Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2020, filière PSI

Physique 2

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : la lévitation grâce à une onde sonore
- Partie II : alimentation du transducteur

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/psi/2020/physique2

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A2020 – PHYSIQUE II PSI

ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS, CHIMIE PARISTECH.

Concours Centrale-Supélec (Cycle International),
Concours Mines-Télécom, Concours Commun TPE/EIVP.

CONCOURS 2020

DEUXIÈME ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :

PHYSIQUE II - PSI

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

La lévitation acoustique

La lévitation acoustique consiste à maintenir de la matière en suspension au sein d'un milieu fluide ambiant, l'air par exemple, en opposant au poids de l'objet lévitant la force résultant de la pression de radiation d'ondes sonores intenses. La possibilité de mettre en lévitation des échantillons solides ou liquides, de faible masse, est maintenant bien établie, et des avancées récentes laissent entrevoir des applications concrètes de ce procédé.
En 2013, une équipe de chercheurs suisses [1] a mis au point un dispositif de lévitation acoustique permettant un transport *contrôlé* de petits objets. Ils sont ainsi parvenus à mélanger une goutelette d'eau et un granulé de café soluble. Cette expérience *a priori* ludique recèle en réalité des applications technologiques et industrielles extrêmement précieuses, telle que le contrôle de certains procédés chimiques ou biologiques.
En 2015, c'est une équipe de recherche sud-américaine [2] qui a mis au point un dispositif de lévitation acoustique permettant de transporter des objets avec une grande *stabilité* donc sans aucun risque d'en perdre le contrôle mécanique, ce qui intéresse particulièrement les secteurs sensibles du nucléaire et de la chimie, où la dangerosité de la matière transportée impose de prendre en compte les risques inhérents aux chocs ou à la dissémination.

Ce problème aborde le principe de la lévitation acoustique de manière simplifiée. Il comporte 2 parties largement indépendantes : la première modélise le phénomène de lévitation acoustique, alors que la seconde présente un dispositif de conversion d'énergie pouvant alimenter le transducteur générant les ondes sonores.

Les vecteurs seront surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires ($\widehat{e}$) et d'une flèche dans le cas général ($\vec{a}$). Ainsi dans l'espace cartésien on notera $\vec{a} = a_x\widehat{e}_x + a_y\widehat{e}_y + a_z\widehat{e}_z$. À l'exception de j, tel que $j^2 = -1$, les nombres complexes seront soulignés.

Dans tout le problème, **exprimer** signifie donner l'expression littérale et **calculer** signifie donner la valeur numérique avec deux chiffres significatifs.

I. — La lévitation grâce à une onde sonore

Le dispositif de lévitation acoustique est présenté et modélisé sur la figure 1.
Un transducteur, de surface $S = 10\,\text{cm}^2$, est en vibration au voisinage de la hauteur h à la vitesse $\vec{u}_m(t) = U_m \sin(\omega\, t)\widehat{e}_z$ avec $U_m = 10\,\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$. Il génère une onde sonore de fréquence $f =$ 20 kHz supposée plane, harmonique, et progressive selon la verticale descendante. Cette onde est *totalement* réfléchie par une paroi fixe placée en $z = 0$.

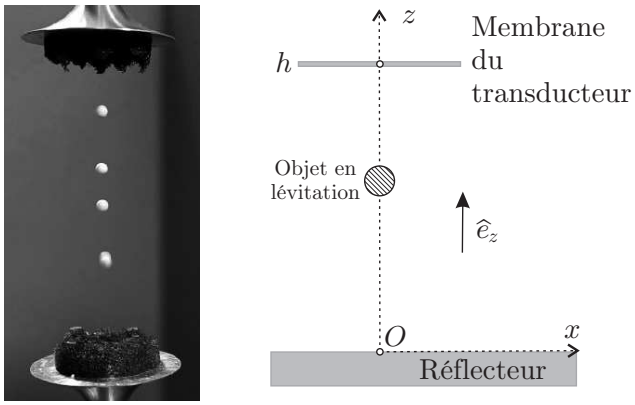


FIGURE 1 – À gauche : lévitation acoustique de particules de polystyrène expansé. À droite : schéma de principe du dispositif de lévitation acoustique.

Le milieu de propagation est de l'air, supposé homogène et compressible. Il est caractérisé au repos (en l'absence d'onde sonore) par une masse volumique $\mu_0 = 1{,}2\,\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ uniforme. Les champs de température et pression sont eux aussi stationnaires ; la température T_0 étant en outre uniforme alors que la pression est une fonction de z soit $P_0 = P_0(z)$.

1. D. Foresti, M. Nabavi, M. Klingauf, A. Ferrari and D. Poulikakos, « Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air », *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A*, vol. 110 no. 31, Janvier 2013, 12549 - 12554

2. M. A. B. Andrade, N. Pérez, J. C. Adamowski, « Particle manipulation by a non-resonant acoustic levitator », *Appl. Phys. Lett.*, 106, 014101, Janvier 2015

On suppose que la propagation est unidimensionnelle, de célérité $c = 3{,}4 \times 10^2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ dans le milieu. Dans l'approximation acoustique, les champs de pression, masse volumique, et vitesse sont alors décrits respectivement par :

$$\left\{\begin{array}{lcccl} P(z,t) & = & P_0(z) & + & p_1(z,t) \\ \mu(z,t) & = & \mu_0 & + & \mu_1(z,t) \\ \vec{v}(z,t) & = & & & v_1(z,t)\,\widehat{e}_z \end{array}\right.$$

Les termes p_1 et μ_1 sont perturbatifs : pour toutes les valeurs de t et de z concernées on a donc $|p_1| \ll |P_0|$ et $|\mu_1| \ll |\mu_0|$. L'évolution du fluide mis en mouvement par l'onde sonore est supposée adiabatique et réversible. Le coefficient de compressibilité isentropique sera noté χ_S et assimilé à une constante.

❏ **1** — Rappeler les hypothèses de l'approximation acoustique. Sauf mention contraire, on suppose ces hypothèses vérifiées par la suite.

❏ **2** — On considère une particule fluide, de volume $\mathrm{d}\tau$, mise en mouvement par le passage de l'onde sonore. Montrer que, dans l'approximation acoustique, son accélération peut s'écrire $\vec{a} = \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t}$.

❏ **3** — Écrire, en projection sur $\widehat{e}_z$, l'équation aux dérivées partielles obtenue en appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une particule de fluide de volume $\mathrm{d}\tau$ et de masse $\mu_0 \mathrm{d}\tau$. Que donne cette relation si la particule est au repos ? Compte-tenu de cette seconde relation, déterminer finalement une équation aux dérivées partielles reliant les seules grandeurs μ_0, v_1 et p_1.

❏ **4** — Donner les expressions linéarisées des relations locales traduisant, d'une part la conservation de la masse, et d'autre part le caractère isentropique de l'évolution du fluide sous l'effet de l'onde acoustique.

❏ **5** — Montrer que le champ des vitesses $v_1(z,t)$ vérifie une équation de propagation de la forme

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = 0$$

Quel est le nom de cette équation ? Exprimer c en fonction des paramètres pertinents.

❏ **6** — On note λ la longueur d'onde associée au phénomène propagatif décrit à la question précédente. On suppose que les transferts thermiques dans le milieu sont de type diffusif. On note $\kappa = 3{,}0\times10^{-2}\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ la conductivité thermique de l'air et $c_p = 1{,}0\times10^3\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$ sa capacité thermique massique à pression constante. Par un raisonnement en ordre de grandeur, montrer que l'hypothèse d'adiabaticité n'est valide que si la fréquence f de l'onde est inférieure à une valeur $f_{\max}$ que l'on exprimera, en fonction de κ, μ_0, c_p et c. Qu'en est-il dans le cadre de cette expérience ?

❏ **7** — On note $z_m(t)$ la position de la membrane du transducteur au voisinage de h. Exprimer puis calculer l'amplitude Z_m de vibration de $z_m(t)$. On pourra prendre $(4\pi)^{-1} = 8{,}0 \times 10^{-2}$.

❏ **8** — On s'intéresse à l'onde sonore résultante entre le transducteur et le réflecteur. Justifier la condition aux limites

$$u_m(t) \approx v_1(h,t)$$

❏ **9** — Déterminer complètement la vitesse $v_1(z,t)$ dans l'espace $0 \leq z \leq h$ et exprimer son amplitude maximale V_1 en fonction de U_m, h, ω et c.

❏ **10** — Déterminer les positions spatiales des maxima de vitesse en fonction de λ et d'un entier n. Commenter ce résultat. Montrer que l'amplitude V_1 des maxima diverge pour certaines pulsations ω_n. En pratique, quels phénomènes limitent la valeur de V_1 ?

❏ **11** — Exprimer la surpression $p_1(z,t)$ associée à $\vec{v}_1(z,t)$. On considère une bille, de rayon $a \ll \lambda$ et donc assimilable à un volume élémentaire sans influence sur la propagation de l'onde acoustique. Déterminer la résultante $\vec{F}$ des forces de pression s'exerçant sur la bille, ainsi que sa moyenne temporelle $\left\langle \vec{F} \right\rangle$. Le modèle étudié jusqu'à présent permet-il d'interpréter la lévitation de cette bille ?

❏ **12** — On règle dorénavant la valeur de h de manière à obtenir $V_1 = 50\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Pourquoi n'est-il plus possible de se placer dans l'approximation acoustique ?

On pose maintenant :

$$\begin{cases} P(z,t) = & P_0(z) + p_1(z,t) + p_2(z,t) \\ v(z,t) = & \qquad\quad v_1(z,t) + v_2(z,t) \end{cases}$$

où les termes d'indice 0 sont les grandeurs constantes au repos (en l'absence d'onde sonore), les termes d'indice 1 sont les solutions étudiées précédemment et les termes d'indice 2 sont des corrections d'ordre 2, résultant des termes non linéaires des équations aux dérivées partielles décrivant le phénomène.

❏ **13** — On admet que la surpression $p_2(z,t)$ est de la forme

$$p_2(z,t) = \frac{1}{4}\mu_0^\ell V_1^q \cos\left(\frac{2\omega\, z}{c}\right) + f(z)\cos(2\omega\, t)$$

où $f(z)$ est une fonction dont il n'est pas nécessaire de connaître l'expression.
Déterminer les valeurs des entiers ℓ et q. Déterminer la moyenne temporelle $\langle F_z \rangle (z)$ de la résultante des forces de pression qui s'exercent sur la bille.

❏ **14** — Montrer, sans les déterminer explicitement, qu'il existe des positions d'équilibre tant que la masse volumique μ_b de la bille reste inférieure à une valeur $\mu_{b,\,\max}$ dont on précisera l'expression. En vous appuyant sur une représentation graphique de la force moyenne $\langle F_z \rangle (z)$, discuter la stabilité des positions d'équilibre.

❏ **15** — Calculer $\mu_{b,\,\max}$ et proposer une estimation de la masse maximale $m_{b,\,\max}$ d'une bille susceptible de léviter avec le dispositif présenté ici. Commenter les valeurs numériques.

❏ **16** — Comme on le voit sur la figure 1 le dispositif permet de faire léviter plusieurs objets. Quelle est la distance qui les sépare ? Exprimer le nombre maximal de ces objets en fonction de λ et h.

❏ **17** — On observe que les objets en lévitation dans ce dispositif ont un petit mouvement d'oscillation de pulsation $\tilde{\omega}$ au voisinage de leurs positions d'équilibre. Déterminer l'expression de $\tilde{\omega}$ en fonction des paramètres du problème.

FIN DE LA PARTIE I

II. — Alimentation du transducteur

Pour générer les ondes sonores requises pour la lévitation acoustique, il est nécessaire d'alimenter le transducteur avec une alimentation alternative sinusoïdale de fréquence ajustable.
On dispose d'une source de tension continue de force électromotrice constante positive E et on utilise le montage de la figure 2 pour effectuer la conversion d'énergie souhaitée.

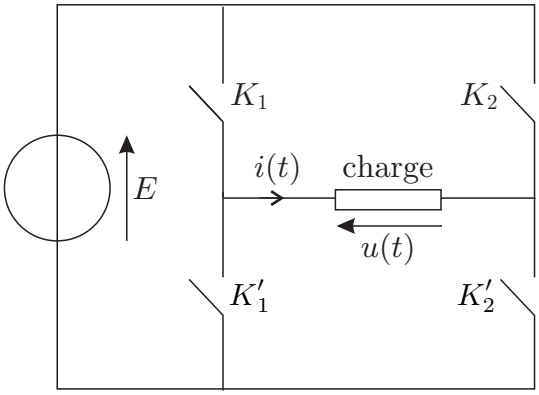


FIGURE 2 – Dispositif de conversion.

❏ **18** — Quel est le nom de ce convertisseur ? Citer deux exemples d'applications importantes de ce type de dispositif.

❏ **19** — Le fonctionnement des interrupteurs permet d'obtenir, aux bornes de la charge, la tension $u(t)$ en forme de créneaux à paliers nuls, représentée sur la figure 3. Présenter, sous la forme d'un tableau, les séquences possibles des états des interrupteurs K_1, K_2, K'_1 et K'_2, dans cet ordre, permettant d'obtenir $u(t)$. Les états ouvert et fermé seront respectivement notés 0 et 1. Sur une période T, la durée totale de fermeture, ou d'ouverture, des chacun des interrupteurs est $T/2$. En justifiant physiquement la réponse, que peut-on dire des états respectifs des interrupteurs de chacun des couples (K_1,K'_1) et (K_2,K'_2).

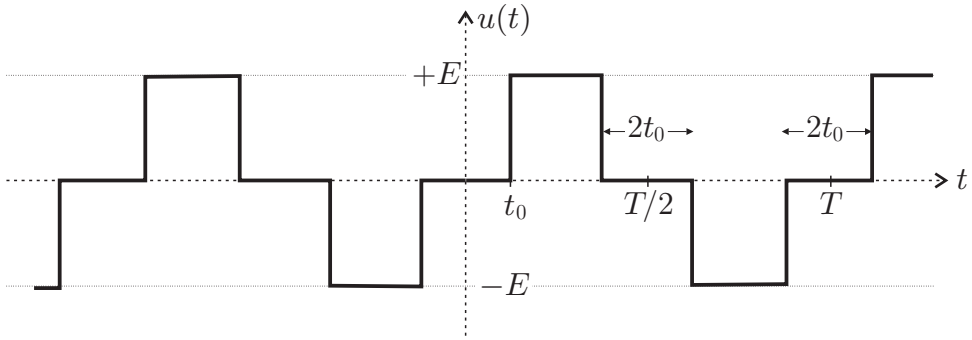


FIGURE 3 – Tension $u(t)$ aux bornes de la charge.

Le developpement en série de Fourier du signal $u(t)$, de période $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, est donnée par

$$u(t) = \sum_{p=0}^{\infty} b_{2p+1} \sin\left[(2p+1)\,\omega t\right] \quad \text{avec} \quad b_{2p+1} = \frac{4E}{(2p+1)\pi} \cos\left[(2p+1)\alpha\right] \quad \text{et} \quad \alpha = 2\pi\frac{t_0}{T}$$

❏ **20** — Expliquer brièvement pourquoi, un choix judicieux de l'origine des temps a permis de simplifier le developpement en série de Fourier $u(t)$. Pour quelle raison peut-on savoir sans calcul que tous les termes b_{2p} avec $p \in \mathbb{N}$ sont nuls ?

Sur la figure 4 ci-dessous, sont représentées, en fonction de t_0, les allures des quatre premiers harmoniques non nuls de $u(t)$ soit $p = 0$,1,2 et 3.

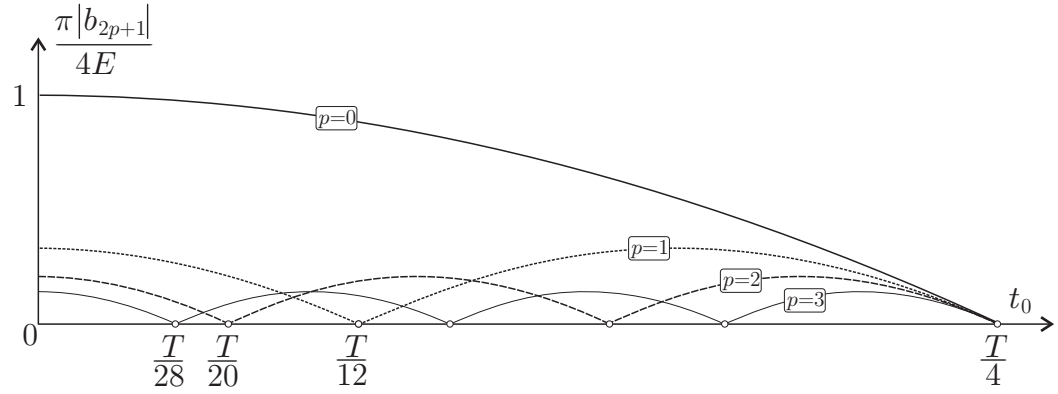


FIGURE 4 – Amplitudes des premiers harmoniques du signal $u(t)$ en fonction de t_0.

❏ **21** — Quelle valeur de t_0 pourrait-on choisir pour que la tension $u(t)$ s'approche au mieux d'un signal sinusoïdal ? Comparer alors les amplitudes de l'harmonique fondamental ($p = 0$) et des deux premiers harmoniques non nuls restants. On commentera le résultat.

❏ **22** — On définit le taux global de distorsion harmonique par

$$\tau = \frac{\sqrt{U^2 - U_f^2}}{U_f}$$

où U est la valeur efficace du signal $u(t)$ et U_f celle du fondamental. Exprimer U et U_f en fonction de E, t_0 et T puis calculer numériquement le taux de distorsion pour la valeur de t_0 choisie à la question **21**. Comparer au cas d'un signal créneau sans palier nul ($t_0 = 0$).

Le taux de distorsion trouvé précédemment est trop élevé pour alimenter convenablement le transducteur et une opération de filtrage est nécessaire afin d'atténuer les harmoniques restantes du signal $u(t)$. Pour ce faire, on installe en série avec la charge supposée purement résistive et de résistance r, un dipôle fortement inductif, modélisé par une bobine idéale non résistive et d'inductance L.

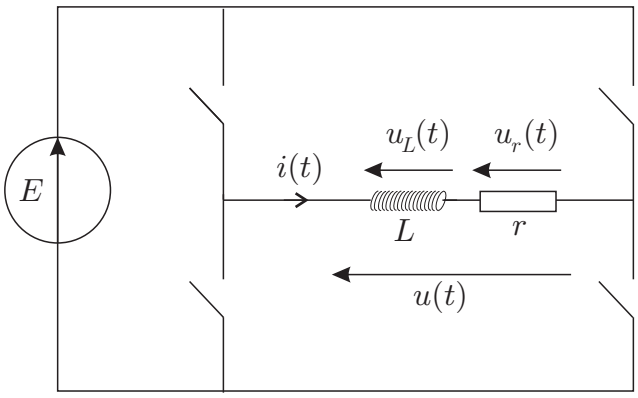


FIGURE 5 – Dispositif de conversion d'énergie et filtrage $r - L$.

❏ **23** — Montrer que la tension $u_r(t)$ est le résultat d'une opération de filtrage dont on précisera la nature et la pulsation de coupure ω_c.

❏ **24** — Déterminer l'expression générale de la tension $u_r(t)$ en fonction des b_{2p+1}, de ω_c et de ω.

❏ **25** — On reprend la valeur de t_0 choisie à la question **21** et on règle la valeur de L de sorte que $\omega_c = \omega$. Comparer les amplitudes du fondamental et des deux premières harmoniques non nulles restantes. En déduire une forme approchée du signal $u_r(t)$ puis représenter son allure en concordance des temps avec le signal $u(t)$.

FIN DE LA PARTIE II

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Propagation d'un signal
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Filtrage linéaire
- Régime sinusoïdal forcé

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/psi