Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2023, filière PSI

Physique 1

Durée : 3 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : la circulation capillaire
- Partie II : le magnétron
- Partie III : lévitation magnétique

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/psi/2023/physique1

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A2023 – PHYSIQUE I PSI

**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

**Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).**

CONCOURS 2023

PREMIÈRE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

PHYSIQUE I - PSI

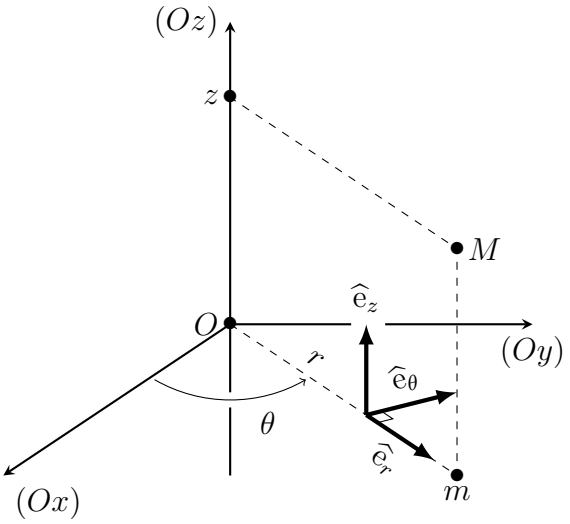
L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

Physique en géométrie cylindrique

Ce sujet est consacré à l'étude de divers phénomènes physiques décrits dans le système de coordonnées cylindriques (ou cylindro–polaires) (r, θ, z) du point M rappelé sur la figure 1 ; m est le projeté orthogonal de M sur le plan (Oxy). On rappelle aussi, dans ce système de coordonnées, les expressions de plusieurs opérateurs de l'analyse vectorielle. Les vecteurs sont surmontés d'une flèche $(\vec{a})$ sauf s'ils sont unitaires et sont alors repérés par un chapeau $(\widehat{e}_x)$.



$$\overrightarrow{\text{grad}}\, f = \frac{\partial f}{\partial r}\widehat{\text{e}}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\widehat{\text{e}}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\widehat{\text{e}}_z$$

$$\text{div}\, \vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial (r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{A} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right]\widehat{\text{e}}_r + \ldots$$

$$\ldots + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right]\widehat{\text{e}}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]\widehat{\text{e}}_z$$

FIGURE 1 – Coordonnées cylindriques d'axe (Oz).

Les parties **I**, **II** et **III** sont totalement indépendantes. La partie **I** établit le lien entre la viscosité du sang s'écoulant dans les vaisseaux capillaires (cylindriques) et la puissance de la pompe formée par le cœur humain. La partie **II** décrit quelques propriétés du tube (cylindrique) des magnétrons, utilisés notamment comme émetteurs d'ondes électromagnétiques dans les fours à micro–ondes. Enfin, la partie **III** étudie la possibilité de la lévitation magnétique d'une bobine d'induction enroulée autour d'un cylindre formé d'un matériau magnétisable linéaire.

Pour toutes les applications numériques on pourra se contenter d'un seul chiffre significatif.

I La circulation capillaire

En 1844, le physicien et médecin français Poiseuille débute son mémoire nommé « le Mouvement des liquides dans les tubes de petits diamètres » par la phrase suivante : *Les physiologistes et les pathologistes se sont beaucoup occupés à rechercher les causes pour lesquelles tel viscère recevait plus de sang que tel autre.*

Il poursuit en indiquant que les causes essentielles en sont *l'étendue et le diamètre des petits vaisseaux qui composent le système capillaire et la pression du sang, déterminée par l'action du cœur.* Dans ce qui suit, le sang sera décrit comme un fluide en écoulement incompressible de masse volumique $\rho = 1{,}1{\cdot}10^3\,\text{kg}{\cdot}\text{m}^{-3}$ et de viscosité dynamique $\eta = 1{,}6{\cdot}10^{-3}\,\text{Pa}{\cdot}\text{s}$. Il s'écoule en régime stationnaire le long des vaisseaux capillaires, tubes cylindriques de rayon R variant de 3 à 15 μm de diamètre. On s'intéressera ici à un *capillaire typique*, de rayon $R = 10\,\mu$m.

❑ – **1**. Rappeler l'expression et la signification physique du *nombre de Reynolds* $\mathcal{R}_e$ d'un écoulement.

La physiologie humaine adulte est caractérisée par un volume sanguin total de l'ordre de 5 à 6 litres, une longueur totale du système capillaire de l'ordre de 100 000 km. Le *volume systolique* (la quantité de sang éjectée par chaque contraction du cœur) est d'environ 100 mL ; la fréquence cardiaque de repos d'un adulte sera prise à 60 battements par minute. Enfin, la section cumulative (somme de toutes les sections) de tous les capillaires est d'environ $\sigma = 0{,}5\,\mathrm{m}^2$.

❑ – **2**. Estimer la longueur moyenne d'un vaisseau capillaire typique.

❑ – **3**. Estimer le débit massique moyen D_m du sang dans un capillaire typique, puis le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e$ associé. Conclure.

Un capillaire typique est un tube cylindrique rigide, d'axe (Oz), de rayon $R = 10\,\mu\mathrm{m}$ et de longueur $\ell = 5\,\mathrm{cm}$, parcouru par le fluide en écoulement incompressible et visqueux qui modélise le sang. On *admet* que la vitesse du sang ne dépend que de la distance r à l'axe et de la distance z parcourue depuis l'entrée dans le capillaire ; on l'écrit $\vec{\mathrm{v}} = v(r,z)\widehat{\mathrm{e}}_z$. On néglige les effets de la pesanteur et la pression du sang dans le tube capillaire ne dépend que de z.

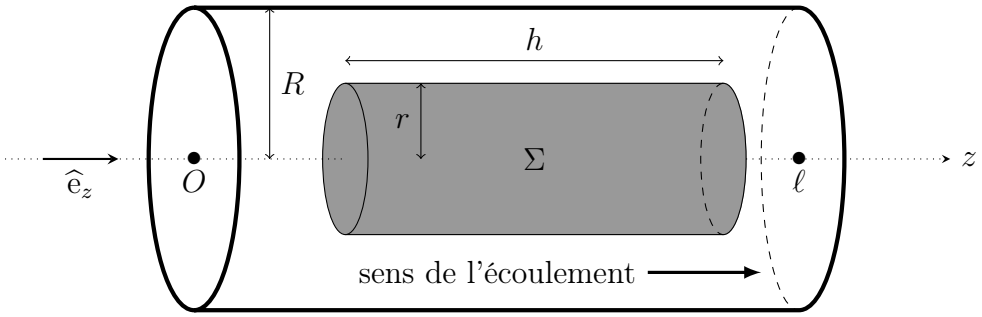


FIGURE 2 – Capillaire et élément de fluide étudié.

On étudie (cf. figure 2) l'écoulement du fluide situé à une distance au plus égale à r de l'axe du capillaire, sur une longueur arbitraire $h < \ell$.

❑ – **4**. Montrer que le caractère incompressible de l'écoulement assure que cet élément de fluide n'est pas accéléré.

❑ – **5**. En déduire l'existence d'un gradient de pression $\dfrac{dP}{dz}$ constant dont on précisera l'expression en fonction, notamment, du terme de viscosité $\eta\dfrac{\partial v}{\partial r}$.

❑ – **6**. Exprimer complètement $v(r,z)$ en fonction de R, η et $\dfrac{dP}{dz}$.

❑ – **7**. En déduire la *résistance linéique d'écoulement* R_u, définie par la relation $\left|\dfrac{dP}{dz}\right| = R_u D_m$.

❑ – **8**. Calculer numériquement l'écart de pression ΔP de part et d'autre du capillaire en précisant en quel point la pression est la plus élevée.

❑ – **9**. Exprimer la puissance des forces de pression exercées sur le fluide traversant le capillaire en fonction de ΔP, D_m et ρ puis en fonction de R_u, ρ, D_m et ℓ.

❑ – **10**. Que peut-on en déduire concernant la puissance totale moyenne du cœur humain ? On attend ici une réponse numérique.

II Le magnétron

Le magnétron est un générateur d'ondes radio (notamment utilisé pour la production des ondes de fréquence $f_0 = 2{,}45\,\text{GHz}$ utilisées dans les fours à micro-ondes). Les schéma de la figure 3 sont extraits du brevet américain N° 2 123 728 déposé en 1938 par Telefunken.

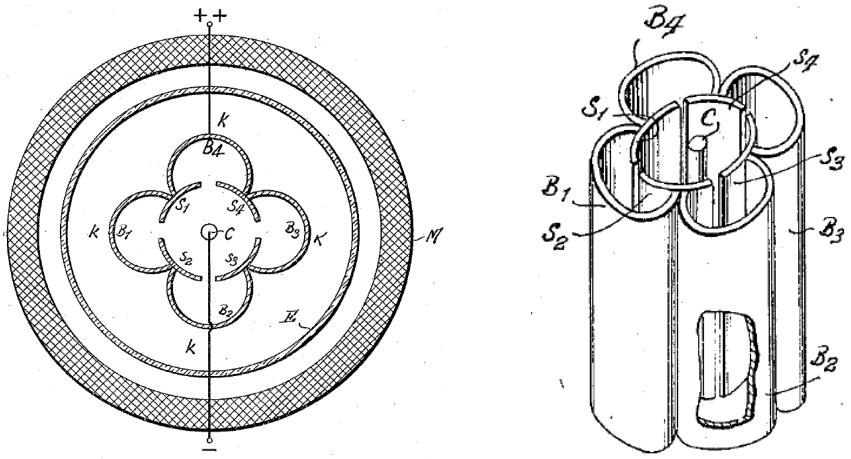


FIGURE 3 – Brevets originaux du magnétron.

Le dispositif comporte un bobinage M, entourant le reste du dispositif et représenté sur la figure 3, qui crée un champ magnétostatique uniforme $\overrightarrow{\mathrm{B}}_0 = B_0\widehat{\mathrm{e}}_z$ et une cathode C cylindrique de rayon a, chauffée donc permettant d'émettre des électrons de faible vitesse. Ces électrons sont accélérés par la différence de potentiel avec une anode circulaire de rayon b (ici découpée en quatre parties S_1, S_2, S_3 et S_4). L'anode est portée à une tension positive U_0 relativement à C pour accélérer les électrons. Pour les applications numériques on prendra $a = 1\,\text{mm}$ et $b = 6\,\text{mm}$. L'intérieur du dispositif est initialement vide. Un schéma de principe résumant le brevet original fait l'objet de la figure 4

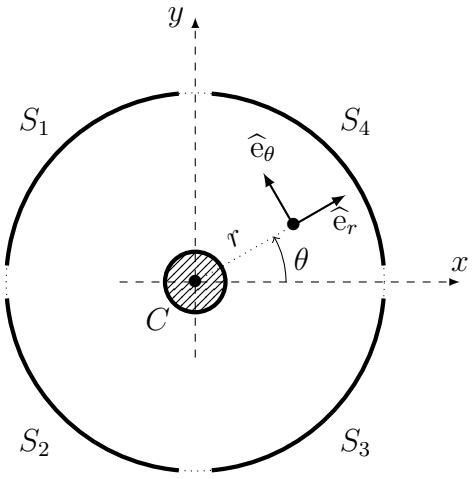


FIGURE 4 – Schéma de principe du magnétron. Le bobinage extérieur M n'est pas représenté.

❑ – **11**. Comment choisir la géométrie du bobinage M et le courant I dans M pour créer un tel champ magnétique ?

❑ – **12**. Expliciter le potentiel électrostatique $V(r)$ en tout point de la cavité $a \leq r \leq b$. On négligera tout effet de bord.

Au cours de leur mouvement, ces électrons (masse $m_e = 9{,}1{\cdot}10^{-31}$ kg, charge $-e = -1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C) passent dans la cavité entre les différentes parties de l'anode. Ils émettent une onde électromagnétique de pulsation égale à celle de leur mouvement au voisinage de l'anode. Dans un premier temps nous négligerons l'effet de la charge des électrons en mouvement sur le champ électromagnétique dans la cavité.

❑ – **13**. Montrer que le mouvement des électrons est plan.

❑ – **14**. Rappeler le théorème du moment cinétique ; expliciter la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ des électrons en fonction de r, a et de $\omega_c = eB_0/m_e$.

❑ – **15**. Quelle valeur du champ magnétique faut-il imposer pour produire une onde de fréquence f_0 au voisinage de l'anode ? Faire l'application numérique.

L'appareil ne fonctionne de façon satisfaisante que si les électrons atteignent en grand nombre le voisinage immédiat de l'électrode externe, mais sans jamais entrer en contact avec celle-ci.

❑ – **16**. Montrer que le mouvement est conservatif ; en déduire l'expression de la vitesse radiale $\dot{r}$ de l'électron en fonction de r et des autres paramètres du problème.

❑ – **17**. Comment choisir la tension U_0 pour assurer le bon fonctionnement de l'appareil ? *On se contentera d'une expression analytique de U_0 en fonction de e, m_e, B, a et b sans faire l'application numérique.*

En présence d'une densité assez élevée d'électrons, le champ électrique est modifié par leur présence. Nous ne ferons l'étude que d'une solution particulière du problème : on considère que tous les électrons tournent sur des trajectoires circulaires de rayons variables $a < r < b$ à la même vitesse angulaire constante ω dans un champ magnétique supposé inchangé. On notera ε_0 la permittivité du vide.

❑ – **18**. Expliciter, en fonction de ω_c, ω, e, m_e et r, le champ électrique $\vec{E}$ présent dans la cavité et permettant un tel mouvement des électrons. On vérifiera que ce champ est fonction linéaire de r.

❑ – **19**. En déduire la différence de potentiel U_0 en fonction des mêmes paramètres et de a et b.

❑ – **20**. Exprimer la densité particulaire des électrons dans l'appareil en fonction de a, b, U_0, ε_0 et e.

❑ – **21**. L'hypothèse consistant à considérer le champ magnétique comme inchangé est-elle raisonnable ?

III Lévitation magnétique

On dispose (voir figure 5) deux spires plates, formées respectivement de N_1 et N_2 spires circulaires de rayon R et d'axe (Oz) ; elles entourent toutes les deux un cylindre de rayon très légèrement inférieur à R, de hauteur ℓ, formée d'un matériau magnétisable ; on note $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ l'aimantation du matériau (moment dipolaire magnétique par unité de volume) et on supposera le milieu linéaire de susceptibilité magnétique χ : $\overrightarrow{\mathrm{M}} = \chi\overrightarrow{\mathrm{H}}$ où $\overrightarrow{\mathrm{H}}$ est l'excitation magnétique.

❑ – **22**. Déterminer la dimension de χ.

Quelle relation lie $\overrightarrow{\mathrm{H}}$ et le champ magnétique $\overrightarrow{\mathrm{B}}$?

Définir puis exprimer la perméabilité magnétique relative μ_r du milieu.

On admet que les lignes de champ des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{H}}$, $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ à l'intérieur du milieu magnétique sont des droites parallèles à (Oz). On notera $\overrightarrow{\mathrm{B}} = B_0(z)\widehat{\mathrm{e}}_z$

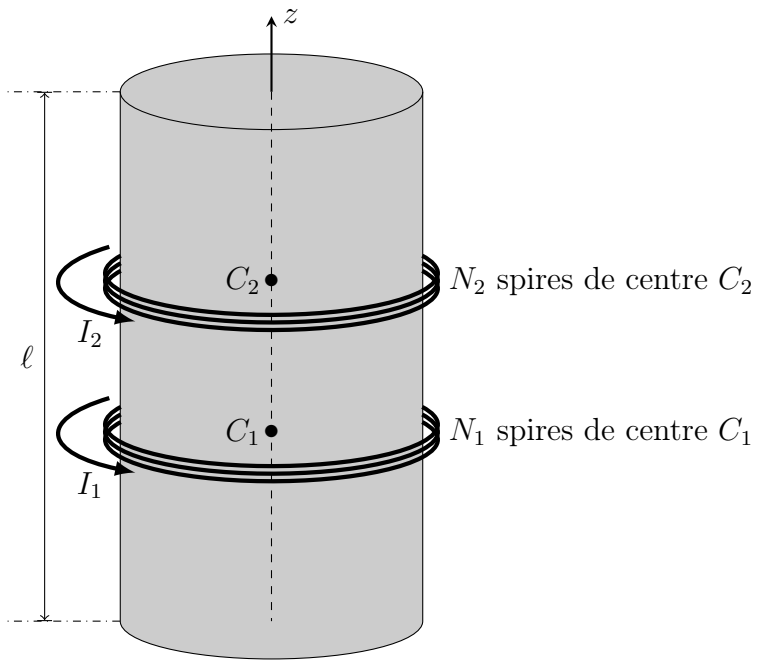


FIGURE 5 – Système de deux bobines.

❑ – **23**. Montrer que ces trois champs sont uniformes dans ce milieu.

En négligeant le champ magnétique à l'extérieur du milieu magnétique, exprimer B_0 en fonction de μ_r, μ_0, N_1, N_2, ℓ et des courants I_1 et I_2 dans les deux bobines.

❑ – **24**. En déduire les inductances propres L_1 et L_2 des deux bobines et leur inductance mutuelle M_0.

Dans ce qui suit, la bobine N° 1 est fixe à la base $z = 0$ du cylindre et l'on considère que C_1 se situe à l'origine O de l'axe (Oz). La bobine N° 2 est mobile ; on note z l'abscisse de son centre C_2. On suppose enfin que l'inductance mutuelle $M(z)$ est une fonction positive monotone décroissante de z qu'on écrira sous la forme $M(z) = M_0 f(z)$.

Le courant électrique $I_1(t) = I\cos(\omega t)$ est imposé par un générateur que l'on ne précisera pas. La spire N° 2 est fermée sur elle-même et on nomme G sa conductance électrique.

❑ – **25**. Déterminer, en régime harmonique forcé et à altitude z fixée, l'expression du courant induit sous la forme $I_2(z,t) = I[\beta(z)\sin(\omega t) - \alpha(z)\cos(\omega t)]$. On exprimera les fonctions $\beta(z)$ et $\alpha(z)$ en fonction de G, $M(z)$, ω et L_2.

❑ – **26**. Montrer que, dans des conditions d'approximation à préciser, l'expression de la composante *radiale* du champ $\overrightarrow{\mathrm{B}}_{1\to 2}$ créé par la bobine N° 1 au niveau de la bobine N° 2, s'écrit

$$B_r = \widehat{\mathrm{e}}_r \cdot \overrightarrow{\mathrm{B}}_{1\to 2} \simeq -\frac{\mu_0 \mu_r N_1 R}{2\ell} I_1(t) \frac{df}{dz}.$$

❑ – **27**. En déduire la valeur moyenne, sur une période, de la force exercée sur la bobine N° 2. Commenter son signe et l'influence de z sur cette force.

FIN DE L'ÉPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Grandeurs, unités, analyse dimensionnelle et ordres de grandeur
- Description et paramétrage du mouvement d'un point
- Régime sinusoïdal forcé

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/psi