Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2016, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Parties 1 et 2 : présentation et performances statiques des motorisations
- Partie 3 : performances géométriques et cinématiques
- Partie 4 : performances de l'asservissement d'effort
- Partie 5 : régulation d'effort pendant l'opération

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/psi/2016/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A 2016 - SI PSI.

École des PONTS ParisTech,
ISAE-SUPAERO, ENSTA ParisTech,
TÉLÉCOM ParisTech, MINES ParisTech,
MINES Saint-Étienne, MINES Nancy,
TÉLÉCOM Bretagne, ENSAE ParisTech (Filière MP).

CONCOURS 2016

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Sujet mis à la disposition des concours :
Concours Commun TPE/EIVP, Concours Mines-Télécom, Concours Centrale-Supélec (Cycle international).

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

SCIENCES INDUSTRIELLES - PSI

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Cet énoncé comporte 11 pages numérotées de 1 à 11 et un document annexe de 7 pages. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 11 pages distribué avec le sujet. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Les questions sont organisées au sein d'une progression logique caractéristique de la discipline. Certaines questions étant partiellement dépendantes, il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre. La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC^2E)

L'objet de cette étude est un robot appelé MC^2E utilisé en chirurgie endoscopique (**photo 1**). Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts…) permettant de **maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables** comme le corps humain.

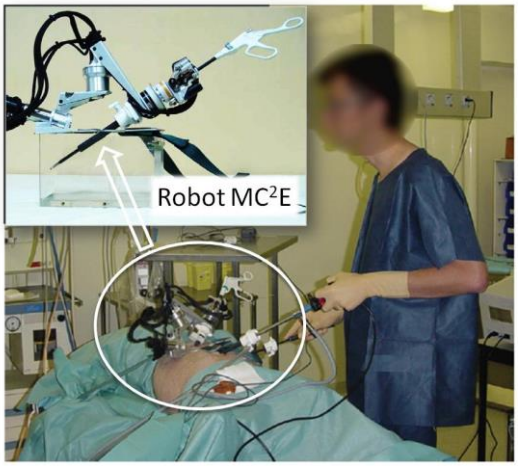


Photo 1 : Opération sur un mannequin

L'objectif de ce sujet est d'analyser, de comprendre et de justifier les choix structurels faits par les ingénieurs. Pour cela, on se basera sur la démarche de l'ingénieur :

- Les exigences et/ou performances souhaitées sont spécifiées tout au long du sujet;
- Des modèles et résultats analytiques ou simulés sont mis en place ;
- Des résultats expérimentaux sont proposés.

A chaque fois, on cherchera à quantifier les écarts entre les différents résultats obtenus par simulation et/ou expérimentation et les exigences et/ou performances souhaitées. Les réponses apportées aux questions devront donc être rédigées dans cet esprit.

1 Présentation générale du système MC^{2}E

Objectif : ***Analyser la structure matérielle du robot MC^{2}E et la justifier vis-à-vis des exigences.***

Le robot MC^{2}E a été développé au sein du laboratoire de robotique de l'université Paris Diderot.

1.1 Contexte

Le MC^{2}E est utilisé pour une opération dite de cholécystectomie qui consiste à enlever la vésicule biliaire (voir **annexe 1 figure 1**).
La pratique d'une cholécystectomie **sans** assistance robotique nécessite la présence d'un chirurgien qui manipule les instruments chirurgicaux et d'un assistant pour positionner l'endoscope (caméra permettant de visualiser en temps réel la zone opérée). Plus précisément, le chirurgien :

- tire d'une main avec un premier instrument chirurgical la vésicule pour dégager la zone de dissection ;
- utilise un deuxième instrument chirurgical, avec l'autre main, pour détacher la vésicule du foie.

Un assistant doit être présent pour manipuler l'endoscope à la demande du chirurgien. Cette opération nécessite donc trois points d'incision (voir **annexe 1 figure 1**) : deux pour les instruments chirurgicaux et un pour l'endoscope.

*Dans le contexte de l'opération **avec** assistance robotisée, le robot MC²E est utilisé comme une **troisième main pour tirer la vésicule à la place du chirurgien**, au fur et à mesure que ce dernier détache, d'une seule main, la vésicule du foie.*

Le chirurgien, ayant une main libérée, peut positionner seul l'endoscope sans faire appel à un assistant.

1.2 Structure matérielle du robot MC²E

Le MC²E présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. On donne en **annexe 2** une description simple du robot et de l'axe en translation qui fera l'objet d'une étude approfondie.
La particularité de cette cinématique est qu'elle laisse fixe le point de concours des axes de rotation qui correspond au point d'incision. Ce point fixe est le point où se situe le trocart (voir **annexe 1 figure 3**), élément qui sert d'interface entre l'abdomen du patient et l'instrument chirurgical du robot.

Dans toute la suite du sujet, la classe d'équivalence cinématique liée à l'instrument chirurgical sera nommée pince et numérotée (4) pour simplifier les notations.

Le lieu de l'opération peut alors être atteint grâce à l'axe en translation au bout duquel se situe la pince.

1.3 Mode opératoire du MC²E

Le mode opératoire se décompose en quatre phases :

- **Phase 1 :** Après avoir introduit le trocart, l'abdomen du patient est gonflé avec du CO_2. Celui-ci se montrera alors aussi stable et rigide que possible pour la réussite de l'opération ;
- **Phase 2 :** Le MC^{2}E est positionné sur l'abdomen du patient. Celui-ci est maintenu en position grâce à des sangles. Les trois axes en rotation sont alors asservis en position constante ;
- **Phase 3 :** La pince est introduite dans le trocart au travers d'un guide (étanche). Une phase de calibration du robot utile à la compensation de pesanteur analysée par la suite, démarre ;
- **Phase 4 :** Le chirurgien amène la pince du MC^{2}E qui doit tirer la vésicule lors de l'opération.

L'axe en translation du MC^{2}E entre alors en fonctionnement : il est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri pour détacher la vésicule du foie. L'**annexe 1 figure 2** décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC^{2}E.

Q1 : *Justifier simplement le choix d'un robot à point de concours fixe des axes de rotation, notamment vis-à-vis de la position de ce point par rapport au patient.*

2 Validation des performances statiques des motorisations

Objectifs : ***Modéliser le comportement statique du MC²E.***
Valider par calcul simplifié de pré-dimensionnement la motorisation du MC²E et son codeur.

L'**annexe 3** fournit le schéma cinématique simplifié et précise à seul titre d'information le paramétrage de la position relative des différents solides.
On se place ici en phase 2 : dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur. On précise que la pince (4) n'est pas encore introduite dans le trocart. Le schéma cinématique minimal retenu est celui du document réponse.

Hypothèses :

- Etant données la très faible amplitude des mouvements et leur faible évolution dans le temps, une étude quasi statique est suffisante ;
- Le point $O_0 = O_{0,1,2,3}$ est supposé fixe ;
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

Modélisation des actions mécaniques :

- Le moteur M1 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m01} = C_{m01}.\vec{z}_1$
- Le moteur M2 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (2) par rapport à (1), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (2) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m12} = C_{m12}.\vec{z}_2$
- Le moteur M3 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (3) par rapport à (2), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (3) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m23} = C_{m23}.\vec{z}_3$

Dans la suite, on se limite à la vérification des performances statiques de l'axe 1 en rotation relatives à l'exigence 1.1.1. de l'**annexe 1 figure 2**.

Q2 : *Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer l'expression littérale du couple C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.*

Modélisation simplifiée :

- On se place dans une configuration particulière telle que $\theta_1 = 45°$ et $\theta_2 = \theta_3 = 0$. On donne pour cela les figures de calcul simplifiées sur le document réponse ;
- Le centre d'inertie équivalent de l'ensemble matériel (1+2+3) est noté G. Pour la configuration étudiée, la position de *G* est considérée telle que $\overrightarrow{O_0G} = l.\vec{z}_2$. La masse totale de cet ensemble est notée M. On prend $l = 5\,\text{cm}$. Le champ de pesanteur est noté $-g.\vec{z}_0$ (avec $g = 9{,}81\,\text{m.s}^{-2}$).

Les caractéristiques et données numériques nécessaires pour répondre aux questions suivantes sont disponibles dans le diagramme d'exigence de l'**annexe 1 figure 2** et dans le diagramme de définition de blocs de l'**annexe 2 figure 2**.

Q3 : *Déterminer analytiquement en fonction de g, l, M, θ_1, α_1 et α_2, l'expression littérale de C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique.*

Dans la suite, quelle que soit la valeur numérique trouvée à la question 3, on prendra $|C_{\text{m01}}| = 0{,}4\,\text{N.m}$.

Q4 : *Vérifier la bonne tenue du moteur M1 en terme de couple statique. On détaillera le raisonnement mis en place.*

Les caractéristiques du codeur, monté sur l'arbre moteur, sont définies dans les **annexes 2** et **4**. On précise que le codeur dispose d'un traitement sur deux voies avec comptage des fronts montants et descendants.

On s'intéresse à présent à l'exigence 1.1.2 de l'**annexe 1 figure 2**. Le maintien statique du MC²E ayant été analysé, on souhaite vérifier que le capteur utilisé pour contrôler celui-ci dispose d'une résolution suffisante.

Q5 : *Déterminer la précision de mesure du codeur sur la position angulaire du moteur et conclure quant au choix du codeur retenu.*

3 Validation des performances géométriques et cinématiques du M²CE

Objectifs : ***Modéliser la liaison entre l'abdomen et la pince (4) en analysant la chaine ouverte de solides du robot.***
Analyser les conséquences de la fermeture de la chaine par la liaison peau-trocart.

L'**annexe 3** rappelle le schéma cinématique simplifié modélisant le robot lors de la phase 3.
Dans cette phase, la pince du MC²E est dans l'abdomen du patient, via le trocart. On souhaite étudier ici quelques aspects de la géométrie et de la cinématique du robot liés notamment à la nécessité que le point d'incision $O_0 = O_{0,1,2,3}$ soit un point fixe.

Notation : Le torseur cinématique du solide (i) par rapport au solide (j), réduit en *P*, sera noté :

$$\left\{V_{\mathrm{i/j}}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}\left(\mathrm{i}/\mathrm{j}\right) \\ \vec{V}\left(P,\mathrm{i}/\mathrm{j}\right) \end{array}\right\}_P = \left\{\begin{array}{l} \omega_{xij}\, V_{xij} \\ \omega_{yij}\, V_{yij} \\ \omega_{zij}\, V_{zij} \end{array}\right\}_{\left(P,\vec{x}_k,\vec{y}_k,\vec{z}_k\right)}$$

Hypothèses :

- L'abdomen (0) est supposé fixe ;
- La pince (4) est déjà introduite dans l'abdomen (0) du patient ;
- Il n'y a pas encore de contact avec l'organe.

On donne le graphe des liaisons du mécanisme ainsi modélisé dans le document réponse.
La liaison entre la pince (4) et l'abdomen (0) n'est pas définie ici car elle est complexe : elle est notamment imposée par la forme du trocart, que l'on suppose lié à l'abdomen du patient.

On va dans un premier temps considérer la chaîne ouverte de solides allant de (0) à (4) par l'intermédiaire des trois liaisons pivot et de la liaison glissière.

Q6 : *On considère la chaîne ouverte de solides (0+1+2+3+4). Par la méthode de votre choix, définir le torseur cinématique de la liaison équivalente 4/0 noté* $\left\{V^{eq}{}_{4/0}\right\}$*. En déduire la mobilité cinématique* m_c *de cette chaîne de solides.*

On envisage deux modélisations pour la liaison entre la pince (4) et la peau de l'abdomen par l'intermédiaire du trocart :

- Modélisation 1 : liaison sphère-cylindre en O_0 d'axe $(O_0,\vec{z}_3)$;
- Modélisation 2 : liaison libre.

Q7 : *Dans le cadre des deux modélisations retenues, quels sont alors le degré d'hyperstatisme et la mobilité cinématique de la chaine fermée. Compléter le tableau du document réponse concernant les implications du modèle retenu sur le robot et les interactions patient / robot. Quelle modélisation vous parait la plus proche de la réalité ? Argumenter votre réponse.*

4 Validation des performances de l'asservissement d'effort

On s'intéresse ici à la phase 4. Lors de l'opération envisagée, il est nécessaire de maintenir un effort constant au bout de la pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation que l'on se propose d'étudier.
Le système est alimenté par un transformateur alternatif/continu. Un variateur permet de piloter le moteur M4. Une interface de communication entrée/sortie permet de coder les consignes d'effort et acquérir des grandeurs physiques. D'autre part, elle communique à la chaîne d'énergie, après traitement, des ordres définis par un calculateur.
La description par diagramme partiel de définition de blocs de l'axe en translation est donnée en **annexe 2 figure 2**. Des modèles géométriques de cet axe sont donnés en **annexe 5**.

Q8 : *Compléter le schéma représentant les chaînes d'énergie et d'information de cette chaîne fonctionnelle asservie en indiquant le nom des composants réalisant chacune des fonctions.*

Lors de l'opération, il est essentiel de contrôler et réguler l'effort appliqué sur l'organe et donc indirectement l'effort fourni par le moteur M4. Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour la structure d'asservissement est donné **figure 1** :

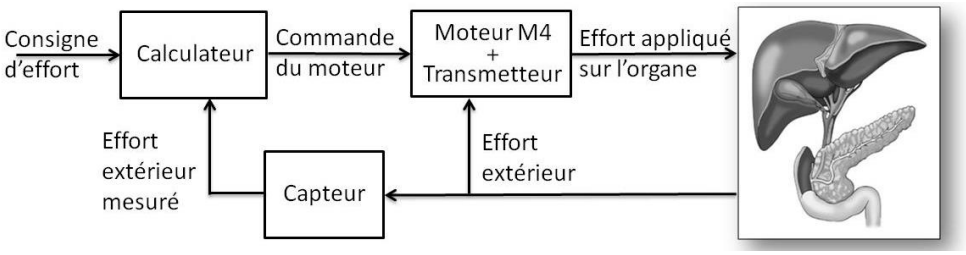


Figure 1 : Modèle de la commande en effort

A un effort de consigne va correspondre un effort appliqué sur l'organe pour l'extraire. C'est ce même effort qui est mesuré par le capteur d'effort. Celui-ci va alors générer un couple rapporté sur l'arbre du moteur M4.

On souhaite ici s'intéresser à la structure de commande retenue pour cette boucle d'asservissement. Les interactions avec l'organe étant par définition inconnues et complexes, on va régler le calculateur en se basant sur un montage d'essai mettant en interaction la pince (4) avec un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule).

Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour cette étude est donc le suivant :

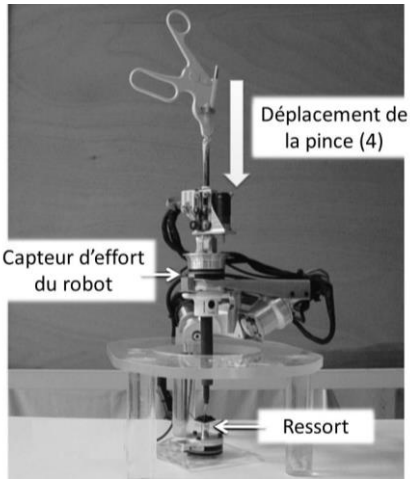


Photo 2 : Montage d'essai

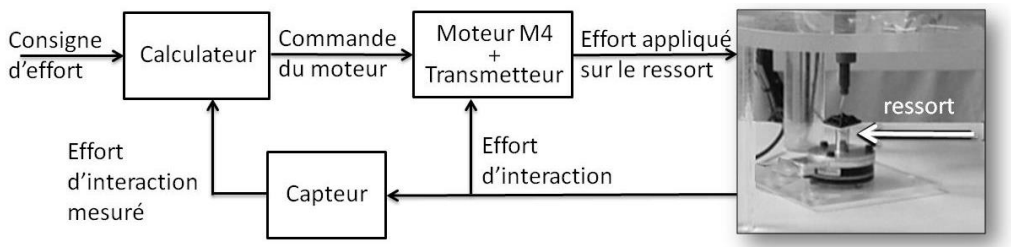


Figure 2 : Modèle de la commande en effort

4.1 Validation du choix d'implantation du capteur d'effort

Objectif : ***Valider le positionnement retenu du capteur d'effort et justifier la nécessité de faire une compensation de pesanteur.***

Les schémas et représentations des **annexes 2 et 5** permettent de situer la zone d'implantation du capteur ainsi que le fonctionnement de l'ensemble noté ci-après (E). Au sujet de la transmission d'effort, on précise que le moteur M4 entraine la poulie réceptrice qui, par l'intermédiaire de pignons et de courroies, fait tourner les 6 galets. Les contacts avec la pince permettent son entraînement par adhérence.
Cet ensemble (E) contient ici la totalité de la transmission d'effort de la pince (4), moteur M4 compris. Dans cette partie, on simplifiera le modèle de contact entre abdomen et pince en retenant une liaison libre.
Pour deux configurations géométriques distinctes, le montage du capteur d'effort peut être modélisé par les schémas cinématiques simplifiés ci-dessous (**figure 3**).

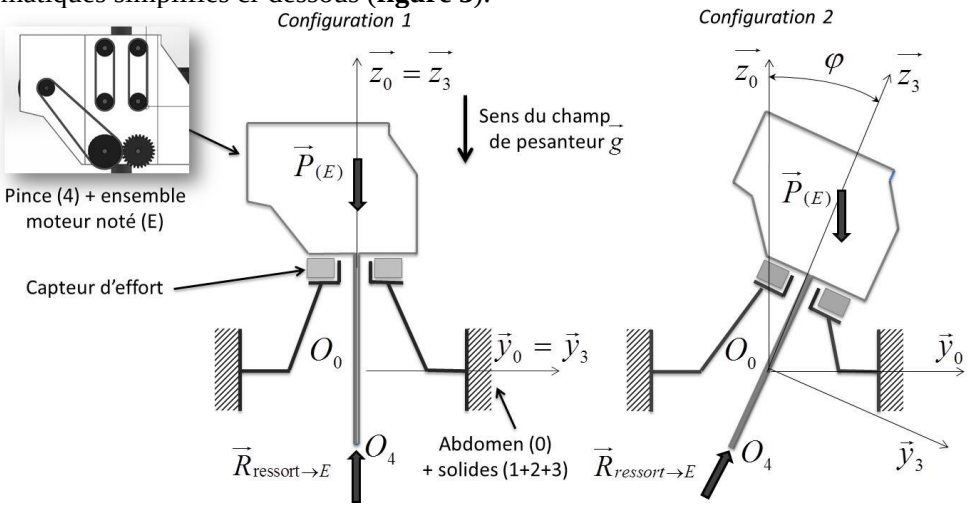


Figure 3 : Modèle simplifié du montage du capteur d'effort

Hypothèses :

- Le problème est plan ;
- Etant données les faibles vitesses et accélérations envisagées, une étude quasi-statique est suffisante ;
- Les actions mécaniques de pesanteur sur (E) ne peuvent pas être négligées face aux actions mécaniques mises en jeu lors d'une opération. On notera leur résultante $\vec{P}_{(E)}$;
- Le capteur d'effort assure la liaison entre l'ensemble (0+1+2+3) et (E). Le capteur sera donc toujours en contact avec ces deux ensembles.

Modélisation des actions mécaniques :

- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur l'ensemble (E) est modélisée par un glisseur noté $\left\{T_{\text{ressort}\to E}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{\text{ressort}\to E} \\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre la pince (4) et le ressort ;
- L'action mécanique, mesurée par le capteur, liée à sa liaison avec l'ensemble (E), est modélisée par $\left\{T_{\text{capteur}\to E}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{\text{capteur}\to E} \\ \vec{M}_{O_4,\text{capteur}\to E}\end{matrix}\right\}_{O_4}$. La résultante sera notée $\vec{R}_{capteur\to E} = F_z.\vec{z}_3 + F_y.\vec{y}_3$. Seules ces deux composantes seront prises en compte par la suite.

En accord avec l'exigence 1.2.1 de l'**annexe 1 figure 2**, pour que la résultante de l'action mécanique mesurée par le capteur soit égale à la résultante de l'action mécanique que génère le ressort sur (E), il faut compenser la résultante de l'action mécanique de pesanteur.

Q9 : *Pour la configuration 1 et par la méthode de votre choix, définir l'expression de* F_z *et* F_y *en fonction des autres actions mécaniques utiles. Commenter le résultat obtenu et la capacité du capteur à mesurer seulement les actions mécaniques générées par la pince sur le ressort.*

La compensation de pesanteur revient à faire prendre en compte par le calculateur, en temps réel, la valeur des actions mécaniques de pesanteur quelle que soit la configuration géométrique du MC²E. On pourra alors connaitre, à partir de la mesure du capteur d'effort, l'action mécanique exercée par la pince (4) sur le ressort.
Pour comprendre le traitement de l'information que devra faire le calculateur on propose, sur la **figure 3**, une deuxième configuration géométrique (configuration 2) du MC²E.

Q10 : *Dans la configuration 2, définir l'expression de* F_z *et* F_y *en fonction des autres actions mécaniques utiles. Pour réaliser la compensation, quels sont les paramètres à connaître en temps réel ?*

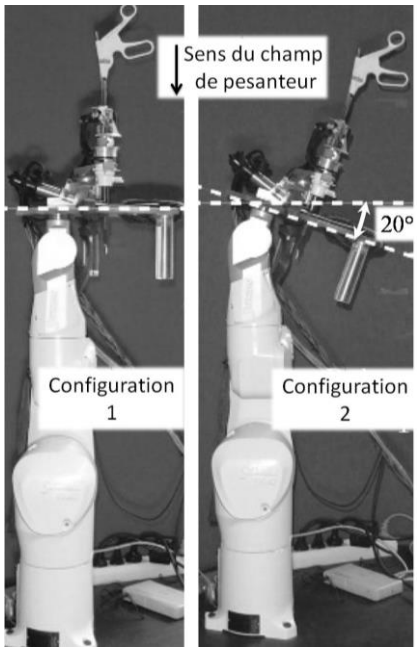


Photo 3 : Montage d'essai

Le montage d'essai suivant a été mis en place (**photo 3**). Cet essai, réalisé **sans interaction** entre le ressort et la pince (4), a permis d'obtenir les valeurs expérimentales suivantes mesurées par le capteur :

Configuration 1		Configuration 2	
$\lvert F_y \rvert$	$\lvert F_z \rvert$	$\lvert F_y \rvert$	$\lvert F_z \rvert$
0,0222 N	*12,753* N	*4,382* N	*11,999* N

Pour la question suivante, on utilisera pour la valeur de la masse celle définie dans le diagramme de définition de blocs de l'**annexe 2**.

Q11 : *A partir des questions 9 et 10, quelles devraient être les valeurs numériques de* $\lvert F_z \rvert$ *et* $\lvert F_y \rvert$ *renvoyées par le capteur dans les deux configurations ? Estimer la précision de mesure en pourcents. Pour réaliser la compensation de pesanteur, comment doivent être utilisées ces grandeurs mesurées ?*

4.2 Equation de mouvement

Objectif : ***Pour le montage d'essai, modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.***

On rappelle que la transmission d'effort est représentée sur l'**annexe 5**. Un schéma cinématique simplifié minimal de cet axe pour cette étude est proposé en **annexe 6**.

Hypothèses :

- La compensation de la pesanteur est parfaitement réalisée. **On ne tiendra pas compte des actions mécaniques dues à la pesanteur par la suite** ;
- Les axes de rotation du MC²E sont asservis en position. En conséquence, les repères liés aux solides (1), (2) et (3) de l'**annexe 3** seront supposés fixes par rapport au repère lié au bâti (0) dont le repère associé est supposé galiléen ;
- L'instrument chirurgical est vertical ;
- Toutes les courroies sont inextensibles et il n'y a pas de glissement entre les galets et les courroies ;
- Tous les galets G_i ont même rayon noté R_g et roulent sans glisser sur la pince (4) au niveau des points I_1 à I_6 ;

- La poulie réceptrice est liée à un pignon. Ce pignon entraîne un deuxième pignon de même rayon primitif pour assurer la transmission de puissance. Il n'y a pas de glissement en leur point de contact.

Remarque : Dans la suite, toutes les vitesses sont définies par rapport au bâti (0).

Modélisation simplifiée du problème :

- La vitesse de rotation du rotor moteur M4 par rapport à son stator fixe (lié au bâti (0)) est notée $\omega_m.\vec{x}_0$ où $\omega_m(t)=\dfrac{d\theta_m(t)}{dt}$ (vitesse de rotation avant réduction) ;
- La poulie motrice a un rayon R_i et tourne à la vitesse $\omega_i(t)$ (vitesse de rotation après réduction) ;
- La poulie réceptrice a un rayon R_e et tourne à la vitesse $\omega_e(t)$;
- Les deux pignons en contact ont même rayon primitif, supposé égal à R_e ;
- Le couple du stator sur le rotor moteur M4 est noté $\vec{C}_m = C_m.\vec{x}_0$;
- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté $\{T_{\text{ressort}\to 4}\}=\left\{\begin{array}{c}\vec{R}_{\text{ressort}\to 4}=-k.z(t).\vec{z}_0\\ \vec{0}\end{array}\right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre la pince (4) et le ressort, k la raideur du ressort et $z(t)$ la variation de position de l'extrémité de (4) autour de la position d'équilibre ;
- On note $\vec{V}(O_4,4/0)=v(t).\vec{z}_0=\dfrac{dz(t)}{dt}.\vec{z}_0$;
- Les masses des courroies sont négligées.

Données :

- I_m, moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe de rotation ;
- I_r, moment d'inertie du réducteur par rapport à son axe de rotation de sortie ;
- I_i, moment d'inertie de la poulie, de rayon R_i, par rapport à son axe de rotation ;
- I_e, moment d'inertie de la poulie, de rayon R_e, par rapport à son axe de rotation ;
- I_p, moment d'inertie de chaque pignon, de rayon R_e, par rapport à son axe de rotation ;
- I_g, moment d'inertie de chaque galet G_i, de rayon R_g, par rapport à son axe de rotation ;
- m_4, masse de la pince (4) ;
- $r=\dfrac{\omega_i}{\omega_m}$, rapport de réduction constant du motoréducteur.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J.\dfrac{d^2\theta_m(t)}{dt^2}=C_m(t)-C_e(t)$

avec :

- J, inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

Q12 : *Déterminer la relation entre $v(t)$ et $\omega_m(t)$. Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation entre $z(t)$ et $\theta_m(t)$.*

Q13 : *Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à (0). Définir l'inertie équivalente J ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de m_4 et des données géométriques.*

Q14 : *Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.*

Q15 : *Par l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement par rapport à (0), déterminer l'expression du terme* $C_e(t)$ *en fonction des données du problème et de* $\theta_m(t)$.

4.3 Modèle de connaissance de l'asservissement

Objectif : Modéliser l'asservissement en effort.

Pour la suite, on notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement.

Etant donné le résultat de la question 15, on pose $C_e(t) = K_{C\theta}.\theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive.

La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié **figure 4** que l'on admettra :

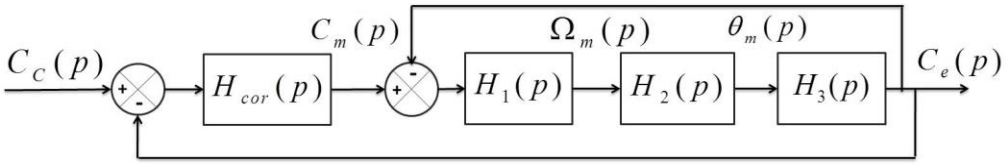


Figure 4 : Schéma-blocs de la régulation en effort

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E ;
- $C_C(p)$, couple de consigne ;
- $C_m(p)$, couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$, fonction de transfert du correcteur.

Dans un premier temps, on prendra $H_{cor}(p) = 1$.

Q16 : *Déterminer les expressions des fonctions de transfert* $H_1(p)$, $H_2(p)$ *et* $H_3(p)$.

Q17 : *Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée* $H_{BF}(p)$ *de l'asservissement d'effort. Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon de consigne ? Conclure.*

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain *B*. On s'intéresse ici à la définition analytique de *B*.

Le schéma-blocs modifié est donné **figure 5** :

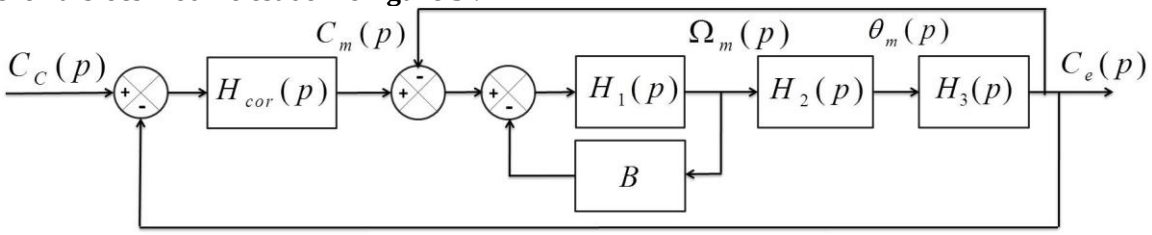


Figure 5 : Régulation avec retour tachymétrique

On règle *B* de telle façon que, pour $H_{cor}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{BO}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{BO}(p) = \dfrac{1}{(1+\tau.p)^2}$

Q18 : *Donner l'expression analytique du gain* B, *en fonction de* J *et* $K_{C\theta}$, *permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps* τ .

Les exigences du cahier des charges sont données en **annexe 1 figure 2** (exigences 1.2.2.1 à 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i. Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la **figure 6** :

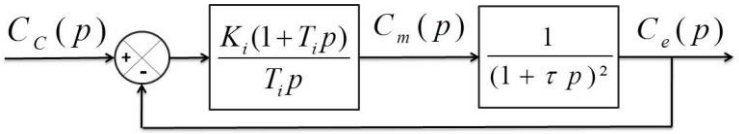


Figure 6 : Régulation avec correcteur PI

Q19 : *Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.*

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme : $\dfrac{K_{BF}}{1+2\dfrac{\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p+\dfrac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$

Q20 : *Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i.*

Sur le document réponse sont tracées les courbes de la réponse fréquentielle en boucle ouverte pour $K_i=1$ et les réponses fréquentielles en boucle fermée pour différentes valeurs de K_i.

Q21 : *En reportant les tracés nécessaires sur le document réponse et en utilisant les **abaques 1 et 2** du document réponse, proposer un choix de réglage pour K_i permettant de vérifier toutes les performances.*

Q22 : *Remplir le tableau du document réponse et conclure sur la validation des critères de performance. Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.*

4.4 Validation de la performance de limitation d'effort

Objectif : Modéliser et valider la limitation de l'effort transmis lors d'une opération.

Le diagramme des exigences en **annexe 1 figure 2** impose que l'effort en bout de pince (4) ne dépasse pas 8 N (exigence 1.2.3). En effet, un effort supérieur pourrait endommager l'organe. Lorsque l'effort devient trop important, on souhaite qu'un **glissement** se produise **simultanément** aux contacts entre les six galets et la pince (4).

L'**annexe 7** donne un schéma cinématique simplifié de la transmission avec les six galets. Sur celui-ci, la transmission de puissance liée au moteur M4 n'est pas représentée car inutile pour la validation de cette exigence. Les courroies permettant la transmission entre galets n'ont pas été dessinées pour ne pas surcharger la figure. On donne également sur l'**annexe 7** un schéma explicatif simplifié du comportement de deux galets liés à la génération de la pression de contact.

Hypothèses et modélisation :

- La pince (4) est placée à la verticale ;
- Le coefficent de frottement entre les six galets G_i et la pince (4) est identique pour tous les contacts et noté f ;
- L'écrasement est le même pour chaque galet G_i et est noté e_G ;
- Les actions mécaniques transmises aux contacts des galets G_i et de la pince (4) sont modélisées par des glisseurs tous identiques notés $\left\{T_{G_i\to 4}\right\}=\left\{\begin{matrix}\vec{R}_{G_i\to 4}=\vec{T}+N.\vec{n}_i\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{I_i}$ où I_i représente le point de contact et $\vec{n}_i$ la normale à la surface de contact entre la pince (4) et chaque galet G_i ;

- Chaque galet G_i possède un même coefficent de raideur (dit en compression), supposé constant, noté k_G. On rappelle que la raideur caractérise la relation entre l'effort normal appliqué au galet G_i et l'écrasement e_G selon la direction normale au contact avec la pince (4), soit $N = k_G.e_G$;
- Le glissement, lorsqu'il a lieu, se produit simultanément sur les six galets G_i ;
- L'effort maximum en bout de pince (4) est modélisé par le glisseur $\{T_{ext\to 4}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{ext\to 4} = R^M{}_{ext\to 4}.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_4}$ où $R^M{}_{ext\to 4} = -8$ N ;
- Une étude statique, suffisante dans ce cas, est mise en place.

Conditions géométriques de montage :

- La pince (4) a un diamètre $d_4 = 30$ mm au niveau des contacts avec les galets G_i ;
- Chaque galet G_i a un même rayon $R_g = 1$ cm et la distance entre les axes de révolution de chaque paire de galet G_i est de $e = 47,2$ mm.

Données numériques:

- La raideur k_G d'un galet G_i est $k_G = 2.10^3$ N/m ;
- La masse de la pince (4) est $m_4 = 100$ g ;
- Le coefficient de frottement est $f = 0,4$.

Q23 : *A partir des indications et valeurs numériques précédentes, indiquer si la pince (4) glisse. La démarche est laissée à l'initiative du candidat.*

5 Etude des performances en régulation d'effort lors de l'opération

Objectifs : ***Analyser les résultats expérimentaux liés à l'implantation de la loi de commande lors d'une opération.***
Remettre en cause les hypothèses d'étude pour améliorer le modèle simulé.

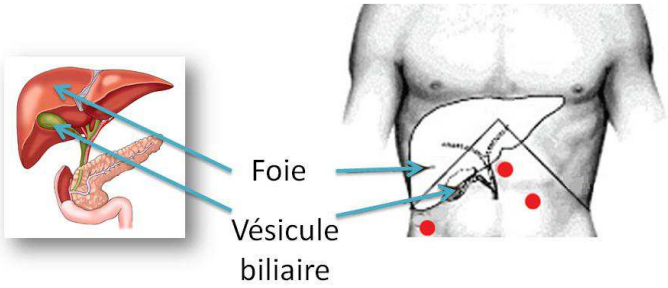
La limitation d'effort est réalisée et la structure de régulation d'effort est implantée dans le calculateur. Un premier essai est réalisé sur un mannequin permettant de simuler des conditions proches des conditions réelles de l'opération. Pour cela, lors d'une opération, le patient doit être placé sous respirateur artificiel (fréquence du respirateur de l'ordre de *0,25* Hz).
On effectue donc un essai en imposant un effort de consigne de l'ordre de *-0,5* N sur une vessie que l'on gonfle et dégonfle via le respirateur artificiel. On complète par ailleurs les exigences de l'asservissement par l'exigence 1.2.2.5 de l'**annexe 1 figure 2**.
On enregistre lors de l'essai les courbes fournies sur le document réponse.

Q24 : *En faisant les relevés nécessaires et en vous référant aux valeurs numériques précédentes, commenter qualitativement et quantitativement l'allure des courbes de position et d'effort.*

Q25 : *A partir des phénomènes mis en évidence à la question 24, quelle hypothèse, admise tout au long du sujet, peut être remise en cause dans le cadre de cette étude simplifiée ?*

** Fin de l'épreuve **

Annexe 1 : Présentation générale du système MC²E



Les points rouges représentent les points d'incision lors d'une opération sans MC²E

Figure 1 : Localisation du lieu de l'opération

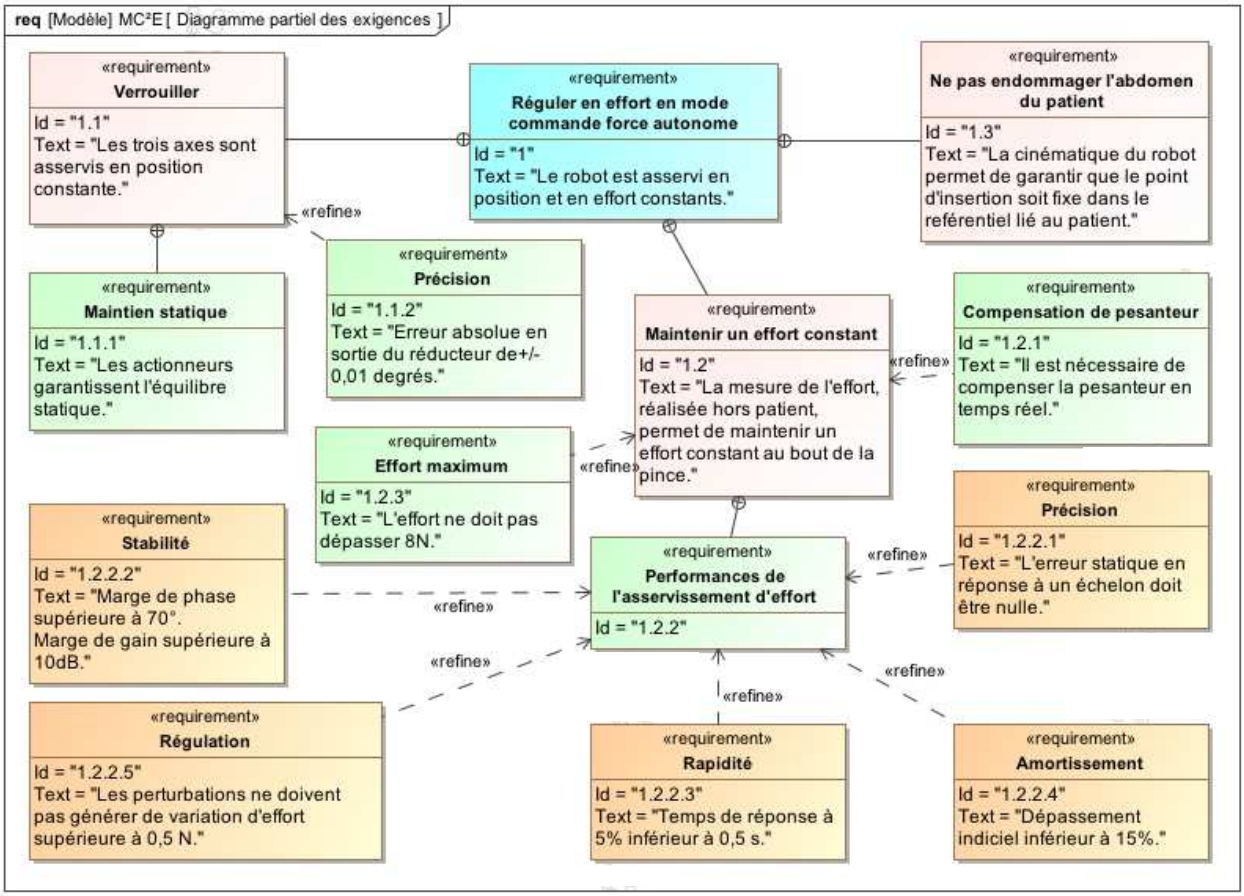


Figure 2 : Diagramme partiel des exigences

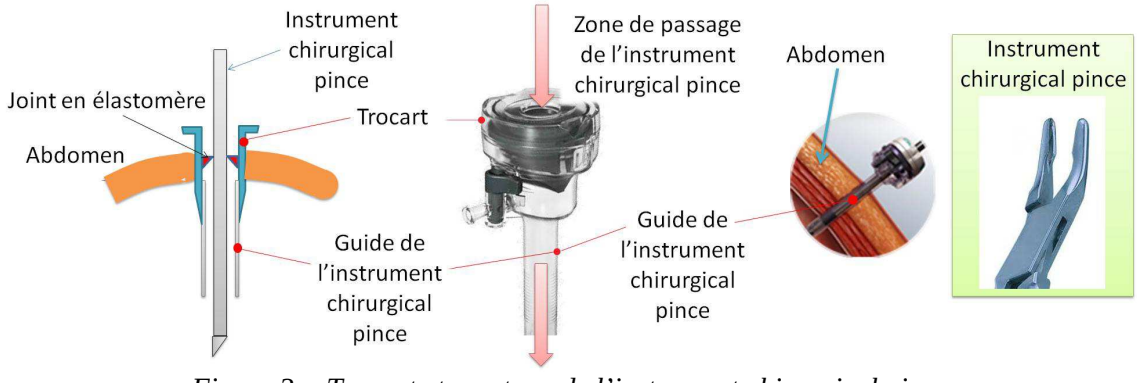


Figure 3 : Trocart et montage de l'instrument chirurgical pince

Annexe 2 : Description simple du MC²E et de son axe en translation

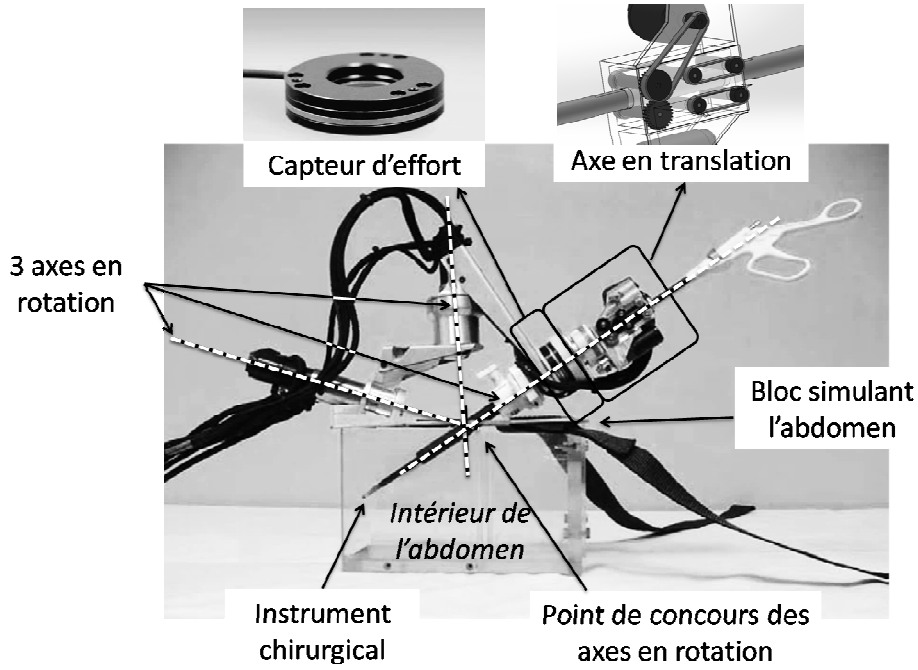


Figure 1 : Description simple du MC²E

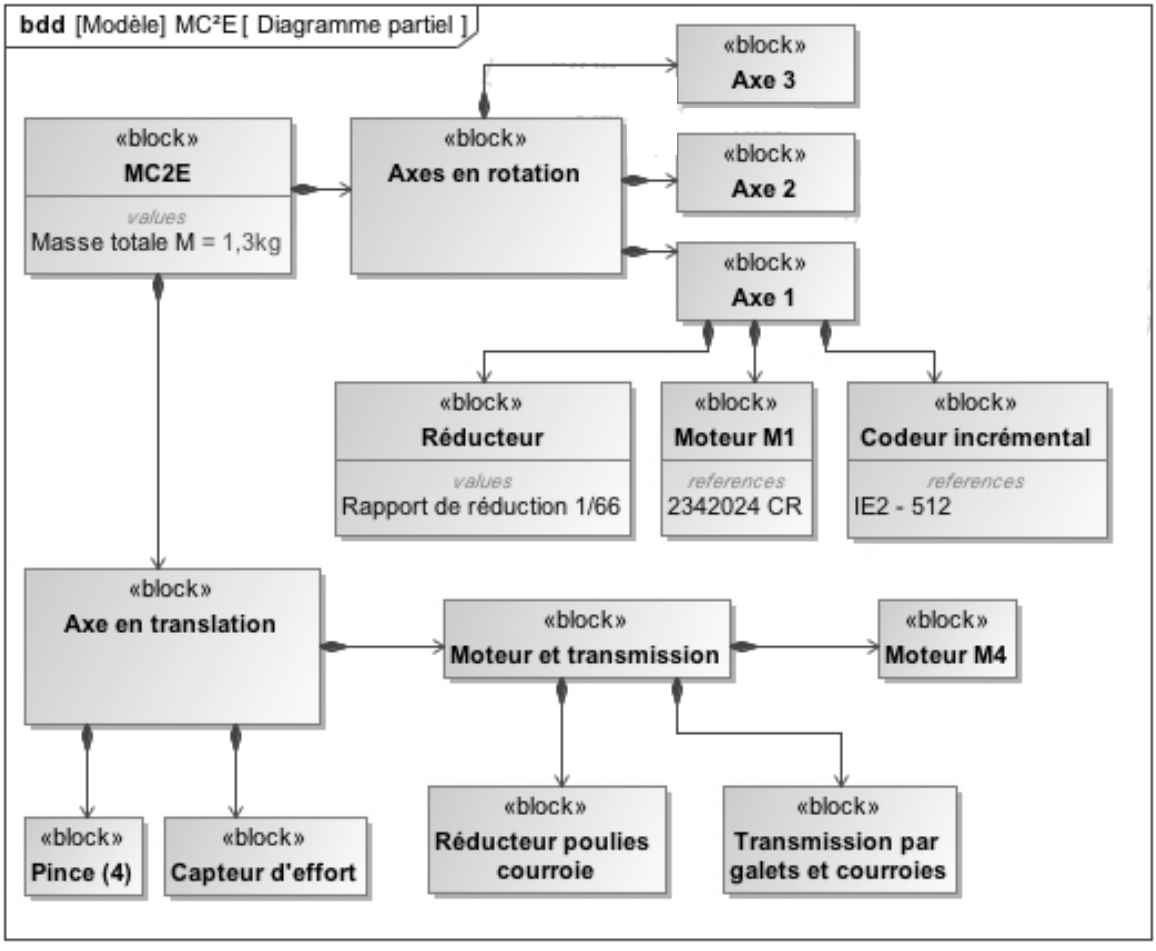
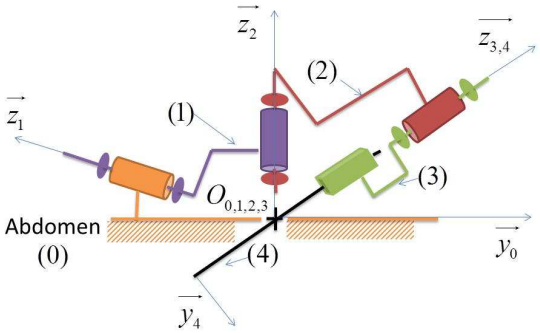
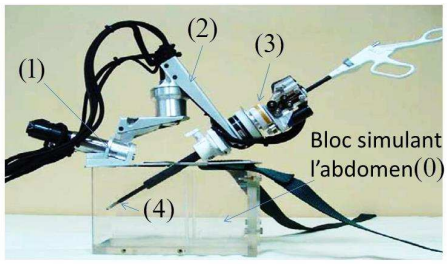


Figure 2 : Diagramme partiel de définition de blocs

Annexe 3 : Schéma cinématique et paramétrage du MC²E





Le point fixe d'incision est noté $O_0 = O_{0,1,2,3}$ et est aussi l'origine des trois repères liés aux classes d'équivalence cinématiques (1), (2) et (3). Le paramétrage de la position relative des différents solides dans l'espace est défini comme suit :

A l'abdomen (0), supposé fixe est lié le repère $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ où l'axe $\vec{z}_0$ est l'axe vertical ascendant. Compte tenu de l'inclinaison de la liaison pivot entre (1) et (0), on définit un repère $R'_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}'_0, \vec{z}'_0)$ lié à (0), tel que $\alpha_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}'_0) = (\vec{z}_0, \vec{z}'_0) = 70°$.

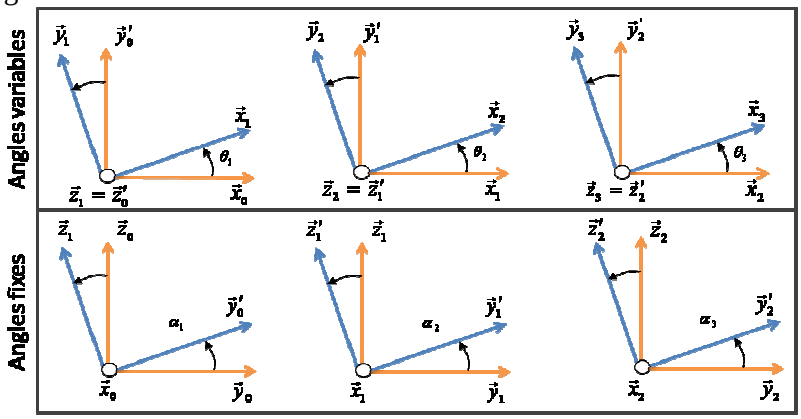
On procède de même pour le paramétrage de la position relative des différents solides dans l'espace. Celui-ci est défini ci après :

- Au solide (1), sont liés les repères $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ et $R'_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$ où $\vec{z}_1 = \vec{z}'_0$. On note $\alpha_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = (\vec{z}_1, \vec{z}'_1) = -70°$. Le solide (1) est en liaison pivot parfaite d'axe $(O_0, \vec{z}_1)$ avec (0), d'angle variable $\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}'_0, \vec{y}_1)$;
- Au solide (2), sont liés les repères $R_2 = (O_0, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $R'_2 = (O_0, \vec{x}_2, \vec{y}'_2, \vec{z}'_2)$ où $\vec{z}_2 = \vec{z}'_1$. On note $\alpha_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}'_2 = (\vec{z}_2, \vec{z}'_2) = -60°$. Le solide (2) est en liaison pivot parfaite d'axe $(O_0, \vec{z}_2)$ avec (1), d'angle variable $\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}'_1, \vec{y}_2)$;
- Au solide (3), est lié le repère $R_3 = (O_0, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ où $\vec{z}_3 = \vec{z}'_2$. Le solide (3) est en liaison pivot parfaite d'axe $(O_0, \vec{z}_3)$ avec (2), d'angle variable $\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}'_2, \vec{y}_3)$;
- A la pince (4), est lié le repère $R_4 = (O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$, avec O_4 non représenté sur le schéma ci-dessus. La pince (4) est en liaison glissière parfaite de direction $\vec{z}_4 = \vec{z}_3 = \vec{z}_{3,4}$ avec (3).

Paramètres géométriques :

$\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$	$\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$	$\alpha_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}'_0) = 70°$	$\alpha_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}'_2) = -60°$
$\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$	$\overrightarrow{O_0O_4} = z(t).\vec{z}_4$	$\alpha_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = -70°$	

A seul titre d'information, les figures de changement de base et les paramètres géométriques sont représentés sur les figures ci-dessous.



Annexe 4 : Données constructeur

Documentation constructeur du moteur seul :

Series 2342 ... CR

		2342 S	006 CR	012 CR	018 CR	024 CR	036 CR	048 CR	
1	Nominal voltage	U_N	6	12	18	24	36	48	V
2	Terminal resistance	R	0,4	1,9	4,1	7,1	15,9	31,2	Ω
3	Output power	$P_{2\,max.}$	20,5	17	18,1	19	19,4	17,7	W
4	Efficiency, max.	$\eta_{max.}$	81	80	81	81	81	81	%
5	No-load speed	n_0	9 000	8 100	8 000	8 500	8 100	8 000	rpm
6	No-load current (with shaft ø 3 mm)	I_0	0,17	0,075	0,048	0,038	0,024	0,017	A
7	Stall torque	M_H	87,2	80	86,5	85,4	91,4	84,4	mNm
8	Friction torque	M_R	0,98	1	0,99	0,99	0,99	0,95	mNm
9	Speed constant	k_n	1 650	713	462	366	231	170	rpm/V
10	Back-EMF constant	k_E	0,604	1,4	2,16	2,73	4,34	5,87	mV/rpm
11	Torque constant	k_M	5,77	13,4	20,7	26,1	41,4	56,1	mNm/A
12	Current constant	k_I	0,173	0,075	0,048	0,038	0,024	0,018	A/mNm
13	Slope of n-M curve	$\Delta n/\Delta M$	103	101	92,5	99,5	88,6	94,8	rpm/mNm
14	Rotor inductance	L	13,5	65	150	265	590	1 050	µH
15	Mechanical time constant	τ_m	6	6	6	6	6	6	ms
16	Rotor inertia	J	5,6	5,7	6,2	5,8	6,5	6	gcm²
17	Angular acceleration	$\alpha_{max.}$	160	140	140	150	140	140	$\cdot 10^3$rad/s²
18	Thermal resistance	$R_{th\,1}$ / $R_{th\,2}$	3 / 15						K/W
19	Thermal time constant	τ_{w1} / τ_{w2}	6,5 / 490						s
20	Operating temperature range:								
	– motor		-30 ... +100						°C
	– rotor, max. permissible		+125						°C
21	Shaft bearings		ball bearings, preloaded						
22	Shaft load max.:								
	– with shaft diameter		3						mm
	– radial at 3 000 rpm (3 mm from bearing)		20						N
	– axial at 3 000 rpm		2						N
	– axial at standstill		20						N
23	Shaft play								
	– radial	≤	0,015						mm
	– axial	=	0						mm
24	Housing material		steel, black coated						
25	Weight		88						g
26	Direction of rotation		clockwise, viewed from the front face						
Recommended values - mathematically independent of each other									
27	Speed up to	$n_{0\,max.}$	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000	rpm
28	Torque up to	$M_{0\,max.}$	16	16	16	16	16	16	mNm

Couple nominal maximal admissible

Documentation constructeur du réducteur à train épicycloïdal :

Planetary Gearheads 26/1

Gearhead Series	Reduction ratio	Number of gear stages	3D - File Name
26/1 (with sintered bearings on output shaft)	3,71:1	1	26_1 1stages.stp
	14:1	2	26_1 2stages.stp
	43:1	3	26_1 3stages.stp
	66:1	3	26_1 3stages.stp
	134:1	4	26_1 4stages.stp
	159:1	4	26_1 4stages.stp
	246:1	4	26_1 4stages.stp
	415:1	5	26_1 5stages.stp
	592:1	5	26_1 5stages.stp
	989:1	5	26_1 5stages.stp
	1526:1	5	26_1 5stages.stp

Documentation constructeur du codeur incrémental :

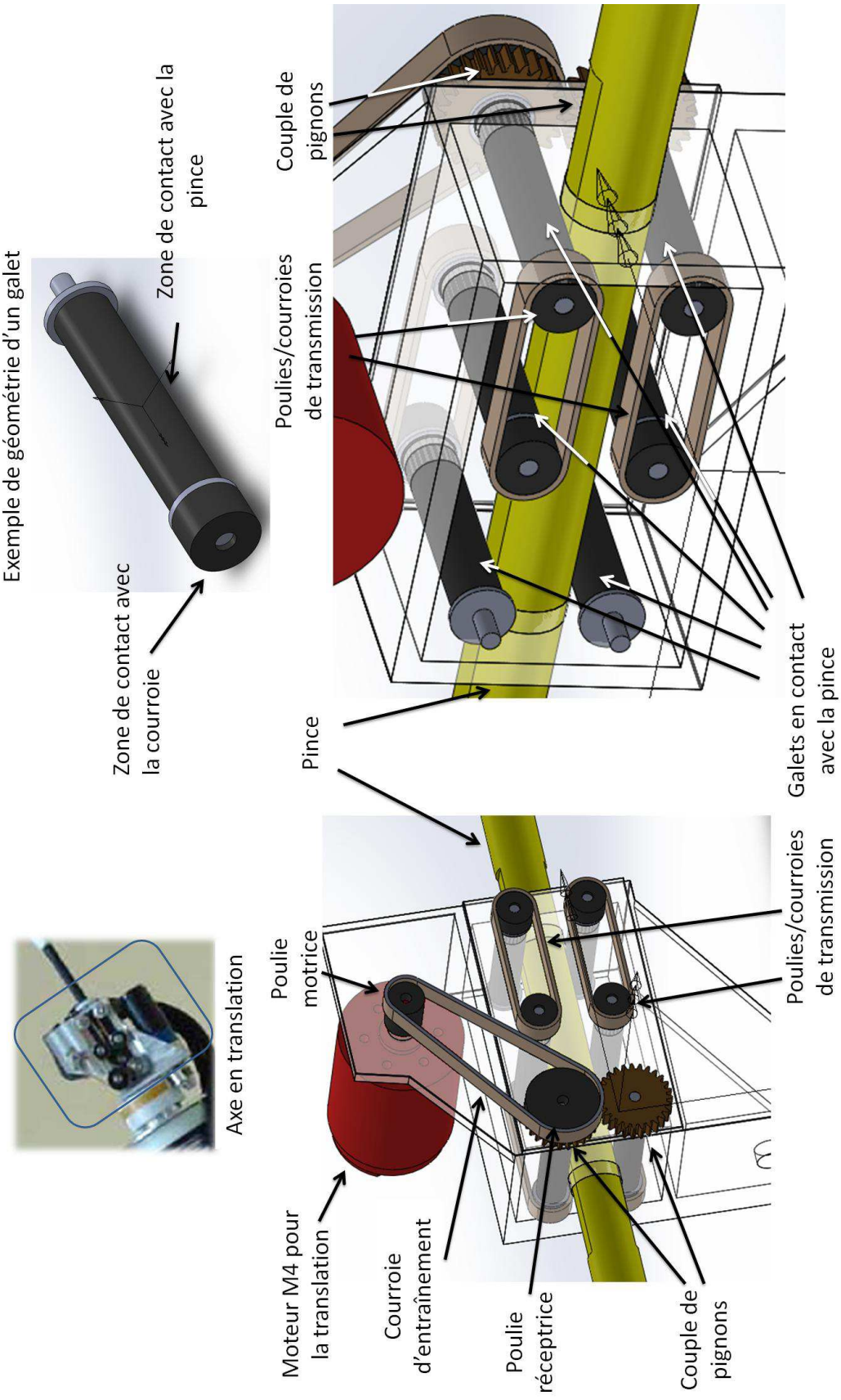
Ordering information

Encoder	number of channels	lines per revolution
IE2 – 64	2	64
IE2 – 128	2	128
IE2 – 256	2	256
IE2 – 512	2	512
IE2 – 1 024	2	1024

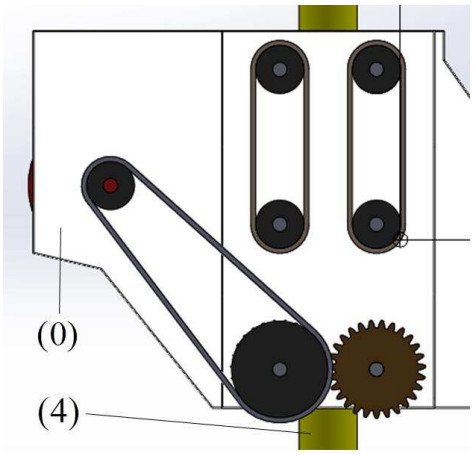
Nombre de voies de détection

Nombre de fentes par tour

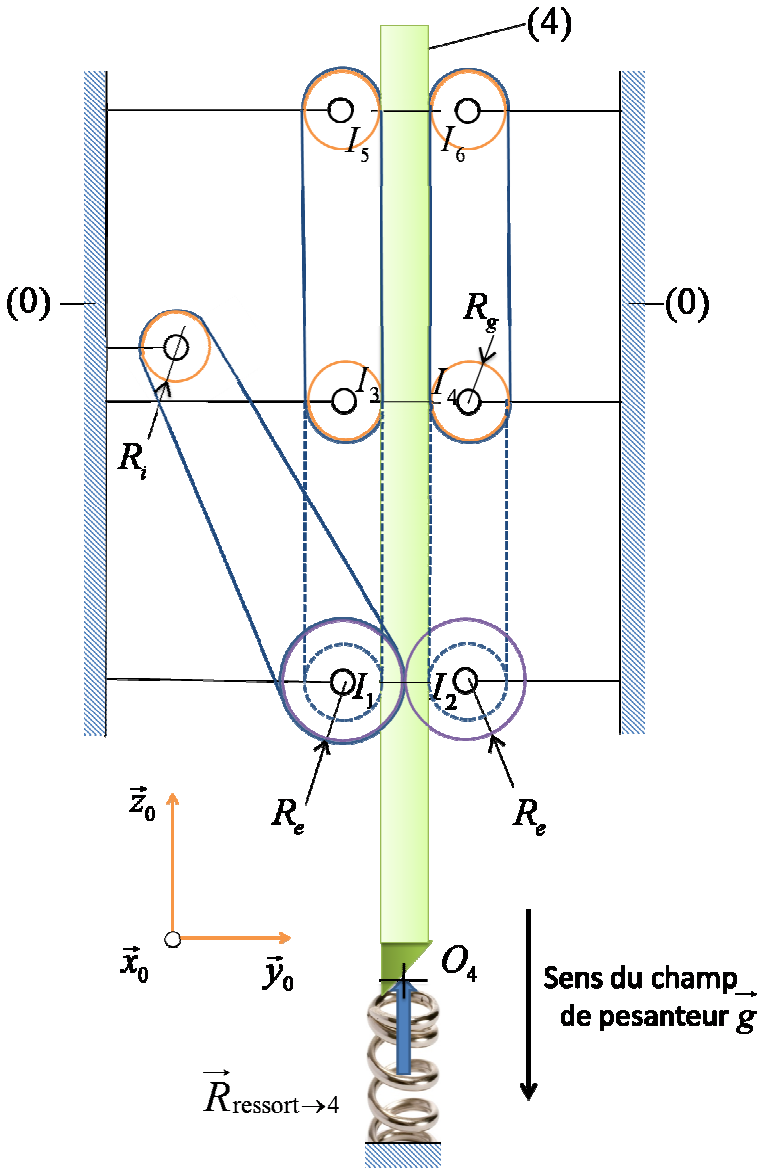
Annexe 5 : Modèle CAO de la transmission d'effort sur la pince (4)



Annexe 6 : Modèle de la transmission d'effort sur la pince (4) pour la définition de la loi de mouvement



Modèle CAO du système de transmission de puissance



Annexe 7 : Modèle simplifié de la transmission d'effort sur la pince (4) pour l'étude de la limitation d'effort

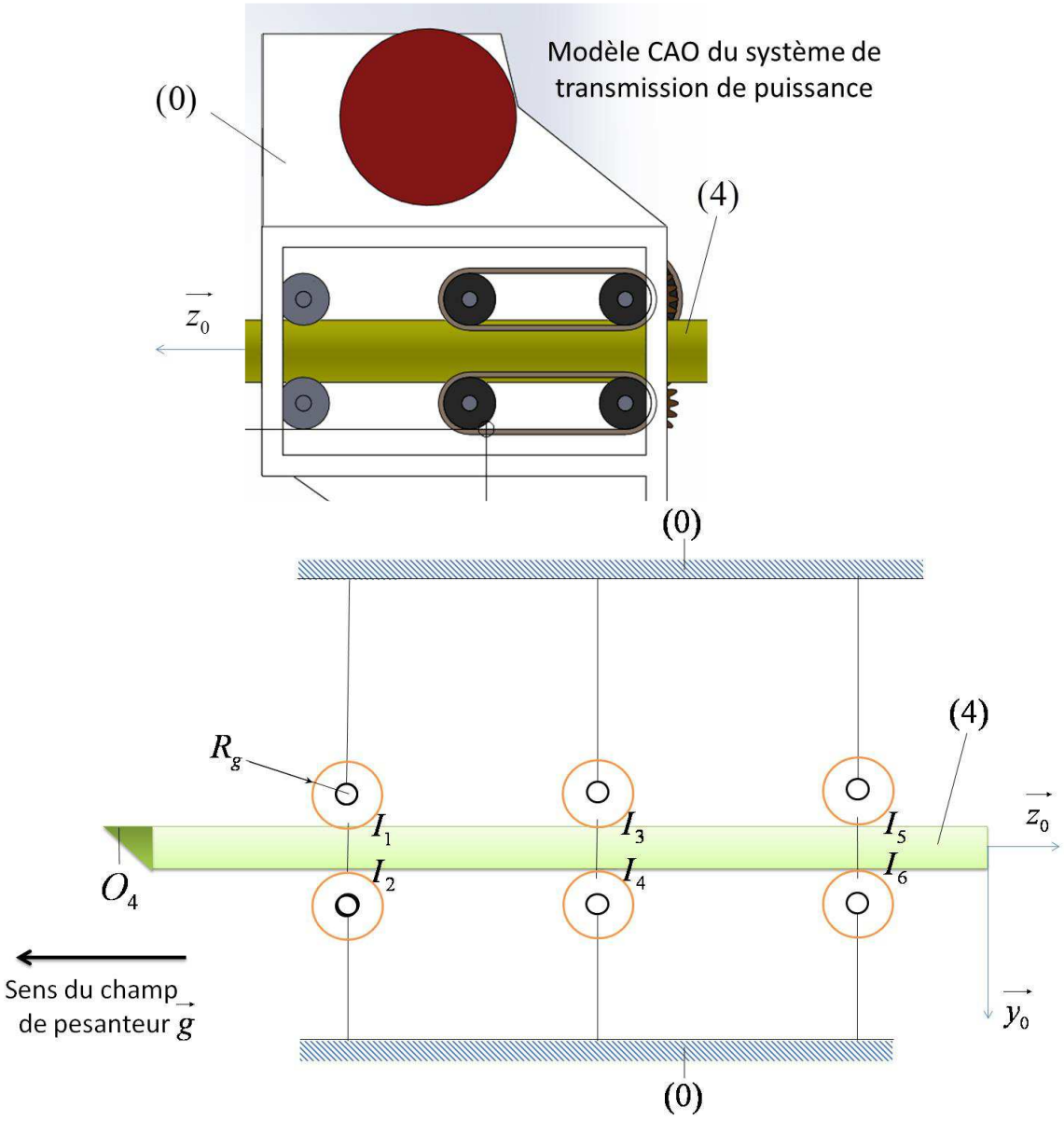
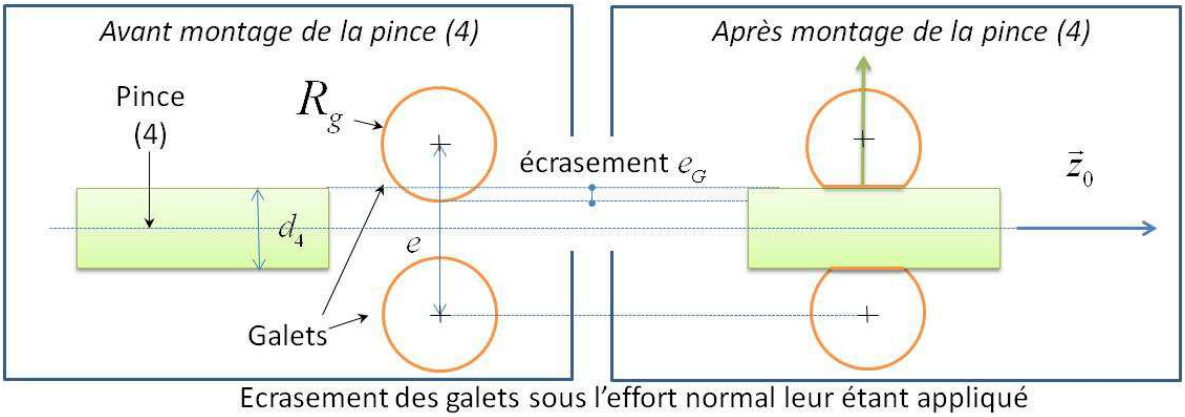


Schéma cinématique simplifié

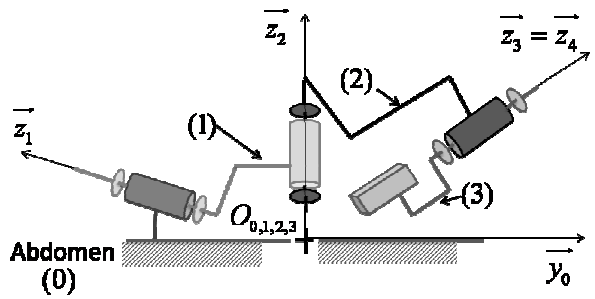


Ecrasement des galets sous l'effort normal leur étant appliqué

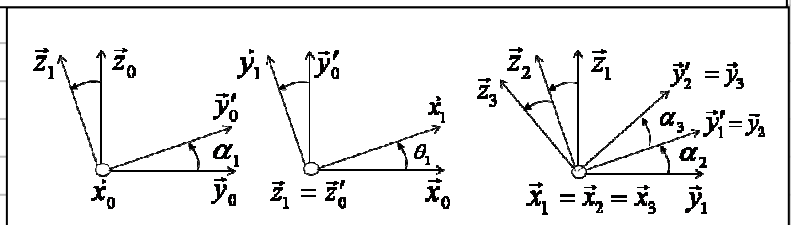
Dans l'espace réponse réservé à chaque partie
<u>le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond</u>.

Question 1 :

Question 2 :



Question 3 :



C_{m01} =

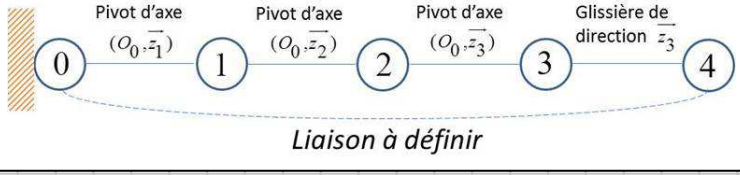
Application numérique :

Question 4 :

Question 5 :

Précision de mesure : Conclusion :

Question 6 :



$m_c =$

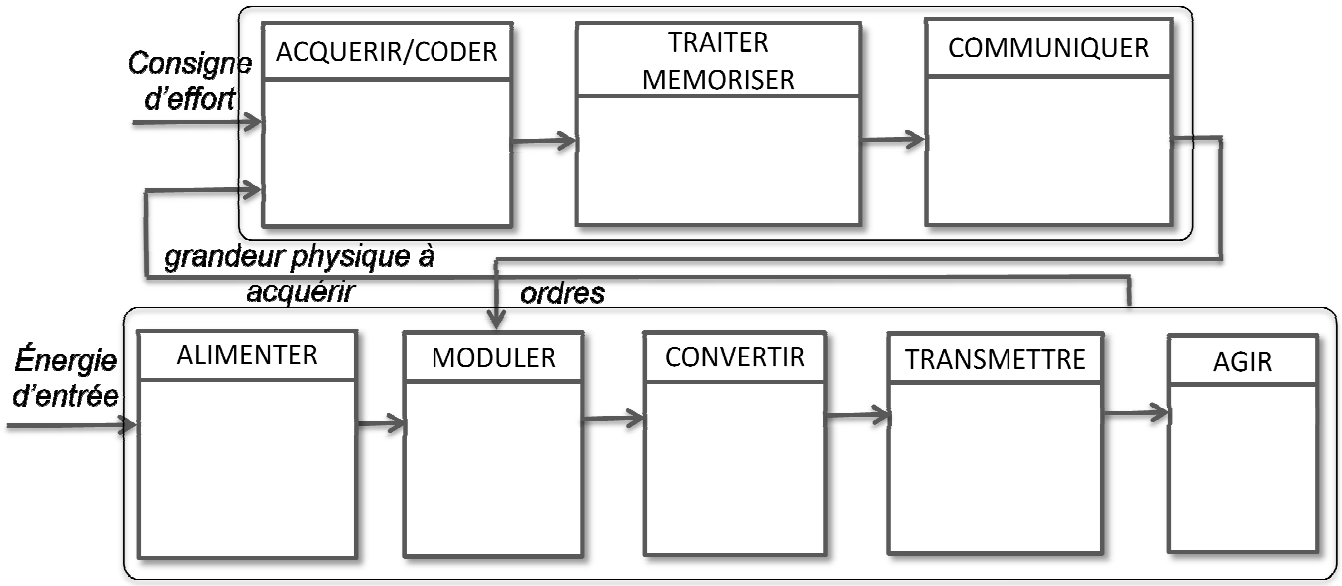
Question 7 :

	Liaison linéaire annulaire	Liaison libre
$m_c =$		
$h =$		
Efforts au point d'insertion ?	*	*
Facilité de montage ?	*	*
Rigidité du robot ?	*	*

* compléter par les mots clés [oui] ou [non]

Modélisation la plus proche de la réalité :

Question 8 :



Question 9 :

$F_z =$

$F_y =$

Question 10 :

$F_z =$

$F_y =$

Question 11 :

Question 12 :

$v(t) =$

$z(t) =$

Question 13 :

$J =$

Question 14 :

Question 15 :

$C_e(t) =$

Question 16 :

$H_1(p) =$

$H_2(p) =$

$H_3(p) =$

Question 17 :

$H_{BF}(p) =$

Question 18 :

$B =$

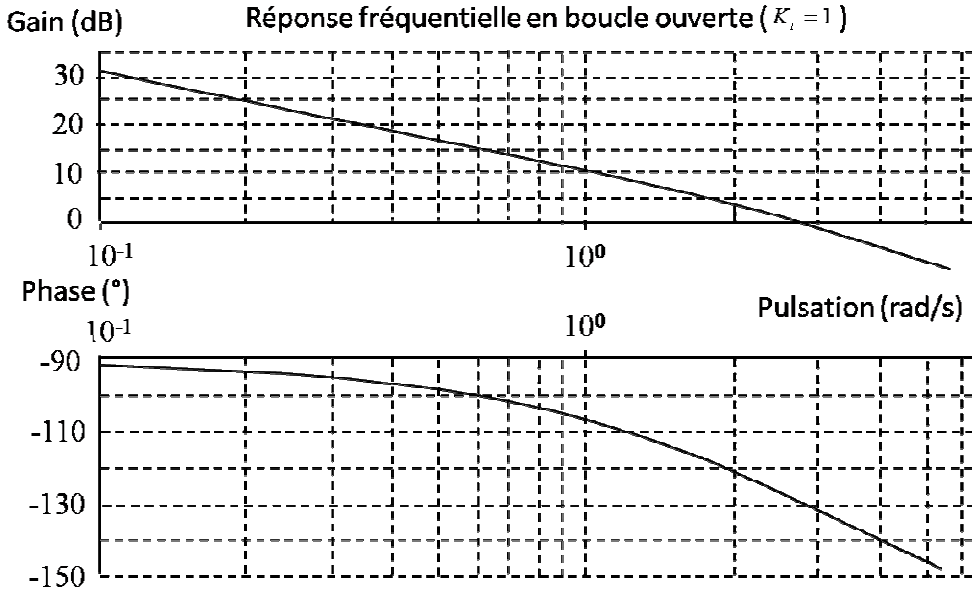
$\tau =$

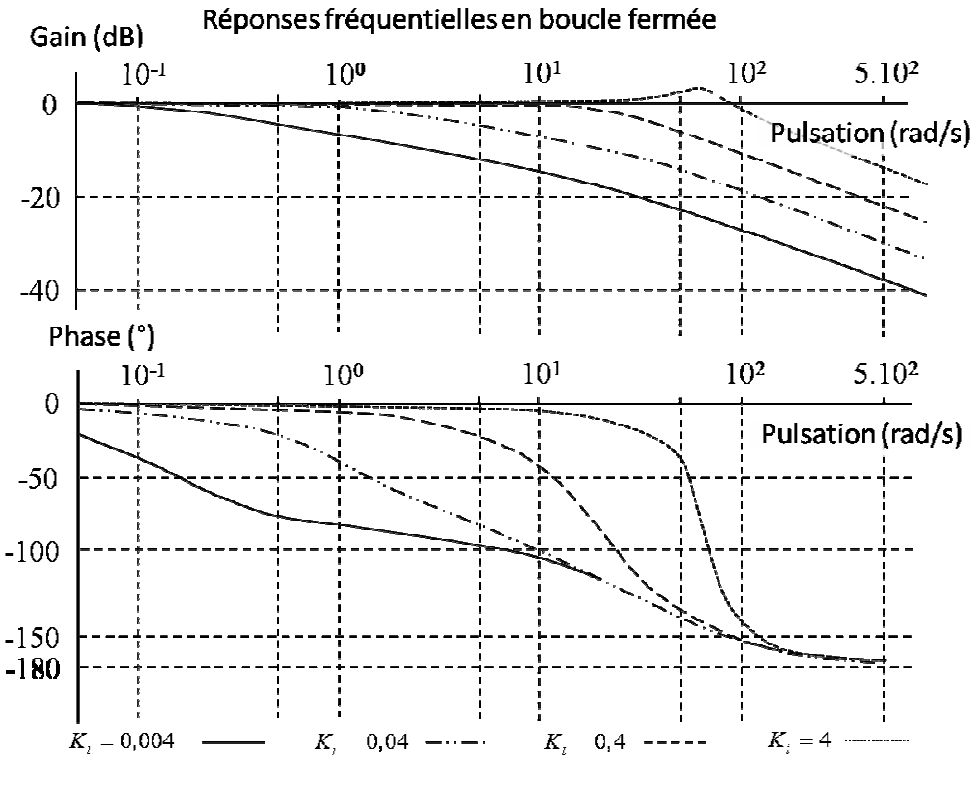
Question 19 :

Question 20 :

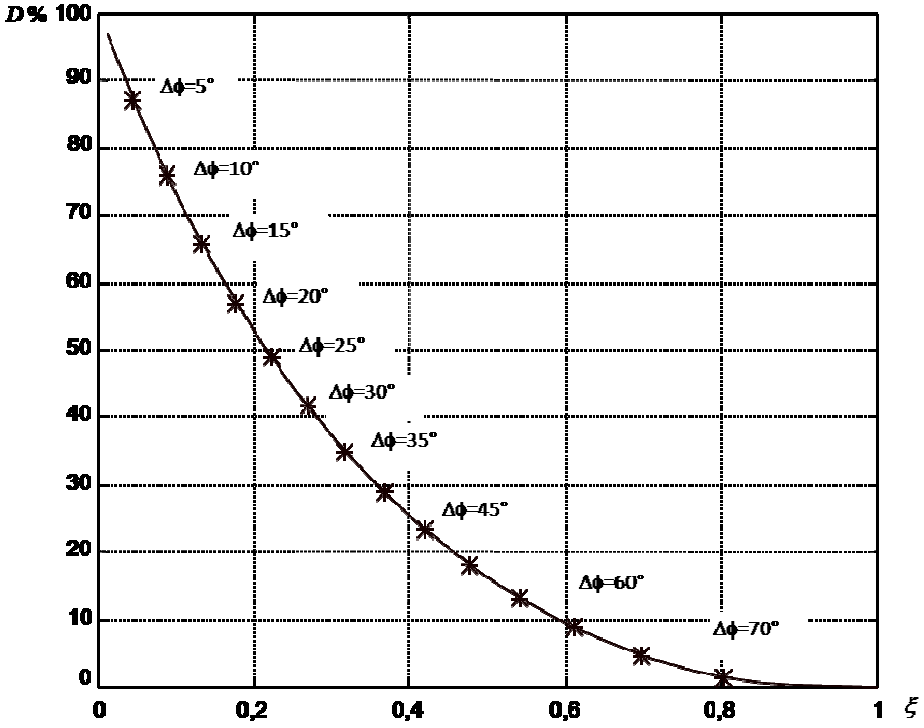
$T_i =$

Question 21 :

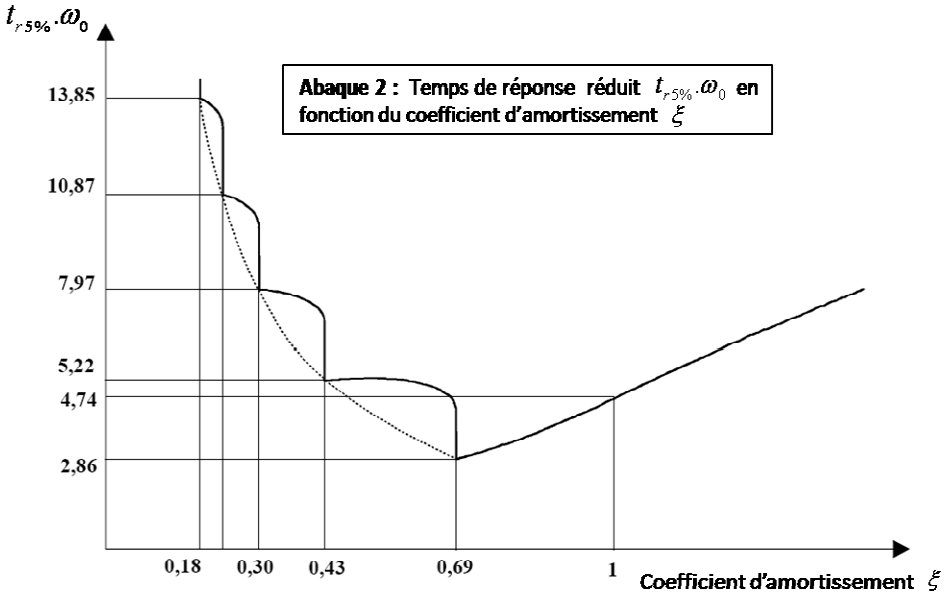

Réponse fréquentielle en boucle ouverte ($K_1 = 1$)
Gain (dB)
30
20
10
0
10^{-1}
10^{0}
Phase (°)
Pulsation (rad/s)
10^{-1}
10^{0}
-90
-110
-130
-150


Réponses fréquentielles en boucle fermée
Gain (dB)
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
5.10^{2}
0
-20
-40
Pulsation (rad/s)
Phase (°)
0
-50
-100
-150
-180
Pulsation (rad/s)
$K_1 = 0{,}004$
K_1 0,04
K_1 0,4
$K_1 = 4$

Abaque 1 : Premier dépassement $D\%$ en régime indiciel en boucle fermée pour un système du second ordre en fonction du coefficient d''amortissement ξ (sur la courbe figure la marge de phase en boucle ouverte $\Delta\phi$ en astérisque)



Abaque 2 : Temps de réponse réduit $t_{r5\%}.\omega_0$ en fonction du coefficient d'amortissement ξ

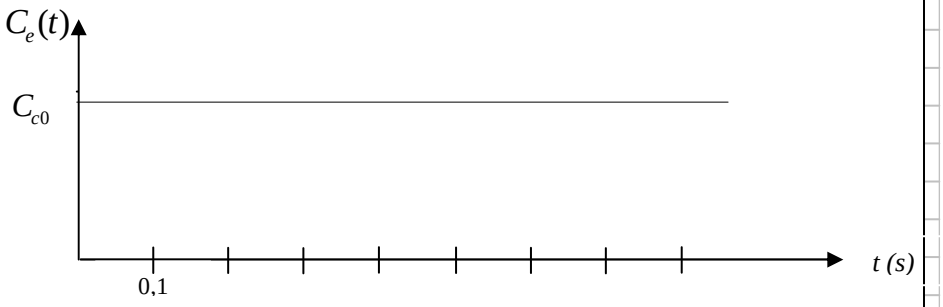


$K_i =$

Question 22 :

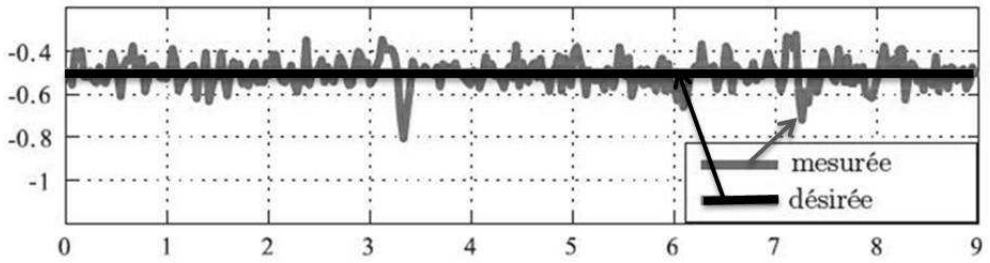
Critère	Valeur
Marges de stabilité	
Dépassement	
Tr5%	
Erreur statique en réponse à un échelon	

Allure de la réponse indicielle :

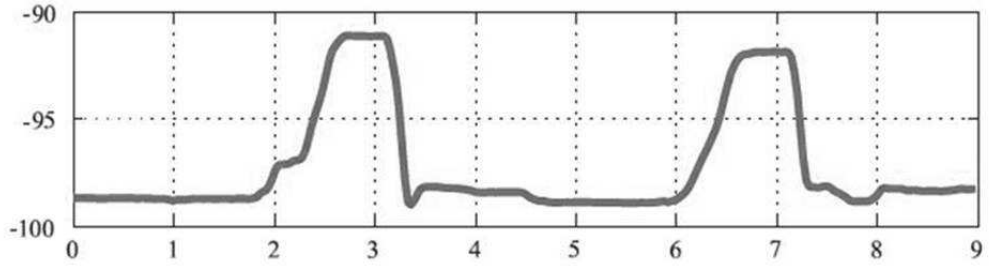


Question 23 :

Question 24 :



(a) Force de contact $\bar{R}_{ext \to A}$ mesurée et désirée



(b) Position z (mm) de l'instrument (4)

Question 25 :

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/psi