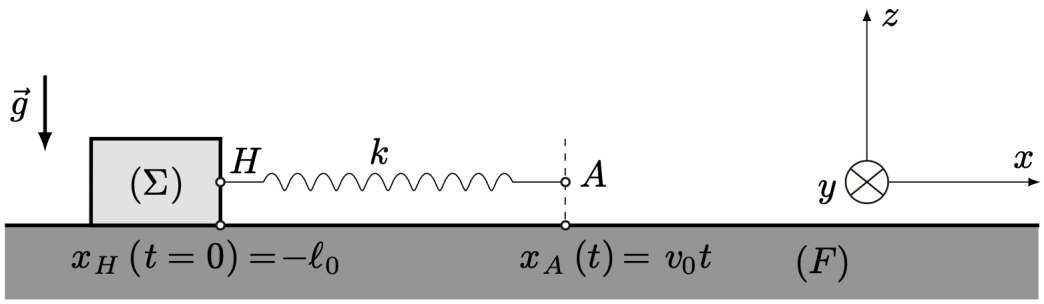


FIGURE 8 – Un modèle pour le crissement

❑ – **18**. Exprimer la force de traction exercée par le ressort sur le mobile en fonction de k, v_0, t et de $X_H(t) = x_H(t) + \ell_0$.

Exprimer aussi la composante normale $\vec{R}_N$ de la force de contact exercée sur la craie.

❑ – **19**. En déduire qu'à partir de $t = 0$ la craie reste immobile jusqu'à l'instant $t = t_0$ que l'on déterminera en fonction de f_s, M, g, k et v_0.

❑ – **20**. On pose $\tau = t - t_0$. Préciser les valeurs de x_A, de X_H et de sa dérivée $V_H = \frac{dX_H}{d\tau}$ à l'instant $\tau = 0$ avant d'expliciter l'équation différentielle vérifiée par $X_H(\tau)$ sous la forme :

$$\frac{d^2X_H}{d\tau^2} + \omega^2 X_H = \omega^2 v_0 \tau + \gamma$$

où l'on exprimera les constantes ω et γ en fonction de k, M, g, f_s et f_d.

III.C Étude du mouvement de crissement

La suite du mouvement du mobile se poursuit en alternant les étapes d'immobilité et de glissement ; le mouvement ainsi observé est périodique de pulsation Ω et il est la cause du bruit de crissement, par exemple, de la craie sur un tableau.
On pourra se reporter au formulaire donné à la fin de cette partie.

❑ – **21**. Déterminer les expressions de $X_H(\tau)$ et $V_H(\tau)$ en fonction de τ, v_0, ω et $\alpha = \dfrac{\gamma}{\omega v_0}$.

On note $\tau_{\max}$ le premier instant où V_H atteint sa valeur maximale $V_{\max}$ et $\theta_{\max} = \omega\tau_{\max}$.

❑ – **22**. Sans nécessairement exprimer $\tau_{\max}$, déterminer les expressions de $\cos(\theta_{\max})$ et $\sin(\theta_{\max})$ en fonction de α. En déduire que $V_{\max} = v_0\left(1 + \sqrt{1+\alpha^2}\right)$.

Tracer l'allure de la courbe donnant $V_H(\tau)$ puis montrer alors que cette vitesse s'annule à nouveau à un instant $\tau_1 > 0$ correspondant à l'angle $\theta_1 = \omega\tau_1$ dont on exprimera le cosinus et le sinus en fonction de α. On admettra dans la suite que $0 < \alpha < 1$.

La première mise en mouvement du mobile (Σ) correspond à l'intervalle $0 \leqslant \tau \leqslant \tau_1$. À l'issue de cette phase, il s'immobilise alors pendant un laps de temps avant de redémarrer par la suite. On rappelle que longueur du ressort est donnée à chaque instant par $\ell = x_A - x_H$.

❑ – **23**. Déterminer l'expression de $\ell(\tau)$ et en déduire la longueur du ressort $\ell(0)$ à l'instant $\tau = 0$.
Montrer qu'à l'instant τ_1 elle est devenue $\ell(\tau_1) = \ell(0) - 2\alpha v_0/\omega$.
En déduire la durée τ_2 qui devra alors s'écouler avant que le mobile se remette en mouvement. Compléter alors le tracé de la question précédente en faisant apparaître une période T complète du mouvement du mobile ; préciser sur ce schéma dans quelle phase du mouvement il y a *augmentation continue d'une contrainte* et dans quelle phase il y a *relâchement subit* de celle-ci.

Exprimer Ω en fonction de τ_1 et τ_2 puis en fonction de ω, α et θ_1.

❑ – **24**. Pour estimer les ordres de grandeur du phénomène, on prend $\theta_{\max} = 5\pi/6$ avec un frottement caractérisé par $f_s \simeq 1$ et $f_d \simeq 0{,}6$ pour une vitesse de traction du ressort $v_0 = 1\,\text{cm/s}$. On prendra $g \simeq 10\,\text{m/s}^2$. En déduire les valeurs numériques de α, puis de Ω.

Quel lien existe-t-il entre cette pulsation et celle du son émis ?

Préciser et justifier le domaine fréquentiel du crissement.

Formulaire et données numériques

On donne $\ln(2) = 0{,}7$ et $\ln(3) = 1{,}1$.

Si $t = \tan\theta$ alors $\cos^2\theta = \dfrac{1}{1+t^2}$ et $\sin^2\theta = \dfrac{t^2}{1+t^2}$.

On rappelle par ailleurs que $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ et $\sin(2\theta) = 2\cos\theta\sin\theta$.

On pourra prendre $\sqrt{3} \simeq 1{,}73$, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \simeq 0{,}58$, $\pi \simeq 3{,}14$ et $2/\pi \simeq 0{,}64$;

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MPI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Régimes transitoires
- Circuits électriques dans l'ARQS
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Équations différentielles linéaires du second ordre



Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/mpi