Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2010, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 2 : surveiller une zone ou un bâtiment
- Partie 3 : vol stationnaire
- Partie 4 : mouvement d'inclinaison
- Partie 5 : couplage entre altitude et vitesse de lacet

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/psi/2010/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A 2010 SI–PSI

ECOLE DES PONTS PARISTECH,
SUPAERO (ISAE), ENSTA PARISTECH,
TELECOM PARISTECH, MINES PARISTECH,
MINES DE SAINT-ETIENNE, MINES DE NANCY,
TELECOM BRETAGNE, ENSAE PARISTECH (FILIERE MP)
ECOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)

CONCOURS 2010

EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Filière : PSI

(Durée de l'épreuve : 4 HEURES)

Sujet mis à la disposition des concours : CYCLE INTERNATIONAL, ECOLES DES MINES, TELECOM INT, TPE-EIVP

L'usage de la calculette est autorisé

Cet énoncé comporte 9 pages de texte numérotées de 1 à 9 et un dossier de 9 pages regroupant les annexes. Le travail doit être reporté sur le document-réponse de 11 pages distribué avec l'énoncé. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en première page, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même de commencer l'épreuve. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Il est conseillé de lire la totalité du sujet avant de commencer l'épreuve.

Les questions sont organisées suivant une progression logique caractéristique de la discipline. Certaines questions étant partiellement dépendantes, il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre.

La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calcul en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Si, au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en notant et expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Modélisation et commande d'un drone miniature à voilure tournante

Figure 1 : Drone Munin de la SAGEM

1 Présentation du système

L'apparition des premiers drones, véhicules volants sans pilote humain à bord, date de la fin de la seconde guerre mondiale. Tout d'abord principalement utilisés comme cibles militaires pour l'entrainement au combat, ensuite employés pour des missions de reconnaissance dans les années 1960, leur utilisation pour des missions de surveillance s'est ensuite répandue lors de nombreux conflits.

Depuis, de nombreux drones ont été développés. Les applications sont multiples : localisation de victimes lors de catastrophes naturelles, supervision du trafic routier, prises de vues de bâtiments ou d'ouvrages d'art pour la maintenance, inspection de lignes électriques ou de voies ferrées … Le drone est alors principalement utilisé dans sa fonction d'œil déporté, grâce à son vol stationnaire dans des missions difficiles d'accès pour l'homme.

L'objet de cette étude est la modélisation, l'analyse et la commande du **drone miniature MUNIN** développé par la SAGEM, à rotor caréné à pas fixe et quatre gouvernes dans une application de surveillance de bâtiment (**Figure 1 et Figure A1 de l'Annexe 3**). Le drone considéré est équipé d'un rotor principal à pas fixe assurant la sustentation. Des gouvernes sont disposées dans le flux d'air afin de réaliser la commande d'orientation. Les caractéristiques techniques de ce drone sont données en **Annexe 1**.

En se basant sur le cahier des charges fonctionnel défini en **Annexe 2**, les parties suivantes sont successivement abordées :

- Analyse de la fonction FP1 « surveiller une zone ou un bâtiment difficilement accessible »
- Analyse de la fonction FP1.1 « être capable d'effectuer un vol stationnaire », à partir de l'étude particulière des efforts aérodynamiques présents au niveau des gouvernes et de l'hélice et à partir de la caractérisation de la sustentation du drone
- Analyse de la fonction FP1.3 « se déplacer horizontalement », dans laquelle on s'intéresse à la mise en évidence de l'inclinaison du drone
- Analyse des fonctions FP1.2 et FP1.4 « pouvoir se déplacer verticalement et être capable d'effectuer une rotation propre », afin de mettre en évidence, dans un cas particulier de fonctionnement, le couplage entre l'altitude et la vitesse de lacet.

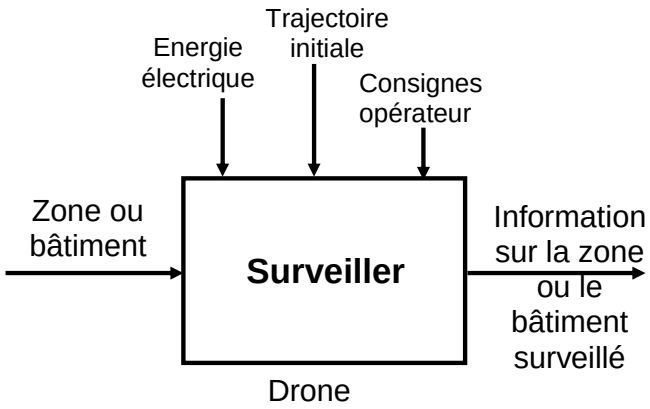
2 Fonction FP1 « surveiller une zone ou un bâtiment difficilement accessible »

Le drone étudié peut réaliser des missions de surveillance de zones ou de bâtiments. Il doit pouvoir suivre une trajectoire déterminée à l'avance mais aussi pouvoir détecter et éviter d'éventuels obstacles. Pour cela il est équipé de capteurs (GPS, centrale inertielle, capteur à ultrasons) lui permettant de déterminer sa position. Un algorithme de guidage calcule à tout instant la trajectoire en fonction d'éventuels obstacles ou perturbations (rafale de vent). Un algorithme de pilotage détermine les commandes à appliquer aux actionneurs du système de propulsion pour que le drone suive la trajectoire calculée, remplaçant ainsi l'action d'un pilote humain.

Pour sa mission de surveillance, le drone transmet des informations sur son environnement à une station d'enregistrement et/ou à un opérateur distant. Pour cela, en plus des capteurs qu'il utilise pour sa localisation spatiale, le drone est équipé de capteurs (pression, température, etc) et d'une caméra vidéo. Ces informations sont transmises à l'aide d'une communication sans fil.

L'opérateur peut, pendant la mission du drone, modifier un certain nombre de consignes en utilisant la même communication sans fil. Ainsi, il peut demander un complément d'information dans un endroit précis de la zone ou du bâtiment exploré en modifiant la trajectoire initiale et/ou en modifiant les capteurs utilisés.

La fonction globale du drone est décrite par l'actigramme de niveau A-0 suivant.



Question 1 : Compléter les bulles en pointillés sur le graphe donné dans le document-réponse.

Par la suite, on s'intéresse en termes de modélisation et de commande plus particulièrement à la réalisation de certaines sous-fonctions issues de la décomposition de la fonction principale FP1.

3 Fonction FP1.1 « être capable d'effectuer un vol stationnaire » : Etude des efforts aérodynamiques

Une modélisation fine d'un drone miniature est complexe et requiert la connaissance de l'aérodynamique du véhicule, de ses caractéristiques mécaniques ainsi que de la dynamique des actionneurs. Cependant, la description de la dynamique du drone peut se faire par décomposition en plusieurs niveaux : dynamique des actionneurs, comportement aérodynamique de l'hélice et des gouvernes.

Toutes les notations nécessaires pour aborder les questions ci-dessous sont données en **Annexe 3**.

Les efforts aérodynamiques montrent qu'une modification du comportement du drone s'obtient en agissant sur la vitesse de rotation de l'hélice par rapport au corps du drone ω et sur les angles d'inclinaison des quatre gouvernes δ_a , δ_b , δ_c et δ_d .

On cherche dans un premier temps à caractériser par une **étude qualitative** l'influence de ces 5 grandeurs sur les composantes du torseur $V_{1/0}$.

Question 2 : Les schémas du document-réponse ne montrent que les pièces sur lesquelles s'exercent des actions aérodynamiques. Le poids du drone et les composantes des résultantes aérodynamiques sur l'hélice y sont déjà représentés. Compléter ce tableau :

- Pour les cas 1 à 4, dessiner aux points C_{1i} les composantes des résultantes aérodynamiques $\vec{R}_{air/1i}$ (de façon similaire au tracé des composantes des résultantes aérodynamiques pour l'hélice). En isolant le drone, en déduire si la configuration est susceptible de correspondre à un vol stationnaire du drone. Répondre par OUI ou NON dans les cases correspondantes.
- Pour les cas 5 et 6, donner des combinaisons d'angles δ_a , δ_b , δ_c et δ_d pouvant également correspondre à un vol stationnaire du drone. Dessiner les gouvernes convenablement orientées et comme précédemment aux points C_{1i} les composantes des résultantes aérodynamiques $\vec{R}_{air/1i}$.

Certains drones adoptent une configuration à deux hélices contrarotatives de même axe. Quels peuvent être les avantages et les inconvénients d'un tel choix technologique ?

On se place à l'une de ces positions d'équilibre et on examine 5 scénarii différents correspondant à des variations de vitesse de rotation de l'hélice $\tilde{\omega}$ ou d'angles d'inclinaison des gouvernes $\tilde{\delta}_a$, $\tilde{\delta}_b$, $\tilde{\delta}_c$ et $\tilde{\delta}_d$ autour de cette position (pour toute grandeur $x(t)$, on note $\bar{x}$ sa valeur prise au point d'équilibre et $\tilde{x}(t)$ la petite variation autour de ce point tel que $x(t) = \bar{x} + \tilde{x}(t)$). Ces scénarii sont indiqués dans le tableau figurant dans le document-réponse.

Question 3 : Sans faire aucun calcul, compléter le tableau du document-réponse en indiquant par une croix dans la case correspondante les coordonnées de $V_{1/0}$ qui varient instantanément après modification de $\tilde{\omega}$ ou des angles $\tilde{\delta}_a$, $\tilde{\delta}_b$, $\tilde{\delta}_c$ et $\tilde{\delta}_d$.

Conclure quant à l'intérêt de construire un drone possédant quatre gouvernes.

On envisage ci-dessous l'étude des efforts aérodynamiques s'exerçant sur les gouvernes et sur l'hélice, dans le but de montrer que le drone peut se maintenir à une altitude donnée.

Question 4 : Déterminer le torseur résultant des actions mécaniques de l'air sur la pale (2a) $T_{air/2a}$ en fonction de $\omega, r_{1/0}, R_2, r_2, K_x$ et K_z . En déduire le torseur résultant des actions mécaniques de l'air sur l'hélice (2), $T_{air/2}$, en fonction des mêmes paramètres. Le moment sera exprimé en *G*.

Question 5 : Montrer qu'il est possible de déterminer ω_{eq} et δ_{eq} correspondant à une position d'équilibre du drone. En déduire pour cet angle δ_{eq} la condition sur les coefficients K_z, K_δ, R_2 et r_2 assurant que le drone peut se maintenir à une altitude donnée.

Question 6 : Une application numérique montre que ω_{eq} vaut 6000 tours/min. A partir de l'expression du torseur $T_{air/2}$ obtenue à la **Question 4**, calculer la puissance que doit fournir le moteur pour cette configuration de vol stationnaire. Sachant que le rendement du moteur est de 83%, en déduire la capacité de la batterie en Joule nécessaire pour satisfaire la fonction FP1.5.

4 Fonction FP1.3 « se déplacer horizontalement » : Etude du mouvement d'inclinaison

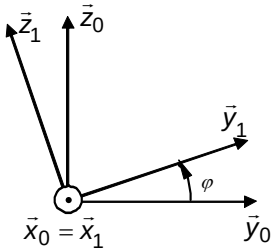
Le drone acquiert une vitesse d'avancement en s'inclinant afin de créer une composante horizontale de la poussée. Cette partie a pour objectif d'étudier le mouvement d'inclinaison du drone permettant d'initier un déplacement horizontal lors d'une phase d'avancement.

Dans cette phase de vol, les mouvements du drone et de l'hélice sont décrits par les torseurs et le paramétrage suivants :

$$V_{1/0} : \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/0} = p_{1/0}\vec{x}_1 \\ \vec{V}(G \in 1/0) = \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad V_{2/1} : \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega & 0 \end{Bmatrix}_{(G,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$$

avec : $p_{1/0} = \dot{\varphi}$

et



Toutes les notations nécessaires pour aborder les questions ci-dessous sont données en **Annexe 3**.

Question 7 : En tenant compte des symétries, simplifier les matrices d'inertie $I(G_1;1)$ et $I(G_2;2)$ des solides (1) et (2) données en **Annexe 3**. On pose $\overrightarrow{O_1G} = l_G\,\vec{z}_1$. Déterminer l_G caractérisant la position du centre d'inertie *G* du drone en fonction des caractéristiques cinétiques des solides (1) et (2). En déduire les matrices d'inertie des solides (1) et (2) calculées en *G* en fonction des caractéristiques cinétiques des solides (1) et (2).

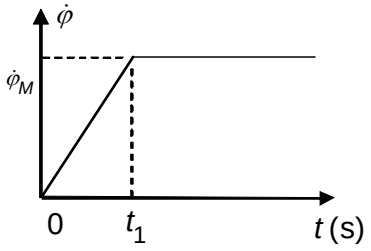
Une évaluation numérique montre que les matrices d'inertie peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$I(G;1) = \begin{bmatrix} A'_1 & 0 & 0 \\ 0 & A'_1 & 0 \\ 0 & 0 & C'_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} \qquad I(G;2) = \begin{bmatrix} A'_2 & 0 & 0 \\ 0 & A'_2 & 0 \\ 0 & 0 & C'_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$$

Question 8 : Isoler le drone (corps et hélice) et en spécifiant les principes ou théorèmes utilisés, déterminer le torseur $T_{air/d}$ des actions mécaniques de l'air sur le drone permettant d'obtenir ce mouvement d'inclinaison.

A partir d'une position d'équilibre (vol stationnaire) du drone, on cherche à imposer une évolution temporelle de la vitesse de roulis $\dot{\varphi}$ de la forme ci-contre, avec les caractéristiques :

$t_1 = 0{,}1$ s $\qquad \dot{\varphi}_M = 1$ rad/s



Question 9 : Donner l'expression de $\vec{M}(G,air/d)$ moment des actions mécaniques de l'air sur le drone immédiatement après le début de la phase d'inclinaison $(t = 0^+)$ et lorsque la vitesse de roulis est constante $(t > t_1)$. Tracer sur les schémas du document-réponse l'allure de l'évolution temporelle de la variation des angles des gouvernes $\tilde{\delta}_a$, $\tilde{\delta}_b$, $\tilde{\delta}_c$ et $\tilde{\delta}_d$ permettant d'obtenir ce mouvement.

Dans le but de valider la fonction FP1.6, il est nécessaire de dimensionner la liaison réalisée entre le corps du drone et l'axe de l'hélice. Il convient donc de calculer les actions mécaniques transmises par cette liaison. On s'intéresse au calcul de ces actions mécaniques lors du même mouvement d'inclinaison du drone. Pour cette question, on admettra que le torseur $T_{air/2}$ des actions mécaniques de l'air sur l'hélice, le torseur $T_{m/2}$ des actions mécaniques du moteur sur l'axe ainsi que le torseur dynamique $D_{2/0}$ du solide (2) dans son mouvement par rapport au sol sont donnés par les relations (avec $\omega_m = \omega + r_{1/0}$ vitesse de rotation de l'arbre du moteur par rapport au sol) :

$$T_{air/2} : \begin{Bmatrix} \vec{R}(air/2) = -k_1\,\omega_m^2\,\vec{z}_1 \\ \vec{M}(G;air/2) = k_2\,\omega_m^2\,\vec{z}_1 \end{Bmatrix} \qquad T_{m/2} : \begin{Bmatrix} \vec{R}(m/2) = \vec{0} \\ \vec{M}(G;m/2) = C_m\,\vec{z}_1 \end{Bmatrix} \qquad D_{2/0} : \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2/0} = A_y\,\vec{y}_1 \\ \vec{\delta}(G;2/0) = \Delta_x\,\vec{x}_1 + \Delta_y\,\vec{y}_1 \end{Bmatrix}$$

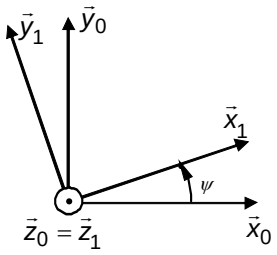
Question 10 : La liaison entre l'axe de l'hélice et le corps du drone est réalisée par la somme en parallèle de deux liaisons rotule de centres respectifs A et B (**Annexe 3**). Isoler le solide (2) et en spécifiant les principes ou théorèmes utilisés, écrire les 6 équations permettant de calculer les coordonnées des torseurs $T_{1/2}^A$ et $T_{1/2}^B$.

En déduire la liaison $L_{1/2}$ équivalente et donner ses caractéristiques géométriques. Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce montage. Proposer une modification de l'une des deux liaisons afin de rendre le montage isostatique, ce qui permettrait de calculer les coordonnées des torseurs $T_{1/2}^A$ et $T_{1/2}^B$.

Tournez la page SVP

5 Fonctions FP1.2 et FP1.4 « pouvoir se déplacer verticalement et être capable d'effectuer une rotation propre » : Etude du couplage vitesse de lacet – altitude

Dans cette partie, on s'intéresse au mouvement du drone en considérant de petites variations autour d'un point de fonctionnement donné. L'objectif est de mettre en évidence le couplage existant entre une variation de vitesse de lacet du drone et sa variation en altitude, et réciproquement. On suppose pour cela que les angles et les vitesses de tangage et de roulis restent nuls ainsi que les composantes horizontales de $\vec{V}(G \in 1/0)$. On obtient alors :



$$V_{1/0} : \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{1/0} = r_{1/0}\vec{z}_0 = \dot{\psi}\,\vec{z}_0 \\ \vec{V}(G \in 1/0) = w_{1/0}\vec{z}_0 = \dot{z}\,\vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

5.1 Schéma-bloc des asservissements en altitude et vitesse de lacet

Les équations obtenues lors des questions précédentes sont non-linéaires. Il est donc nécessaire de les linéariser autour d'un point d'équilibre, afin de déterminer les différentes fonctions de transfert intervenant dans le schéma-bloc des asservissements en altitude et vitesse de lacet.

Ce schéma et toutes les notations et spécifications nécessaires pour aborder les questions ci-dessous sont donnés en **Annexe 4**.

Les conditions de vol sont telles que les quatre gouvernes sont inclinées du même angle δ. On obtient alors pour les seules actions mécaniques appliquées aux solides (1) et (2) :

$$T_{air/2} : \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(air/2) = -k_1\,\omega_m^2\,\vec{z}_0 \\ \vec{M}(G;air/2) = k_2\,\omega_m^2\,\vec{z}_0 \end{array} \right\} \; T_{air/1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(air/1) = k_3\,\omega_m^2\,\delta\,\sin\delta\,\vec{z}_0 \\ \vec{M}(G;air/1) = k_4\,\omega_m^2\,\delta\,\cos\delta\,\vec{z}_0 \end{array} \right\} \text{ avec : } \omega_m = \omega + r_{1/0}$$

Question 11 : On envisage la linéarisation des relations intervenant au sein des boucles d'altitude et de lacet. De façon à déterminer la fonction de transfert $H_1(p)$ reliant le couple $C_m(p)$ délivré par le moteur de l'hélice à la vitesse de rotation $\omega_m(p)$ de ce moteur :

- en spécifiant les principes ou théorèmes utilisés, déterminer l'équation différentielle reliant $C_m(t)$ à $\omega_m(t)$;
- linéariser cette relation autour du point de fonctionnement caractérisé par les grandeurs $\overline{C}_m$ et $\overline{\omega}_m$ (notations spécifiées en **Annexe 4**), par développement limité au premier ordre ;
- en supposant les conditions initiales nulles à $t = 0$, déterminer la fonction $H_1(p)$.

En spécifiant les principes ou théorèmes utilisés, donner les systèmes à isoler ainsi que les équations de projection qui permettraient de déterminer la fonction de transfert $H_2(p)$ et les constantes K_{z2} et K_{r4}, ainsi que la fonction de transfert $H_3(p)$ et les constantes K_{r2} et K_{z4}.

On admettra pour la suite les expressions des fonctions de transfert :

$$H_2(p) = \frac{K_{z5}}{p^2},\; H_3(p) = \frac{K_{r5}}{p} \text{ avec } K_{z5} = 1,\; K_{r5} = 30.$$

5.2 Synthèse des correcteurs des boucles d'asservissement

Comme l'illustre le schéma-bloc donné en **Annexe 4**, le système étudié est fortement couplé. Cette partie s'intéresse uniquement à la synthèse des correcteurs $C_r(p)$ et $C_z(p)$ des deux boucles d'asservissement, sans faire intervenir les couplages, qui feront l'objet de la partie suivante.

5.2.1 Etude de l'asservissement en vitesse de lacet

A partir du schéma-bloc de l'**Annexe 4**, la **Figure 2** représente la boucle d'asservissement en vitesse de lacet, pour laquelle K_{r1}, K_{r2} et K_{r3} sont des constantes. On cherche à déterminer un correcteur proportionnel $C_r(p) = K_r$ permettant de satisfaire les spécifications de la fonction FP1.2.

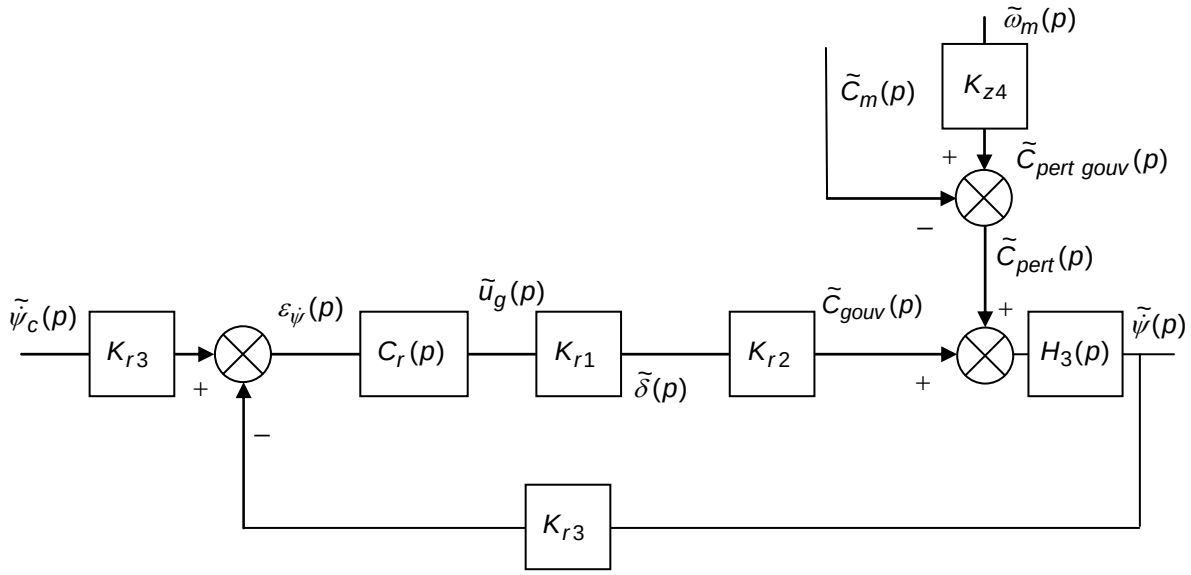


Figure 2 : Schéma-bloc de l'asservissement en vitesse de lacet

Afin de déterminer le gain K_{r1}, il est nécessaire de calculer le gain K_a intervenant dans le mécanisme de commande des gouvernes défini à la fin de l'**Annexe 4.**

Question 12 : En précisant clairement la démarche utilisée, déterminer le gain K_a correspondant à la linéarisation de la fonction $\delta_a = f(\gamma_a)$ autour de $\gamma_a = 0$. On pourra éventuellement utiliser le schéma (à l'échelle) fourni dans le document-réponse.

Question 13 : En supposant $\tilde{C}_{pert}(p) = 0$, déterminer l'expression analytique de la fonction de transfert en boucle fermée $H_r(p) = \dfrac{\tilde{\dot{\psi}}(p)}{\tilde{\dot{\psi}}_c(p)}$. Ecrire cette fonction de transfert sous forme canonique en précisant les constantes caractéristiques.

En déduire la valeur de K_r permettant de satisfaire le deuxième niveau d'exigence de la fonction FP1.2, en fonction de K_{r1}, K_{r2}, K_{r3} et K_{r5}

5.2.2 Etude de l'asservissement en altitude

On adopte une démarche similaire à celle mise en œuvre lors de la partie précédente. A partir du schéma-bloc de l'**Annexe 4**, la **Figure 3** ne représente que la boucle d'asservissement en altitude, pour laquelle on désire déterminer un correcteur $C_z(p)$ permettant de satisfaire les spécifications de la fonction FP1.4.

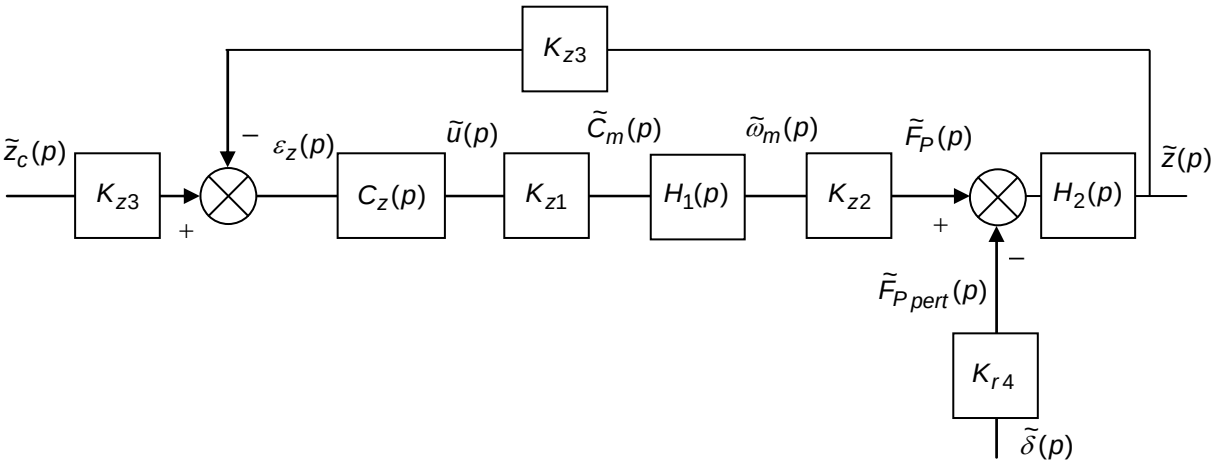


Figure 3 : Schéma-bloc de l'asservissement en altitude

Question 14 : La réponse fréquentielle $H_z(p)$ du module et de la phase dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du schéma de la **Figure 3**, pour $C_z(p)=1$ et $\widetilde{\delta}(p)=0$, a été reportée sur le document-réponse. A partir de ce tracé, déterminer numériquement cette fonction de transfert en traçant sur le diagramme de Bode les points caractéristiques utiles à cette identification.

Analyser la stabilité du système asservi pour $C_z(p)=1$.

Dans le but de satisfaire les critères de rapidité et de stabilité de la fonction FP1.4, on corrige la structure bouclée précédente par un correcteur par avance de phase de fonction de transfert :

$$C_z(p)=K_{av}\frac{1+\tau p}{1+a\tau p} \qquad a<1$$

Les caractéristiques fréquentielles de ce type de correcteur sont données en **Annexe 5**.

Question 15 : En supposant toujours $\widetilde{\delta}(p)=0$, déterminer les trois paramètres de ce correcteur afin d'obtenir une marge de phase $\Delta\varphi=60°$ et une pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte $\omega_c=0{,}8$ rad/s devant ainsi garantir les niveaux d'exigence 2 et 3 de la fonction FP1.4.

Question 16 : En supposant maintenant que le couplage intervient et en incluant le correcteur $C_z(p)$ déterminé à la **Question 15**, calculer la sortie en régime permanent $\widetilde{z}_\infty$ pour une consigne d'altitude $\widetilde{z}_c(t)$ en échelon d'amplitude z_0 et une perturbation $\widetilde{\delta}(t)$ en échelon d'amplitude δ_g.

L'évolution de $\widetilde{z}(t)$ en réponse à une perturbation $\widetilde{\delta}(t)$ en échelon d'amplitude $\delta_g=1$ et à consigne d'altitude nulle $\widetilde{z}_c(t)=0$ est reportée sur le document-réponse. A l'aide de ce tracé, calculer la valeur numérique du gain K_{r4}.

5.3 Minimisation de l'influence des couplages

L'objectif de cette partie est la mise en œuvre de structures d'anticipation permettant de minimiser l'influence des couplages mis en évidence précédemment. Pour cela, les deux correcteurs déterminés ci-dessus sont conservés, le but des structures par anticipation consiste en l'ajout de correcteurs complémentaires.

5.3.1 Anticipation pour la boucle d'asservissement en altitude

Le schéma de la **Figure 3** est maintenant complété comme indiqué **Figure 4**. L'objectif est de déterminer le correcteur $C_{ant\,z}(p)$ permettant d'annuler l'écart $\varepsilon_z(p)$ lorsque la consigne $\tilde{z}_c(p)=0$.

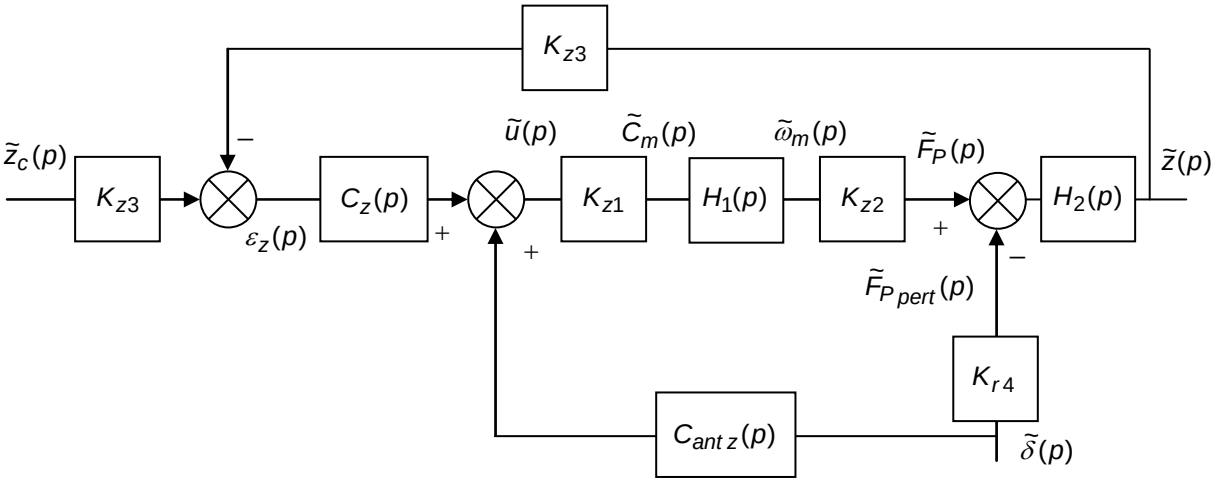


Figure 4 : Schéma-bloc de l'asservissement en vitesse de lacet avec anticipation

Question 17 : Déterminer l'expression analytique de l'écart $\varepsilon_z(p)$ pour une consigne d'altitude nulle $\tilde{z}_c(p)=0$, en fonction de la perturbation $\tilde{\delta}(p)$, des correcteurs $C_z(p)$ et $C_{ant\,z}(p)$, et des fonctions de transfert intervenant dans la boucle.

Proposer alors la structure analytique du correcteur $C_{ant\,z}(p)$ annulant $\varepsilon_z(p)$ pour toute perturbation $\tilde{\delta}(p)$. Quels sont les problèmes rencontrés pour la réalisation d'un tel correcteur ?

5.3.2 Anticipation pour la boucle d'asservissement en vitesse de lacet

L'objectif, semblable à celui de la partie précédente, est de déterminer une structure d'anticipation permettant d'annuler l'écart $\varepsilon_{\dot{\psi}}(p)$.

Question 18 : Sur le document-réponse à l'emplacement correspondant, compléter en couleur le schéma-bloc de façon à faire apparaître la structure d'anticipation recherchée. Pour cette mise en œuvre, on tiendra compte du fait que l'on dispose de la mesure des grandeurs $\tilde{C}_m$ et $\tilde{\omega}_m$.

Par un raisonnement similaire à celui mis en œuvre à la **Question 17**, déterminer la structure correspondante.

Question 19 : En raisonnant sur la réalisation physique des structures d'anticipation de la **Question 17** et de la **Question 18**, conclure sur leur efficacité respective.

Annexe 1 : Caractéristiques techniques du drone miniature

Cette annexe comporte 1 page

Cette Annexe détaille les caractéristiques propres du véhicule ainsi que le système de liaison de données utilisé entre la station sol et le véhicule.

1. Caractéristiques

- Propulsion : électrique
- Energie : Batteries Li-Po
- Dimensions : Diamètre 25 cm, Hauteur 30 cm
- Objectif d'autonomie : 15 minutes en vol
- Chaine Image : caméra embarquée avec transmission analogique et écran au sol
- Pilotage radiocommandé par retour vidéo
- Orientation sur les 3 axes grâce aux 4 gouvernes en aval de l'hélice
- Véhicule en fibre de carbone

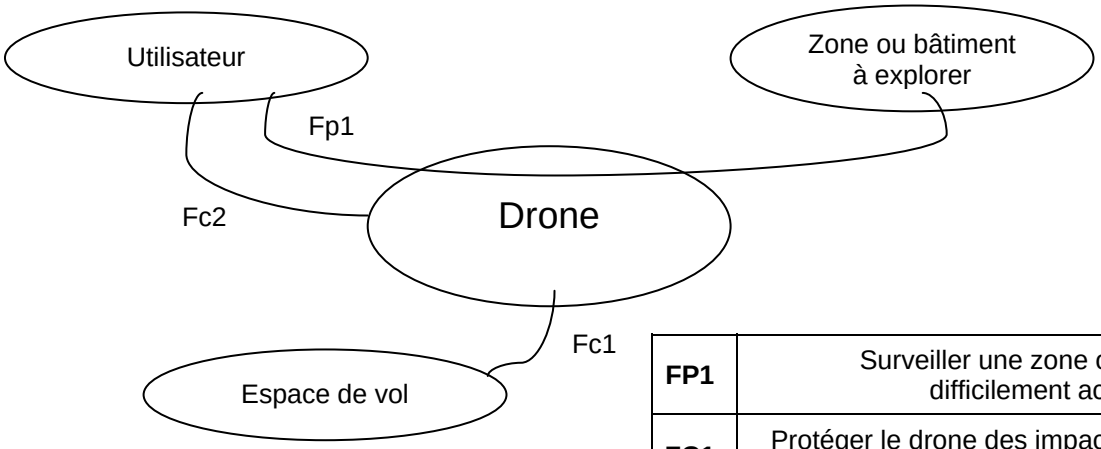
2. Système de liaison et transmission de l'information

- radiocommande et récepteur à 41MHz.
- retour vidéo et données : modules de transmission analogiques à 2,4GHz

Annexe 2 : Définition du cahier des charges fonctionnel

Cette annexe comporte 1 page et inclut le diagramme des interacteurs et le cahier des charges fonctionnel

A2.1 Diagramme des interacteurs point de vue fonctionnel



FP1	Surveiller une zone ou un bâtiment difficilement accessible
FC1	Protéger le drone des impacts avec des obstacles dans l'espace de vol
FC2	Permettre le transport sur le dos d'un opérateur

A2.2 Cahier des charges fonctionnel

Fct	Sous Fct.	Description	Critère	Niveaux	Flexibilité
FP1	FP1.1	Etre capable d'effectuer un vol stationnaire	Immobilité en environnement non perturbé	Précision 5 cm et 2° dans les 3 directions	Néant
	FP1.2	Etre capable d'effectuer une rotation propre	Angle de lacet Rapidité Stabilité	360° $t_{r\,5\%} = 0{,}5$ s (hors saturation) 1er dépassement de la réponse indicielle < 10%	Néant Maximale Maximale
	FP1.3	Pouvoir se déplacer horizontalement	Vitesse horizontale Rapidité Stabilité	10 km/h $t_{r\,5\%} = 2$ s (hors saturation) 1er dépassement de la réponse indicielle < 10%	±5% Maximale Maximale
	FP1.4	Pouvoir se déplacer verticalement	Hauteur maximale Rapidité Stabilité	10 m $t_{r\,5\%} = 4$ s (hors saturation) 1er dépassement de la réponse indicielle < 10%	±10% Maximale Maximale
	FP1.5	Avoir une autonomie de vol suffisante	Durée d'exploration	15 min	Minimale
	FP1.6	Avoir une durée de vie suffisante	Fiabilité de 95%	2000 h	Minimale
FC1		Protéger le drone des impacts avec des obstacles dans l'espace de vol	Amortissement d'un choc avec un mur à 10km/h	Total	Néant
FC2		Permettre le transport sur le dos d'un opérateur	Masse	1 kg	Maximale

Annexe 3 : Paramétrage du drone et modélisation aérodynamique

Cette annexe comporte 4 pages et inclut la Figure A1 donnant la définition du paramétrage, la Figure A2 représentant le schéma cinématique du drone, la Figure A3 précisant la modélisation aérodynamique de l'hélice et la Figure A4 donnant la modélisation aérodynamique des gouvernes

A3.1 Schéma, données, notation et paramétrage du drone

Pour les calculs de pré-dimensionnement, le drone, dont le centre d'inertie est noté *G*, est constitué de deux solides (1) et (2) :

- Le corps (1), constitué du corps et des quatre gouvernes (1a), (1b), (1c) et (1d). On négligera la masse et l'inertie des gouvernes devant les masses et inertes des autres composants du drone.
- L'axe hélice (2), constitué de l'arbre moteur et de l'hélice. Cet ensemble (2) possède deux liaisons sphériques (rotule) de centre A et B avec le corps (1).

i) Paramétrage de la position du corps du drone (1) dans l'espace par rapport au sol (0)

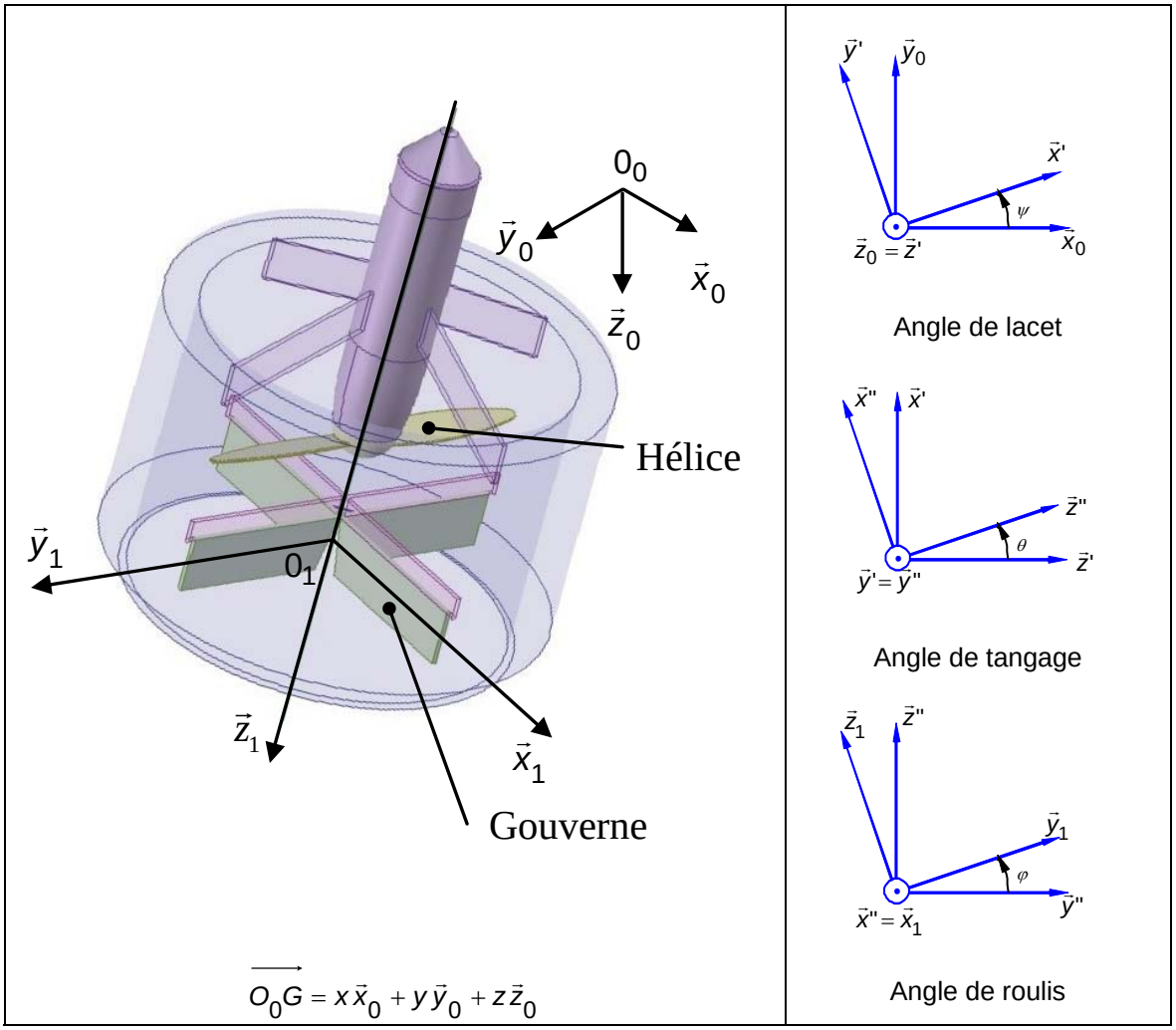


Figure A1 : Définition du paramétrage

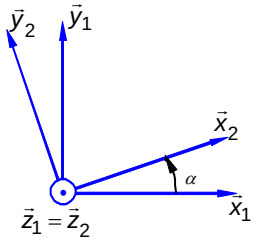
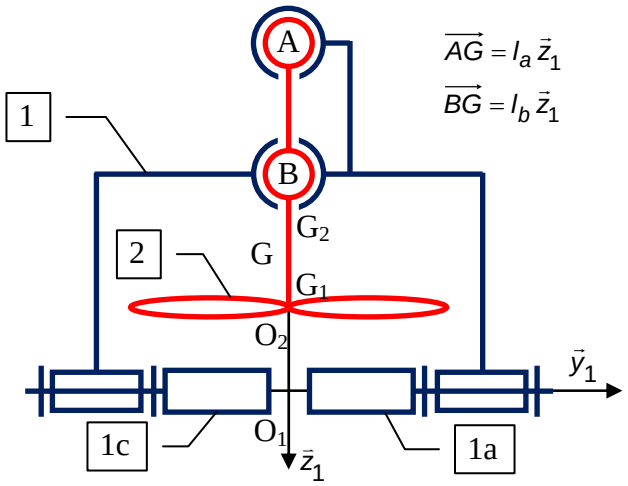
$V_{2/1}:\left\{\begin{array}{c\|c}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega & 0\end{array}\right\}_{(G,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$ On notera que $\dot{\alpha}=\omega$	$V_{1/0}:\left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}_{1/0}=p_{1/0}\vec{x}_1+q_{1/0}\vec{y}_1+r_{1/0}\vec{z}_1\\ \vec{V}(G\in 1/0)=u_{1/0}\vec{x}_0+v_{1/0}\vec{y}_0+w_{1/0}\vec{z}_0\end{array}\right\}$ Attention, les éléments de réduction ne sont pas exprimés dans la même base
	$T^A_{1/2}:\left\{\begin{array}{c\|c}X^A_{1/2} & 0\\ Y^A_{1/2} & 0\\ Z^A_{1/2} & 0\end{array}\right\}_{(A,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$ $T^B_{1/2}:\left\{\begin{array}{c\|c}X^B_{1/2} & 0\\ Y^B_{1/2} & 0\\ Z^B_{1/2} & 0\end{array}\right\}_{(B,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$
	

Figure A2 : Schéma cinématique du drone

ii) Caractéristiques cinétiques des solides (1) et (2)

Solide (1) : Le corps du drone est considéré comme étant de symétrie axiale d'axe $(G_1;\vec{z}_1)$ et de masse $m_1=0{,}89$ kg. Le point G_1 est son centre d'inertie. On note $I(G_1;1)$ la matrice d'inertie du solide (1) calculée en G_1.	$I(G_1;1)=\begin{bmatrix}A_1 & -F_1 & -E_1\\ -F_1 & B_1 & -D_1\\ -E_1 & -D_1 & C_1\end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$ $\overrightarrow{O_1G_1}=-l_1\vec{z}_1$
Solide (2) : L'axe hélice (2) est considéré comme étant de symétrie axiale d'axe $(G_2;\vec{z}_1)$ et de masse $m_2=0{,}11$ kg. Le point G_2 est son centre d'inertie. On note $I(G_2;2)$ la matrice d'inertie du solide (2) calculée en G_2.	$I(G_2;2)=\begin{bmatrix}A_2 & -F_2 & -E_2\\ -F_2 & B_2 & -D_2\\ -E_2 & -D_2 & C_2\end{bmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$ $\overrightarrow{O_1G_2}=-l_2\vec{z}_1$

iii) Actions mécaniques appliquées sur le drone

Action aérodynamique de l'air sur l'hélice	**Action aérodynamique de l'air sur les gouvernes**
$T_{air/2}:\left\{\begin{array}{c\|c} X_{air/2} & L_{air/2} \\ Y_{air/2} & M_{air/2} \\ Z_{air/2} & N_{air/2} \end{array}\right\}_{(G,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$	$T_{air/1}:\left\{\begin{array}{c\|c} X_{air/1} & L_{air/1} \\ Y_{air/1} & M_{air/1} \\ Z_{air/1} & N_{air/1} \end{array}\right\}_{(G,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$

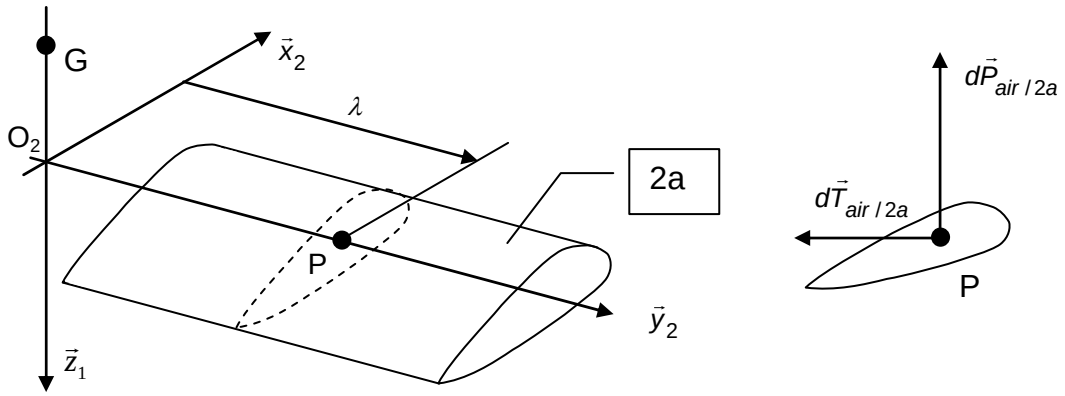
A3.2 Modélisation aérodynamique

i) Hélice

L'hélice (2) est composée de 2 pales (2a) et (2b). On définit pour une section de pale, deux vecteurs infinitésimaux $d\vec{P}$ et $d\vec{T}$ qui représentent respectivement la portance et la traînée, issus de la décomposition de la résultante de l'action mécanique de l'air sur la section. Les conditions aérodynamiques permettent d'écrire la vitesse d'un point P de l'hélice (2) dans son mouvement par rapport à l'air : $\vec{V}(P\in 2/air)\approx -(r_{1/0}+\omega)\lambda\,\vec{x}_2 = V\,\vec{x}_2$ et sachant que $r_{1/0}+\omega<0$ on obtient $V>0$.

$$d\vec{P}_{air/2a}(\lambda) = -K_z V^2\, d\lambda\, \vec{z}_1 \text{ avec } K_z = 0{,}024\ \text{kg m}^{-2}$$

$$d\vec{T}_{air/2a}(\lambda) = -K_x V^2\, d\lambda\, \vec{x}_2 \text{ avec } K_x = 0{,}006\ \text{kg m}^{-2}$$



$\overrightarrow{O_2P} = \lambda\,\vec{y}_2 \qquad r_2 < \lambda < R_2$ avec $r_2 = 2$ cm et $R_2 = 12$ cm

Figure A3 : Modélisation aérodynamique de l'hélice (seule la pale (2a) est représentée)

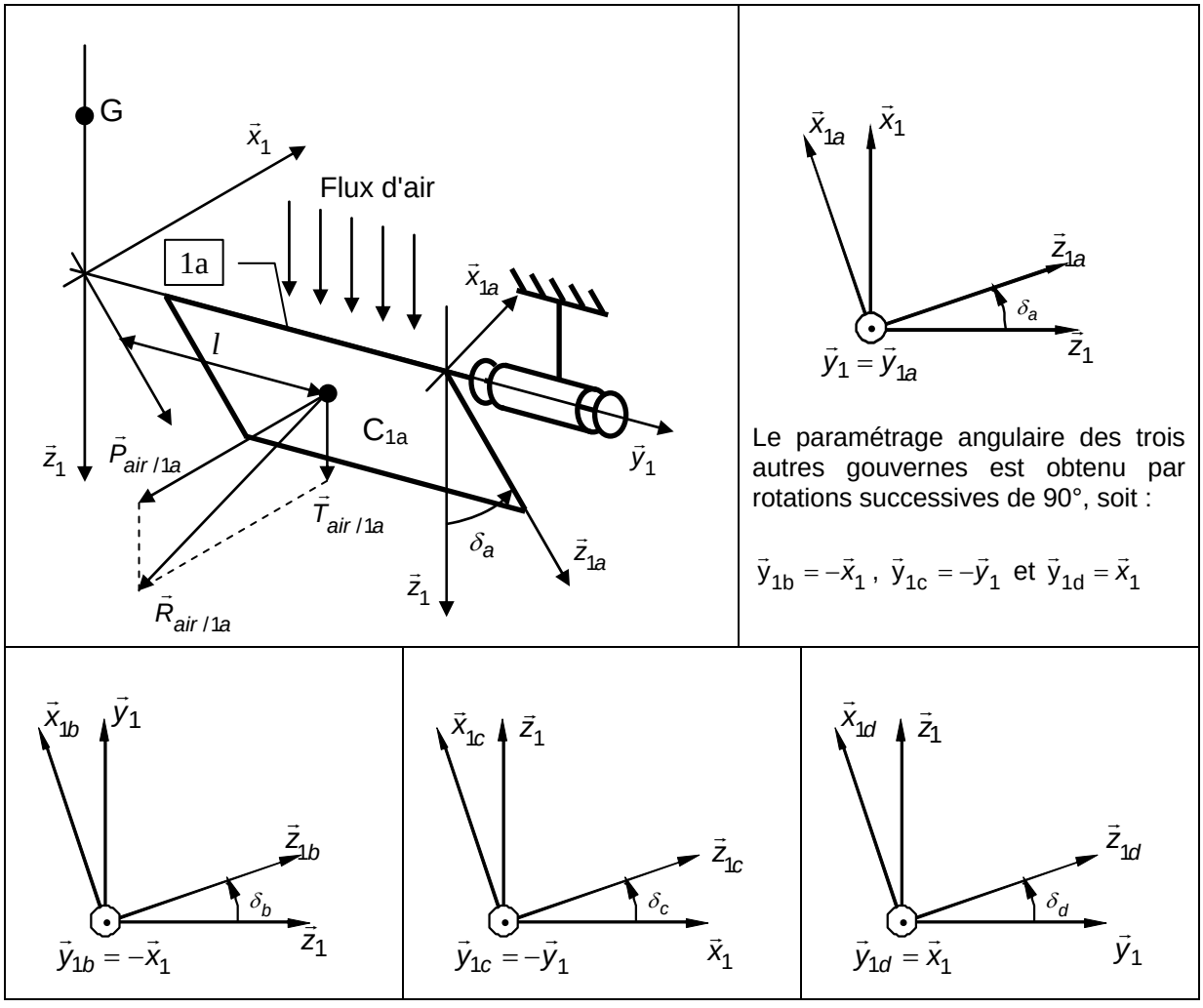
ii) Gouvernes

Le drone est équipé de 4 gouvernes (1a), (1b), (1c), (1d). Sur chacune d'elles, le flux d'air génère une action mécanique modélisée par un glisseur passant par le centre de la gouverne et porté par la perpendiculaire à la surface. L'intensité dépend de la vitesse du flux d'air et donc de la vitesse de rotation de l'hélice par la relation suivante :

$\vec{R}_{air/1a} = -K_\delta (r_{1/0} + \omega)^2 \, \delta_a \vec{x}_{1a}$ où K_δ est un coefficient aérodynamique constant

Le torseur résultant des actions mécaniques de l'air sur les quatre gouvernes, $T_{air/1}$, dans le cas où les quatre gouvernes sont inclinées du même angle δ, s'exprime par :

$$T_{air/1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(air/1) = 4 K_\delta (r_{1/0} + \omega)^2 \, \delta \sin\delta \, \vec{z}_1 \\ \vec{M}(G; air/1) = 4 \, l \, K_\delta (r_{1/0} + \omega)^2 \, \delta \cos\delta \, \vec{z}_1 \end{array} \right\}$$



Le paramétrage angulaire des trois autres gouvernes est obtenu par rotations successives de 90°, soit :

$\vec{y}_{1b} = -\vec{x}_1$, $\vec{y}_{1c} = -\vec{y}_1$ et $\vec{y}_{1d} = \vec{x}_1$

Figure A4 : Modélisation aérodynamique des gouvernes

Annexe 4 : Schéma-bloc des asservissements en altitude et vitesse de lacet

***Cette annexe comporte 2 pages et inclut la Figure A5 décrivant les notations utilisées pour la caractérisation des asservissements en altitude et en vitesse de lacet du drone et la Figure A6 donnant la m*odélisation du mécanisme de commande des gouvernes**

Dans l'étude du vol du drone n'induisant pas de tangage ni de roulis, le schéma-bloc des asservissements en altitude et vitesse de lacet est donné **Figure A5**. Ces conditions de vol imposent que les quatre gouvernes soient inclinées du même angle $\delta(t)$. p représente la variable de Laplace.

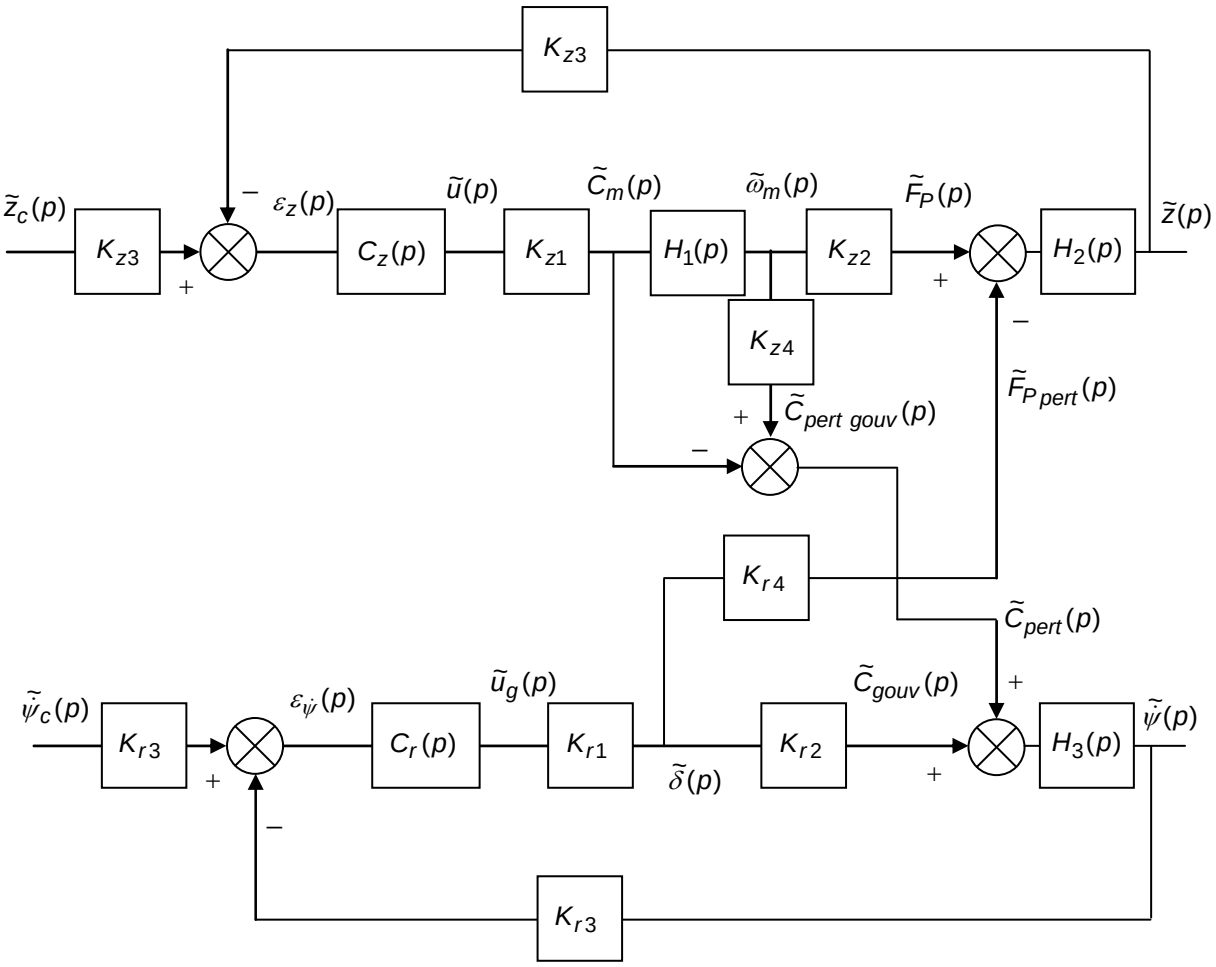


Figure A5 : Notations utilisées pour la caractérisation du drone en vol vertical

Tous les signaux figurant dans ce schéma-bloc font référence à de petites variations autour d'un point de fonctionnement caractérisant le vol étudié. Le point de fonctionnement considéré est tel que l'angle δ est compris entre $\pm 45°$.

Pour toute grandeur $x(t)$, on notera $\bar{x}$ sa valeur prise au point de fonctionnement et $\tilde{x}(t)$ la petite variation autour de ce point de fonctionnement, conduisant à la relation suivante :

$$x(t) = \bar{x} + \tilde{x}(t) \quad \text{avec} \quad \tilde{x}(t) \text{ infiniment petit d'ordre } 1$$

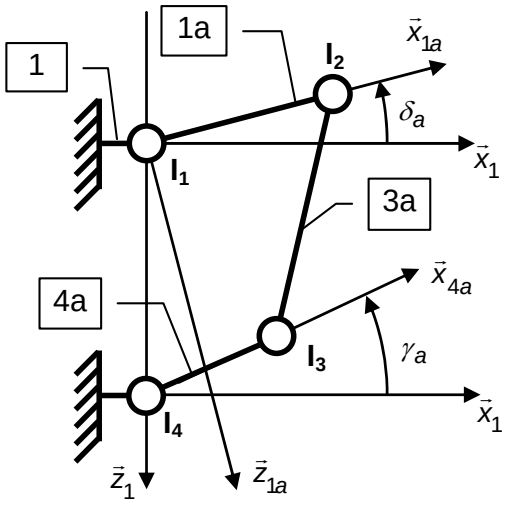
Les variables intervenant dans ce schéma-bloc sont récapitulées **Tableau A1** (l'intitulé « variation » a été omis pour alléger les notations).

Boucle d'altitude	Boucle de vitesse de lacet
$\tilde{z}, \tilde{z}_c$: altitude et consigne d'altitude (m) ε_z : écart d'altitude (V) $\tilde{u}$: tension d'induit du moteur de l'hélice (V) $\tilde{C}_m$: couple délivré par le moteur sur l'hélice (N m) $\tilde{\omega}_m$: vitesse de rotation du moteur de l'hélice par rapport au sol (rad/s) $\tilde{F}_P$: poussée générée par l'hélice (N) $\tilde{F}_{P\,pert}$: poussée perturbatrice générée par le couplage avec la vitesse de lacet (N)	$\tilde{\dot{\psi}}, \tilde{\dot{\psi}}_c$: vitesse de lacet et consigne de vitesse de lacet (rad/s) $\varepsilon_{\dot{\psi}}$: écart de vitesse de lacet (V) $\tilde{u}_g$: tension d'induit du servomoteur de gouverne (V) $\tilde{\delta}$: angle d'inclinaison de la gouverne (rad) $\tilde{C}_{gouv}$: couple généré par la gouverne (N m) $\tilde{C}_{pert}$: couple perturbateur généré par le couplage avec l'altitude (N m)

Tableau A1 : Variables intervenant dans le schéma-bloc Figure A5

Remarques :

- Le bloc K_{z1} représentant le transfert entre la tension d'induit du moteur de l'hélice et le couple généré par ce moteur est approximé par un simple gain, la constante de temps électrique du moteur étant faible par rapport aux autres constantes de temps intervenant dans la boucle.
- Le mécanisme de commande des gouvernes est décrit ci-dessous.



$\delta_a = 0$ pour $\gamma_a = 0$

L'orientation de chaque gouverne est commandée par un servomoteur. Pour la gouverne (1a), le servomoteur (4a) transmet le mouvement par l'intermédiaire d'une bielle (3a).

$L_{1/1a}$: pivot d'axe $(I_1;\vec{y}_1)$

$L_{1a/3a}$: pivot d'axe $(I_2;\vec{y}_1)$ $\quad \overline{I_1I_2} = 3\,\text{cm}$

$L_{3a/4a}$: pivot d'axe $(I_3;\vec{y}_1)$ $\quad \overline{I_4I_3} = 2\,\text{cm}$

$L_{4a/1}$: pivot d'axe $(I_4;\vec{y}_1)$ $\quad \overline{I_4I_1} = 5\,\text{cm}$

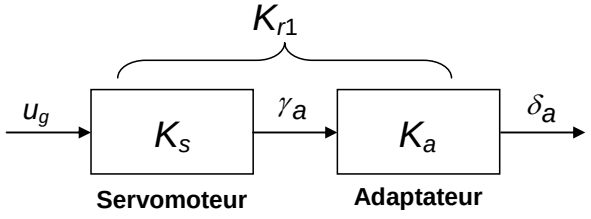


Figure A6 : Modélisation du mécanisme de commande des gouvernes

Le bloc K_s représentant le transfert entre la tension d'induit du servomoteur de la gouverne et l'angle d'inclinaison de la gouverne est approximé par un simple gain, sa dynamique étant négligeable par rapport à la dynamique de la boucle. L'angle γ_a en sortie du servomoteur est donc supposé proportionnel à la tension de commande u_g.

- Les blocs K_{z3} et K_{r3} représentent respectivement les gains des capteurs d'altitude et de vitesse de lacet.
- Ce schéma caractérise un système couplé, dans lequel le bloc K_{r4} (resp. K_{z4}) traduit l'influence du couplage entre la vitesse de lacet et l'altitude (resp. l'altitude et la vitesse de lacet).

Annexe 5 : Caractéristiques fréquentielles du correcteur par avance de phase

Cette annexe comporte 1 page et inclut la Figure A7 décrivant les caractéristiques fréquentielles du correcteur par avance de phase

Soit un correcteur par avance de phase de fonction de transfert :

$$C(p) = K\frac{1+T\,p}{1+aT\,p} \qquad a<1$$

La réponse fréquentielle du module et de la phase de ce correcteur est donnée dans le plan de Bode **Figure A7**.

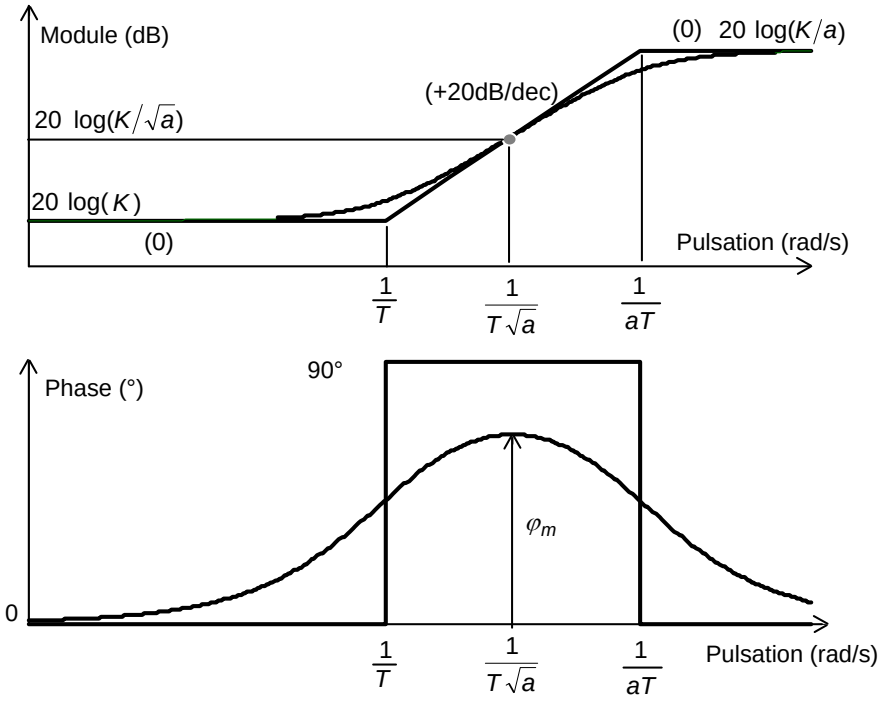


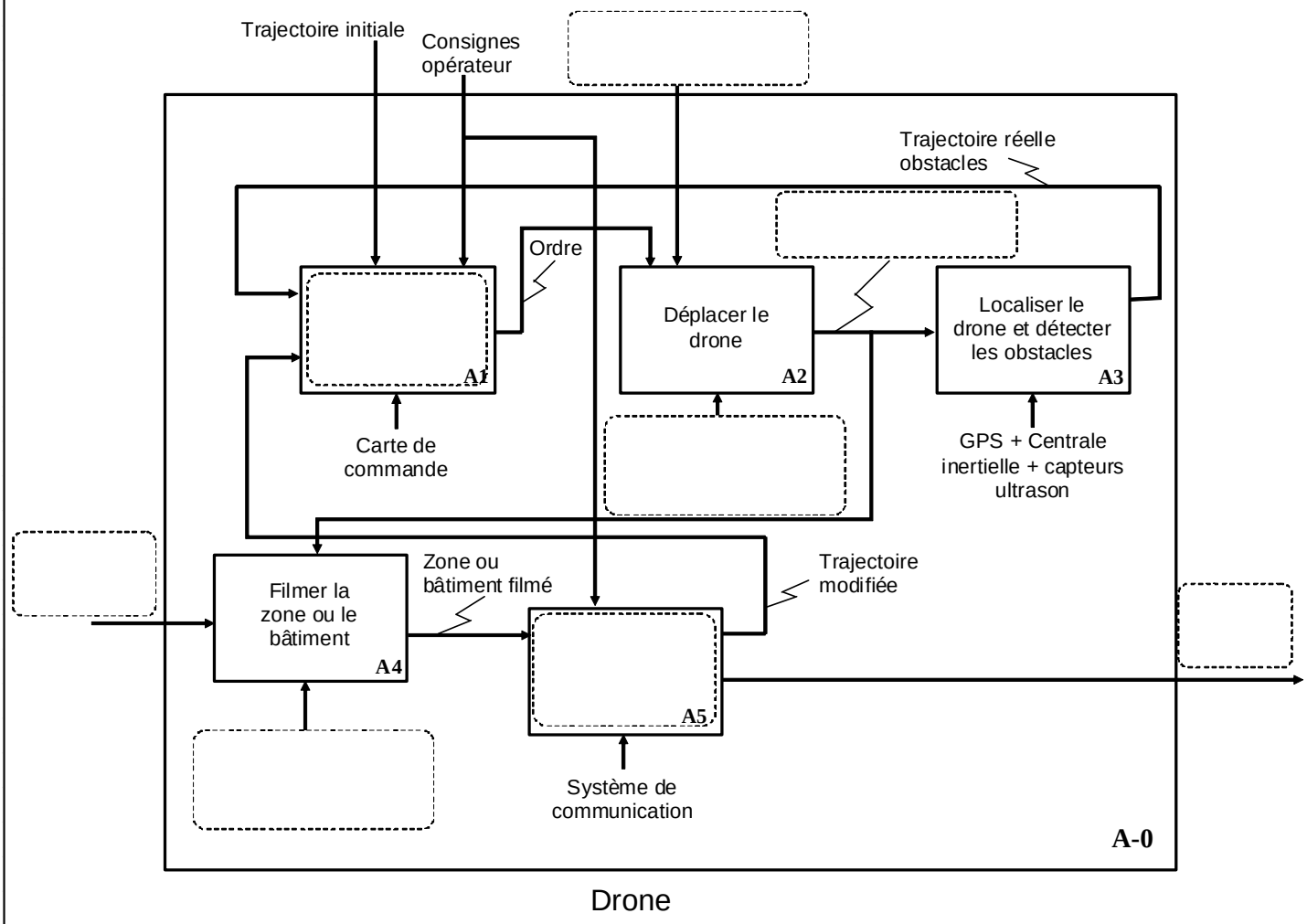
Figure A7 : Diagramme de Bode du correcteur par avance de phase

Le paramètre a de ce correcteur est relié à la valeur φ_m, correspondant au maximum de phase apportée, par la relation :

$a = \dfrac{1-\sin\varphi_m}{1+\sin\varphi_m}$, φ_m étant obtenu pour la pulsation centrale $\omega = \dfrac{1}{T\sqrt{a}}$

Dans l'espace réponse réservé à chaque partie
<u>le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond</u>.

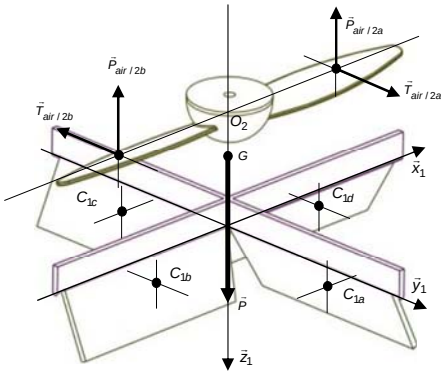
2 – FONCTION FP1 « SURVEILLER UNE ZONE OU UN BATIMENT » [Q1 : SADT]



Drone

3 – FONCTION FP1.1 « ETRE CAPABLE D'EFFECTUER UN VOL STATIONNAIRE ». ETUDE DES EFFORTS AERODYNAMIQUES [Q2 : Position d'équilibre – Q3 : Scénarii de vol]

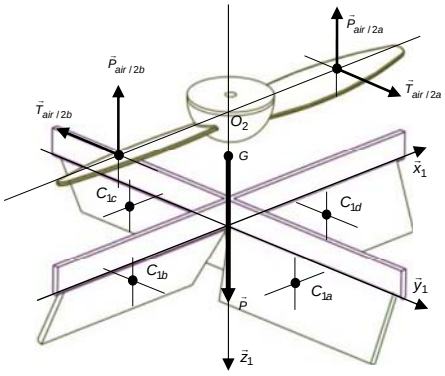
Cas 1



δ_a	δ_b	δ_c	δ_d
δ_1	δ_1	δ_1	δ_1

Configuration pouvant correspondre à une position d'équilibre : ……

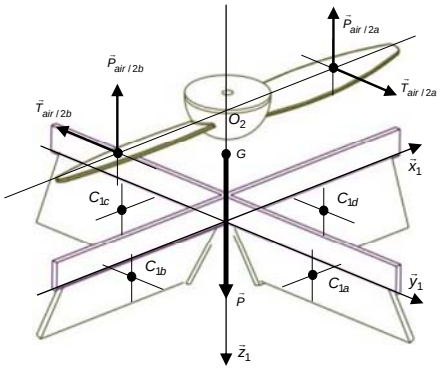
Cas 2



δ_a	δ_b	δ_c	δ_d
$-\delta_2$	$-\delta_2$	$-\delta_2$	$-\delta_2$

Configuration pouvant correspondre à une position d'équilibre : ……

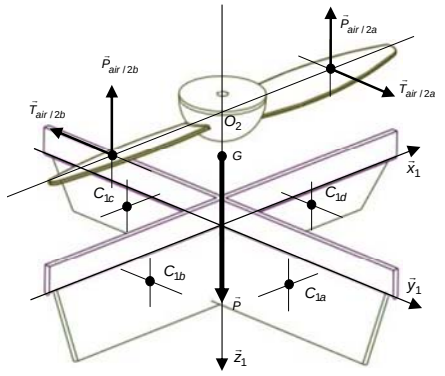
Cas 3



δ_a	δ_b	δ_c	δ_d
δ_3	$-\delta_3$	δ_3	$-\delta_3$

Configuration pouvant correspondre à une position d'équilibre : ……

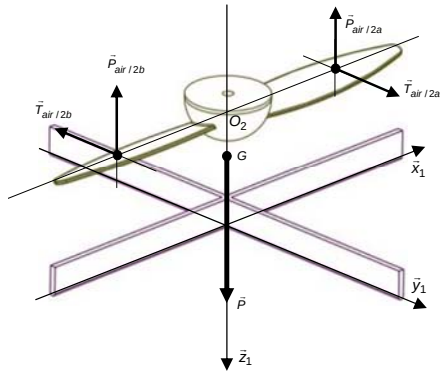
Cas 4



δ_a	δ_b	δ_c	δ_d
$-\delta_4$	δ_4	$-\delta_4$	δ_4

Configuration pouvant correspondre à une position d'équilibre : ……

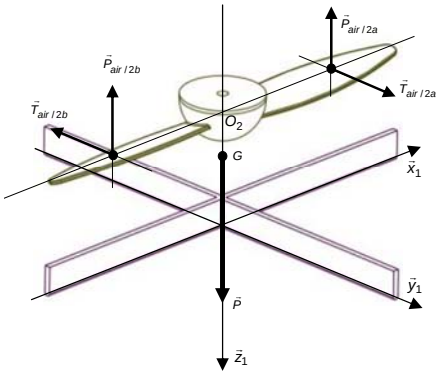
Cas 5



δ_a	δ_b	δ_c	δ_d

Configuration pouvant correspondre à une position d'équilibre : **OUI**

Cas 6



δ_a	δ_b	δ_c	δ_d

Configuration pouvant correspondre à une position d'équilibre : **OUI**

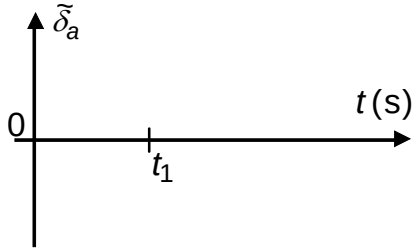
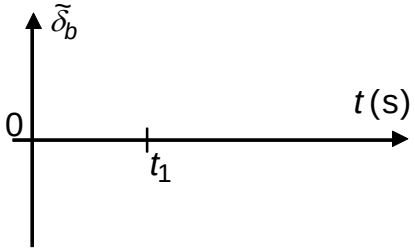
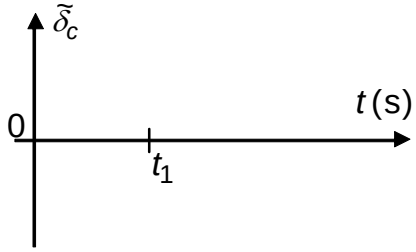
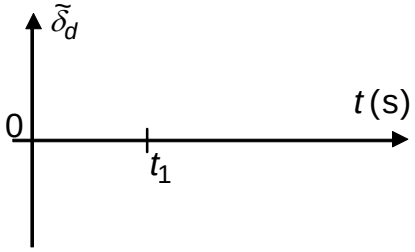
Question 2 : Tableau à compléter

	$p_{1/0}$	$q_{1/0}$	$r_{1/0}$	$u_{1/0}$	$v_{1/0}$	$w_{1/0}$
$\tilde{\omega}$ ↗, $\tilde{\delta}_a = \tilde{\delta}_b = \tilde{\delta}_c = \tilde{\delta}_d = 0$						
$\tilde{\delta}_i$ ↗, $i = a,b,c,d$, $\tilde{\omega} = 0$						
$\tilde{\delta}_a$ ↗ et $\tilde{\delta}_c = \tilde{\delta}_a$, $\tilde{\delta}_b = \tilde{\delta}_d = 0$, $\tilde{\omega} = 0$						
$\tilde{\delta}_a$ ↗ et $\tilde{\delta}_c = -\tilde{\delta}_a$, $\tilde{\delta}_b = \tilde{\delta}_d = 0$, $\tilde{\omega} = 0$						

Question 3 : Tableau à compléter

3 – FONCTION FP1.1 « ETRE CAPABLE D'EFFECTUER UN VOL STATIONNAIRE » [Q4 : Modélisation des actions mécaniques air sur hélice – Q5 : Position d'équilibre – Q6 : Capacité de la batterie]

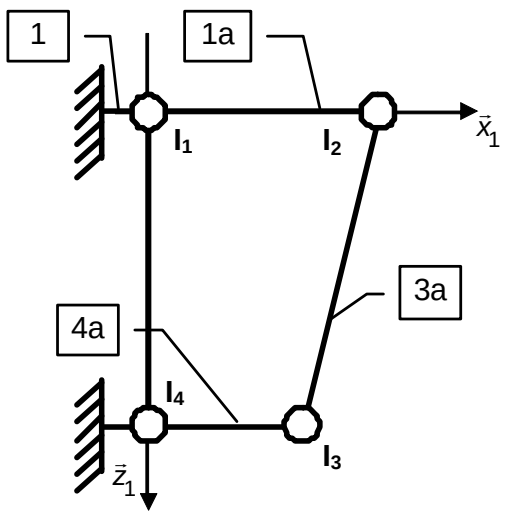
4 – FONCTION FP1.3 « SE DEPLACER HORIZONTALEMENT ». ETUDE DU MOUVEMENT D'INCLINAISON [Q7 : Matrices d'inertie de (1) et (2) – Q8 : Torseur actions mécaniques air sur drone – Q9 : Moment actions mécaniques air sur drone – Q10 : Torseur actions mécaniques (1) sur (2) et liaison équivalente]

Question 9 : Tableau à compléter

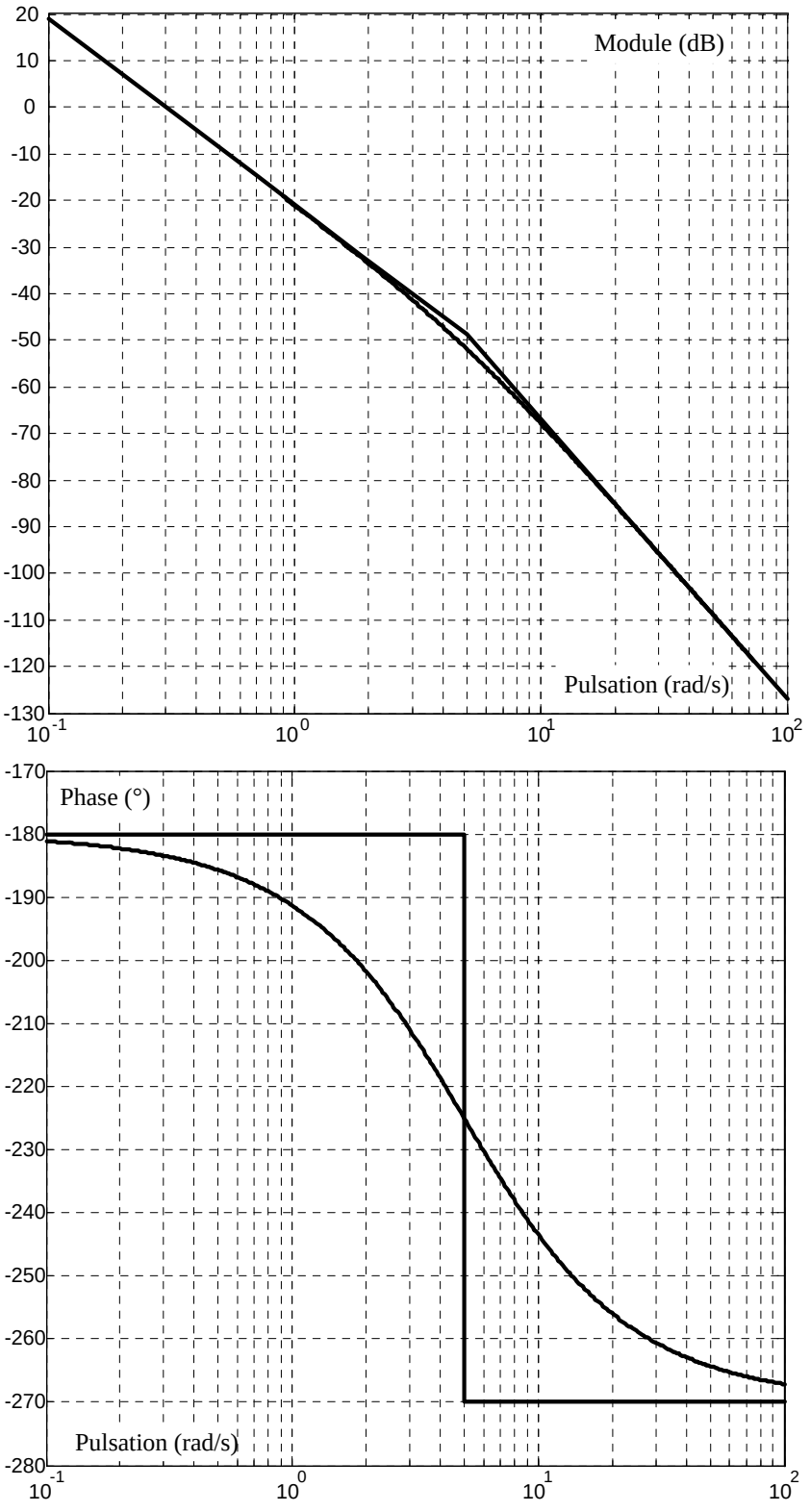
5 – FONCTIONS FP1.2 ET FP1.4. ETUDE DU COUPLAGE VITESSE DE LACET – ALTITUDE – 5.1 – Schéma-bloc des asservissements [Q11 : Linéarisation]

5 – FONCTIONS FP1.2 ET FP1.4. ETUDE DU COUPLAGE VITESSE DE LACET – ALTITUDE – 5.2.1 – Etude de l'asservissement en vitesse de lacet [Q12 : Calcul K_a – Q13 : Gain proportionnel]

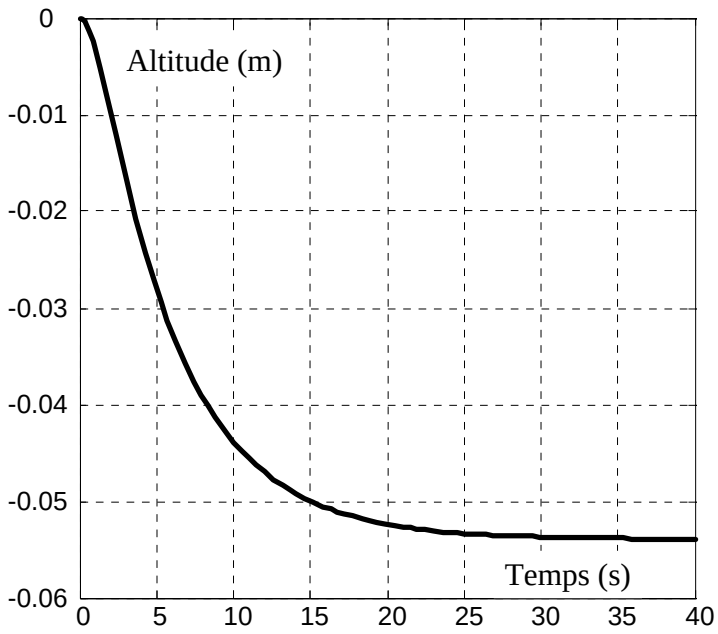


Question 12

5 – FONCTIONS FP1.2 ET FP1.4. ETUDE DU COUPLAGE VITESSE DE LACET – ALTITUDE – 5.2.2 – Etude de l'asservissement en altitude [Q14 : Stabilité système asservi non corrigé – Q15 : Synthèse correcteur avance de phase – Q16 : Identification du terme de couplage]



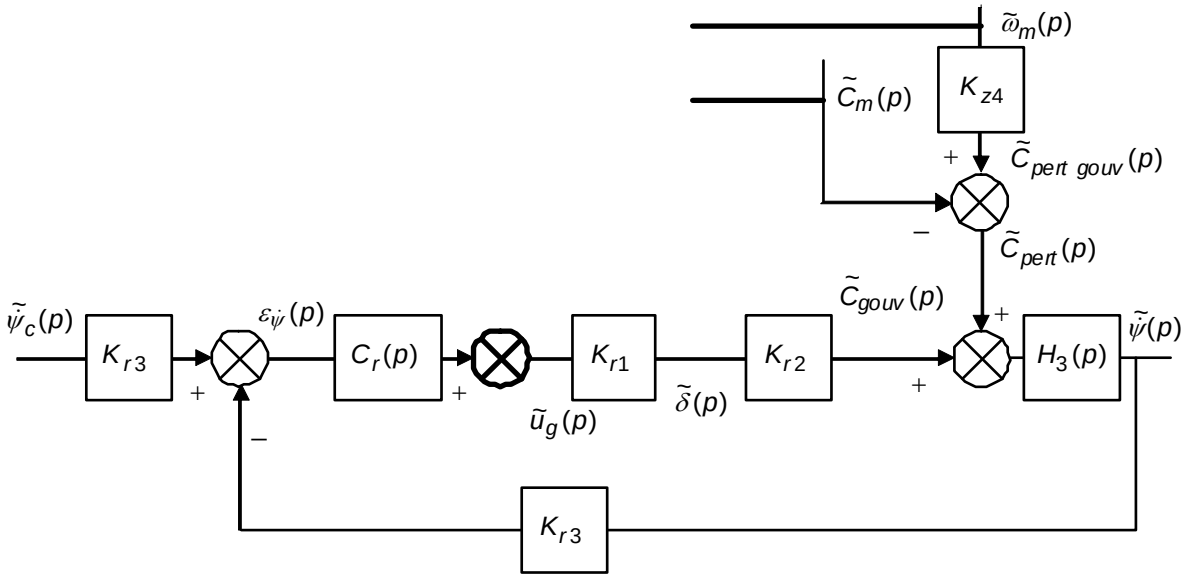
Question 14 : Tracé de la boucle ouverte non corrigée



Question 16 : Evolution de l'altitude en réponse à un échelon d'angle de gouverne

5 – FONCTIONS FP1.2 ET FP1.4. ETUDE DU COUPLAGE VITESSE DE LACET – ALTITUDE – 5.3.1 –Anticipation pour la boucle d'asservissement en altitude [Q17 : Calcul de l'écart et terme d'anticipation]

5 – FONCTIONS FP1.2 ET FP1.4. ETUDE DU COUPLAGE VITESSE DE LACET – ALTITUDE – 5.3.2 –Anticipation pour la boucle d'asservissement en vitesse de lacet [Q18 : Terme d'anticipation –Q19 : Conclusion]



Question 18 : Schéma-bloc à compléter

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Chaînes de solides : liaisons équivalentes, mobilité et hyperstatisme
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/psi