Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2021, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 2 : étude de l'exigence 1.1.1, durée de l'essai
- Partie 3 : étude de l'exigence 3, acquérir les données
- Partie 4 : étude de l'exigence 1.2, déplacement du chariot à vitesse constante

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/psi/2021/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

**Concours Centrale-Supélec (Cycle International),
Concours Mines-Télécom, Concours Commun TPE/EIVP.**

CONCOURS 2021

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

SCIENCES INDUSTRIELLES - PSI

L'énoncé de cette épreuve comporte 15 pages de texte et un fascicule de 4 pages regroupant les annexes de 1 à 7.
Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 16 pages distribué avec le sujet.
Un seul document-réponse est fourni au candidat.
Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.
Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms, numéro d'inscription et signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

Bassin de traction du LHEEA

1 PRÉSENTATION

Le système étudié, nommé bassin de traction, est un des nombreux bassins d'essais du *Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Energétique et Environnement Atmosphérique (LHEEA)* situé à Nantes.

Ce bassin de traction mesure $140\,m$ de long, $5\,m$ de large, et a une profondeur constante de $3\,m$ (Figure 1 et Annexe 3). Il est équipé d'un chariot de traction pouvant se déplacer dans l'une ou l'autre des directions, avec des vitesses atteignant jusqu'à $8\,m.s^{-1}$ (Figure 2). À une extrémité du bassin se trouve un batteur à houle permettant de générer des houles unidirectionnelles régulières de hauteur crête-à-creux maximale de $0{,}5\,m$. A son autre extrémité, une plage d'amortissement sert à faire déferler les vagues pour limiter leur réflexion dans le bassin.



Figure 1 : Bassin de traction

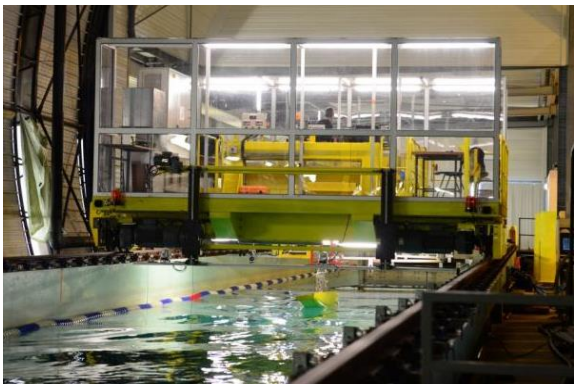


Figure 2 : Chariot de traction

Ce bassin, 2ème plus grand bassin de traction en France et le 1er au niveau académique, permet de mener un certain nombre d'expériences :

- études de navires sur eau calme et sur houle ;
- tests de résistance à l'avancement de navires avec ou sans houle ;
- optimisations de carènes, tenue à la mer de navires ou structures flottantes ;
- tests de technologies en Energies Marines Renouvelables.

Il a par exemple servi aux tests menés sur la nouvelle hydrolienne développée par *Alstom* (Figure 3).

L'industriel a utilisé une maquette de l'hydrolienne sur ce bassin de traction afin d'étudier son comportement pendant la phase de remorquage et, ainsi, vérifier jusqu'à quel état de mer elle pouvait être tractée.

L'analyse fonctionnelle globale de ce bassin est disponible en Annexe 2. Le diagramme des exigences est consultable en Annexe 4.

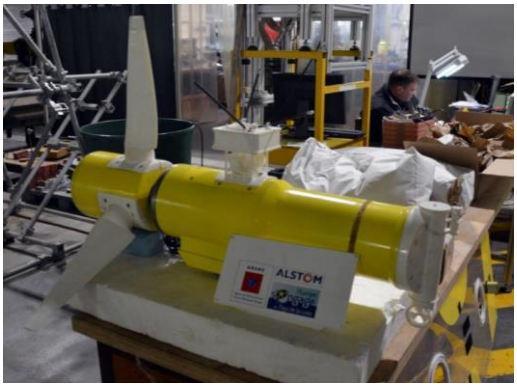


Figure 3 : Maquette de l'Hydrolienne testée par Alstom

2 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 1.1.1 : « DURÉE DE L'ESSAI »

Objectif : *Choisir un matériau pour la bande de roulement de chaque roue en contact avec le rail, afin de permettre des mesures correctes pendant une durée de mesure* t_{acq} *donnée.*

2.1 Détermination de l'accélération minimale

Dans un premier temps, on va déterminer l'accélération minimale nécessaire pour que le chariot puisse se déplacer à une vitesse constante $V_m = 8\,m.s^{-1}$ pendant une durée d'acquisition $t_{acq} = 10\,s$.

Modélisation :

Lors d'un essai, le chariot **(3)** (voir Figure 5) se déplace par rapport au sol **(0)** en translation rectiligne à une vitesse $V_3(t)$ qui suit une loi de vitesse (Figure 4) découpée en 3 phases :

- première phase : accélération $\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$ constante ($\gamma > 0$) jusqu'à atteindre la vitesse terminale souhaitée $V_3(t) = V_m$;
- deuxième phase : vitesse terminale conservée pendant la durée de l'acquisition $t_{acq} = T_2 - T_1$;
- troisième phase : décélération $-\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$ constante ($\gamma > 0$) jusqu'à l'arrêt complet.

Le profil de vitesse adopté est le suivant :

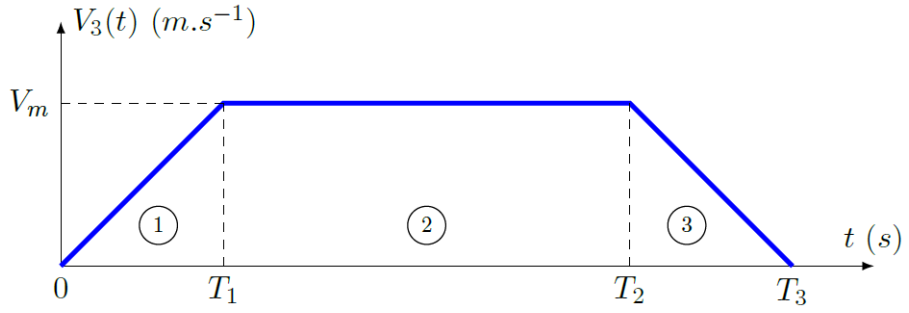


Figure 4 : Profil de vitesse souhaité du chariot

A chaque essai, le chariot part d'une position initiale X_0 et termine sa course à une position finale X_f.

Données :

Pour rappel, la longueur complète du bassin est de $140\,m$. Le chariot doit observer une distance de sécurité à chaque extrémité du bassin. Autrement dit on prendra $X_0 = 10\,m$ et $X_f = 130\,m$.

La vitesse de déplacement du chariot par rapport au sol pendant la deuxième phase sera prise maximale et égale à $V_m = 8\,m.s^{-1}$. La durée de l'acquisition sera prise égale à $t_{acq} = 10\,s$.

Question 1 A partir de la Figure 4, donner l'expression littérale du temps T_1 nécessaire pour avoir $t_{acq} = 10\,s$. En déduire l'expression littérale de l'accélération γ de la première phase en fonction de V_m, t_{acq}, X_0 et X_f. Faire l'application numérique.

2.2 Dimensionnement de la motorisation

Dans cette partie, on va dimensionner la motorisation en déterminant notamment le couple à fournir afin de satisfaire l'exigence 1.1.1.

Modélisation :

Le chariot est composé (comme l'indique le Diagramme de Définition de Blocs en Annexe 5) de quatre roues motrices et de quatre roues libres en rotation. Pour des raisons de symétrie, on ne considère qu'une moitié du chariot. On fait alors l'hypothèse de **problème plan**, dans le plan $(G_3, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$. Il ne reste alors que deux roues motrices et deux roues libres en rotation (comme l'illustre le schéma cinématique complet en Annexe 6).

Pour les questions 2 à 9, et par souci de simplification, **on fera l'étude à partir du schéma cinématique simplifié de la Figure 5** où seules les deux roues motrices ont été conservées.

Schéma de principe :

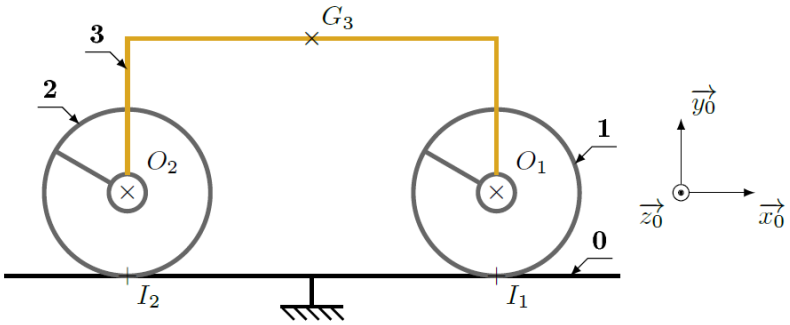


Figure 5 : Modélisation plane simplifiée du chariot (moteurs et réducteurs non représentés)

Chaine de puissance :

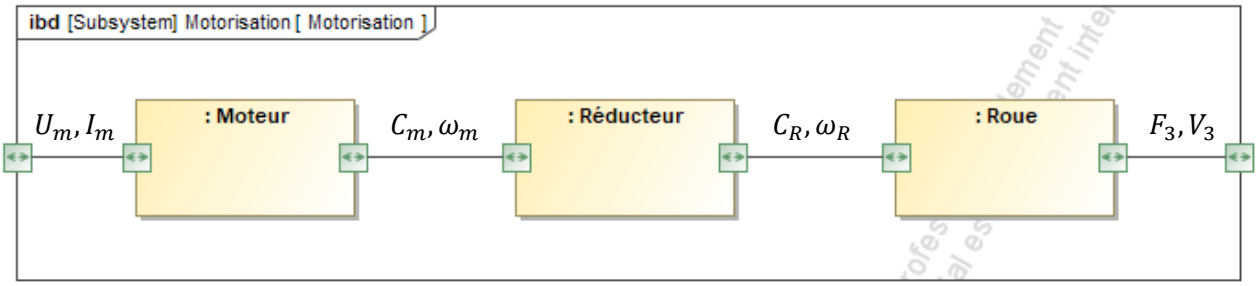


Figure 6 : Chaine de puissance de la motorisation pour une roue

Données et notations :

- La plateforme **(3)** a pour centre de gravité le point G_3 et pour masse m_3.
- Le mouvement de la plateforme sera défini par la vitesse $\overrightarrow{V_{G_3 \in 3/0}} = V_3.\overrightarrow{x_0}$ et par l'accélération $\overrightarrow{\Gamma_{G_3 \in 3/0}} = \gamma.\overrightarrow{x_0}$
- Le point O_1 est le centre d'inertie de la roue motrice avant **(1)**, le point O_2 est celui de la roue motrice arrière **(2)**. Chaque roue motrice possède une masse m_R et un moment d'inertie J_R par rapport à son axe de rotation dans son mouvement par rapport à **(3)**. Le rayon de chaque roue motrice est R.

- On définit les 2 grandeurs cinématiques suivantes : ω_m vitesse de rotation du rotor du moteur par rapport à **(3)** et ω_R vitesse de rotation des roues **(1)** et **(2)** par rapport à **(3)**. Le moteur est alimenté en puissance électrique caractérisée par le courant I_m parcourant le moteur et par la tension U_m aux bornes de son induit.
- Au niveau de chaque roue, le réducteur (non représenté sur la Figure 5) positionné entre le moteur et la roue motrice possède un rapport de réduction noté k vérifiant $\omega_R = k.\omega_m$.

- $\overrightarrow{O_1G_3} = -L.\overrightarrow{x_0} + H.\overrightarrow{y_0}$
- $\overrightarrow{O_2G_3} = L.\overrightarrow{x_0} + H.\overrightarrow{y_0}$
- $H = 1\ m$
- $R = 0{,}25\ m$
- $L = 2\ m$

- $m_3 = 6000\ kg$
- $m_R = 200\ kg$
- $J_R = 20\ kg.m^2$
- $k = \frac{1}{25}$
- $g = -g.\overrightarrow{y_0}$ avec $g = 10\ m.s^{-2}$

Hypothèses :

- Les contacts entre les roues et le rail seront considérés avec frottement (le facteur de frottement est noté f et on néglige la résistance au roulement), et on fait l'hypothèse de roulement sans glissement au niveau de ces contacts.
- Toutes les autres liaisons seront supposées parfaites. On supposera aussi que le réducteur est de rendement énergétique unitaire.
- Les actions mécaniques résistant à l'avancement et dues à l'action de l'air sur le chariot et à l'action de l'eau sur la maquette seront négligées par rapport aux effets dynamiques.
- Les masses et moments d'inertie des moteurs et des réducteurs seront négligés.
- Le sol du laboratoire **(0)** sera pris comme un référentiel galiléen de base $b_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$.

Modélisation des actions mécaniques et notations retenues :

- Pour toutes les actions mécaniques inconnues qu'il sera pertinent de définir, on utilisera la notation suivante (écriture avec problème plan) :

$$\{T_{i\to j}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{i\to j}} \\ \overrightarrow{M_{K,i\to j}} \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} X_{ij} & - \\ Y_{ij} & - \\ - & N_{ij} \end{Bmatrix}_{K,b_0}$$

- Pour la motorisation des roues **(1)** et **(2)**, les actions respectives du rotor du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur seront modélisées par :

$$\{T_{mot_1\to red_1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_{O_1} \qquad \{T_{mot_2\to red_2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_{O_2}$$

- De la même manière, les actions respectives de l'arbre de sortie du réducteur sur la roue seront modélisées par :

$$\{T_{red_1\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_R.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_{O_1} \qquad \{T_{red_2\to 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_R.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_{O_2}$$

- Les réducteurs étant considérés parfaits, on admettra que : $C_m = k.C_R$

On isole l'ensemble du chariot **(Σ)**=**(1)**∪**(2)**∪**(3)**∪**(moto-réducteurs)**.

Question 2 Exprimer V_3 en fonction de ω_R. Déterminer l'énergie cinétique $E_C(\Sigma/0)$ de l'ensemble isolé par rapport à **(0)** (on écrira le résultat en fonction de V_3). En déduire la masse équivalente M_{eq}, ramenée sur **(3),** de l'ensemble isolé, telle que $E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2}.M_{eq}V_3^2$.

Question 3 Lister l'ensemble des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures, et donner leur expression en fonction de V_3 et des paramètres du modèle. Reproduire la démarche avec la puissance des actions mécaniques intérieures.

Question 4 Appliquer le Théorème de l'Énergie Cinétique (Énergie Puissance) pour déterminer l'expression du couple moteur C_m au niveau de chaque moteur permettant d'assurer l'accélération γ nécessaire.

2.3 Détermination du facteur de frottement minimal

Afin d'éviter un phénomène de glissement entre les roues motrices et le rail au moment où l'accélération est maximale (phase 1, Figure 4), il est nécessaire de déterminer le facteur de frottement minimal entre le rail et les roues. On pourra ainsi valider l'hypothèse de roulement sans glissement.

Question 5 Donner l'expression du moment dynamique de la roue avant **(1)** au point O_1 dans son mouvement par rapport au sol **(0) en fonction de** $\frac{d\omega_R(t)}{dt}$. Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures agissant sur **(1)** (donner l'expression de chaque torseur).

Question 6 On isole la roue avant **(1)**. Écrire le théorème du moment dynamique appliqué à la roue **(1)** au point O_1 projeté sur $\overrightarrow{z_0}$, puis en déduire l'expression littérale de la composante X_{01} (de l'action du sol **(0)** sur la roue **(1)**) en fonction **uniquement** de l'accélération γ et des masses. Donner alors, sans faire le calcul, l'expression littérale de la composante X_{02} de l'action du sol **(0)** sur la roue **(2)**.

Question 7 On isole l'ensemble du chariot **(Σ)=(1)**∪**(2)**∪**(3)**∪**(moto-réducteurs)**. Proposer le théorème utilisé (T.R.D. ou T.M.D., la projection, éventuellement le point) permettant de déterminer la composante Y_{01}. Donner l'expression de la composante du torseur dynamique correspondant en fonction de γ, des différentes masses et/ou inerties ainsi que des grandeurs géométriques.

Question 8 Proposer uniquement la démarche (isolement(s), inventaire des actions mécaniques, théorème(s) utilisé(s)) permettant ensuite de déterminer la composante Y_{02} de l'action du sol **(0)** sur la roue **(2)**.

Une application numérique a permis de déterminer, sous les hypothèses fournies précédemment, la valeur minimale pour assurer le non-glissement du facteur de frottement noté f_1 au niveau de la roue motrice avant **(1)** puis celle du facteur de frottement noté f_2 au niveau de la roue motrice arrière **(2)** : $f_1 = 0{,}177$ et $f_2 = 0{,}146$.

Question 9 Dans un premier temps, en se basant sur les lois de Coulomb, indiquer la démarche qui a été mise en œuvre pour déterminer les valeurs minimales de f_1 et f_2.

En réalité, le chariot ne possède pas uniquement quatre roues motrices (deux de chaque côté), mais deux bogies constitués chacun de deux roues motrices et de deux roues libres en rotation (Annexe 6). La présence d'une roue libre en rotation sur chaque côté d'un bogie permet de soulager environ de moitié l'effort normal sur chaque roue motrice, tandis que l'effort tangentiel sur chaque roue motrice reste identique.

Le rail sur lequel les roues roulent sans glisser est en acier. On souhaite utiliser le même matériau pour toutes les roues (avant comme arrière, motrices comme libres).

On adoptera un coefficient de sécurité $s = 2$ afin de garantir la pertinence des résultats en tenant compte des hypothèses simplificatrices adoptées lors de la modélisation.

Question 10 A partir des indications fournies, proposer une valeur du facteur de frottement à retenir et justifier. Enfin, à partir du Tableau 1 ci-dessous, proposer un choix de bandage (matériau de chaque roue) qui permette d'éviter le glissement en phase d'accélération, pour ainsi respecter l'exigence 1.1.1.

Matériau 1	Matériau 2	Facteur de frottement sec
Acier	Téflon	0,05
Acier	Acier (sec)	0,2
Acier	PVC	0,5
Acier	Caoutchouc	1 à 4

Tableau 1 : Facteur de frottement en fonction du couple de matériaux - contact sec

3 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 3 : « ACQUÉRIR LES DONNÉES »

Objectif : *Déterminer l'ensemble des composantes du torseur des actions mécaniques de l'eau agissant sur la maquette en déplacement à vitesse stabilisée.*

3.1 Principe de la mesure de l'action de l'eau sur la maquette

La maquette de bateau à étudier et le mât métallique de support forment l'ensemble **(5)**. Cet ensemble est lié à la plateforme **(3)** par l'intermédiaire du solide **(4)** et de 6 barres **(B_1)**, **(B_2)**, …, **(B_6)** dotées chacune d'un capteur dynamométrique (voir Figure 7 ci-dessous ainsi que les photos en Annexe 7).

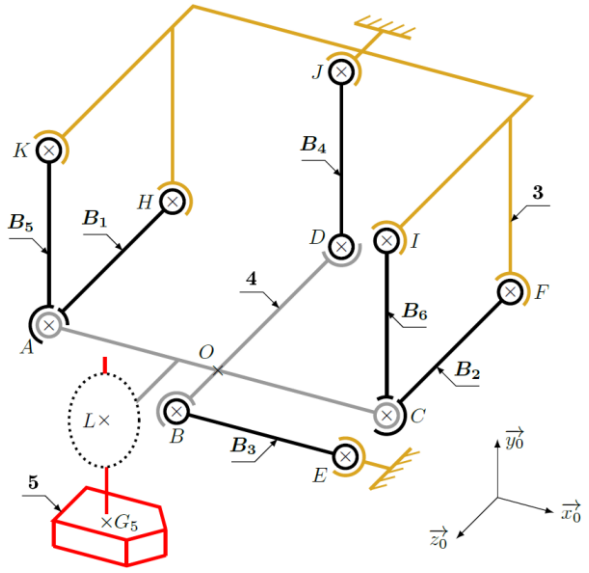


Figure 7 : Schéma cinématique 3D du dispositif de mesure

Données et hypothèses :

- $OA = OC = OD = a$
- $OB = d$
- $\overrightarrow{OL} = -e.\overrightarrow{x_0} + f.\overrightarrow{z_0}$
- $\overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t).\overrightarrow{y_0}$
- Toutes les barres **(B_i)** ont la même longueur a, et on considèrera leur masse négligeable.
- m_4 est la masse du solide **(4)**, de centre d'inertie O.

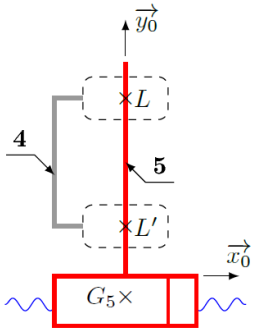
Les liaisons représentées en A et en C sont constituées chacune de 2 liaisons sphériques concentriques ($\mathcal{L}_{B_1/4}$ et $\mathcal{L}_{B_5/4}$ sphériques en A, et $\mathcal{L}_{B_2/4}$ et $\mathcal{L}_{B_6/4}$ sphériques en C).

Dans toute la partie 3, **on considèrera la plateforme (3) immobile**.

La fonction principale de ce dispositif est de mesurer les actions mécaniques qu'exerce l'eau sur la maquette de bateau. On cherche donc à mesurer à tout instant $\{T_{eau\to5}\}$ au point G_5, centre d'inertie de l'ensemble **(5)**.

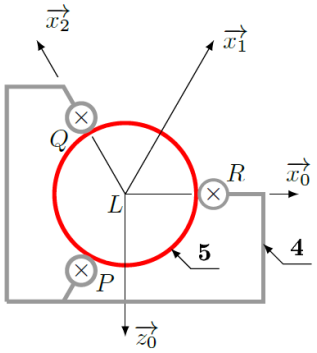
3.2 Étude de la liaison entre l'ensemble (5) et le solide (4)

La maquette est en liaison encastrement avec un mât métallique (ensemble **(5)**), lui-même en liaison avec le solide **(4)** par l'intermédiaire de 7 liaisons sphère/plan (Figure 8).



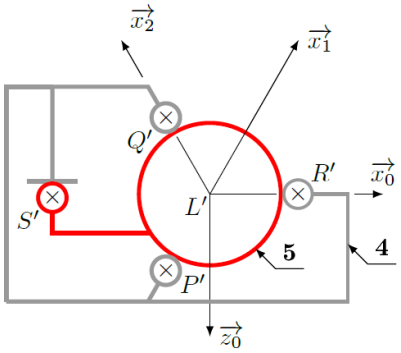
Plan $(L, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$

Figure 8a



Plan $(L, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$

Figure 8b



Plan $(L', \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$

Figure 8c

Figure 8 : Modélisation de la liaison entre **(4)** et **(5)**

Données :

- $LP = L'P' = LQ = L'Q' = LR = L'R' = r_5$
- $\overrightarrow{S'L'} = d_5.\overrightarrow{x_0}, \quad \overrightarrow{LL'} = -h_5.\overrightarrow{y_0}, \quad \overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t).\overrightarrow{y_0}$
- $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = \frac{\pi}{3}$

$$\{T^R_{4\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R,b_0} \qquad \{T^P_{4\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P,b_1} \qquad \{T^Q_{4\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_Q & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{Q,b_2}$$

Notations :

- $\{T^1_{4\to5}\}$: torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente aux 3 liaisons représentées sur la Figure 8b.
- $\{T^2_{4\to5}\}$: torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente aux 4 liaisons représentées sur la Figure 8c.
- $\{T_{4\to5}\}$: torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente entre **(4)** et **(5)**.

Pour les questions 11 et 12, on cherchera à simplifier les torseurs suivants en remplaçant les termes nuls par des 0 :

$$\{T^1_{4\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}_{\substack{L \\ b_0}} \qquad \{T^2_{4\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_2 & L_2 \\ Y_2 & M_2 \\ Z_2 & N_2 \end{Bmatrix}_{\substack{L' \\ b_0}} \qquad \{T_{4\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_{45} & L_{45} \\ Y_{45} & M_{45} \\ Z_{45} & N_{45} \end{Bmatrix}_{\substack{L \\ b_0}}$$

Question 11 Préciser votre démarche puis donner l'écriture simplifiée du torseur $\{T^1_{4\to5}\}$ au point L puis donner le nom et la (les) caractéristique(s) géométrique(s) de cette liaison. Donner également l'écriture simplifiée du torseur $\{T^2_{4\to5}\}$ au point L'. Les torseurs seront exprimés **dans la base** $\boldsymbol{b_0} = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$.

Question 12 Donner l'écriture simplifiée de $\{T_{4\to5}\}$, torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente entre **(4)** et **(5)** en L (également exprimé dans la base b_0). Donner le nom et la (les) caractéristique(s) géométrique(s) de cette liaison. Expliquer pourquoi le concepteur a choisi une telle liaison plutôt qu'une liaison encastrement entre l'ensemble **(5)** et le solide **(4)**.

3.3 Réglage de la ligne de flottaison

Dans un souci de polyvalence du banc de mesure, il est nécessaire de pouvoir régler la position de la ligne de flottaison (exigence 3.2.1). De plus, il est important de compenser la présence du dispositif de mesure (exigence 3.2.2), c'est à dire d'annuler l'influence du poids du mât vertical. Un système de poulie avec contrepoids a donc été ajouté pour satisfaire conjointement ces deux exigences (Figure 9).

On note m_5 la masse de l'ensemble **(5)**, considéré homogène et m_7 la masse du contrepoids **(7)**. Connaissant la géométrie de la coque (simplifiée sur la Figure 9), on souhaite pouvoir régler la hauteur immergée h_i.

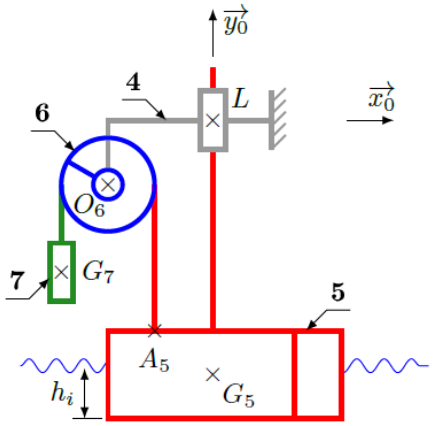


Figure 9a : vue d'ensemble

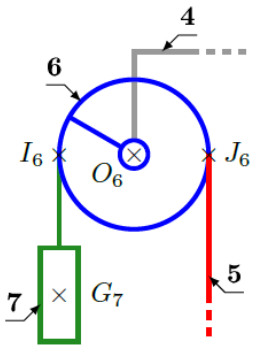


Figure 9b : poulie **(6)**

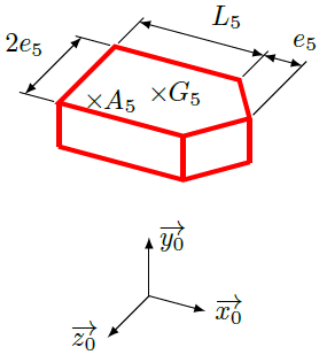


Figure 9c : modèle du bateau

Figure 9 : Système de réglage de la ligne de flottaison

Hypothèses :

- On considère le système à l'arrêt. Ainsi, le solide **(4)** est immobile par rapport au sol.
- Pour les questions 13 à 15, on considère que le bassin ne génère pas de houle. On admettra alors que la poussée d'Archimède est la seule action mécanique exercée par l'eau sur la maquette. Cette action mécanique sera modélisée par un glisseur passant par G_5, de direction verticale, dirigée du bas vers le haut et de norme égale au poids du volume d'eau déplacé (volume correspondant au volume de la partie immergée de la maquette).
- Les masses du câble et de la poulie sont négligées. Le câble ne glisse pas sur la poulie, et les brins tendus seront considérés comme inextensibles dans le cadre d'une étude statique. Le câble est lié à la maquette en A_5.
- On admettra que le brin tendu lié à la maquette exerce sur la poulie l'action mécanique suivante :

$$\{T_{5\to6}\} = \begin{Bmatrix} F_{56}.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{J_6}$$

Données :

- $\overrightarrow{I_6G_7} = -l_7.\overrightarrow{y_0}$
- $\overrightarrow{G_5A_5} = -a_5.\overrightarrow{x_0} + b_5.\overrightarrow{y_0} + c_5.\overrightarrow{z_0}$
- $\overrightarrow{A_5J_6} = l_6.\overrightarrow{y_0}$
- R_6 : rayon de la poulie **(6)**
- ρ : masse volumique de l'eau

Question 13 En appliquant le Principe Fondamental de la Statique à l'ensemble **{6+7}**, exprimer F_{56} en fonction de m_7, g et des paramètres géométriques nécessaires. Préciser la ou les équations utilisées.

Question 14 Exprimer le torseur modélisant l'action de la poussée d'Archimède sur la maquette $\{T_{eau\to5}\}$, au point G_5, en fonction de L_5, e_5, h_i, ρ et g. En appliquant le Principe Fondamental de la Statique à **(5)**, en déduire la hauteur de maquette immergée h_i en fonction de m_5, m_7, ρ, e_5 et L_5.

Question 15 Montrer que ce dispositif permet à lui seul de satisfaire les exigences 3.2.1 et 3.2.2. L'emplacement du point d'ancrage du câble du contrepoids sur la maquette a-t-il une influence sur la hauteur immergée ?

3.4 Détermination du torseur des actions mécaniques de l'eau sur la maquette

L'objectif de cette étude est de trouver une relation entre les mesures des 6 capteurs dynamométriques et le torseur des actions mécaniques de l'eau sur la maquette (Figure 7 ou Annexe 7 et Figure 9), lorsque le bassin génère une houle.

Hypothèses :

- On considèrera dans la partie 3.4 que la plateforme **(3)** est toujours à l'arrêt. Du fait de la géométrie du mécanisme **(4)** est donc immobile par rapport à **(3)**.
- On rappelle que les masses des barres **(B_i)** seront négligées dans cette étude.
- Le bassin génère maintenant une houle, donc $\lambda(t)$ varie au cours du temps. Conformément au paramétrage de la partie 3.1, on définit alors : $\overrightarrow{\Gamma_{G_5\in5/4}} = \gamma_5.\overrightarrow{y_0}$ avec $\gamma_5 = -\frac{d^2\lambda(t)}{dt^2}$

- La modélisation de $\{T_{eau\to 5}\}$ est maintenant définie par :

$$\{T_{eau\to 5}\} = \begin{Bmatrix} X_e & L_e \\ Y_e & M_e \\ Z_e & N_e \end{Bmatrix}_{\substack{G_5 \\ b_0}}$$

Question 16 Sur la base de la Figure 7, on considère le système constitué des solides **(3)**, **(4)** et des 6 barres **(B_i)**. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle proposé. Que peut-on en déduire ?

En considérant que les distances a_5 et c_5 sont très petites, une étude dynamique préliminaire a permis d'établir que l'action du câble sur la maquette s'écrit **en G_5** : $\{T_{6\to 5}\} = \begin{Bmatrix} m_7(g-\gamma_5).\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_5}$

Question 17 En tenant compte des hypothèses précédentes, déterminer le torseur $\{T_{4\to 5}\}$ (exprimé au point L) des actions mécaniques transmises par la liaison glissière entre **(4)** sur **(5)** en fonction de X_e, Y_e, … , N_e et des différents paramètres géométriques. **On exprimera le résultat dans b_0.**

Question 18 Sachant que les coordonnées de $\{T_{4\to 5}\}$ seront mesurées par les 6 capteurs dynamométriques de la balance, indiquer s'il est possible de mesurer Y_e avec ce dispositif. Justifier.

On note $F_1, F_2, \dots, F_6$ les **valeurs algébriques** mesurées par les 6 capteurs (c_1, c_2, …, c_6), telles que, pour une barre **(B_i)** de direction $\overrightarrow{u_i}$: $\{T_{B_i\to 4}\} = \begin{Bmatrix} F_i.\overrightarrow{u_i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{M_i}$ avec le point M_i à choisir parmi les points A, B, C et D.

Question 19 Montrer que l'action mécanique de la barre **(B_1)** sur **(4)** est un glisseur et préciser son axe.

Question 20 Exprimer en fonction des F_i la forme des torseurs des actions mécaniques suivantes dans la base b_0 : $\{T_{B_1\to 4}\}$, $\{T_{B_2\to 4}\}$, $\{T_{B_3\to 4}\}$, $\{T_{B_4\to 4}\}$, $\{T_{B_5\to 4}\}$ et $\{T_{B_6\to 4}\}$.

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on admettra pour la suite :

$$\{T_{5\to 4}\} = \begin{Bmatrix} X_e & L_e - \lambda(t).Z_e \\ 0 & M_e + e.Z_e + f.X_e \\ Z_e & N_e + \lambda(t).X_e \end{Bmatrix}_{\substack{O \\ b_0}}$$

Question 21 Déterminer les expressions de X_e, Z_e, L_e, M_e et N_e en fonction de F_1, F_2, …, F_6 et des diverses grandeurs géométriques.

Question 22 Au vu des expressions précédentes, quelle(s) grandeur(s) est-il nécessaire de connaitre sur le système pour obtenir à tout instant une mesure de X_e, Z_e, L_e, M_e et N_e ? Proposer un dispositif permettant de connaitre cette (ces) grandeur(s) en temps réel.

4 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 1.2 : « GARANTIR UN DÉPLACEMENT DU CHARIOT À VITESSE CONSTANTE »

Objectif : *Modéliser l'asservissement en vitesse du chariot de traction puis régler les paramètres du correcteur afin de satisfaire tous les critères de l'exigence 1.2 du cahier des charges.*

Dans toute la partie 4, on notera F la transformée de Laplace de la fonction f : $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$.

4.1 Modélisation de l'asservissement en vitesse

Principe de fonctionnement et schéma-blocs :

On étudie l'asservissement en vitesse du chariot de traction dont le schéma-blocs est donné en Figure 10.

- Un **adaptateur** de gain K_1 permet de fournir l'image $U_C(p)$ de la consigne de vitesse $V_C(p)$.
- Un **capteur de vitesse en rotation** de gain K_{11} renvoie une tension $U_{mes}(p)$ proportionnelle à la vitesse de rotation $\Omega_{mes}(p)$ de son axe. Par ailleurs, une **roue libre en rotation** de gain K_9 associée à un **réducteur de vitesse épicycloïdal** de gain K_{10} permettent de transformer la vitesse du chariot $V(p)$ en vitesse de rotation $\Omega_{mes}(p)$ de l'axe du capteur de vitesse de rotation.
- L'écart $\varepsilon_U(p)$ entre $U_C(p)$ et $U_{mes}(p)$ est ensuite corrigé par un **correcteur** de fonction de transfert $C(p)$ afin de piloter un **variateur** de gain K_2.
- La tension de commande $U_m(p)$ du **moteur** va induire la vitesse angulaire $\Omega_m(p)$ de l'axe moteur.
- Un **réducteur de vitesse** de gain K_7 puis le **système roue-rail** de gain K_8 transforment le mouvement pour obtenir une vitesse $V(p)$ de translation du chariot.
- On notera $F_{res}(p)$ la force de l'eau sur la maquette en mouvement. $C_{res}(p)$ représente le couple équivalent à $F_{res}(p)$ ramené sur l'axe moteur.

On rappelle qu'il y a roulement sans glissement entre la roue libre en rotation et le rail, ainsi qu'entre la roue motrice et le rail.

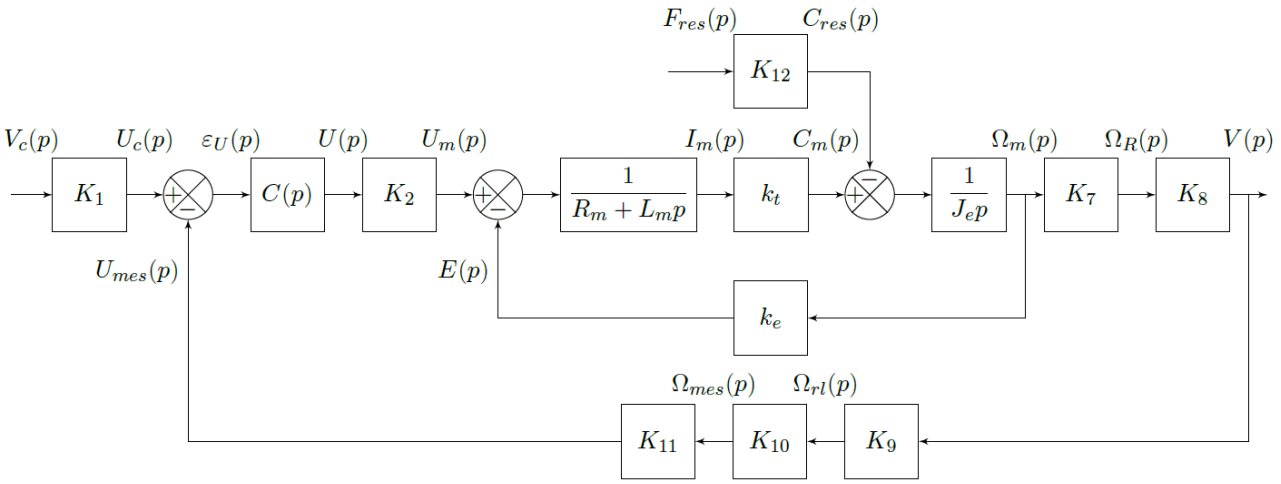


Figure 10 : Schéma-blocs de l'asservissement en vitesse du chariot

Données générales :

- Rayon de la roue motrice : $R = 0{,}25\ m$
- Rayon de la roue libre en rotation : $r = 0{,}15\ m$
- Capteur de vitesse en rotation : $K_{11} = 60\ V.s.rad^{-1}$
- Autres données :

$K_2 = 1$ $\quad$ $K_7 = \mu = \frac{1}{25}$

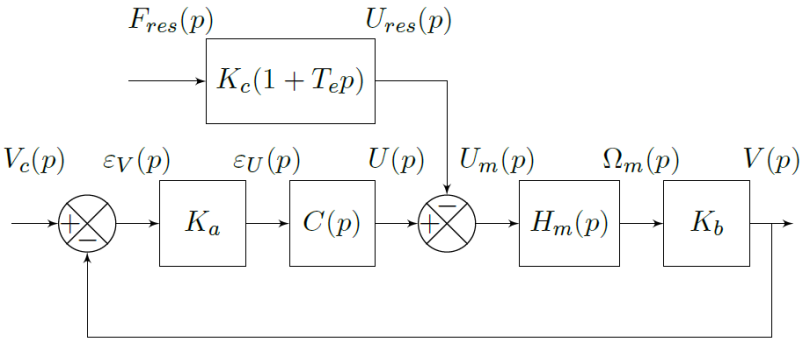
$K_{10} = \frac{1}{2{,}5}$ $\quad$ $K_{12} = R.\mu$

On souhaite compléter la modélisation de l'asservissement à partir du principe de fonctionnement fourni et des données générales.

Question 23 Indiquer les expressions littérales des gains K_8 et K_9 . Déterminer ensuite K_1 en fonction des autres gains K_i permettant d'obtenir un écart $\varepsilon_U(p)$ nul lorsque la sortie $V(p)$ est égale à la consigne $V_c(p)$ (vous préciserez les unités de chacun des gains demandés).

4.2 Influence de la perturbation sur la réponse

A partir de la modélisation initiale, on peut établir le schéma-blocs à retour unitaire de la Figure 11. Sur ce schéma-blocs, on notera que la perturbation a été décalée en amont du moteur.



Avec : $K_a = 1000\ V.s.m^{-1}$

$K_b = 0{,}01\ m$

$K_c = 0{,}1\ V.N^{-1}$

$$H_m(p) = \frac{K_m}{(1+T_e.p).(1+T_m.p)}$$

où : $K_m = 2\ rad.s^{-1}.V^{-1}$

$T_m = 5\ s$ $\quad$ $T_e = 0{,}5\ s$

Figure 11: Schéma-blocs simplifié de l'asservissement

On fera dans un premier temps le choix d'un correcteur proportionnel : $C(p) = C$.
On notera $V(p) = V_1(p) - V_2(p)$ avec $V_1(p) = H_1(p).V_C(p)$ et $V_2(p) = H_2(p).F_{res}(p)$. On précise que :

- $v_1(t)$ est la réponse du système à la seule consigne et on note : $V_1(p) = \mathcal{L}[v_1(t)]$;
- $v_2(t)$ est la réponse du système à la seule perturbation et on note : $V_2(p) = \mathcal{L}[v_2(t)]$.

On soumet le système à un échelon de consigne d'amplitude V_0 et à un échelon de perturbation d'amplitude F_0. Par linéarité, la réponse en régime permanent s'écrit comme suit :

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = v_1 - v_2 \qquad \text{où} \quad v_1 = \lim_{t\to\infty} v_1(t) \qquad \text{et} \quad v_2 = \lim_{t\to\infty} v_2(t).$$

Par souci de simplification, on notera également $K_{BO} = C.K_a.K_b.K_m$.

Question 24 Déterminer l'expression littérale des fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ (la forme canonique n'est pas demandée). En déduire les expressions des réponses v_1 et v_2 en fonction de V_0, F_0, K_{BO}, K_m, K_c et K_b.

La perturbation $F_{res}(p)$ de cet asservissement correspond à l'action de l'eau sur la maquette en mouvement. On souhaite déterminer ici la condition sur le gain C du correcteur proportionnel (on notera C_{pert} cette condition) permettant de négliger l'influence de cette perturbation vis-à-vis de la réponse à la consigne. Pour cela, on cherchera à vérifier la relation suivante : $|v_2| \leq 0{,}1.|v_1|$.

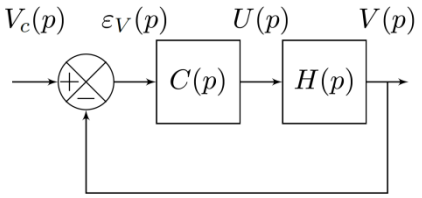
Question 25 Déterminer la condition (notée C_{pert}) sur le gain C du correcteur permettant de s'assurer que l'influence de la perturbation est négligeable devant l'influence de la consigne. Faire l'application numérique avec $V_0 = 8\ m.s^{-1}$ et $F_0 = 400\ N$.

Pour la suite du sujet, on supposera que la relation $|v_2| \leq 0{,}1.|v_1|$ est vérifiée et donc que l'on peut négliger la perturbation.

4.3 Étude d'un premier correcteur

L'asservissement de vitesse est à présent modélisé par le schéma-blocs de la Figure 12 à retour unitaire. Cet asservissement n'est valable que pour les petites variations de vitesse.

$H(p)$ correspond à la fonction de transfert en boucle ouverte naturelle (non corrigée), $C(p)$ est le correcteur.



$$H(p) = \frac{K_N}{(1 + T_m.p).(1 + T_e.p)}$$

Avec : $K_N = 20\ m.s^{-1}.V^{-1}$

$T_\mathrm{m} \approx 5\ s$ $\quad$ $T_\mathrm{e} \approx 0{,}5\ s$

Figure 12 : Schéma-blocs simplifié (sans perturbation)

Le concepteur a choisi un correcteur Proportionnel Intégral : $C_1(p) = \frac{C}{T_i.p}.(1 + T_i.p)$ avec $T_i = T_m$.

Question 26 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_S (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de trainage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé avec $C_1(p)$ en fonction de la consigne, du gain K_N et des paramètres du correcteur C et T_m. En déduire la condition (notée C_ε) sur le gain C du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée de l'asservissement avec $C_1(p)$ sont fournis sur le cahier réponse à la question 27. Ces diagrammes de Bode ont été tracés avec la valeur particulière $C = 1$.

Question 27 Déterminer la condition (notée C_φ) sur le gain C du correcteur permettant de satisfaire uniquement le critère de marge de phase de l'exigence 1.2.2 du cahier des charges. Faire l'application numérique (on pourra utiliser la courbe fournie en annexe 1).

Question 28 Conclure quant à la capacité de ce correcteur à satisfaire le cahier des charges.

4.4 Réglage du correcteur PID

On choisit finalement de prendre le correcteur Proportionnel Intégral Dérivé suivant :

$$C_2(p) = C.\left(1 + \frac{1}{T_i.p} + T_d.p\right) \qquad \text{avec} \qquad T_\mathrm{i} = 2.T_\mathrm{e} \qquad \text{et} \qquad T_\mathrm{d} = \frac{T_\mathrm{e}}{2}$$

Question 29 Montrer qu'on peut mettre ce correcteur sous la forme $C_2(p) = \frac{K}{p}.(1 + T.p)^2$ et donner les expressions de K et de T en fonction de C et T_e.

Question 30 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé. En déduire les expressions littérales de l'erreur statique E_S (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de trainage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé. En déduire la condition sur la valeur du gain K du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

Question 31 La courbe réelle de la phase de la $FTBO$ est représentée sur le cahier réponses. Compléter le tracé avec les diagrammes de Bode **asymptotiques** (gain et phase) de la $FTBO$ du système corrigé avec le correcteur $C_2(p)$ (avec $K = 0{,}05\, V.m^{-1}$). On assimilera la courbe réelle de gain à son tracé asymptotique. Tracer la marge de phase sur le cahier réponses et conclure quant au respect du cahier des charges.

On choisit finalement le réglage du correcteur $C_2(p)$ suivant, qui permet de satisfaire l'exigence 1.2.2 :

$$C_2(p) = \frac{7{,}5}{p}.(1 + 0{,}5.p)^2$$

On réalise une simulation, dont les résultats sont donnés sur la Figure 13, la Figure 14 et la Figure 15.

Question 32 Relever la valeur du premier dépassement puis du temps de réponse pour le système soumis à un échelon. Relever le dépassement pour le système soumis à un trapèze de vitesse. Conclure quant à la capacité de ce correcteur à satisfaire l'exigence 1.2 du cahier des charges.

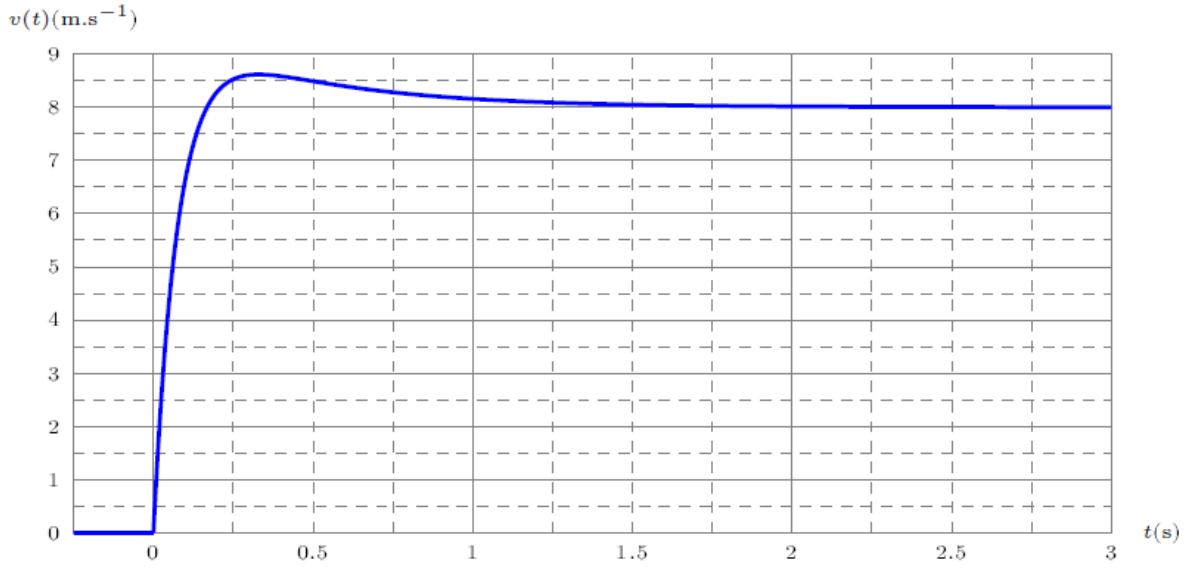


Figure 13 : Réponse à un échelon d'amplitude $V_0 = 8\, m.s^{-1}$.

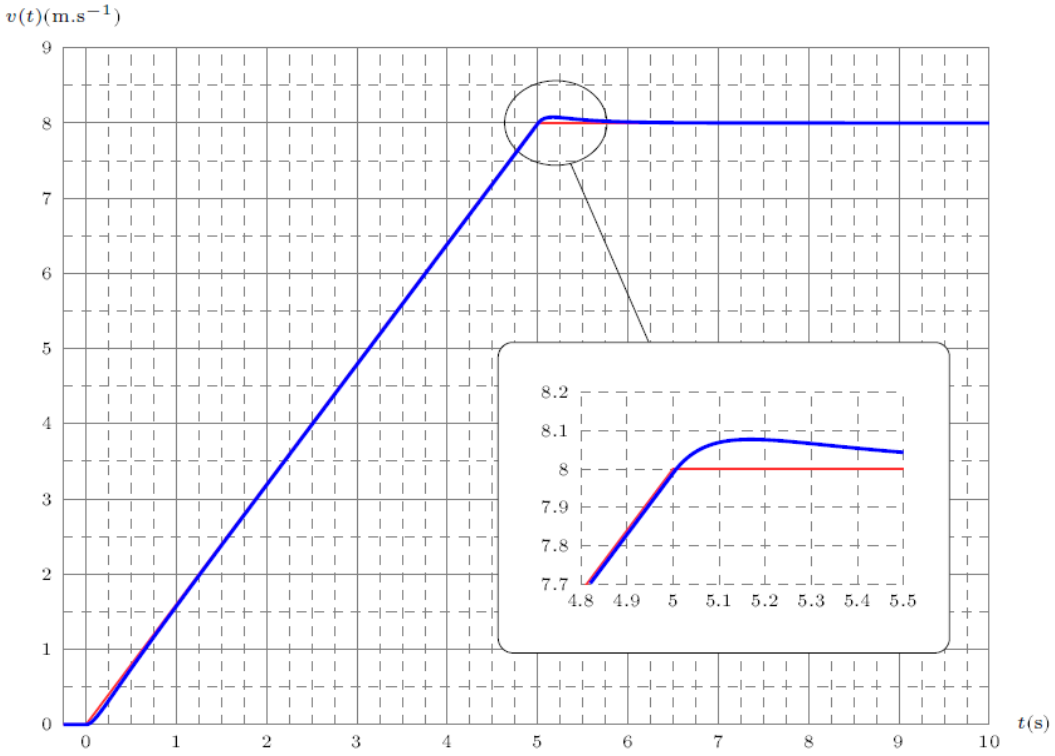


Figure 14 : Réponse à un trapèze de vitesse avec $V_0 = 8\ m.s^{-1}$ et accélération maximale γ_0

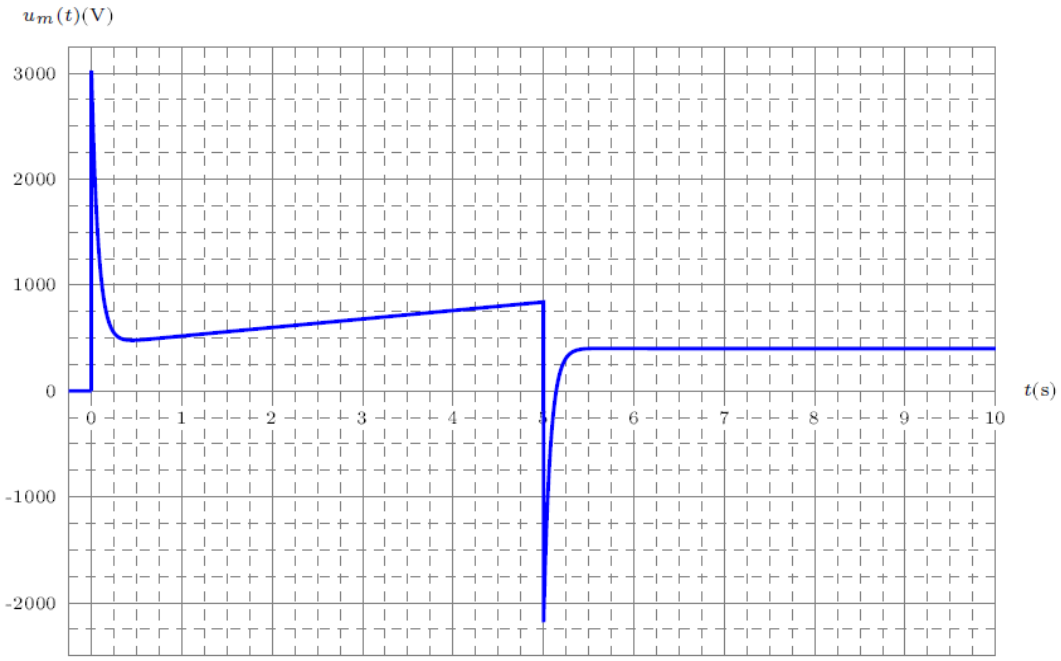


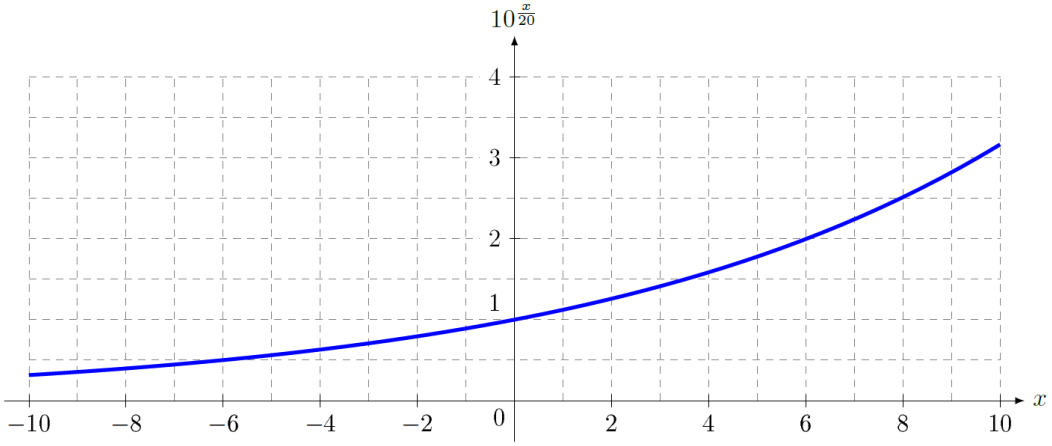
Figure 15 : Evolution de la tension moteur soumis à une consigne en trapèze de vitesse.

Question 33 Commenter la courbe de tension du moteur (Figure 15) pour une consigne en trapèze de vitesse. Au vu de cette analyse, proposer une modification du modèle de la Figure 10 afin de limiter les écarts entre la simulation et le comportement réel du système.

FIN DU SUJET

Annexes

ANNEXE 1 : AIDE AU CALCUL



Fonction $\boldsymbol{f(x) = 10^{\frac{x}{20}}}$

ANNEXE 2 : ANALYSE FONCTIONNELLE

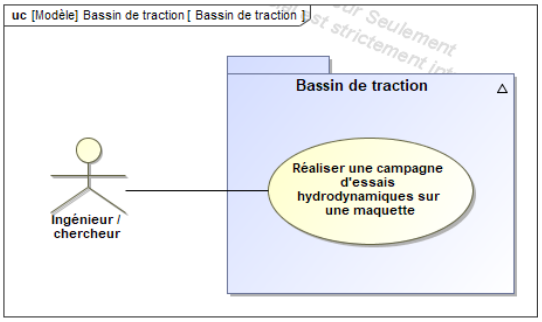


Diagramme de cas d'utilisation

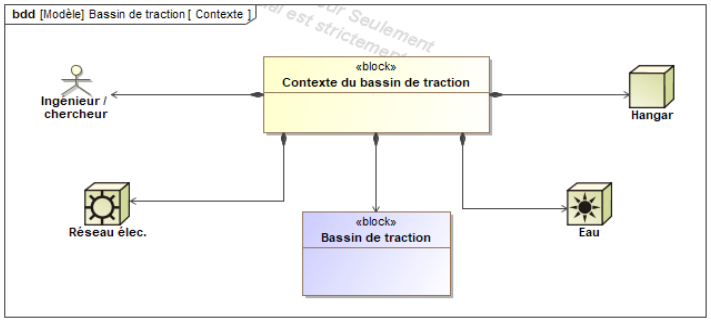
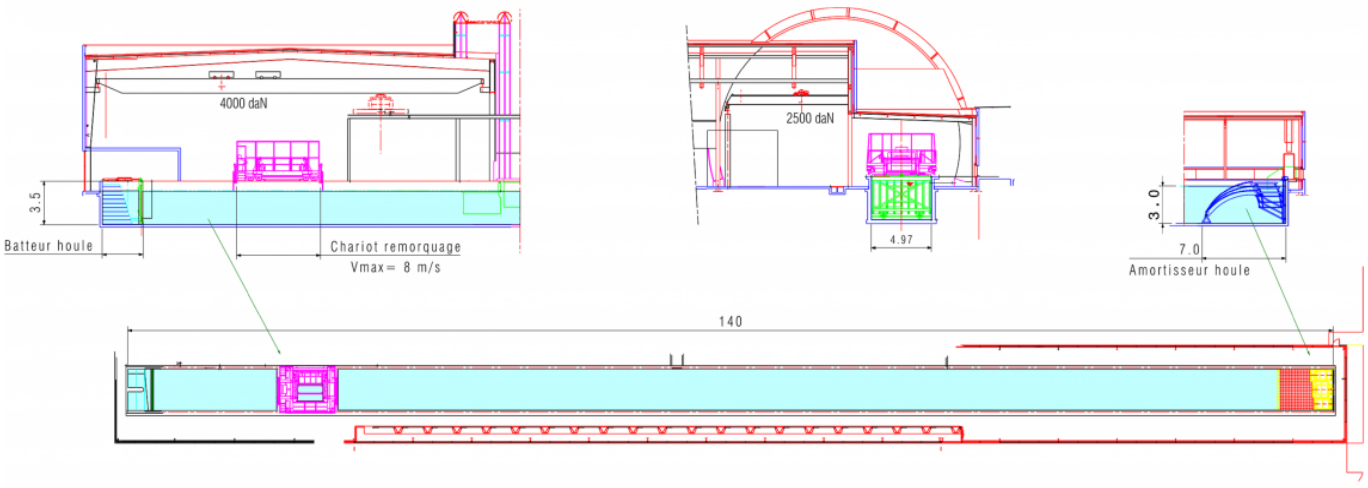


Diagramme de contexte

ANNEXE 3 : VUES DU BASSIN



Dimensions : ***140 m de long x 5 m de largeur x 3 m de profondeur***

ANNEXE 4 : EXTRAIT DU RECUEIL DES EXIGENCES

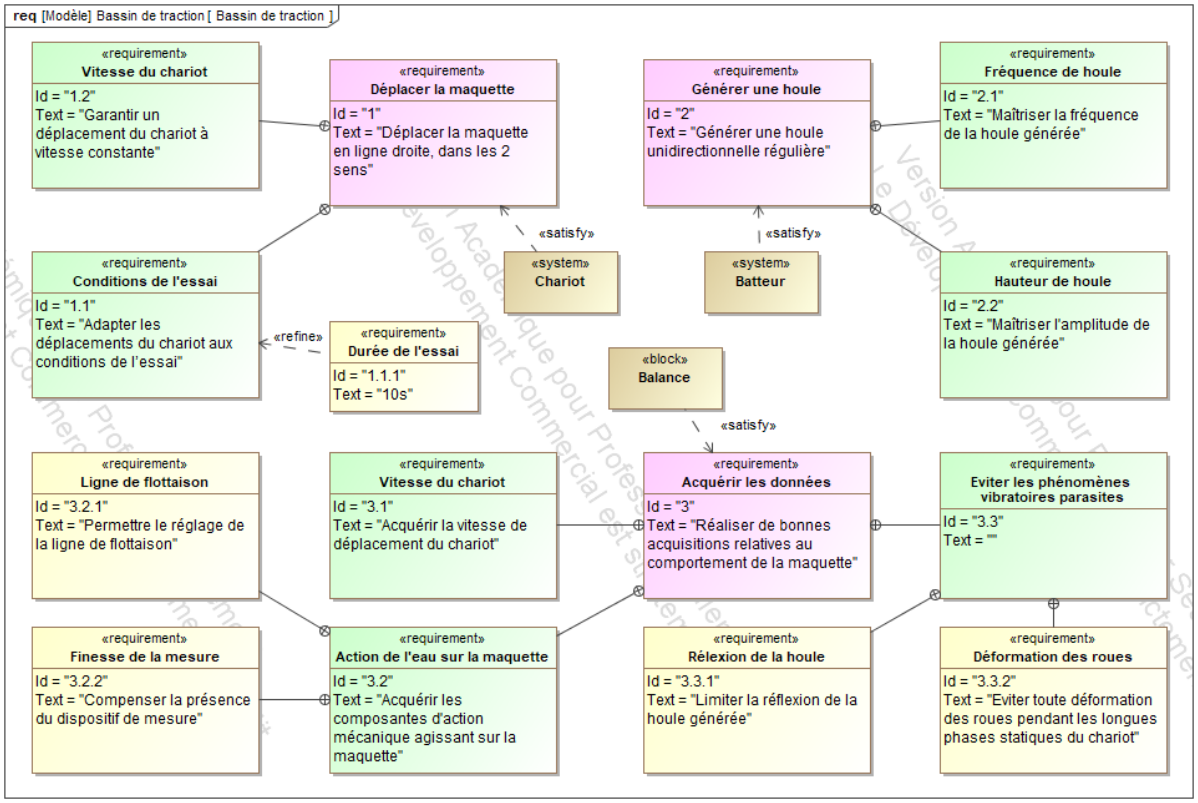


Diagramme des exigences (partiel)

Id	Exigences	Id	Exigences	Niveaux
1	Déplacer la maquette en ligne droite, dans les 2 sens			
1.1	Adapter les déplacements du chariot aux conditions de l'essai.	**1.1.1**	Durée de l'essai	$t_{acq} \geq 10s$
		1.1.2	Distance de freinage	$D_{FU} \leq 10m$
		1.1.3	Glissement de la roue libre en rotation sur le rail	Nul
1.2	Garantir un déplacement du chariot à vitesse constante	**1.2.1**	Rapidité : Temps de réponse à 5%	$T_{r5\%} \leq 3s$
		1.2.2	Stabilité : Marge de gain	$M_G \geq 12dB$
			Marge de phase	$M_\varphi \geq 45°$
		1.2.3	Précision : Erreur statique pour une entrée : $v_c(t) = V_0.u(t)$ avec $V_0 = 8\ m.s^{-1}$	$E_S = 0$
			Erreur de trainage pour une entrée : $v_c(t) = \gamma_0 t.u(t)$ avec $\gamma_0 = 1{,}6\ m.s^{-2}$	$E_T \leq 0{,}16\ m.s^{-1}$
		1.2.4	Dépassement : En réponse à un échelon de vitesse	$D_{1E} \leq 10\%$
			En réponse à un trapèze de vitesse (d'accélération maximale γ_0)	$D_{1T} \leq 0{,}1\ m.s^{-1}$
2	Générer une houle unidirectionnelle régulière			
3	Réaliser de bonnes acquisitions relatives au comportement de la maquette			

Tableau des exigences (partiel)

ANNEXE 5 : ARCHITECTURE ORGANIQUE DU SYSTEME

Le bassin de traction est composé d'un bassin rempli d'eau, d'un batteur générant une houle, de deux rails sur lesquels un chariot est mis en mouvement pour générer une vitesse relative d'une maquette par rapport à la surface de l'eau.

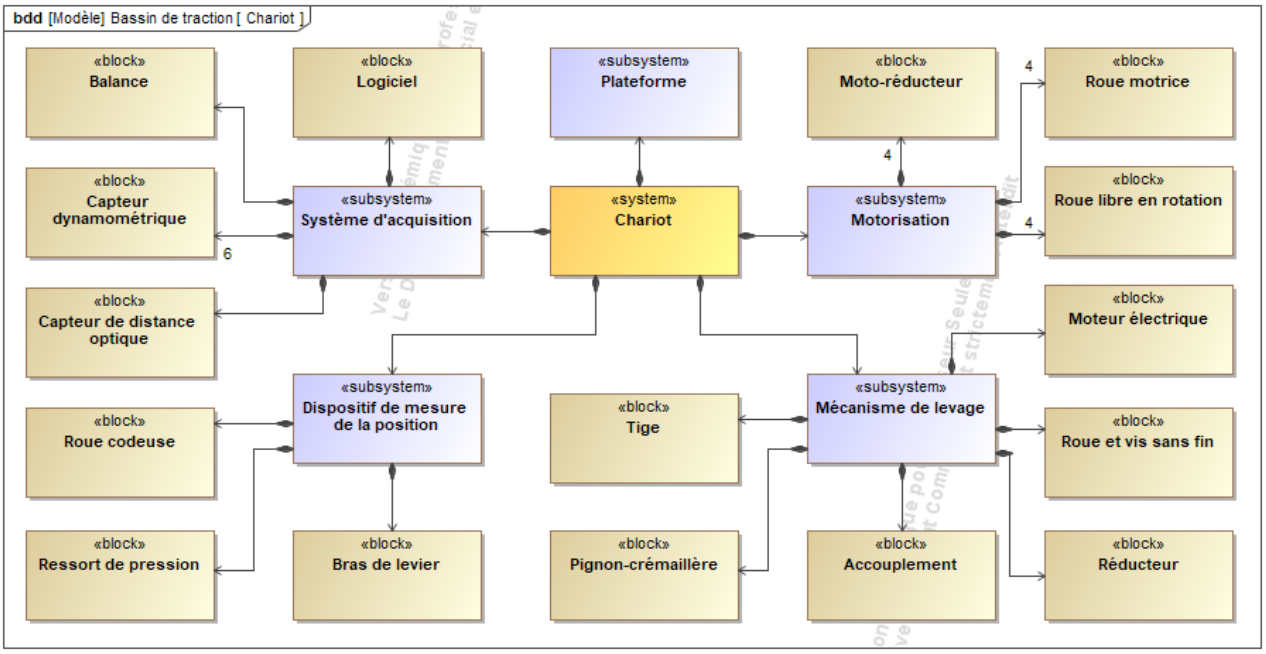
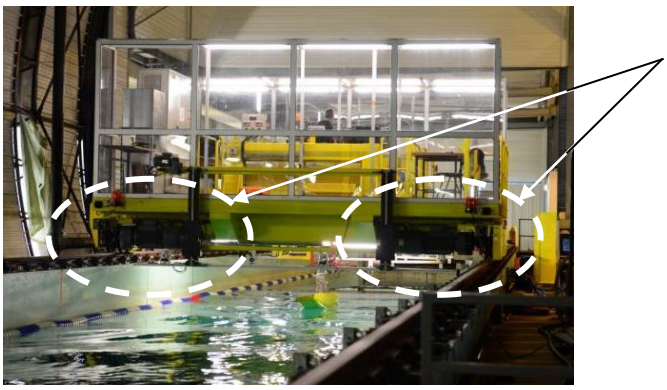


Diagramme de Définition de Blocs du Bassin de Traction

ANNEXE 6 : MODELISATION DU CHARIOT ET DE SON GUIDAGE



La plateforme se déplace sur deux rails (voir ci-contre). Le schéma ci-dessous représente l'architecture du guidage sur un seul rail. Le système est considéré symétrique.

Dans tout l'énoncé, on utilisera la base orthonormée directe $b_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ comme présentée dans la figure ci-dessous.

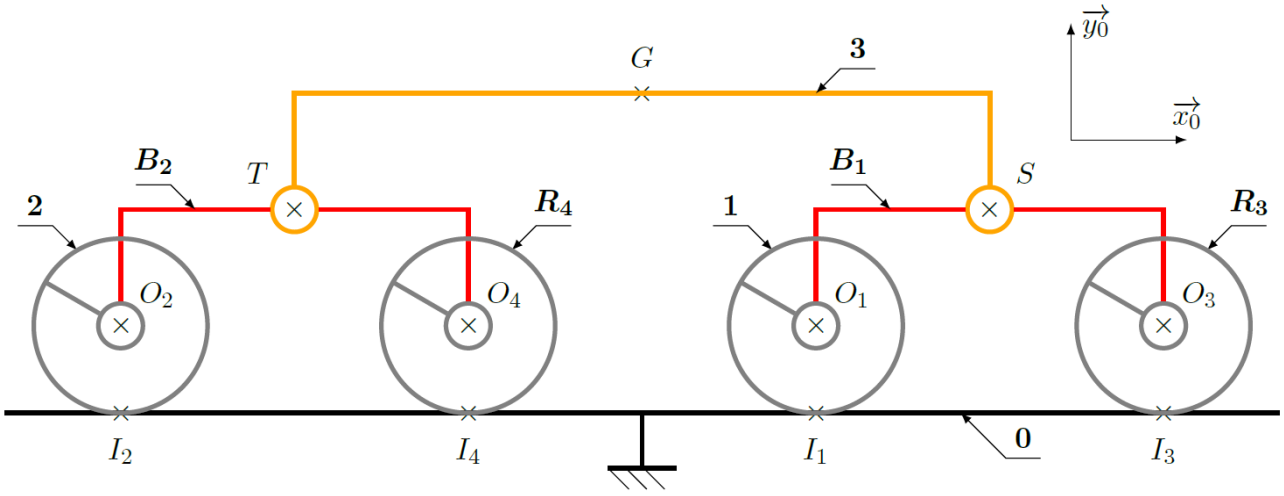
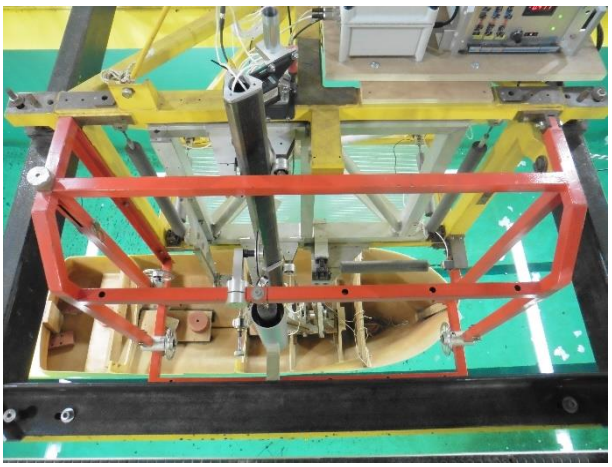
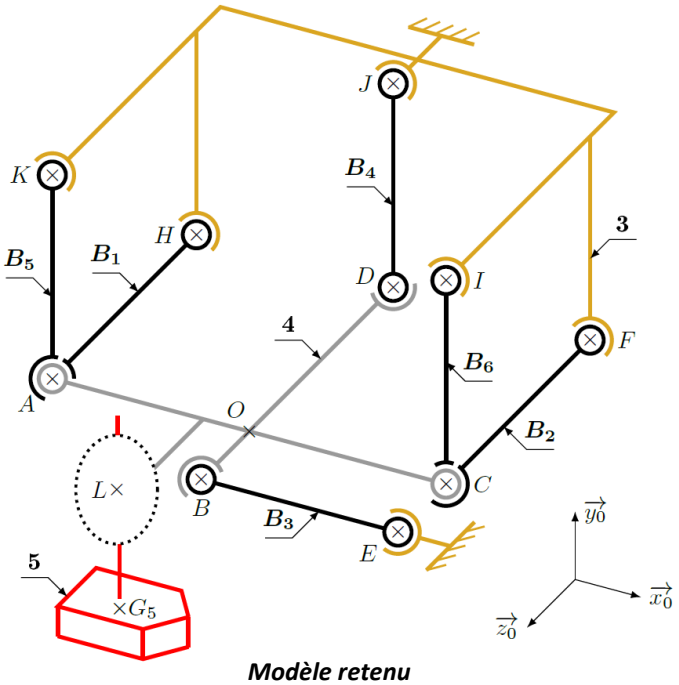


Schéma cinématique complet du chariot

ANNEXE 7 : DISPOSITIF DE MESURE - PHOTOS ET MODÈLE RETENU



Vue du dispositif réel



Modèle retenu

$OA = OC = OD = a$	$\overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t).\overrightarrow{y_0}$
$OB = d$	Toutes les barres **(B_i)** ont la même longueur a. On considèrera leur masse négligeable.
$\overrightarrow{OL} = -e.\overrightarrow{x_0} + f.\overrightarrow{z_0}$	m_4 est la masse du solide **(4)**, de centre d'inertie O.

Rappel des données et hypothèses



Guidage vertical du mât



Dispositif de contrepoids



Maquette de bateau

FIN DES ANNEXES

Numéro d'inscription

Né(e) le ../../....

Nom

Prénom (s)

Signature

Épreuve : .....

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille ../..

Question 1 :

$T_1 =$	$\gamma =$	Appl. num. : $\gamma =$

Question 2 : **On isole $(\Sigma) = (1) \cup (2) \cup (3) \cup$ (moto-réducteurs)**

$V_3 =$	$E_C(\Sigma/0) =$	$M_{eq} =$

Question 3 :

Puissances des actions mécaniques extérieures :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Puissances des actions mécaniques intérieures :

Question 4 :

$C_m =$

Question 5 :

Inventaire des actions mécaniques extérieures agissant sur **(1)** :

$\overrightarrow{\delta_{O_1,1/0}} =$

Question 6 : On isole la roue avant (1)

$X_{01} =$	$X_{02} =$

Question 7 : On isole $(\boldsymbol{\Sigma})$

Théorème utilisé :

Expression de la composante du torseur dynamique correspondant :

Question 8 :

Question 9 :

Question 10 :

Question 11 :

Torseur des actions mécaniques en L : $\{T_{4\to5}^{1}\} =$	Nom et caractéristiques géométriques de la liaison associée au torseur $\{T_{4\to5}^{1}\}$:
Torseur des actions mécaniques en L' : $\{T_{4\to5}^{2}\} =$	

Question 12 :

Torseur des actions mécaniques en L : $\{T_{4\to5}\} =$

Nom et caractéristique de la liaison équivalente $\{T_{4\to5}\}$:

Explication du choix de la liaison :

Question 13 :

$F_{56} =$

Question 14 :

$\{T_{eau\to 5}\} =$	$h_{\text{i}} =$

Question 15 :

Question 16 :

$h =$

Conclusion :

Question 17 :

$\{T_{4\to5}\} =$

Question 18 :

Question 19 :

Axe du glisseur :

Question 20 :

$$\{T_{B_1\to4}\} = \left\{ \right\}_{b_0}^{A} \qquad \{T_{B_2\to4}\} = \left\{ \right\}_{b_0}^{C} \qquad \{T_{B_3\to4}\} = \left\{ \right\}_{b_0}^{B}$$

$$\{T_{B_4\to4}\} = \left\{ \right\}_{b_0}^{D} \qquad \{T_{B_5\to4}\} = \left\{ \right\}_{b_0}^{A} \qquad \{T_{B_6\to4}\} = \left\{ \right\}_{b_0}^{C}$$

Question 21 :

$X_e =$	$L_e =$
$Z_e =$	$M_e =$
	$N_e =$

Question 22 :

Grandeur(s) à mesurer :	Dispositif de mesure proposé :

Question 23 :

$K_8 =$	$K_9 =$	$K_1 =$

Question 24 :

$H_1(p) =$

$H_2(p) =$

$v_1 =$	$v_2 =$

Question 25 :

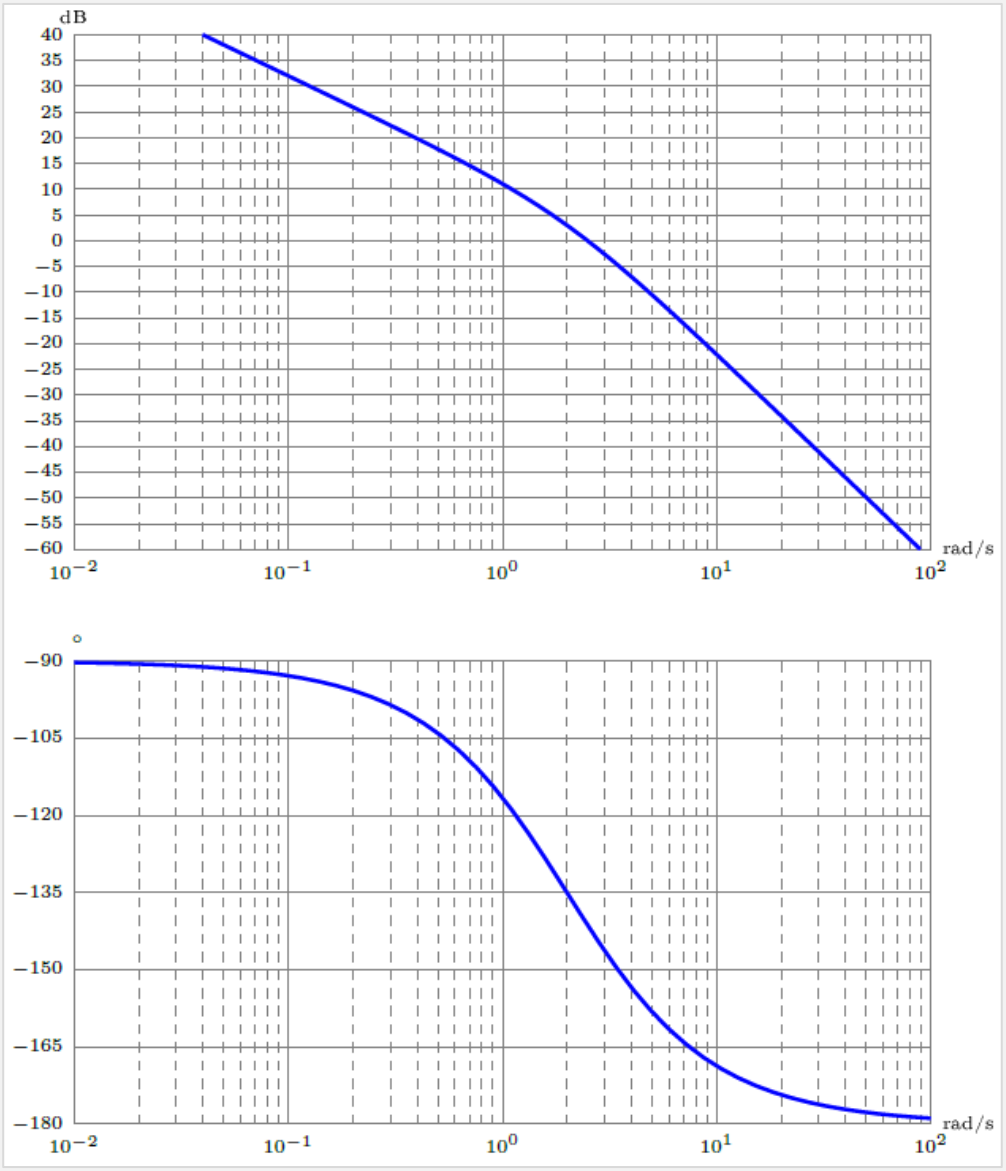
Condition 1 - expression littérale :	Condition 1 - application numérique :
C_{pert}	C_{pert}

Question 26 :

$E_S =$	$E_T =$

Condition 2 - expression littérale :	Condition 2 - application numérique :
C_ε	C_ε

Question 27 :



Diagrammes de Bode de la $FTBO$ corrigée avec $\boldsymbol{C_1(p)}$ pour lequel $C = 1$

Condition 3 - application numérique : C_φ

Question 28 :

Question 29 :

$K =$	$T =$

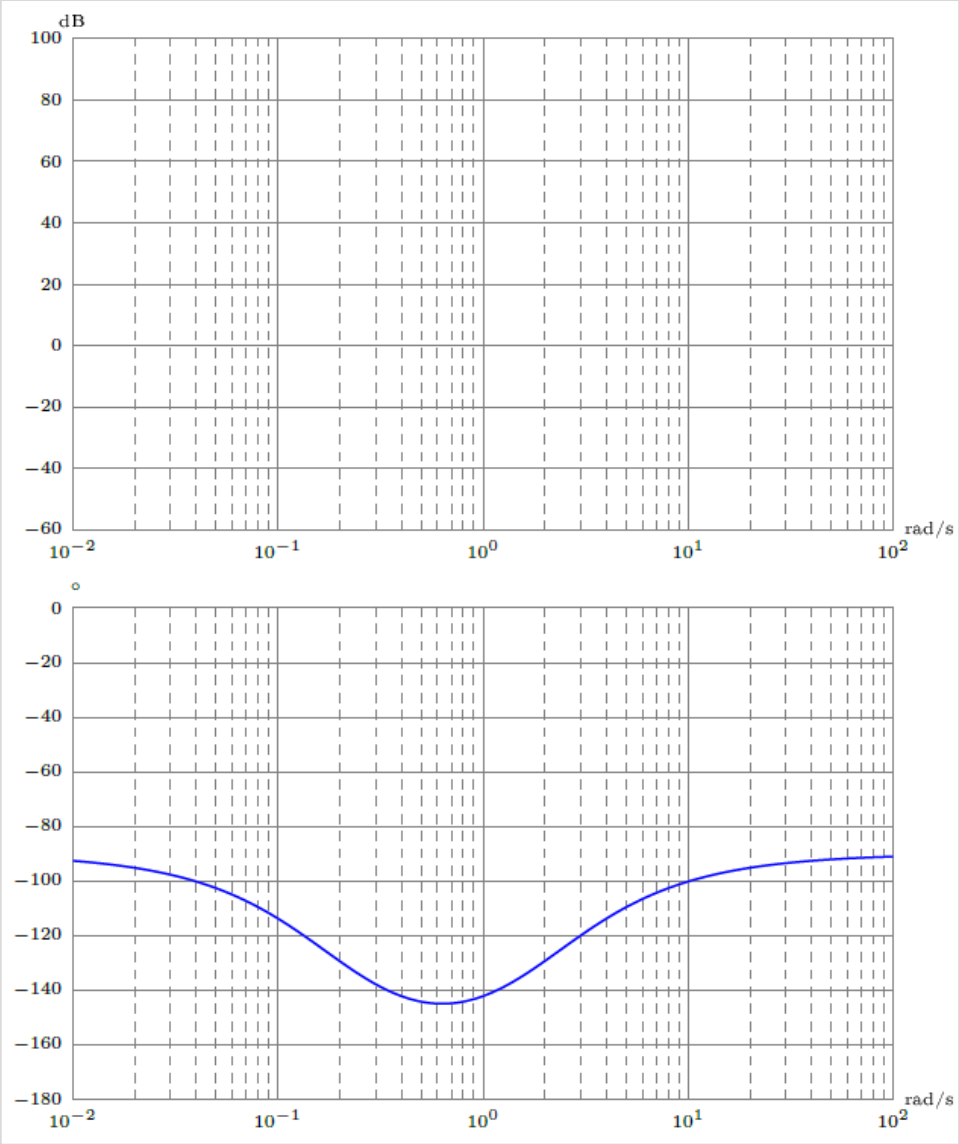
Question 30 :

$FTBO(p) =$

$E_S =$	$E_T =$

Condition 4 – expression littérale : K	Condition 4 - application numérique : K

Question 31 :



Diagrammes de Bode de la $FTBO$ corrigée avec $\boldsymbol{C_2(p)}$ pour lequel $K = 0{,}05\ V.m^{-1}$

$M_\varphi =$

Conclusion :

Question 32 :

Question 33 :

Notes :

FIN DU CAHIER RÉPONSES

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/psi