Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2026, filière MPI

Physique 1

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : les raies d'émission de l'hydrogène atomique
- Partie II : le modèle de Bohr pour l'atome d'hydrogène
- Partie III.A : états quantiques stationnaires
- Partie III.B : ondes stationnaires et états liés
- Partie III.C : ondes progressives et diffraction
- Partie III.D : retour sur l'atome d'hydrogène

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/mpi/2026/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A2026 – PHYSIQUE I MPI

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

PREMIÈRE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE I - MPI

L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.

Du spectre à la structure de l'hydrogène

Le sujet comporte trois parties **I**, **II** et **III** qui, si elles constituent une progression logique, peuvent néanmoins être abordées de manière presque totalement indépendante sous réserve d'admettre éventuellement les résultats affirmés par l'énoncé.

Le sujet décrit certains aspects de la construction historique de la mécanique quantique, à partir de l'observation de spectres de raies pour l'émission de lumière par les lampes à gaz jusqu'à l'étude des fonctions d'onde des particules élémentaires. Un paramètre essentiel du passage de la mécanique classique à la mécanique quantique est l'*impulsion*. Ce terme désigne, dans le langage général, l'élan initial qu'on donne à un objet qui poursuit ensuite son mouvement. Il a un sens plus spécifique en physique, depuis son introduction sous le nom *impetus* au Moyen Âge : en mécanique classique, un point matériel de masse m et de vitesse $\vec{v}$ a l'impulsion $\vec{p} = m\vec{v}$ et, dans le cadre de la dualité onde–corpuscule, cette même particule est associée à une onde de longueur d'onde λ donnée par la relation de De Broglie (1924) :

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{1}$$

ou $p = \|\vec{p}\|$ désigne le module de l'impulsion et h la constante de Planck.
Pour éviter toute confusion, l'énoncé emploiera la notation λ pour les longueurs d'onde des ondes de matière, et λ_0 pour les longueurs d'onde des ondes électromagnétiques, en particulier, lumineuses.

Dans l'énoncé des questions posées, *exprimer* signifie donner une expression littérale et *calculer* signifie donner une valeur numérique ; sauf indication locale, toutes les applications numériques seront réalisées avec seulement deux chiffres significatifs. Enfin, donner la *dimension* d'une grandeur signifie expliciter celle-ci en fonction des fondamentaux : masse M, longueur L, durée T, intensité du courant électrique I, température θ et quantité de matière n. Ainsi, la dimension d'une vitesse est $[\vec{v}] = L{\cdot}T^{-1}$ et celle de la constante molaire des gaz parfaits est $[R] = M{\cdot}L^2{\cdot}T^{-2}{\cdot}\theta^{-1}{\cdot}n^{-1}$. Les vecteurs seront surmontés d'une flèche, $\vec{p}$ ou $\vec{v}$. Les grandeurs complexes seront soulignées, $\underline{\Psi}$ ou $\underline{z}$ sauf i tel que $\mathrm{i}^2 = -1$. Un tableau de données numériques figure en fin d'énoncé.

I Les raies d'émission de l'hydrogène atomique

L'atome d'hydrogène est le plus simple de la classification périodique car il n'est doté que d'un seul électron. Son noyau peut être considéré comme fixe. L'observation, à partir de 1862 par Ångström de spectres de raies pour l'émission par les lampes à vapeurs d'hydrogène atomique, a conduit au développement de la mécanique quantique. On considère pour cela que l'énergie E de l'électron ne peut prendre que des valeurs discrètes et que la transition de l'électron d'un état initial d'énergie E_i à un état final d'énergie $E_f < E_i$ s'accompagne de l'émission de lumière, de longueur d'onde λ_0. L'onde lumineuse est elle-même quantifiée, formée de particules (les photons) qui emportent l'énergie $\epsilon = E_i - E_f$.

❑ **– 1.** Exprimer la longueur d'onde λ_0 en fonction de E_i, E_f, de la constante de Planck h et de la célérité c de la lumière dans le vide.

Dans le domaine visible les lampes à vapeurs d'hydrogène atomique émettent essentiellement cinq raies dont les longueurs d'onde figurent (avec deux chiffres significatifs) dans le tableau ci-dessous :

Numéro k	1	2	3	4	5
Nom usuel de la raie	$\mathtt{H}_\alpha$	$\mathtt{H}_\beta$	$\mathtt{H}_\gamma$	$\mathtt{H}_\delta$	$\mathtt{H}_\epsilon$
λ_0 (nm)	660	490	440	410	400

BALMER a proposé une interprétation numérique de cette série de valeurs en 1865 en termes de l'entier k désignant le numéro des raies, selon la figure 1.

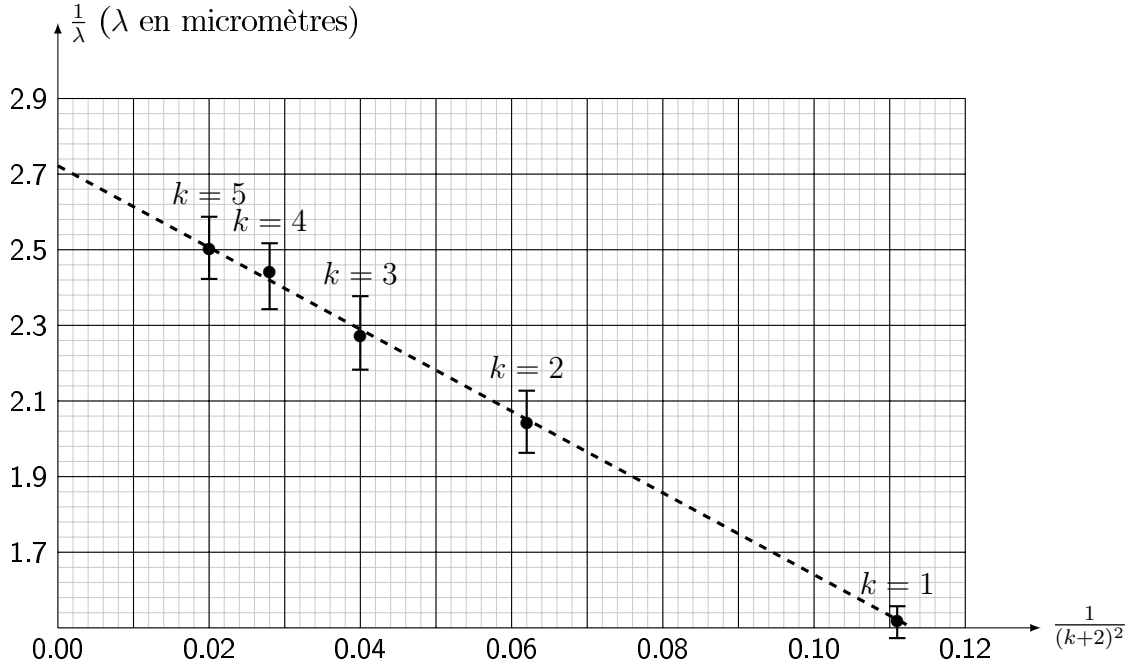


FIGURE 1 – Tracé de $1/\lambda_0$ en fonction de $1/(k+2)^2$

❑ **– 2.** Montrer que la relation de BALMER exprimée figure 1 par la droite en pointillés, est compatible avec l'expression :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{N}^* \tag{2}$$

où l'état initial est $n_i = k+2$ et l'état final est $n_f = 2$ et E_0 une constante positive.

❑ **– 3.** En déduire la valeur numérique de la constante E_0 en électronvolt.

La relation de BALMER sera ensuite généralisée par RYDBERG en 1888 pour tenir compte des raies d'émission hors du domaine visible (dans l'infrarouge et dans l'ultraviolet) en ne supposant plus que $n_f = 2$: il suffit en fait que $n_i > n_f$ pour observer une raie d'émission.

❑ **– 4.** Montrer la relation de RYDBERG :

$$\frac{1}{\lambda_0} = R_\infty \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \tag{3}$$

et relier la constante de RYDBERG R_∞ à la valeur de E_0 puis calculer numériquement $1/R_\infty$ en nanomètres.

❑ **– 5.** Lorsque l'état final est $n_f = 1$, montrer que $\lambda_0 \leqslant \lambda_{\max}$ et donner une estimation de $\lambda_{\max}$. Quel est le domaine spectral correspondant à ces raies d'émission ?

Lorsque l'état final est $n_f > 2$, montrer que $\lambda_0 \geqslant \lambda_{\min}$ et donner une estimation de $\lambda_{\min}$. Quel est le domaine spectral correspondant à ces raies d'émission ?

Finalement, quelles sont les seules raies du spectre d'émission d'une lampe à vapeurs d'hydrogène atomique observables dans le visible ?

La première interprétation physique des résultats de BALMER et RYDBERG a été proposée par BOHR en 1913 ; elle fait l'objet de la partie **II.** Cette interprétation a ensuite été abandonnée au profit de la résolution de l'équation de SCHRÖDINGER (1922), qui est abordée dans la partie **III.**

II Le modèle de Bohr pour l'atome d'hydrogène

II.A Énergie potentielle effective

On considère l'atome d'hydrogène comme formé d'un noyau ponctuel, de charge $+e$, fixe à l'origine O des coordonnées d'un référentiel galiléen et d'un électron M ponctuel, mobile, de masse m_e et de charge $-e$, en mouvement sous la seule action de l'interaction électrostatique entre les deux particules. On note ε_0 la permittivité diélectrique du vide, $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ et $r = \|\vec{r}\|$, $\vec{p}$ l'impulsion de l'électron et $p = \|\vec{p}\|$.

❑ **– 6.** Établir l'expression de l'énergie potentielle d'interaction $E_p(r)$ entre l'électron et le noyau en prenant l'origine des énergies potentielles en $r \to \infty$.

❑ **– 7.** Montrer que le moment cinétique $\vec{s} = \vec{r} \wedge \vec{p}$ est une constante du mouvement.
En déduire que ce mouvement est plan et que le plan du mouvement contient la position O du noyau.
Dans la suite on étudiera le mouvement dans ce plan (Oxy) et en coordonnées polaires (r, θ).

❑ **– 8.** On note $\dot{r} = \dfrac{dr}{dt}$. Montrer l'existence d'une fonction $U(r)$ permettant d'exprimer l'énergie mécanique E de l'électron sous la forme $E = \dfrac{1}{2} m_e \dot{r}^2 + U(r)$ et exprimer $U(r)$ en fonction de $s = \|\vec{s}\|$, r, e, m_e et ε_0.

❑ **– 9.** Esquisser l'allure de la courbe représentative de $U(r)$.
Indiquer sur la courbe, les niveaux d'énergie correspondants aux 4 types d'orbites possibles. On décrira le comportement et le type de trajectoire associée à chacune de ces orbites en précisant les rayons caractéristiques.
À partir de l'étude de cette courbe déterminer les expressions du rayon $r_c(s)$, de l'impulsion $p_c(s)$ et de l'énergie $E_c(s)$ des trajectoires circulaires (figure 2) en fonction de s, m_e, e et ε_0.

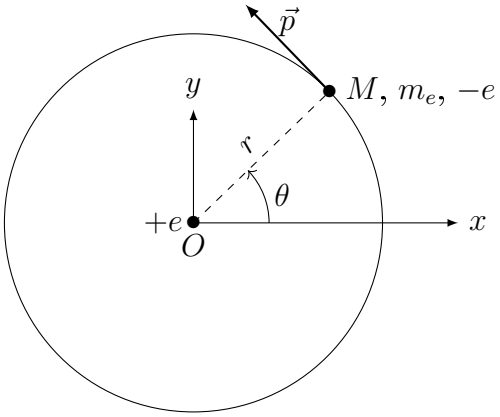


FIGURE 2 – Modèle de BOHR pour l'atome d'hydrogène

Dans le cadre de la mécanique classique, les valeurs de s, $r_c(s)$, $p_c(s)$ et $E_c(s)$ peuvent être quelconques. L'étude des raies d'émission des lampes à vapeur d'hydrogène a montré qu'il n'en rien : il reste donc à déterminer les valeurs possibles de s faisant intervenir un nombre entier n.

II.B L'hypothèse de quantification de Bohr

Pour interpréter la relation (2), BOHR propose une règle arbitraire imposant des valeurs particulières de s, et donc de $p(s)$, $r(s)$ et $E(s)$ (cf. **II.A**) en fonction d'un entier n non nul : on admet

que seules sont stables les trajectoires circulaires pour lesquelles le périmètre de la trajectoire permet la formation d'une onde stationnaire de longueur d'onde $\lambda = h/p(s)$; le périmètre de la trajectoire représente exactement n longueurs d'onde. Un exemple avec $n = 5$ est représenté sur la figure 3.

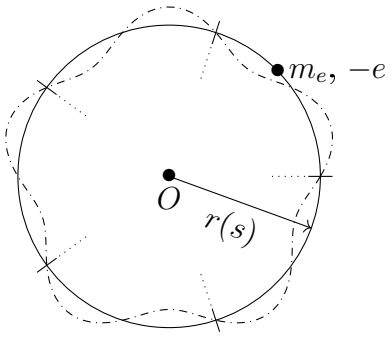


FIGURE 3 – Onde stationnaire associée à une trajectoire circulaire pour $n = 5$

❑ **– 10.** Exprimer le lien entre s, le nombre entier n et la constante de Planck.

❑ **– 11.** En déduire les relations exprimant $r_c(n)$, $p_c(n)$ et $E_c(n)$ en fonction de n et de h, e, m_e et ε_0. Comparer à la relation (2).

❑ **– 12.** Quel est, dans ce modèle, le rayon minimal $r_{c,\,\min}$ d'une trajectoire circulaire ?
Calculer numériquement, avec un seul chiffre significatif, ce rayon minimal ; commenter.

Le modèle semi-classique de BOHR a été ensuite abandonné au profit de la résolution de l'équation de SCHRÖDINGER.

III Ondes de matière en physique microscopique

III.A États quantiques stationnaires

On s'intéresse ici à une particule de masse m et d'énergie E indépendante du temps, confinée dans un domaine $\mathscr{D}$ assimilé à cylindre infiniment long, d'axe (Ox) et de section S, décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\underline{\Psi}(x,t)$ solution de l'équation de SCHRÖDINGER qui s'écrit dans le cadre de notre étude

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\underline{\Psi}}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\underline{\Psi}}{\partial x^2} + V(x)\underline{\Psi}(x,t) = E\underline{\Psi} \tag{4}$$

où $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ et $V(x)$ est une fonction réelle qui décrit les interactions de la particule avec le reste des systèmes physiques. On s'intéresse dans la suite aux seules fonctions de la forme $\underline{\Psi}(x,t) = \underline{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$ où $\omega \in \mathbb{R}$ est une constante.

❑ **– 13.** Quelle est l'interprétation physique de $\displaystyle\int_{\mathscr{D}} |\underline{\Psi}(x,t)|^2\, Sdx$?
En déduire la dimension de $\underline{\Psi}(x,t)$.
Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $\underline{\psi}(x)$?
Donner l'expression de l'énergie de la particule.

Ici, et dans toute la suite, on s'intéresse aux situations telles que $V(x) = V_0$ est une constante.

❑ **– 14.** À quelle condition y a-t-il propagation sans atténuation ?
Déterminer alors la forme générale de $\underline{\psi}$ et la longueur d'onde λ associée.
En déduire l'impulsion de la particule dans le cas d'un sens unique de propagation.
La relation entre impulsion p et énergie cinétique $K = E - V(x)$ est-elle la même qu'en physique classique ?

III.B Ondes stationnaires et états liés

Un dispositif non précisé assure l'annulation de la fonction d'onde $\underline{\Psi}(x,t)$ aux deux extrémités $x = 0$ et $x = \ell$ d'un segment de longueur ℓ ; on admet que $V(x) = 0$ sur toute cette longueur. Il se forme donc une onde stationnaire qu'on représente qualitativement comme sur la figure 4 ; cette onde s'annule $n - 1$ fois entre les deux extrémités du segment (soit $n + 1$ fois en tout, extrémités comptées) où $n \in \mathbb{N}^*$.

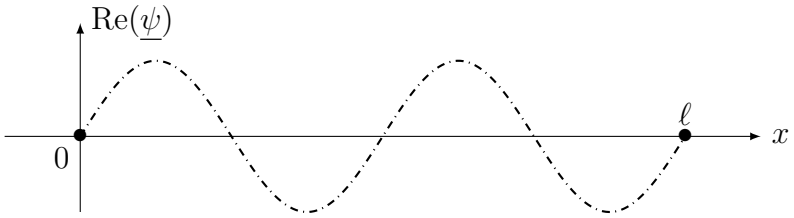


FIGURE 4 – Onde stationnaire à $n - 1$ nœuds intermédiaires (ici $n = 4$)

❑ **– 15.** La condition d'onde stationnaire représentée sur la figure 4 est-elle identique à celle proposée par BOHR pour l'étude de l'atome d'hydrogène (figure 3) ?

❑ **– 16.** Déduire de l'équation (4) l'expression de l'énergie E_n de la particule en fonction de n, ℓ, m et h.

❑ **– 17.** La particule est un neutron ; l'écart entre état fondamental et premier état excité est $\Delta E = 30\,\text{MeV}$. Estimer la dimension ℓ du segment où le nucléon est confiné. Commenter en précisant la situation physique décrite et la nature de l'interaction qui confine le neutron.

III.C Ondes progressives et diffraction

La confirmation de la réalité physique de l'onde de matière a été apportée notamment par des expériences de diffraction réalisées en 1927 d'un faisceau d'électrons par un cristal de nickel. Le dispositif expérimental est représenté en figure 5 (l'ensemble est disposé dans un vide poussé).

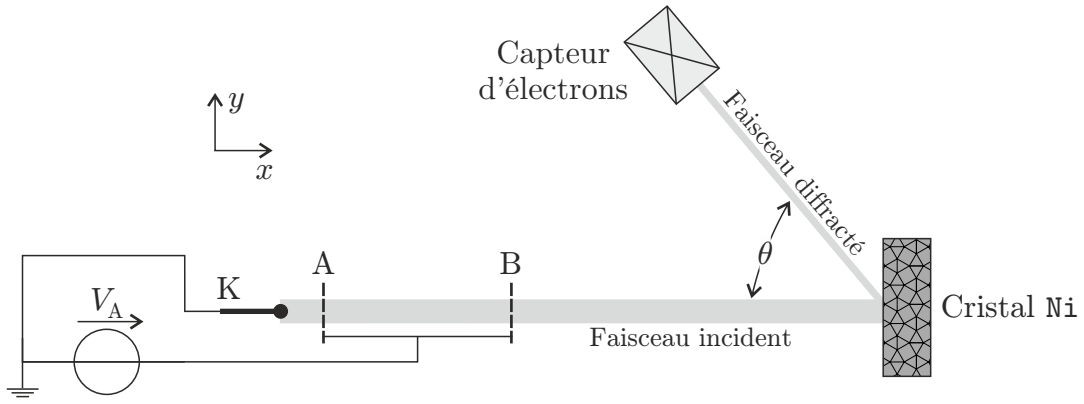


FIGURE 5 – Schéma de l'expérience de DAVISSON et GERMER, 1927

Une électrode K chauffée et maintenue au potentiel nul émet des électrons (masse m_e, charge $-e$) à vitesse négligeable ; ils sont ensuite accélérés entre K et A du fait de la présence de l'espace équipotentiel entre deux grilles de potentiel $V_A = V_B$, réglable. L'ensemble envoie vers le cristal de nickel Φ_0 électrons par unité de section droite et par unité de temps. Entre les grilles AB et le cristal, les électrons ne subissent aucune interaction et on les caractérise donc par l'onde de matière $\underline{\Psi}_{\text{inc}}(x,t) = \psi_0 \exp\left[-\frac{\text{i}}{\hbar}(px - Et)\right]$ où on choisit p, E et ψ_0 réels positifs. L'angle $\theta = 50°$ reste fixé.

❑ – **18.** Aussi peu intense qu'il soit, le faisceau d'électrons finirait par charger le cristal métallique si son support était isolé électriquement. Pourquoi n'est-ce pas souhaitable ?
Pour le décharger, faut-il le relier électriquement à la masse ou bien aux électrodes A et B ? Justifier.

❑ – **19.** Par l'étude du mouvement des électrons entre K et A, exprimer p et E en fonction de V_{A}, m_e et e.

❑ – **20.** Quelles sont la dimension et l'interprétation physique du vecteur $\vec{J} = |\underline{\Psi}|^2 \dfrac{\vec{p}}{m_e}$?
En déduire l'expression de ψ_0 en fonction de Φ_0, p et m_e. Y a-t-il eu perte de généralité en supposant $\psi_0 > 0$?

L'alignement des atomes de nickel parallèlement à la surface du cristal forme un réseau de plans parallèles, équidistants de a, figure 6. Le cristal et le détecteur sont disposés de sorte que le faisceau est réfléchi dans les conditions de la loi de la réflexion de l'optique géométrique, ce qui assure un maximum d'intensité du faisceau réfléchi. L'observation résulte alors de l'interférence entre les faisceaux réfléchis sur ce réseau de plans parallèles.

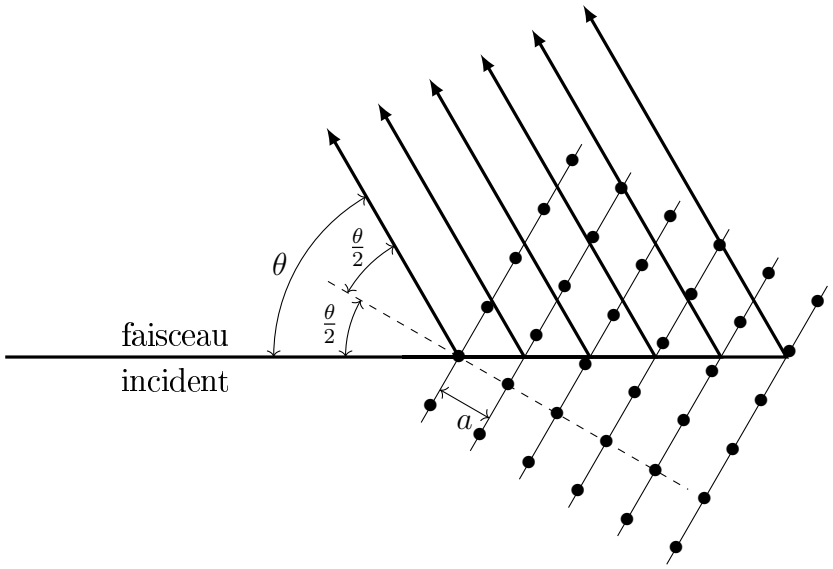


FIGURE 6 – Réseau de plans réfléchissant le faisceau d'électrons

❑ – **21.** Exprimer, en fonction de a et θ, la différence de marche δ entre deux «rayons électroniques» diffractés par deux plans réticulaires consécutifs du réseau.
En déduire une relation liant la longueur d'onde λ du faisceau électronique, a, θ et l'ordre q d'interférence pour observer un faisceau diffracté intense.

La figure 7 est un extrait (édité) de la publication originale de DAVISSON et GERMER ; elle montre, pour $\theta = 50°$ fixé, la variation de l'intensité du faisceau détecté en fonction de $\sqrt{V}$.

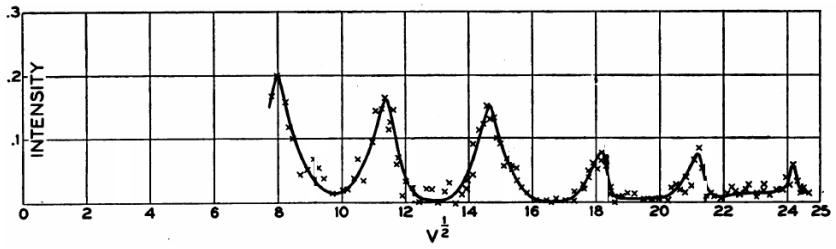


FIGURE 7 – D'après Davisson et Germer, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 1928

❑ – **22.** Expliquer le choix de $\sqrt{V}$ pour l'axe des abcsisses ; en déduire une estimation du paramètre a avec un seul chiffre significatif ; commenter cette valeur.

III.D Retour sur l'atome d'hydrogène

On revient maintenant à l'étude d'une onde de matière à trois dimensions, possédant la symétrie sphérique autour de O et donc décrite en coordonnées sphériques (r, θ, φ) par $\underline{\Psi}(\vec{r},t) = f(r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$; on cherche à décrire l'état fondamental de l'électron dans l'atome d'hydrogène par $f(r) = \psi_0 \mathrm{e}^{-r/R}$ où ψ_0 et R sont des constantes positives.
La densité radiale de probabilité $\rho(r)$ est définie par $d\mathbb{P} = \rho(r)dr$ où $d\mathbb{P}$ est la probabilité d'observer l'électron entre les distances r et $r + dr$ du noyau.

❑ – **23**. Exprimer $\rho(r)$ en fonction de R et r puis tracer la courbe représentative de cette fonction. Quelle est l'interprétation géométrique de R ?

❑ – **24**. Exprimer R et l'énergie E de l'électron en fonction des constantes physiques h, e, m_e et ε_0 ; comparer au modèle de Bohr.

❑ – **25**. Déterminer l'énergie potentielle moyenne de l'électron $\langle V \rangle$.
En déduire son énergie cinétique moyenne $\langle K \rangle$ à partir de la valeur de son énergie totale E ; commenter.

Valeurs numériques et données pour l'ensemble du sujet

Constantes fondamentales

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3{,}0\times10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
Charge élémentaire	$e = 1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{C}$
Constante de Planck	$h = 6{,}6\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot Hz^{-1}}$
Masse de l'électron	$m_e = 9{,}1\times10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Masse du neutron	$m_n = 1{,}7\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}9\times10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$

Quelques valeurs numériques

$$\sqrt{2} = 1{,}4 \qquad \sqrt{3} = 1{,}7 \qquad \sqrt{5} = 2{,}2$$

$$1\,\mathrm{eV} = 1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{J} \qquad hc \simeq 1{,}2\,\mathrm{eV}\times\mu\mathrm{m}$$

$$\cos(25°) = 0{,}91 \qquad \sin(25°) = 0{,}42 \qquad \cos(50°) = 0{,}64 \qquad \sin(50°) = 0{,}77$$

Intégrales utiles

$$\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = 4\pi \qquad \int_0^\infty x\mathrm{e}^{-x}dx = 1 \qquad \int_0^\infty x^2\mathrm{e}^{-x}dx = 2$$

Laplacien en coordonnées sphériques

$$\Delta f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}$$

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MPI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Fonctions usuelles et lecture des graphes
- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Description et paramétrage du mouvement d'un point
- Propagation d'un signal
- Superposition d'ondes lumineuses, trous d'Young et réseau

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/mpi