Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2026, filière MPI

Physique 2

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : champ magnétique créé par un solénoïde
- Partie II : lévitation magnétique
- Partie III : « jumping ring »
- Partie IV : température de l'anneau

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/mpi/2026/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A2026 – PHYSIQUE II MPI

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

DEUXIÈME ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE II - MPI

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.

Le « *jumping ring* » d'Elihu Thomson

Elihu Thomson [1853-1937] est un ingénieur et inventeur américain à l'origine de la fondation de la THOMSON-HOUSTON ELECTRIC COMPANY qui est à l'origine des noms des sociétés THOMSON-BRANDT (devenue THOMSON GRAND PUBLIC puis TECHNICOLOR), THOMSON-CSF (devenue THALES) et ALS-THOM (devenue ALSTOM).
L'expérience du « *jumping ring* », mise au point par Elihu Thomson en 1877, est une des premières expériences de lévitation magnétique par induction.

Le principe de l'expérience est le suivant : une bobine (circuit primaire), dans laquelle un noyau ferromagnétique a été inséré, est placée verticalement. Un anneau (circuit secondaire) en matériau conducteur est déposé sur le haut de la bobine. Lorsqu'une différence de tension alternative est appliquée aux bornes de la bobine, l'anneau est propulsé vers le haut.



FIGURE 1 – L'expérience d'Elihu Thomson

Nous nous penchons dans ce problème sur un certain nombre de points clefs de cette expérience :

- Dans la partie **I**, on détermine une forme simplifiée du champ magnétique généré par la bobine inductrice au voisinage de son axe.
- Dans la partie **II**, on détermine la résultante de la force de Laplace exercée par la bobine inductrice sur un anneau conducteur placé sur l'axe du solénoïde.
- Dans la partie **III**, on étudie l'expérience du "*jumping ring*" avec comme objectif final d'atteindre une cible située plus loin.
- Dans la partie **IV**, on effectue un bilan d'énergie pour prévoir si l'anneau peut fondre en chauffant.

Toutes ces parties sont largement indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Les résultats des applications numériques ne comporteront qu'un chiffre significatif. On donne :

- la perméabilité diélectrique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H{\cdot}m^{-1}}$
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$

I Champ magnétique créé par un solénoïde

On se place en coordonnées cylindriques dans le référentiel $\{O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z\}$.

On considère le solénoïde schématisé sur la figure 2 :

- de rayon $b = 5$ cm ;
- de dimension infinie dans la direction z ;
- parcouru par un courant I supposé constant dans cette partie ;
- possédant n spires par unité de longueur.

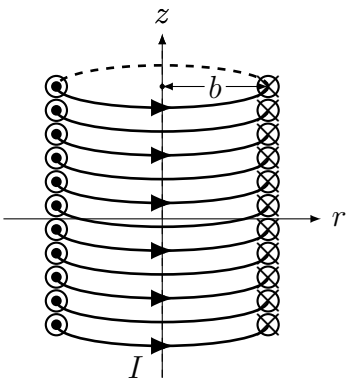


FIGURE 2 – Solénoïde infini

❑ − **1**. Par des arguments d'invariance et de symétrie, simplifiez la forme du champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par ce solénoïde en un point quelconque M de coordonnées cylindriques (r,θ, z).

❑ − **2**. On suppose que le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde.
En appliquant le théorème d'Ampère, déterminer alors l'expression de $\vec{B}(M)$ créé à l'intérieur du solénoïde infini.

❑ − **3**. On ajoute un noyau ferromagnétique de perméabilité relative $\mu_r = 100$. Que devient le champ magnétique ?

Calculer l'intensité de ce champ si $I = 10{,}0$ A, $n = 1000$ spires par mètre.

On coupe le solénoïde à l'altitude $z = 0$, on ne conserve que la partie inférieure ($z < 0$) et on cherche à déterminer la composante $B_r(r,z)$ créé par ce solénoïde semi-infini à une altitude $z > 0$ proche de son axe.

❑ − **4**. Donner les 4 équations de Maxwell dans un milieu de perméabilité μ_0 et de permittivité ε_0 avec une densité volumique de charge ρ et une densité de courant volumique $\vec{j}$.

À partir de l'une d'entre-elle, montrer que le flux du champ magnétique ϕ_B est nul à travers toute surface fermée *i.e.* que le champ magnétique est à flux conservatif.

On admet que la composante axiale du champ magnétique créée par le solénoïde sur son axe à une hauteur z au-dessus de son extrémité vaut :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 n I}{2}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{b^2 + z^2}}\right)$$

On cherche à établir l'expression de la composante radiale $B_r(r,z)$ proche de l'axe (Oz). Pour ce faire, on considère un petit cylindre de rayon r compris entre z et $z + \mathrm{d}z$ centré sur l'axe (Oz).

❑ − **5**. En utilisant le fait que le champ magnétique est à flux conservatif, écrire une équation liant $B_r(r,z)$ et $B_z(z)$.

En déduire que, pour r proche de l'axe , sa composante radiale s'exprime :

$$B_r(r,z) = \frac{\mu_0 n I r}{4}\frac{b^2}{(b^2 + z^2)^{3/2}}$$

On se place pour la question suivante dans l'approximation $z \gg b$.

❑ – **6**. Déterminer alors les expressions équivalentes de B_r et B_z en ne gardant qu'un seul terme dominant.

On rappelle que les lignes de champ magnétique sont les courbes tangentes à $\vec{B}$ en tout point et admettent pour équation : $\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \vec{0}$. En déduire que les équations des lignes de champ magnétique peuvent s'écrire sous la forme : $r = kz$ où k est une constante d'intégration.

Dessiner alors la forme de ces lignes de champ magnétique proche de l'axe.

II Lévitation magnétique

On assimile la bobine inductrice au demi-solénoïde de la partie **I** qui est maintenant parcouru par un courant $i_1(t) = I_1 \cos(\omega t)$. On place à l'altitude z un petit anneau de cuivre circulaire constitué d'une unique spire ayant les caractéristiques suivantes :

- rayon $a = 1$ cm ;
- résistance $R = 10^{-4}\,\Omega$;
- coefficient d'auto-inductance $L = 10$ nH.

On note $i_2(t)$ le courant parcourant l'anneau.

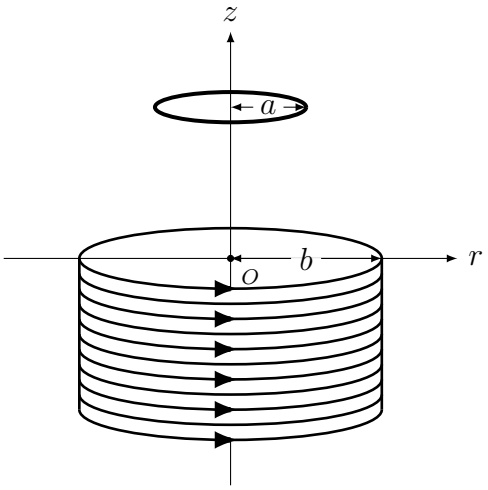


FIGURE 3 – Lévitation de l'anneau de Thomson

❑ – **7**. Donner la loi de Lenz pour l'induction.

Comment faire pour prévoir le sens du courant i_2 ?

❑ – **8**. À partir des résultats et données de la partie **I**, donner l'expression du champ magnétique total $\vec{B}(r,z,t)$ généré par le demi-solénoïde parcouru par le courant $i_1(t)$.

❑ – **9**. À partir de la loi de Faraday, montrer que le courant $i_2(t)$ satisfait une équation différentielle de la forme $R\,i_2(t) + L\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}(t) + M(z)\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}(t) = 0$ où l'on exprimera le coefficient d'inductance mutuelle $M(z)$ en fonction de μ_0, n, a, b et z.

❑ – **10**. En passant en notation complexe à la pulsation ω, déterminer l'expression du courant complexe $\underline{i_2}(t)$ circulant dans l'anneau.

Montrer alors que l'on peut écrire $i_2(t) = I_2(z)\cos(\omega t + \varphi)$ ou l'on exprimera $I_2(z)$ en fonction de $M(z)$, R, L, ω et de l'amplitude I_1 de i_1 puis $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ en fonction de R, L et ω.

On cherche à déterminer la valeur moyenne de la résultante de la force de Laplace appliquée à l'anneau.

❑ – **11**. Montrer que la composante radiale F_r de la force de Laplace résultante est nulle.

❑ – **12**. Montrer que la valeur moyenne temporelle de la composante axiale F_z de la force de Laplace suivant l'axe $\vec{e}_z$ s'exprime sous la forme :

$$\langle F_z \rangle_t = \frac{K(z)}{(b^2 + z^2)^{3/2}} \tag{1}$$

où l'on exprimera la constante $K(z)$ en fonction de $I_2(z)$, φ, $\mu_0 n I_1$, a et b.

❑ – **13**. Que vaut $\langle F_z \rangle_t$ si on ne prend pas en compte le coefficient d'autoinductance de l'anneau ? Que recommanderiez-vous de faire à l'anneau pour empêcher sa lévitation ?

III « *Jumping ring* »

L'expérience du "*jumping ring*" de Thomson permet d'envoyer dans les airs un anneau de cuivre ou d'aluminium.

On glisse cet anneau de masse $m = 3$ g sur un barreau ferromagnétique de hauteur $\ell = 1$ m puis on fait passer un courant sinusoïdal à l'intérieur de la bobine inductrice de sorte à appliquer sur l'anneau une force ascendante donnée par la formule (1).

On cherche dans un premier temps à déterminer la vitesse initiale v_0 qu'a l'anneau en quittant le barreau ferromagnétique placé de façon verticale.

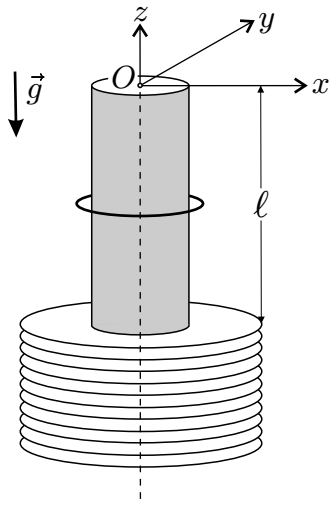


FIGURE 4 – « *Jumping ring* »

En faisant l'approximation $z \gg b$, on obtient une force de Laplace de la forme :

$$\langle F_z \rangle_t = \frac{K'}{z^5} \tag{2}$$

Pour déterminer expérimentalement la constante K', on laisse l'anneau à l'équilibre au-dessus de la bobine. On mesure une hauteur $z_{eq} = 15$ cm à laquelle l'anneau lévite.

❑ – **14**. Exprimer puis calculer numériquement la constante K'.

On va pour la suite de cette partie considérer la forme (2) pour la valeur moyenne de la force de Laplace. On place l'anneau initialement à une hauteur $z_0 = 5$ cm au-dessus de la bobine inductrice, puis on applique la force ci-dessus.

❑ – **15**. Calculer numériquement le travail W_1 de cette force ainsi que le travail W_2 du poids entre z_0 et ℓ la longueur du barreau.

❑ – **16**. Quelle est l'énergie cinétique de l'anneau $E_{c,0}$ après avoir quitté le barreau ferromagnétique de hauteur ℓ ? On négligera les frottements solides avec le barreau ferromagnétique.

En déduire la vitesse initiale v_0 qu'a acquis l'anneau en quittant la tige.

On suppose que la force de Laplace n'agit plus une fois que l'anneau a quitté le barreau ferromagnétique. À quelle hauteur $z_{\max}$ l'anneau monte-il en négligeant tout frottement avec l'air ?

Pour le moment et comme dans l'expérience originelle, on maintient toujours le barreau ferromagnétique selon un axe $(O,\vec{e}_z)$ vertical ascendant de sorte à propulser initialement l'anneau selon une direction opposée à la pesanteur locale $\vec{g}$. L'origine O de l'axe est prise au sommet du barreau. L'anneau est assimilé à un point de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_z$. Dans un premier modèle, on suppose que les frottements appliqués par l'air sur l'anneau sont de la forme : $\vec{f} = -\alpha v\,\vec{v}$ avec $v = \|\vec{v}\|$ et $\alpha > 0$.

❑ – **17**. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\vec{v}$.

Résoudre cette équation dans la partie ascendante du mouvement.

En déduire l'expression du temps t_1 mis par l'anneau pour atteindre la hauteur maximale en fonction de g, v_0 et $\beta = \alpha/m$.

Estimer la valeur numérique de t_1 sachant que $\beta = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^{-1}$.

On incline à présent le barreau ferromagnétique d'un angle θ par rapport à $\vec{e}_x$ dans le plan $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ de telle manière que la vitesse initiale de l'anneau soit maintenant $\vec{v}_0 = v_0\big(\cos\theta\vec{e}_x + \sin\theta\vec{e}_z\big)$. Sur la base des résultats de la question précédente, on passe à un modèle simplifié pour les frottements de l'air que l'on considère maintenant de la forme $\vec{f} = -\gamma\vec{v}$ avec $\gamma > 0$.

❑ – **18**. Déterminer les équations du mouvement en $v_x = \vec{v}\cdot\vec{e}_x$ et $v_z = \vec{v}\cdot\vec{e}_z$.

On va chercher à intégrer numériquement ces équations en python.

❑ – **19**. Définir une fonction `euler(u0,F,dt,N)` qui applique le schéma d'Euler explicite pour résoudre numériquement une équation différentielle du premier ordre.

❑ – **20**. Définir les fonctions `Fx` et `Fz` qui interviennent dans le schéma d'Euler pour résoudre les listes temporelles des vitesses `Vx` et `Vz`. Définir `Vx` et `Vz` à partir de la fonction `euler`.

❑ – **21**. Définir alors les listes temporelles des positions `X` et `Z` à partir des listes des vitesses `Vx` et `Vz`.

❑ – **22**. Définir alors deux fonctions :

- `fleche(X,Z)` qui renvoie la hauteur maximale atteinte par la trajectoire.
- `portee(X,Z)` qui renvoie la distance parcourue par le projectile au moment où il retombe au sol.

IV Température de l'anneau

En touchant l'anneau de cuivre, on se rend compte que celui-ci chauffe sensiblement. Cela est dû à l'effet Joule au sein du conducteur. On suppose dans cette partie que l'anneau possède la géométrie cylindrique représentée ci-dessous.

On note :

- son épaisseur $e = 1$ mm ;
- sa hauteur $d = 5$ mm ;
- $\gamma = 6\cdot10^7\,\mathrm{S\cdot m^{-1}}$: la conductivité électrique du cuivre ;
- $\rho = 9\cdot10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$: la masse volumique du cuivre ;
- $c = 0{,}38\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$: la capacité thermique massique du cuivre.

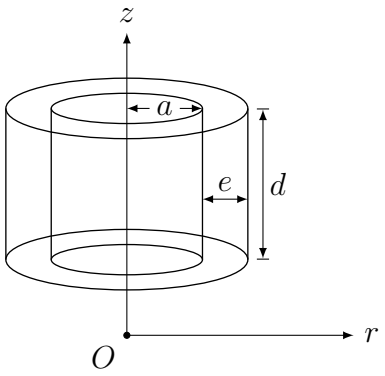


FIGURE 5 – Forme cylindrique de l'anneau

Le courant i_2 traversant l'anneau s'exprime :

$$i_2(t) = I_2\cos(\omega t) \quad \text{avec } I_2 = 15\,\mathrm{A}$$

On suppose également que la densité volumique de courant $\vec{j}_2$ est uniforme sur l'ensemble de la section de l'anneau de cuivre.

❑ – **23**. Dans quelle direction est porté le courant dans l'anneau ?
Déterminer l'expression de la densité volumique de courant $\vec{j}_2(t)$ en fonction de I_2, ω, t ainsi que des dimensions de l'anneau.

❑ – **24**. Calculer p_J la valeur moyenne temporelle de la puissance volumique dissipée par effet joule en fonction notamment de la conductivité électrique γ de l'anneau de cuivre.

On cherche à déterminer l'évolution temporelle de la température $T(t)$ de l'anneau. Pour ce faire, on suppose que la température de l'anneau peut être définie à tout instant.

On suppose que l'anneau est en contact avec l'air de la pièce de température constante T_0 sur ses deux faces latérales et on note $h = 0{,}5\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-1}}$ le coefficient de conducto-convection. On suppose également que $T(t=0) = T_0 = 300\,\mathrm{K}$.

❑ – **25**. En tenant compte du fait que l'épaisseur de l'anneau est très petite devant son rayon, déterminer le flux thermique conducto-convectif total entre l'air et l'anneau en fonction de h, a, d, T_0 et la température $T(t)$ de l'anneau.

❑ – **26**. En appliquant un bilan d'énergie sur l'anneau en entier, établir alors l'équation différentielle sur $T(t)$ sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{T - T_0}{\tau} = A$$

où l'on exprimera les grandeurs τ et A en fonction de h, c, ρ, γ, I_2, e et d.

❑ – **27**. Déterminer la température de l'anneau $T(t)$ en fonction du temps.
La température de fusion du cuivre est $\theta_{\mathrm{fus}} = 1085\,^\circ\mathrm{C}$. L'anneau va-t-il finir par fondre ?

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de MPI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Calcul infinitésimal du physicien : dérivées et différentielles
- Régime sinusoïdal forcé
- Description et paramétrage du mouvement d'un point
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/mpi