Concours commun Mines-Ponts, France

Session 2025, filière PSI

Sciences industrielles de l'ingénieur

Durée : 4 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 2 : modélisation des chaînes fonctionnelles
- Partie 3 : validation de la structure parallèle
- Partie 4 : choix des actionneurs
- Partie 5 : validation des exigences de stabilité et de précision
- Partie 6 : synthèse, précision et rapidité

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/mines/psi/2025/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

A2025 – SI PSI

**ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

**Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).**

CONCOURS 2025

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

L'énoncé de cette épreuve comporte 12 pages de texte et 2 pages regroupant 2 annexes.

Le travail doit être reporté sur le document-réponse de 12 pages distribué avec le sujet. Un seul document-réponse est fourni au candidat, dont toutes les feuilles seront obligatoirement rendues à la fin de l'épreuve. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, son nom, son prénom, son numéro d'inscription et sa signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés selon les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.

Goniomètre à actionneurs piézo-électriques

1. Présentation

1.1. La radiocristallographie

La cristallographie par rayons X ou radiocristallographie est une méthode d'analyse de la matière qui consiste à analyser la diffraction d'un faisceau lumineux (de fréquence typique de 10^{16} à 10^{19} Hz) par un échantillon cristallin. Ce procédé est très utilisé en biologie pour déterminer la structure des molécules du vivant. Dans ce cadre, un monocristal de la molécule est placé dans un faisceau de rayons X monochromatiques et la diffraction observée pour différentes positions du cristal dans le faisceau de rayons X permet de déterminer non seulement la structure du cristal, mais aussi et surtout la structure de la molécule.

1.2. Le goniomètre SmarGon

Le positionnement de l'échantillon doit être très précis : il est réalisé par un équipement appelé goniomètre et correspond à une structure robotique à 6 degrés de liberté. Le SmarGon (de la société SmarAct GmbH), présenté sur la **Figure 1** et sur la **Figure 2**, est un goniomètre de dernière génération qui utilise une structure mécanique mixte série-parallèle et qui permet d'atteindre des précisions inférieures à 10^{-3} degré de position angulaire et inférieure à 5 nm de position linéaire.

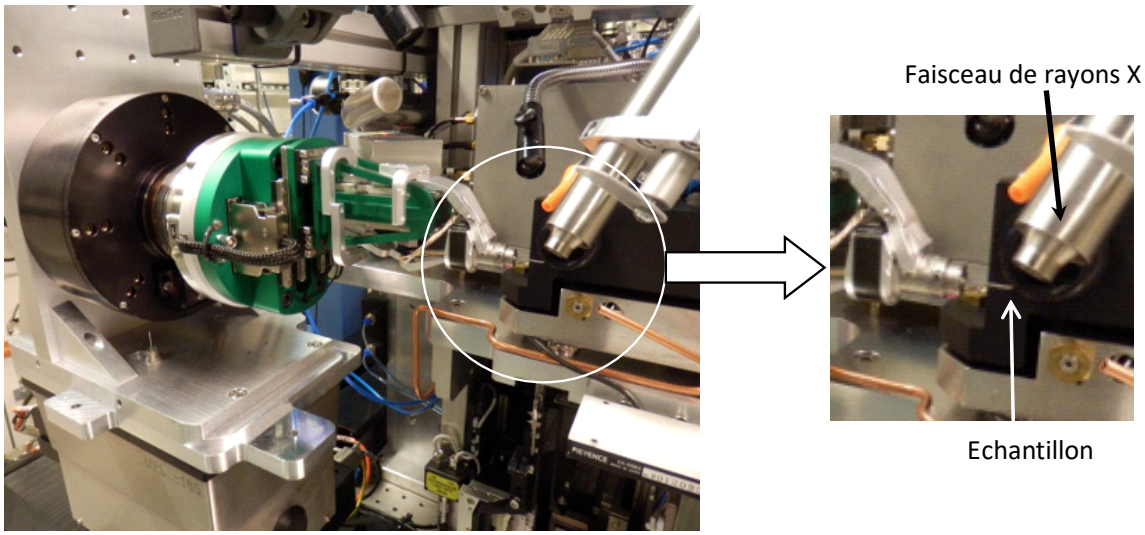


***Figure 1** : photographie du goniomètre SmarGon*

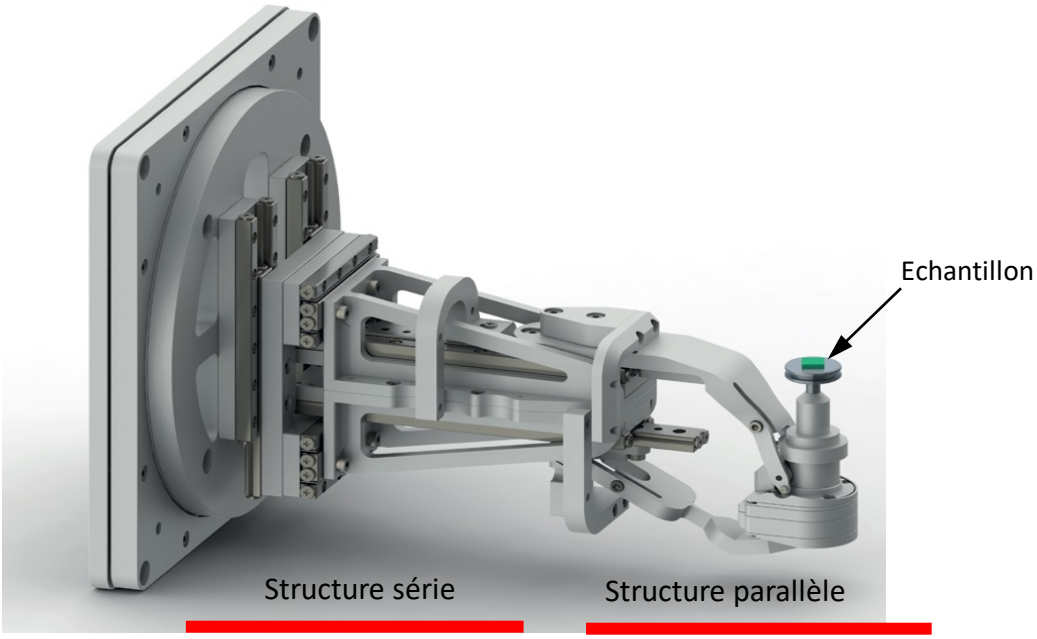


Figure 2 : *modèle tridimensionnel du goniomètre SmarGon*

Le goniomètre étudié (**Figure 3**) permet donc :

- de positionner l'échantillon au centre du faisceau de rayons X, ce qui nécessite le pilotage des 3 coordonnées cartésiennes du centre de l'échantillon : x, y et z ;
- d'orienter l'échantillon dans l'espace, ce qui nécessite le pilotage de 3 angles d'orientation : ψ , θ et φ.

Ainsi la pièce qui porte l'échantillon à étudier possède 6 degrés de liberté par rapport au bâti.

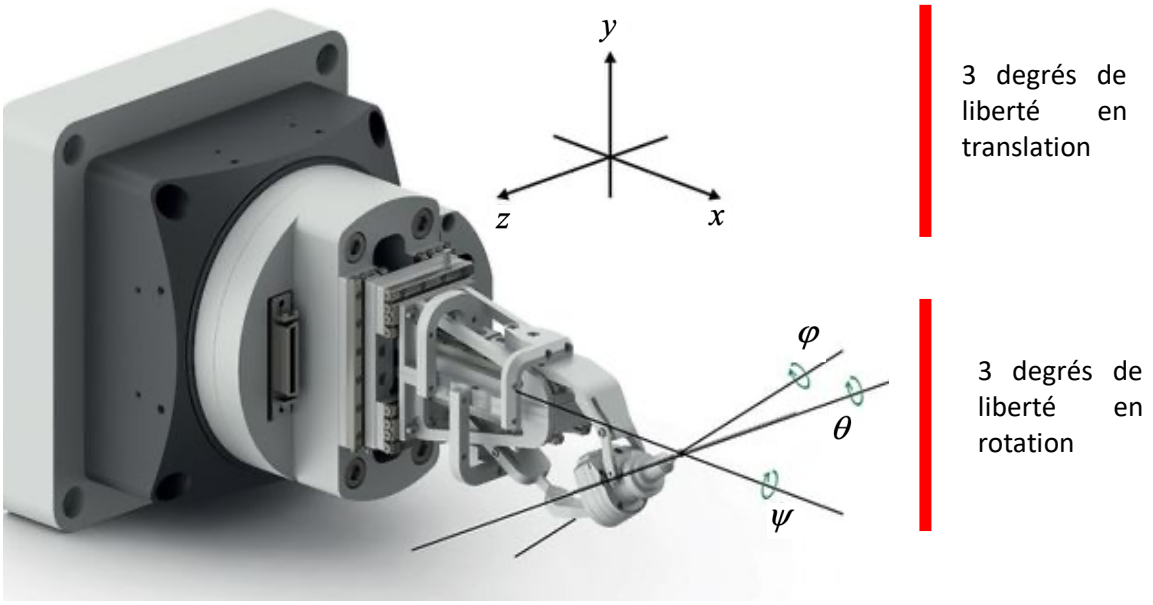


Figure 3 *: six degrés de liberté de l'échantillon du goniomètre SmarGon*

La société SmarAct, concevant et produisant le SmarGon, annonce des performances de précision de positionnement très élevées. Ces performances annoncées sont rassemblées dans le diagramme des exigences représenté dans l'**Annexe 1**.

L'enjeu de ce sujet est de vérifier certaines de ces performances, en modélisant puis simulant le goniomètre SmarGon.

2. Modélisation des chaînes fonctionnelles

L'organisation topo-fonctionnelle étant similaire sur les six axes du positionneur, on ne s'intéresse ici qu'à la chaîne de puissance de la rotation d'angle θ.

Question 1. A l'aide du diagramme de blocs internes donné en **Annexe 2**, compléter sur le document-réponse la chaîne de puissance de la rotation d'angle θ du goniomètre SmarGon.

3. Validation de la structure parallèle

On cherche à justifier le choix d'architecture de la structure parallèle vis-à vis de l'exigence 1.1.1 du cahier des charges.

On s'intéresse ici à la structure du goniomètre qui autorise le réglage des paramètres géométriques de l'angle d'orientation θ et de l'abscisse x_E du centre de l'échantillon à l'aide de deux actionneurs linéaires situés au sein de deux liaisons glissière.

Dans la position étudiée, le modèle cinématique 3D de la structure est donné **Figure 4**.

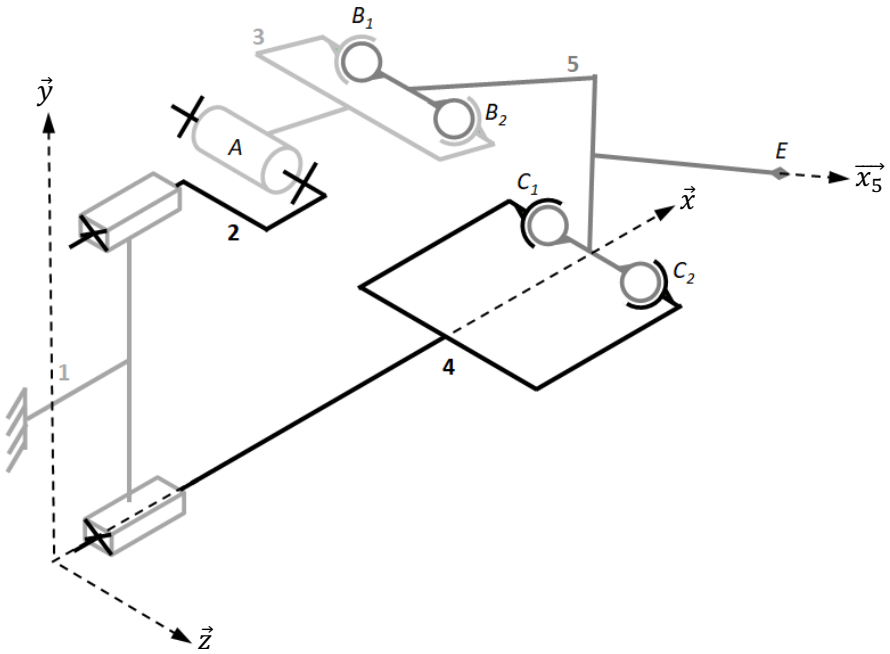


Figure 4 : *modèle cinématique tridimensionnel de la structure terminale du goniomètre*

Question 2. Compléter le graphe des liaisons sur le document-réponse, en veillant à bien préciser les caractéristiques géométriques de celles-ci.

Question 3. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle proposé en **Figure 4**.

Question 4. En quoi le degré d'hyperstatisme contribue à l'exigence 1.1.1 du diagramme de l'**Annexe 1** ?

4. Choix des actionneurs

*On cherche à sélectionner dans le catalogue du constructeur en **Annexe 3**, les actionneurs capables de vérifier les exigences 1.2.3 et 1.1 du cahier des charges.*

4.1. Choix d'un actionneur validant l'exigence 1.2.3 « Domaine atteignable »

Pour vérifier l'exigence 1.2.3 « Domaine atteignable » (**Annexe 1**), on détermine à l'aide d'une fermeture géométrique les courses nécessaires des deux actionneurs linéaires.

Le mécanisme simplifié est représenté sur la **Figure 5**.

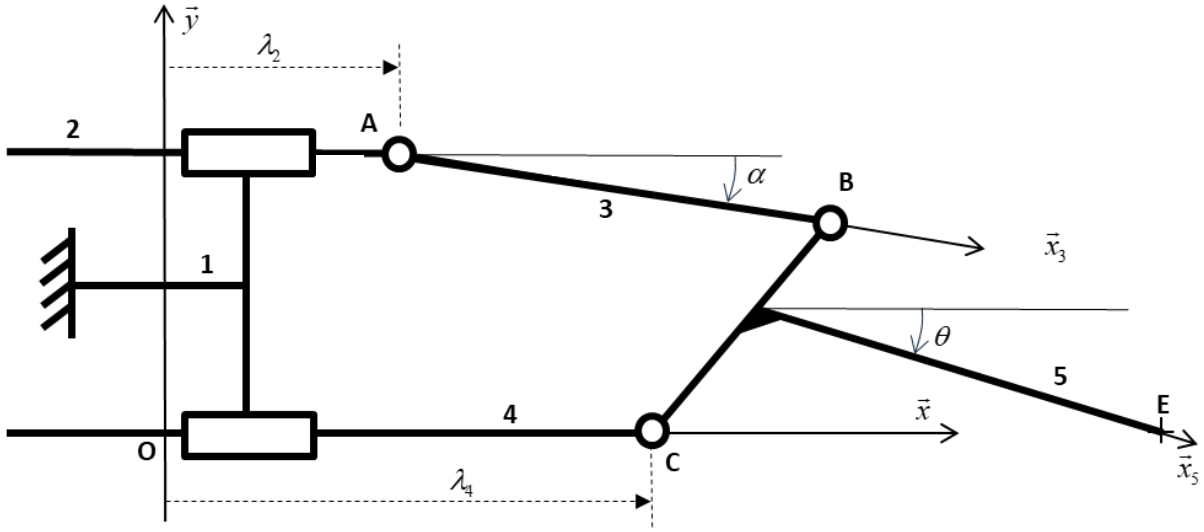


***Figure 5**: schéma cinématique simplifié de la structure parallèle*

Il est à noter que dans la position du modèle, les angles α et θ sont négatifs.

Données géométriques :

Au bâti 1 est associé le repère $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et à chaque solide i est associée une base orthonormée directe $(\vec{x}_i,\vec{y}_i,\vec{z})$. Le problème étant plan, le vecteur $\vec{z}$ est commun à toutes les bases.

$\lambda_2(t)$ et $\lambda_4(t)$ sont les paramètres de position imposés par les deux actionneurs linéaires.

On note :

$\overrightarrow{OC} = \lambda_4(t)\vec{x}$ $\quad$ $\overrightarrow{AB} = l_3\vec{x}_3$ $\quad$ $\overrightarrow{OE}.\vec{x} = x_E(t)$

$\overrightarrow{OA} = \lambda_2(t)\vec{x} + e\vec{y}$ $\quad$ $\overrightarrow{CB} = b\vec{x}_5 + c\vec{y}_5$ $\quad$ $\alpha(t) = (\vec{x},\vec{x}_3) = (\vec{y},\vec{y}_3)$ et $\theta(t) = (\vec{x},\vec{x}_5) = (\vec{y},\vec{y}_5)$

Les deux paramètres utiles au positionnement de l'échantillon sont $\theta(t)$ et $x_E(t)$.

A partir de la position de la **Figure 5**, on considère deux mouvements simples distincts :

- *mouvement 1* : $\theta(t)$ est constant et $x_E(t)$ est croissant ;
- *mouvement 2* : $x_E(t)$ est constant et $\theta(t)$ est croissant.

Question 5. Pour chacun des *« mouvement 1 »* et *« mouvement 2 »*, indiquer les déplacements nécessaires des actionneurs linéaires en cochant les cases correspondantes du document-réponse.

On note $\Delta\lambda = \lambda_4(t) - \lambda_2(t)$.

Question 6. A partir d'une fermeture géométrique, déterminer une équation du second degré de la forme : $\Delta\lambda^2 + A_1(\theta)\Delta\lambda + B_1(\theta) = 0$ où $A_1(\theta)$ et $B_1(\theta)$ sont deux fonctions de θ à expliciter.

Grâce à une simulation, nous obtenons la loi entrée-sortie de la structure parallèle, représentée sur la **Figure 6**.

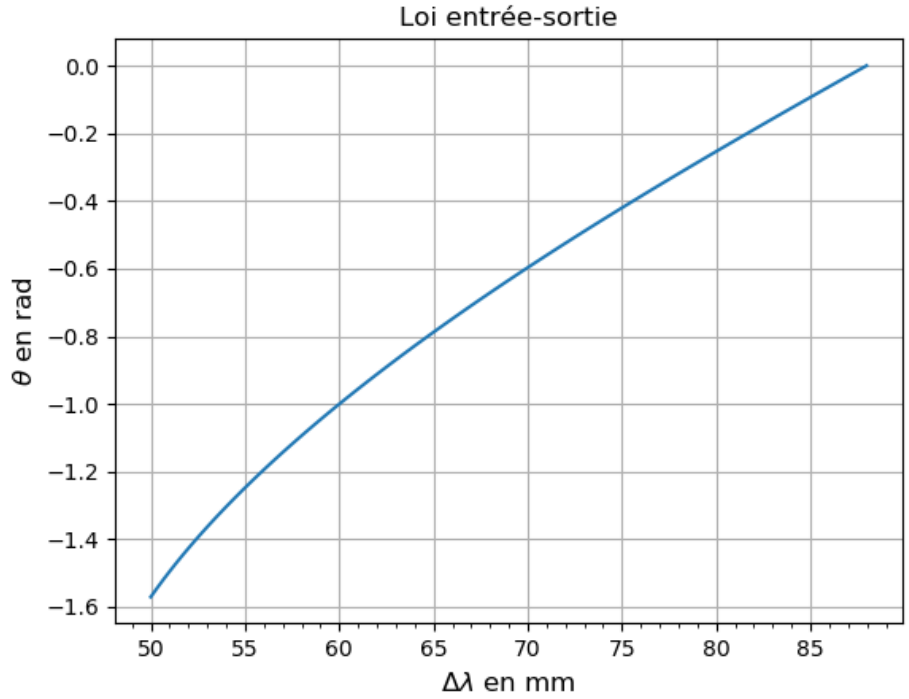


***Figure 6** : loi entrée-sortie simulée : θ en fonction de $\Delta\lambda$*

Question 7. A partir des références d'actionneurs données en **Annexe 3**, quel(s) actionneur(s) pemet(tent) de valider à la fois la plage de variation de x_E et celle de θ de l'exigence 1.2.3 ?

4.2. Choix d'un actionneur validant l'exigence 1.1 « Maintenir en position »

Pour vérifier l'exigence 1.1 « Maintenir en position » (**Annexe 1**), on détermine à l'aide d'une étude statique la force à fournir par l'actionneur linéaire le plus sollicité.

Hypothèses :

- les liaisons sont supposées parfaites ;
- le repère lié au bâti 1 est considéré comme galiléen, l'ensemble du mécanisme est en équilibre dans ce repère, dans la position représentée **Figure 5** ;
- le problème est plan dans $(O,\vec{x},\vec{y})$;
- le poids des pièces est négligé, à l'exception du solide 5 auquel est fixé un actionneur d'orientation autour de l'axe $(E,\vec{y}_5)$. La pesanteur exerce une action mécanique sur la pièce 5 modélisée par $\{T_{ext\to 5}\}:\begin{Bmatrix}-P\vec{y}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{G_5}$ avec $P>0$ et $\overrightarrow{CG_5}=d\vec{x}_5+\frac{c}{2}\vec{y}_5$, où G_5 est le centre de gravité de la pièce 5.

Question 8. Montrer que la résultante des actions mécaniques de 5 sur 3, notée $\vec{R}_{5\to 3}$, a pour direction le vecteur $\vec{x}_3$.

On notera alors $\vec{R}_{5\to 3}=X_{53}\vec{x}_3$.

Question 9. Isoler 5, déterminer X_{53} en fonction de P et des grandeurs géométriques nécessaires. Préciser l'équation scalaire, du principe fondamental de la statique, utilisée pour la résolution.

Le torseur $\{T_{act\to 2}\}$, modélisant l'action mécanique de l'actionneur linéaire sur 2, a pour résultante : $\vec{R}_{act\to 2} = F\,\vec{x}$.

Question 10. Isoler {2+3} et déterminer F en l'exprimant sous la forme $F = P\dfrac{A_2\cos(\theta)+B_2\sin(\theta)}{c\cos(\theta-\alpha)+b\sin(\theta-\alpha)}\cos(\alpha)$ où A_2 et B_2 sont des constantes à déterminer.

Par simulation numérique, nous pouvons calculer les valeurs de F. Les résultats obtenus sont représentés sur la **Figure 7** :

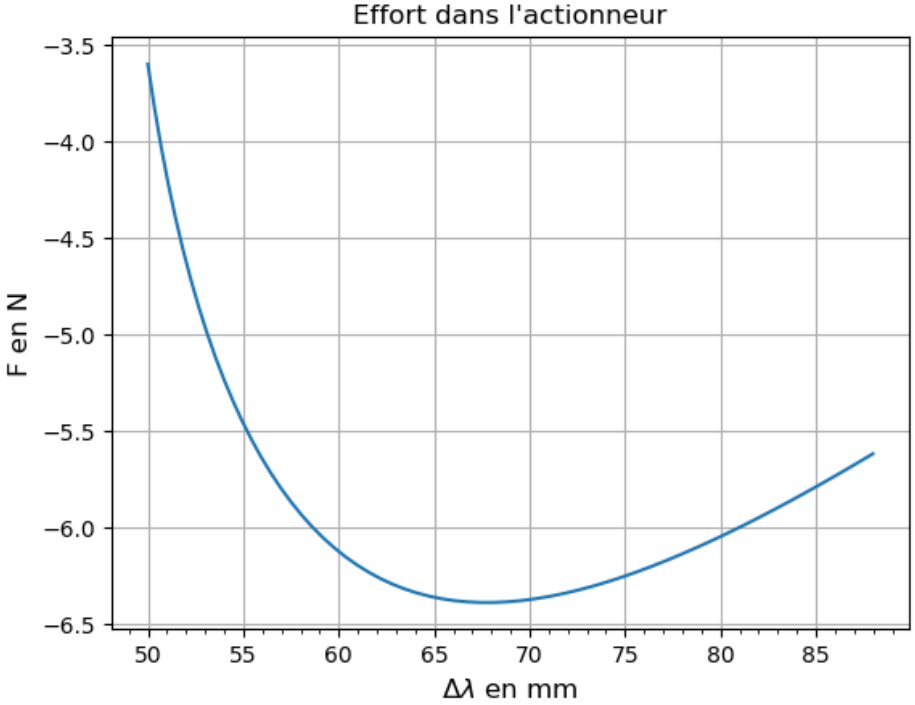


***Figure 7** : effort dans l'actionneur F simulé en fonction de $\Delta\lambda$*

Question 11. A partir des références d'actionneurs données en **Annexe 3**, déterminer le ou les actionneurs permettant de vérifier la force à exercer afin de valider l'exigence 1.1.

5. Validation des exigences de stabilité et de précision

5.1. Vérification de l'exigence de stabilité.

Pour vérifier l'exigence« Stabilité » (**Annexe 1**), *on modélise l'actionneur piezo-électrique au sein du mécanisme de la structure terminale, afin d'étudier les caractéristiques de sa fonction de transfert.*

L'actionneur installé sur le goniomètre SmarGon est un actionneur linéaire piézo-électrique. Cette technologie est utilisée afin d'avoir le niveau de précision souhaité. L'actionneur linéaire utilisé dans le SmarGon est un actionneur pas-à-pas. Chaque pas de déplacement est créé en utilisant le principe inverse de l'effet piézo-électrique. Pour cela, le matériau utilisé dans la conception de l'actionneur est une céramique, constituée en multi-couches. Ces couches sont polarisées et recouvertes d'électrodes afin d'appliquer un champ électrique d'excitation. Sous l'effet de ce champ, le matériau piézo-électrique répond par une déformation qu'il faut ensuite utiliser pour créer un petit déplacement, appelé pas. Le modèle électro-mécanique proposé pour cette étude est représenté sur la **Figure 8**. On notera que dans cette modélisation, la force extérieure due aux poids des différentes pièces du mécanisme de la structure terminale n'est pas prise en compte, car influançant peu le comportement dynamique étudié ici. Le paramètre $\lambda(t)$ représente le déplacement d'un actionneur piézo-électrique, noté $\lambda_2(t)$ et $\lambda_4(t)$ dans les parties précédentes du sujet.

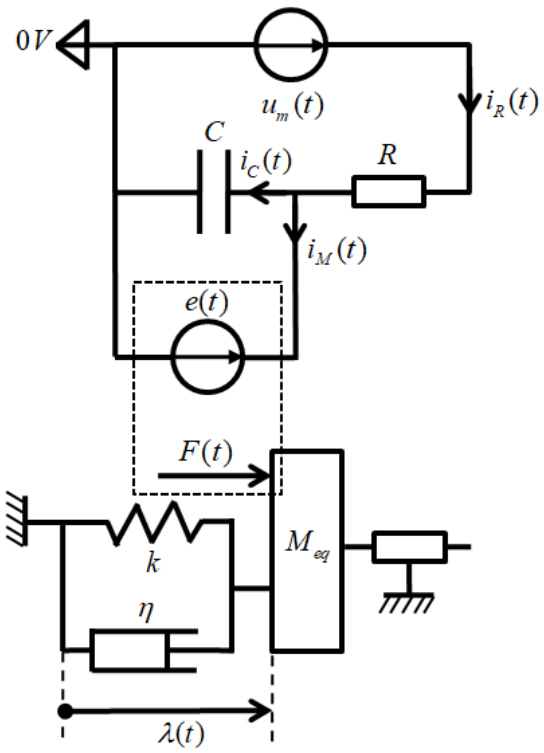


***Figure 8**: modèle électro-mécanique de l'actionneur linéaire piézo-électrique*

La masse M_{eq} représente la masse équivalente de la chaîne de transmission ramenée sur l'actionneur.

5.2. Détermination de la masse équivalente

On se base toujours sur le schéma cinématique de la **Figure 5**, mais **on suppose le solide 4 fixe par rapport au bâti 1**.

Hypothèses :
Le repère lié au solide 1 est supposé galiléen.
Solide 3 : masse et inertie négligées.
Solide 5 : le centre de gravité de la pièce 5, et du positionneur d'angle qui lui est fixé, est tel que $\overrightarrow{CG_5} = d.\overrightarrow{x_5} + \frac{c}{2}.\overrightarrow{y_5}$. On note m_5 sa masse. Sa matrice d'inertie au point G_5 est notée :

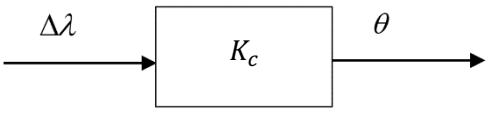
$$I(G_5,5) = \begin{bmatrix} A_5 & -F_5 & -E_5 \\ -F_5 & B_5 & -D_5 \\ -E_5 & -D_5 & C_5 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_5,\vec{y}_5,\vec{z})}$$

La pièce 5 admet $(G_5, \overrightarrow{x_5}, \overrightarrow{y_5})$ comme plan de symétrie.
Solide 2 : sa masse est notée m_2.

Question 12. En tenant compte de la symétrie du solide 5, donner la forme simplifiée de sa matrice d'inertie.

Question 13. Calculer l'énergie cinétique du solide 5 dans son mouvement par rapport à 1 : $E_c(5/1)$ en fonction de $\frac{d\theta}{dt}$ et des grandeurs géométriques et d'inertie du solide 5.

Question 14. Autour du point de fonctionnement $\theta = 0\,rad$ linéariser la loi entrée-sortie (**Figure 6**). Faire apparaître les tracés sur le document-réponse, déterminer la valeur de K_c et donner son unité.



On se place dans la position particulière où $\theta = 0\,rad$, on a donc au voisinage de cette position la relation : $\theta(t) = K_c.\Delta\lambda(t)$.

Question 15. Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement $\Sigma = \{2,3,5\}$ par rapport à 1: $E_c(\Sigma/1)$. En déduire l'expression de la masse équivalente M_{eq} de l'ensemble Σ rapportée au solide 2.

5.3. Validation de l'exigence 1.2.4 du cahier des charges

L'objectif de cette sous-partie est de vérifier l'exigence 1.2.4 (**Annexe 1**) *de stabilité de l'actionneur en élaborant un modèle de connaissance linéaire.*

Nous adopterons, pour la conversion électro-mécanique associée à l'effet piézo-électrique du matériau, le modèle de connaissance régi par les deux équations suivantes :

$$i_M(t) = k_i.\frac{d\lambda}{dt}(t) \text{ et } F(t) = k_i.e(t)$$

k_i est appelée la constante de force de l'actionneur et dépend des composites utilisés ainsi que de la géométrie des moteurs ($k_i = 4N.V^{-1}$).

La partie basse du modèle (**Figure 8**) représente un système masse, ressort, amortisseur modélisant la chaîne de transmission de puissance du SmarGon. Les paramètres k et η caractérisent respectivement la raideur et l'amortissement du corps piézo-électrique. $F(t)$ représente la force exercée par l'actionneur linéaire sur la masse équivalente M_{eq}. Nous supposerons qu'à l'instant initial, toutes les grandeurs temporelles sont nulles.

Question 16. Déterminer une équation différentielle reliant $F(t)$ et ses dérivées successives à $u_m(t)$ et $\frac{d\lambda}{dt}(t)$ de la forme $u_m(t) = a_0.F(t) + a_1.\frac{dF}{dt}(t) + a_2.\frac{d\lambda}{dt}(t)$. Vous indiquerez les expressions des constantes a_0, a_1 et a_2 dans les cadres du document-réponse.

Question 17. Compléter le schéma-blocs du document-réponse en indiquant les fonctions de transfert des blocs 1 et 2.

$F(t)$ représente la force exercée par l'actionneur linéaire sur la masse équivalente M_{eq}, provoquant ainsi un pas de déplacement. Les efforts développés par le ressort et l'amortisseur sur la masse équivalente, $F_r(t)$ et $F_a(t)$, obéissent aux lois de comportement suivantes :

$$F_r(t) = -k.\lambda(t) \text{ et } F_a(t) = -\eta.\frac{d\lambda}{dt}(t)$$

L'actionneur linéaire étant utilisé horizontalement, nous négligerons l'impact de la pesanteur sur la chaîne de transmission.

Question 18. Déterminer, en indiquant le système isolé et le théorème utilisé, l'équation différentielle du mouvement de la masse équivalente reliant $\lambda(t)$ et ses dérivées successives à $F(t)$.

Question 19. Compléter le schéma-blocs du document-réponse en indiquant les fonctions de transfert des blocs 3, 4 et 5.

Question 20. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\lambda(p)}{U_m(p)}$ du modèle ainsi obtenu. Ecrire $H(p)$ sous la forme d'une fraction rationnelle dont le polynôme du dénominateur admet un coefficient constant égal à 1.

Une étude numérique a permis d'obtenir les pôles de la fonction de transfert $H(p)$ représentés sur la **Figure 9** page suivante.

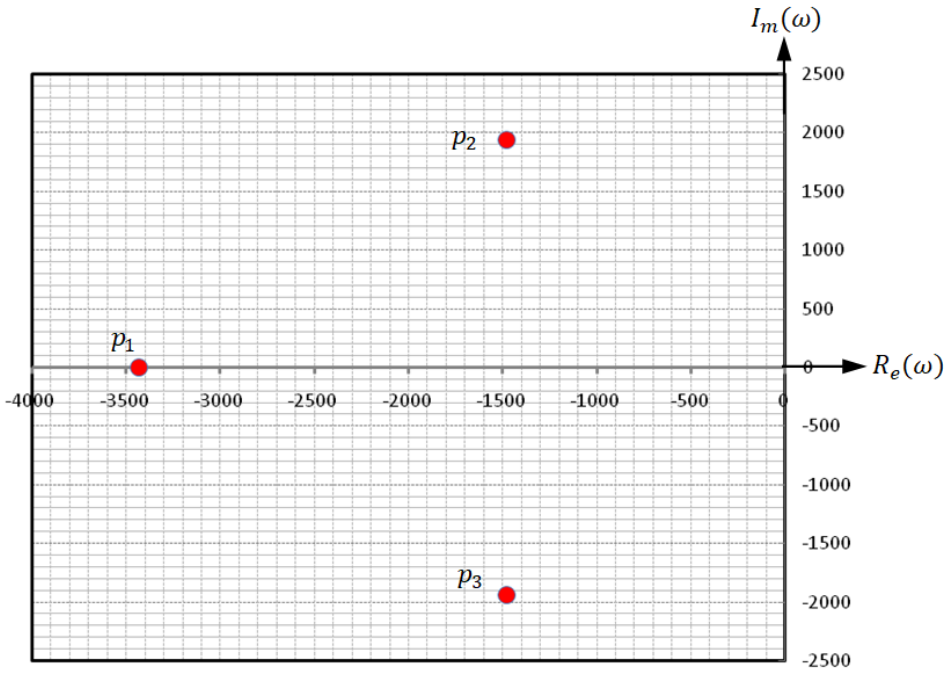


***Figure 9** : pôles de la fonction de transfert $H(p)$ dans le plan complexe ($I_m(\omega)$: partie imaginaire ; $R_e(\omega)$: partie réelle)*

Question 21. Donner les valeurs des pôles p_i de la fonction de transfert $H(p)$. Conclure sur la validité de l'exigence 1.2.4 de l'actionneur piézo-électrique.

Conclusion : nous avons vérifié la stabilité de l'actionneur électrique à l'aide du modèle linéaire. Nous pouvons désormais vérifier ses performances en précision et rapidité.

5.4. Vérification de l'exigence 1.2.1 a du cahier des charges

L'objectif de cette sous-partie est de vérifier l'exigence 1.2.1 a du cahier des charges (**Annexe 1**). *Lors du mode de déplacement « scan », le pas de déplacement doit être inférieur ou égal à 3 μm.*

Le goniomètre doit permettre de placer très finement l'échantillon pour analyse. La précision de positionnement lors de ce mode de déplacement très précis, appelé mode « *scan* » doit être inférieure ou égale à 3 μm.
Afin de valider en avant-projet le choix de l'actionneur piézo-électrique, nous le soumettons à un échelon de tension telle que $u_m(t) = U_0.u(t)$ avec $U_0 = 10\,V$, $u(t)$ représentant la fonction échelon unitaire. Nous indiquons les valeurs numériques : $k = 16\,N.\mu m^{-1}$ et $k_i = 4\,N.V^{-1}$.

Question 22. Montrer que l'on peut écrire la fonction de transfert $H(p)$ sous la forme suivante : $H(p) = \frac{\lambda(p)}{U_m(p)} = \frac{H_0}{(1+\tau.p)(1+\frac{2\xi}{\omega_0}.p+\frac{1}{\omega_0^2}.p^2)}$. Indiquer dans le document-réponse les expressions littérales des paramètres caractéristiques τ, ξ et ω_0 en fonction des pôles p_i.

Question 23. Discuter de la possibilité de réduire l'ordre de $H(p)$.

Question 24. Déterminer l'expression littérale de la valeur finale du déplacement $\lambda(t)$ notée λ_{fin}.

Question 25. Conclure sur la capacité de l'actionneur à respecter l'exigence 1.2.1 a du cahier des charges.

Conclusion : nous avons vérifié la précision de positionnement en mode de déplacement « scan ». Nous pouvons désormais valider le mode de déplacement rapide : le mode d'approche « stick-slip ».

5.5. Vérification de l'exigence 1.2.2 d du cahier des charges

L'objectif de cette partie est de valider l'exigence 1.2.2 d du cahier des charges (**Annexe 1**). *Cette exigence s'applique au mode d'approche en déplacement rapide, le mode « stick-slip ».*

Le fonctionnement du mode d'approche est basé sur le phénomène « adhérence-glissement » (« *stick-slip* » en anglais). Ainsi, lorsque la variation de vitesse de l'actionneur linéaire est faible, il va entrainer un coulisseau en translation par adhérence. Au contraire, lorsque la variation de vitesse est élevée (dans un sens ou dans l'autre), il n'entrainera plus le coulisseau, glissant sur ce dernier. Ce principe est illustré sur la **Figure 10**.

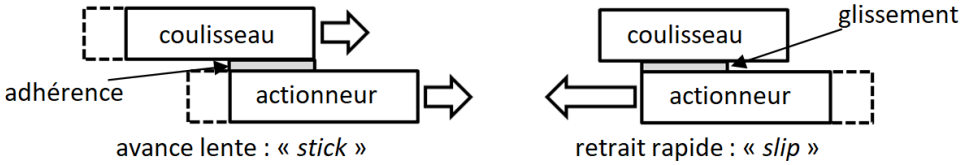


***Figure 10** : phénomène de « stick-slip »*

Le déplacement continu du coulisseau est obtenu par une succession rapide de la séquence suivante : un mouvement d'avance lent de l'actionneur puis une diminution rapide de la vitesse pour assurer une phase de glissement.
Afin de réaliser une succession de pas de déplacement, nous souhaitons solliciter l'actionneur linéaire avec une tension périodique $u_m(t)$ de fréquence $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ et d'amplitude $U_0 = 10\ V$ telle que représentée sur la **Figure 11.**

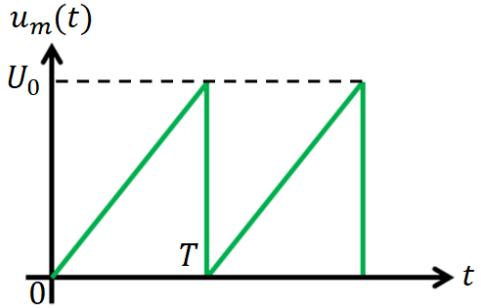


***Figure 11** : pilotage de l'actionneur en mode d'approche*

La fréquence de pilotage a un rôle important afin d'assurer un déplacement rapide, c'est-à-dire pour obtenir une vitesse de déplacement élevée. Pour cette raison, le pilotage de l'actionneur est choisi à très hautes fréquences : $\omega > 10^4\ rad.s^{-1}$, sans sortir de la bande passante de l'actionneur. L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement fréquentiel de l'actionneur piézo-électrique afin de vérifier l'exigence 1.2.2 d.

Pour la suite du sujet, nous considèrerons les valeurs numériques suivantes pour les paramètres caractéristiques de $H(p)$:

$$H_0 = 0{,}3\ \mu m.V^{-1}\ ;\ \tau = 0{,}3\ ms\ ;\ \xi = 0{,}08\ ;\ \omega_0 = 2.10^4\ rad.s^{-1}$$

Question 26. Compléter le document-réponse en représentant les diagrammes asymptotiques de Bode de gain et de phase de la fonction de transfert $H(p)$. Indiquer les valeurs asymptotiques, les valeurs des pentes ainsi que les valeurs des pulsations particulières.

Une étude numérique a permis de tracer le diagramme de Bode du gain de $H(p)$, représenté sur la **Figure 12**, pour $\omega \in [10^4\ rad.s^{-1}; 2{,}2.10^4\ rad.s^{-1}]$.

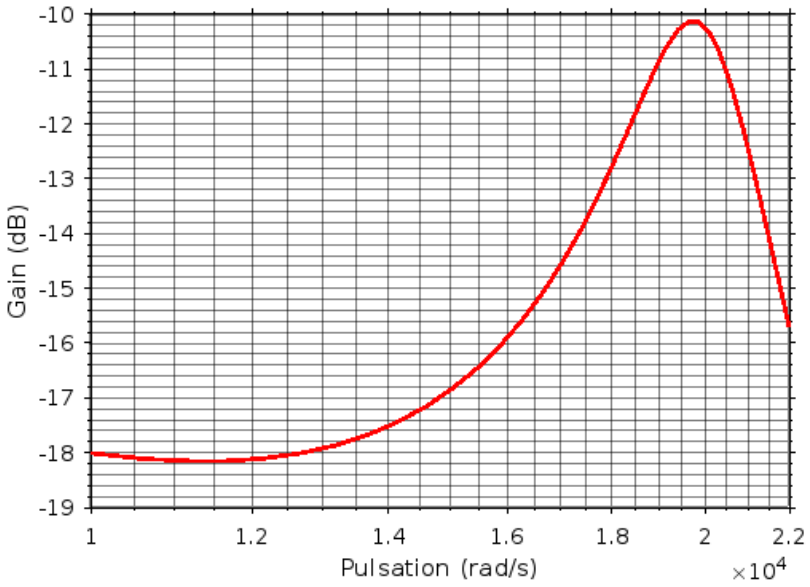


***Figure 12** : diagramme de Bode du gain de $H(p)$*

Question 27. Indiquer la valeur de la pulsation de résonance ω_R. Déterminer l'amplitude du déplacement $\lambda(t)$ en régime permanent pour la pulsation de résonance ω_R. On donne $\sqrt{10} \approx 3$.

Question 28. Par quel facteur le déplacement est-il multiplié en sollicitant l'actionneur piézo-électrique à la pulsation de résonance ω_R plutôt qu'à la pulsation de $10^4\ rad.s^{-1}$? On donne $\sqrt[5]{100} \approx 2{,}5$.

Question 29. Conclure sur la validité de l'exigence 1.2.2. d du cahier des charges.

Conclusion : nous avons obtenu une sensibilité maximale en pilotant les actionneurs à leur résonance en mode d'approche, nous pouvons maintenant étudier les performances dynamiques de ce mode de déplacement.

6. Synthèse : validation des performances en précision et en rapidité.

*L'objectif de cette synthèse est de vérifier l'ensemble des exigences du cahier des charges à l'aide de simulations numériques obtenues àpartir du modèle élaboré dans les parties précédentes. Nous validerons dans cette partie les exigences 1.2.2 a, 1.2.1 b et 1.2.1 c (**Annexe 1**).*

Le positionnement de l'échantillon se divise en 2 phases : un mode de déplacement rapide, le mode approche « *stick-slip* », et un mode de déplacement lent, le mode « *scan* » afin de positionner précisément l'échantillon.

Première phase : mode d'approche « *stick-slip* »

L'actionneur linéaire piézo-électrique doit être piloté de façon à assurer le mouvement d'approche et donc la succession des phases « *stick* » et « *slip* ». Une simulation numérique, **Figure 13**, permet d'obtenir l'évolution temporelle de la position θ de l'organe terminal de positionnement, ainsi que sa vitesse de rotation $\frac{d\theta}{dt}(t)$. Cette simulation prend en compte le gain de la chaine cinématique K_c. La commande est une tension périodique $u_m(t)$ de fréquence $f = \frac{\omega_R}{2\pi}$ et d'amplitude $U_0 = 10\,V$ telle que représentée sur la **Figure 11.**

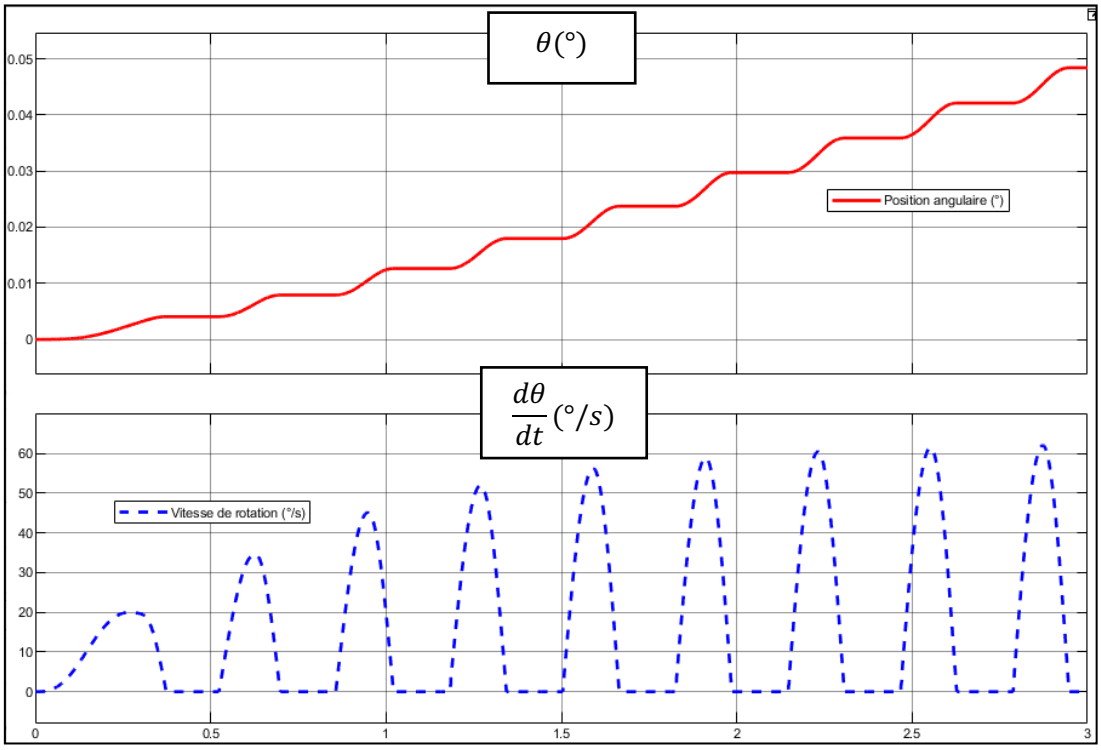


***Figure 13** : position et vitesse de l'organe terminal en mode d'approche en fonction du temps (ms)*

Question 30. Indiquer sur le document-réponse les phases de « *stick* » et « *slip* ».

Question 31. Vérifier l'exigence 1.2.2 a du mode d'approche du cahier des charges.

<u>Seconde phase : mode « *scan* »</u>

L'actionneur linéaire piézo-électrique doit être piloté de façon à assurer un déplacement le plus précis possible. La **Figure 14** représente les résultats d'une simulation numérique en appliquant un échelon de tension de commande de $10\ V$ à l'actionneur linéaire. Elle indique l'évolution temporelle de la position θ de l'organe terminal de positionnement. Cette simulation prend en compte le gain de la chaîne cinématique K_c.

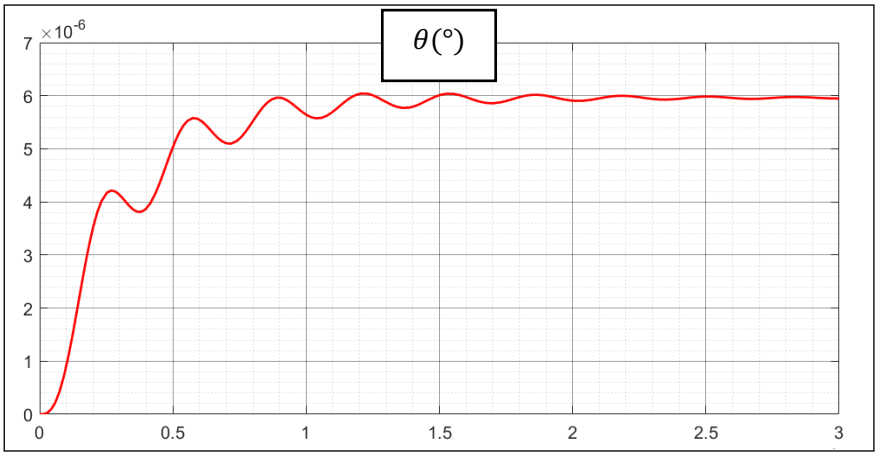


***Figure 14** : position de l'organe terminal en mode « scan » en fonction du temps (ms)*

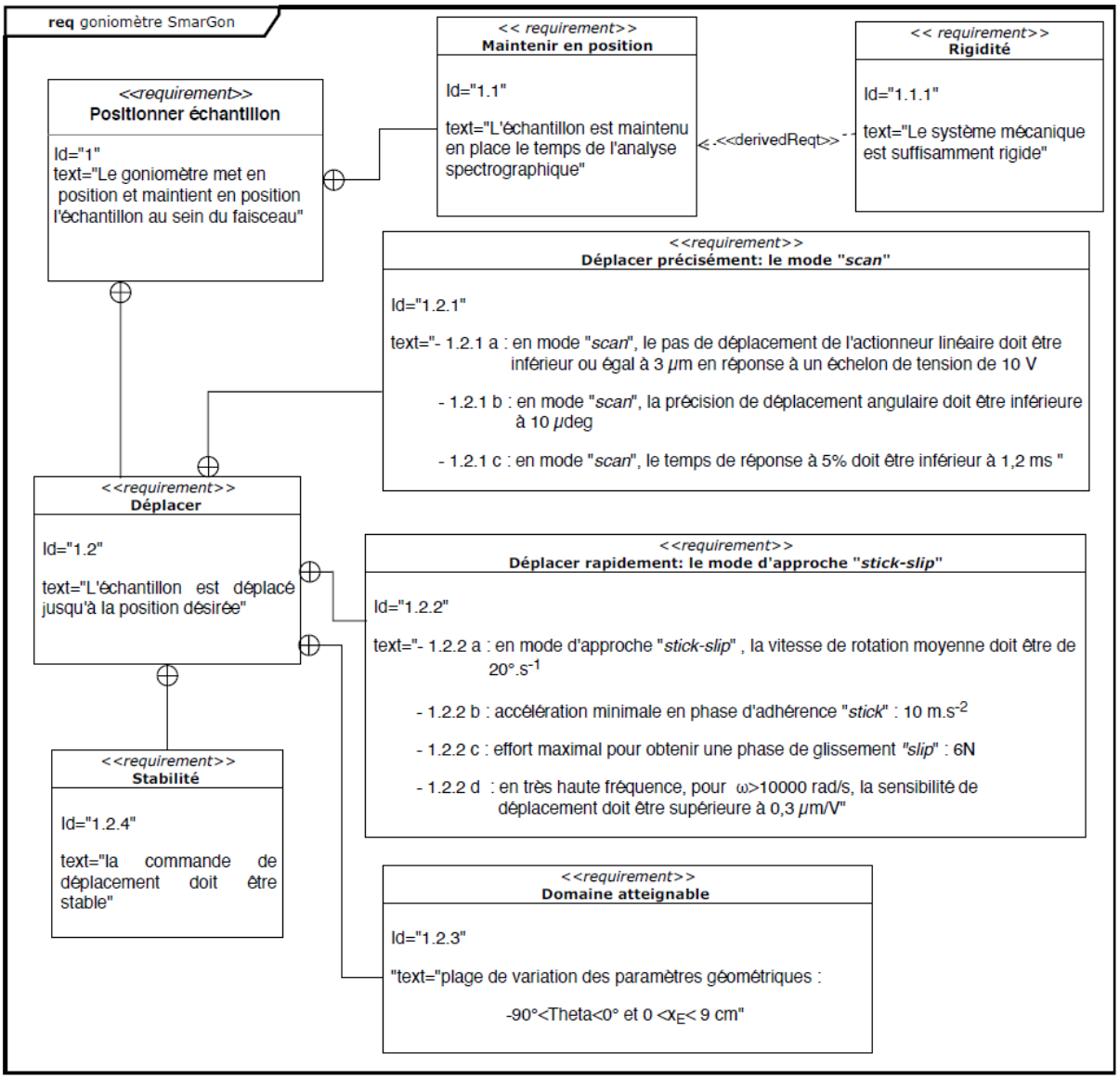
Question 32. Indiquer sur le document-réponse la valeur finale ainsi que le temps de réponse à 5%.

Question 33. Vérifier les exigences 1.2.1 b et 1.2.1 c du mode « *scan* » du cahier des charges.

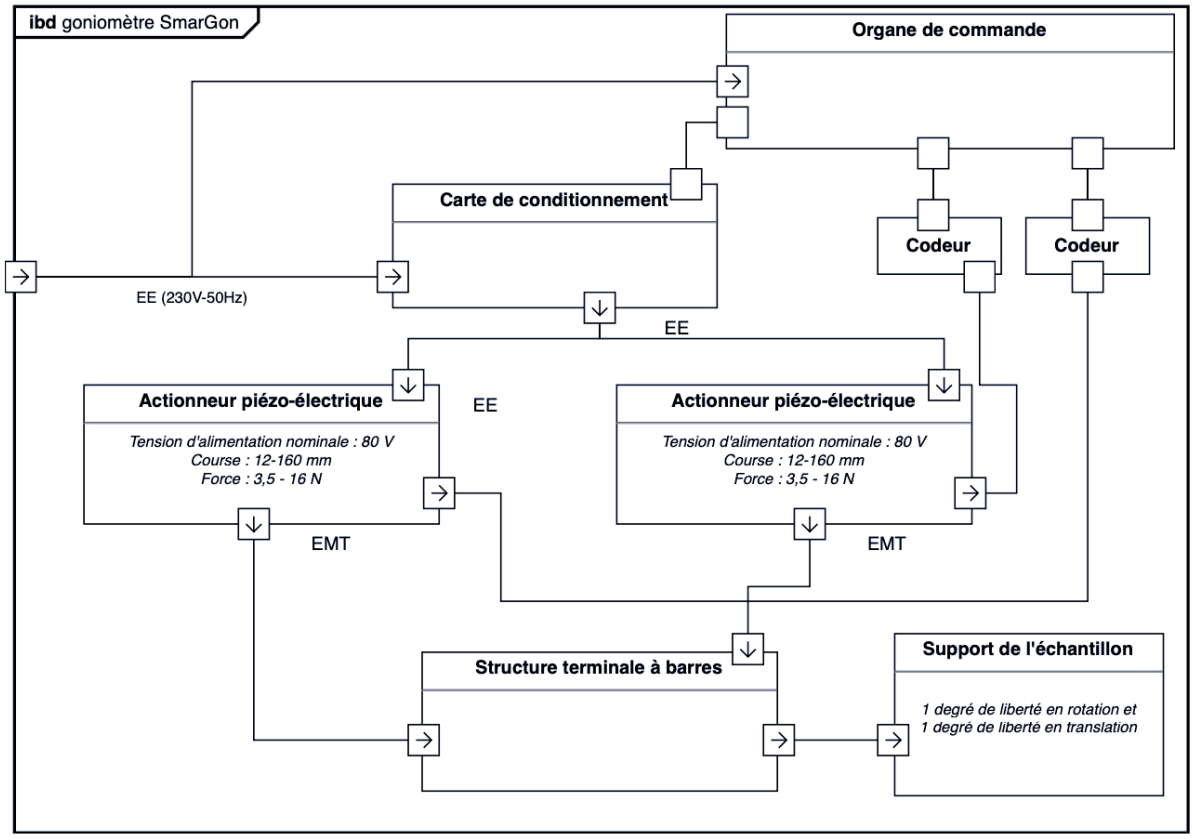
Conclusion : les performances simulées du système de positionnement du goniomètre sont validées.

Annexes

Annexe 1 : Diagramme des exigences (REQ)



Annexe 2 : Diagramme de bloc interne (IBD)



Annexe 3 : Caractéristiques mécaniques des actionneurs piezo-électriques disponibles

Référence	Course	Force	Dimensions de la section transversale de l'actionneur
	[mm]	[N]	[mm]
SLC 17	12	3,5	17x8,5
SLC 24	54	5,5	24x10,5
CLS 32	102	7	32x11
CLS 52	123	10,5	52x14
CLS 92	160	16	92x17

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Nom

Prénom (s)

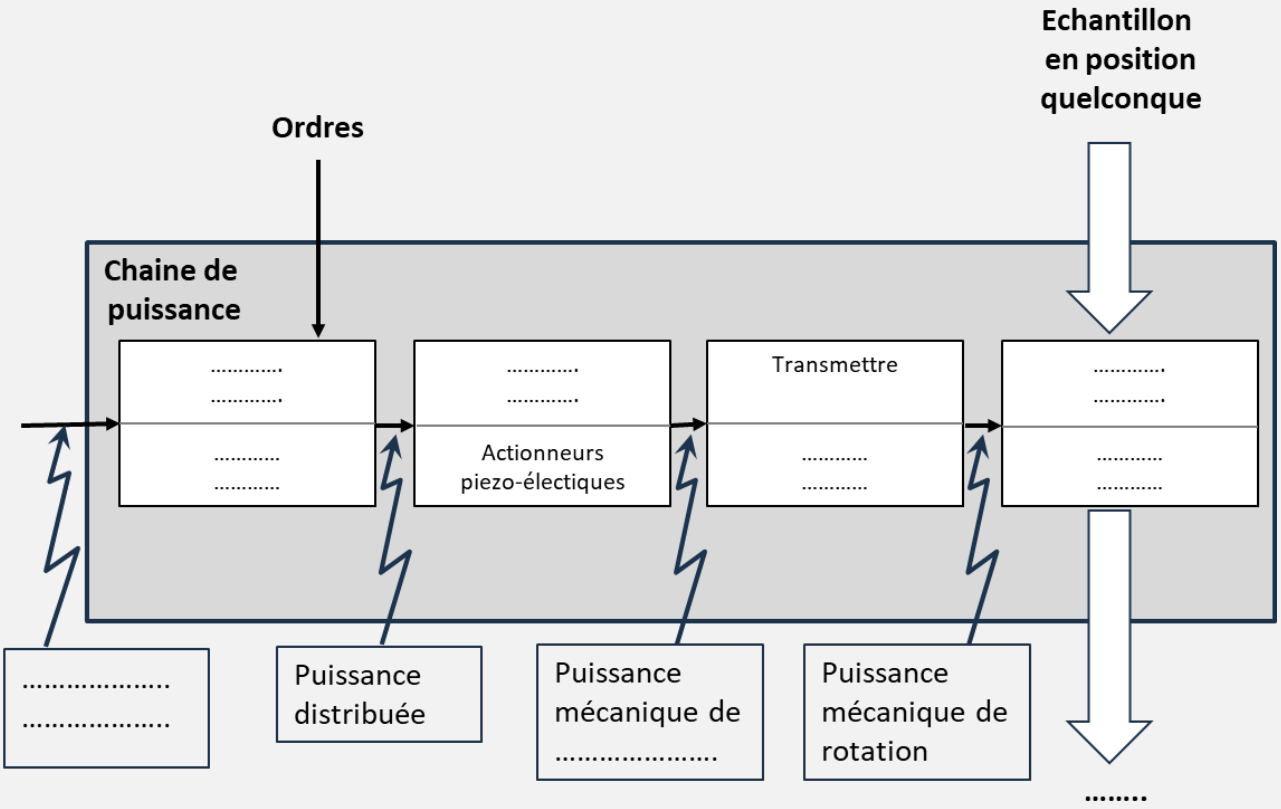
Signature

Épreuve : Sciences Industrielles filière PSI

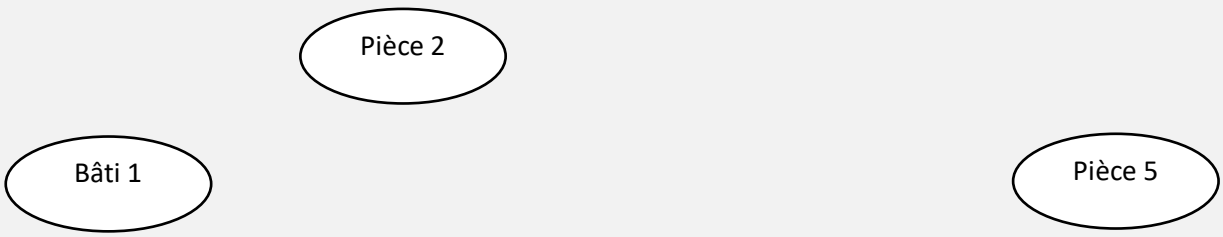
Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 1 : A l'aide du diagramme SysML de type ibd donné en Annexe 2, compléter la chaîne de puissance de la rotation d'angle $\boldsymbol{\theta}$ du goniomètre SmarGon.



Question 2 : Compléter le graphe des liaisons sur le document-réponse, en veillant à bien préciser les caractéristiques géométriques de celles-ci.



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 3 : Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle proposé en Figure 4.

Question 4 : En quoi le degré d'hyperstatisme contribue à l'exigence 1.1.1 du diagramme de l'Annexe 1 ?

Question 5 : Pour chacun des *« mouvement 1 »* et *« mouvement 2 »* indiquer les déplacements nécessaires des actionneurs linéaires en cochant les cases correspondantes.

Mouvement 1			*Mouvement 2*		
$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} > 0$ □	$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = 0$ □	$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} < 0$ □	$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} > 0$ □	$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = 0$ □	$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} < 0$ □
$\frac{d\lambda_4(t)}{dt} > 0$ □	$\frac{d\lambda_4(t)}{dt} = 0$ □	$\frac{d\lambda_4(t)}{dt} < 0$ □	$\frac{d\lambda_4(t)}{dt} > 0$ □	$\frac{d\lambda_4(t)}{dt} = 0$ □	$\frac{d\lambda_4(t)}{dt} < 0$ □

Question 6 : A partir d'une fermeture géométrique, déterminer une équation du second degré de la forme : $\Delta\lambda^2 + A_1(\theta)\Delta\lambda + B_1(\theta) = 0$ où $A_1(\theta)$ et $B_1(\theta)$ sont deux fonctions de θ à expliciter.

(suite page suivante)

$A_1(\theta)$=

$B_1(\theta)$=

Question 7 : A partir des références d'actionneurs données en Annexe 3, quel(s) actionneur(s) pemet(tent) de valider à la fois la plage de variation de x_E et celle de θ de l'exigence 1.2.3 ?

Question 8 : Montrer que la résultante des actions mécaniques de 5 sur 3, notée $\vec{R}_{5\to3}$, a pour direction le vecteur $\vec{x}_3$.

Question 9 : Isoler 5, déterminer X_{53}, en fonction de P et des grandeurs géométriques nécessaires. Préciser l'équation scalaire, du principe fondamental de la statique, utilisée pour la résolution.

(suite page suivante)

Equation scalaire utilisée :

Question 10 : Isoler {2+3} et déterminer F sous la forme $F = P\dfrac{A_2\cos(\theta)+B_2\sin(\theta)}{c\cos(\theta-\alpha)+b\sin(\theta-\alpha)}\cos(\alpha)$ où A_2 et B_2 sont des constantes à déterminer.

A_2 = et B_2 =

Question 11 : A partir des références d'actionneurs données en Annexe 3, déterminer le ou les actionneur(s) permettant de vérifier la force à exercer afin de valider l'exigence 1.1.

Question 12 : En tenant compte de la symétrie du solide 5, donner la forme simplifiée de sa matrice d'inertie.

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Nom

Prénom (s)

Signature

Épreuve : Sciences Industrielles filière PSI

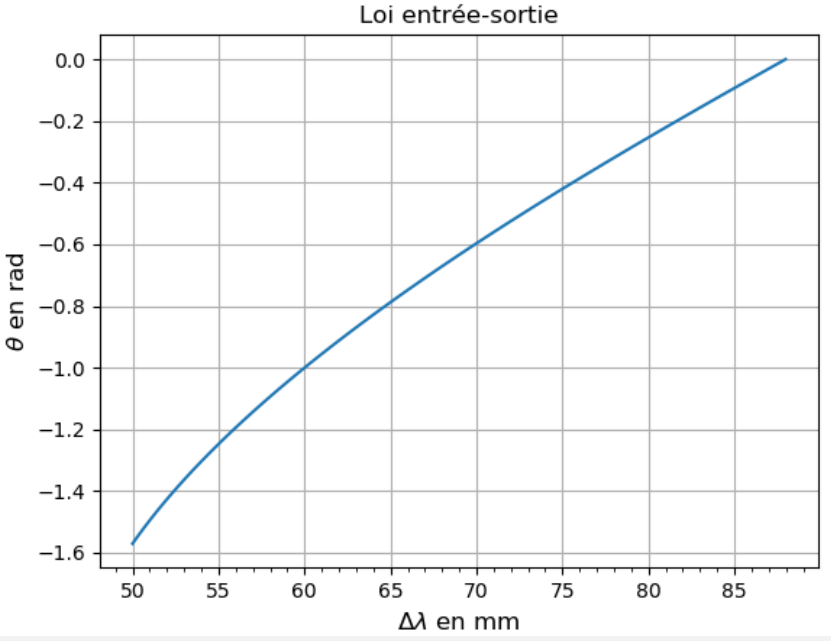
Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 13 : Calculer l'énergie cinétique du solide 5 dans son mouvement par rapport à 1 : $\boldsymbol{E_c(5/1)}$ en fonction de $\frac{d\theta}{dt}$ et des grandeurs géométriques et d'inertie du solide 5.

$E_c(5/1)=$

Question 14 : Autour du point de fonctionnement $\boldsymbol{\theta = 0\ rad}$ linéariser la loi entrée-sortie (Figure 6). Faire apparaître les tracés sur la figure ci-contre, déterminer la valeur de $\boldsymbol{K_c}$ et donner son unité.



$K_c =$

Unité :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 15 : Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement $\Sigma = \{2,3,5\}$ par rapport à 1: $\boldsymbol{E_c(\Sigma/1)}$. En déduire l'expression de la masse équivalente M_{eq} de l'ensemble **Σ** rapportée au solide 2.

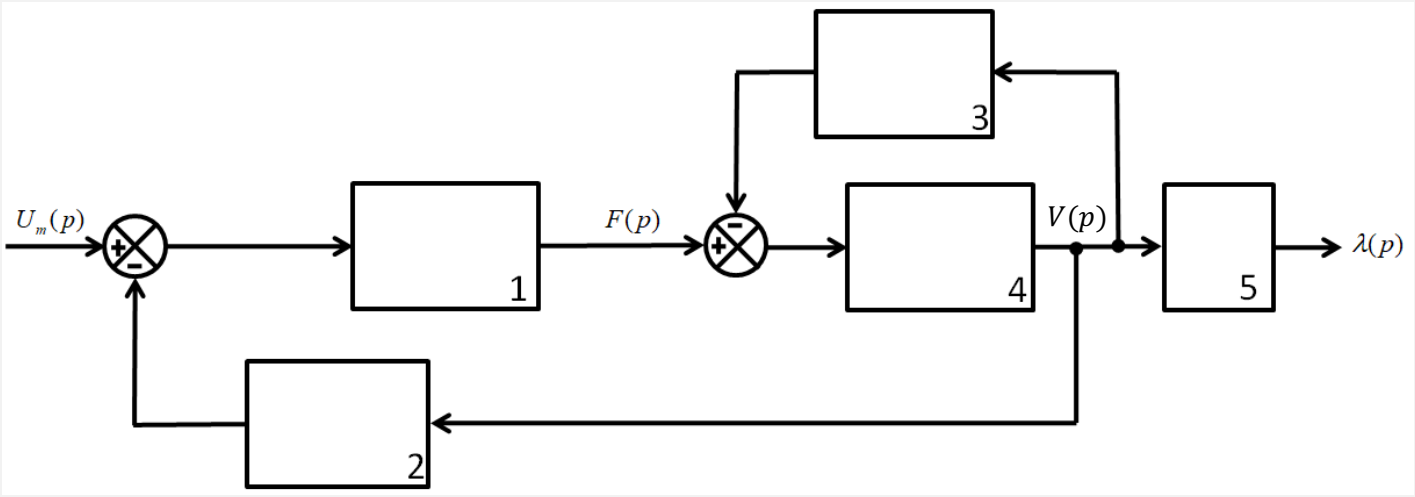
$E_c(\Sigma/1)$ =

M_{eq} =

Question 16 : Déterminer une équation différentielle reliant $\boldsymbol{F(t)}$ et ses dérivées successives à $\boldsymbol{u_m(t)}$ et $\frac{d\lambda}{dt}(t)$ de la forme $\boldsymbol{u_m(t) = a_0.F(t) + a_1.\frac{dF}{dt}(t) + a_2.\frac{d\lambda}{dt}(t)}$.

a_0=	a_1=	a_2=

Question 17 : Compléter le schéma-blocs ci-dessous en indiquant les fonctions de transfert des blocs 1 et 2.



Notation : $V(p) = p.\lambda(p)$

Question 18 : Déterminer, en indiquant le système isolé et le théorème utilisé, l'équation différentielle du mouvement de la masse équivalente reliant $\lambda(t)$ et ses dérivées successives à $\boldsymbol{F(t)}$.

Question 19 : Compléter le schéma-blocs de la question 17 en indiquant les fonctions de transfert des blocs 3, 4 et 5.

Question 20 : Déterminer la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p) = \frac{\lambda(p)}{U_m(p)}}$ du modèle ainsi obtenu. Ecrire $H(p)$ sous la forme d'une fraction rationnelle dont le polynôme du dénominateur admet un coefficient constant égal à 1.

(suite page suivante)

$$H(p) = \frac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{1+}$$

Question 21 : Donner les valeurs des pôles $\boldsymbol{p_i}$ de la fonction de transfert $H(p)$. Conclure sur la validité de l'exigence 1.2.4 de l'actionneur piézo-électrique.

Question 22 : Montrer que l'on peut écrire la fonction de transfert $H(p)$ sous la forme suivante : $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\boldsymbol{\lambda(p)}}{\boldsymbol{U_m(p)}} = \frac{\boldsymbol{H_0}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau}.\boldsymbol{p})(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\xi}}{\boldsymbol{\omega_0}}.\boldsymbol{p}+\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\omega_0^2}}.\boldsymbol{p}^{\mathbf{2}})}$. Indiquer les expressions littérales des paramètres caractéristiques $\boldsymbol{\tau}$, ξ et ω_0 en fonction des pôles $\boldsymbol{p_i}$.

$\tau =$	$\xi =$	$\omega_0 =$

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Concours commun Mines-Ponts

Épreuve : Sciences Industrielles filière PSI

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 23 : Discuter de la possibilité de réduire l'ordre de $\boldsymbol{H(p)}$.

Question 24 : Déterminer l'expression littérale de la valeur finale du déplacement $\lambda(t)$ notée $\boldsymbol{\lambda_{fin}}$.

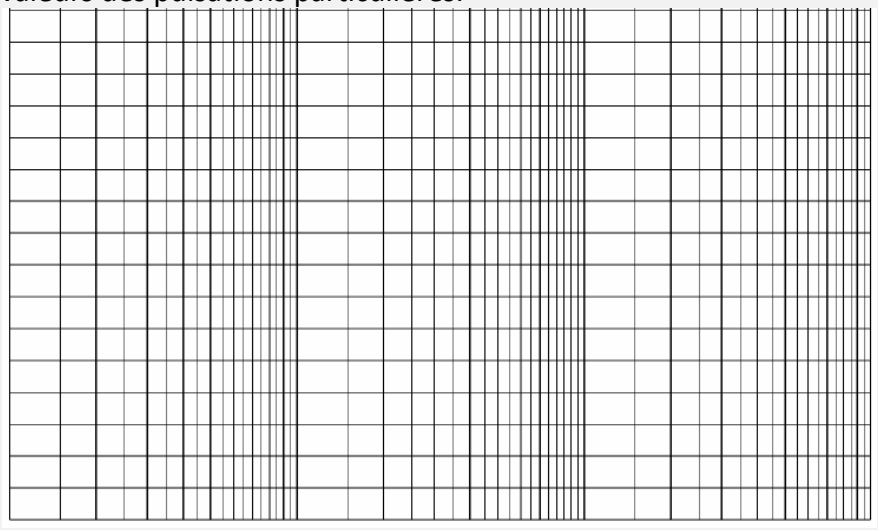
$\lambda_{fin} =$

Question 25 : Conclure sur la capacité de l'actionneur à respecter l'exigence 1.2.1 a du cahier des charges.

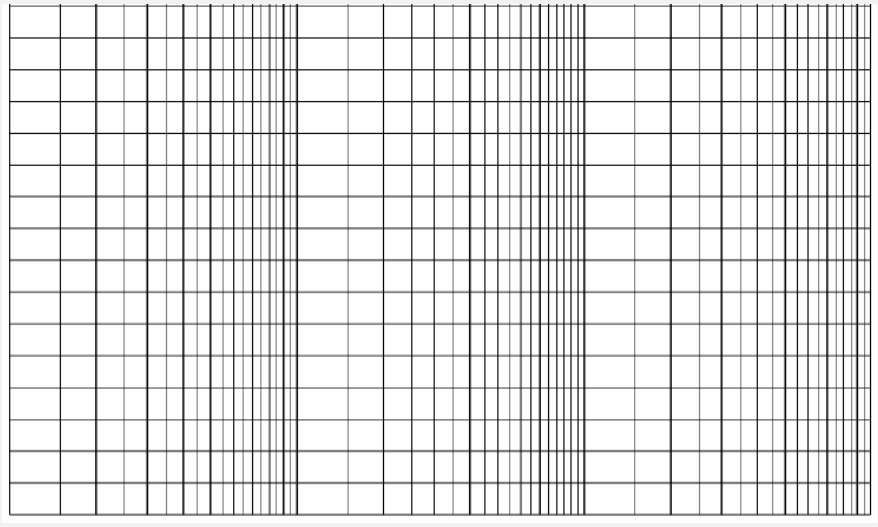
NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 26 : Compléter le document-réponse en représentant les diagrammes asymptotiques de Bode de gain et de phase de la fonction de transfert $H(p)$. Indiquer les valeurs asymptotiques, les valeurs des pentes ainsi que les valeurs des pulsations particulières.



10^3 10^4 10^5 10^6 ω (rad/s)

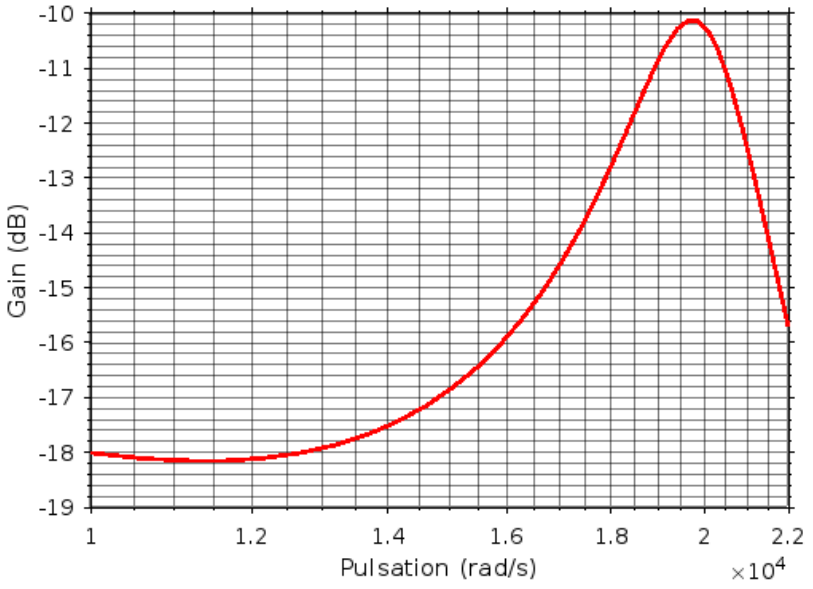


10^3 10^4 10^5 10^6 ω (rad/s)

Question 27 : Indiquer la valeur de la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_R}$. Déterminer l'amplitude du déplacement $\boldsymbol{\lambda(t)}$ en régime permanent pour la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_R}$. On donne $\boldsymbol{\sqrt{10} \approx 3}$.

$\omega_R =$

Amplitude du déplacement :

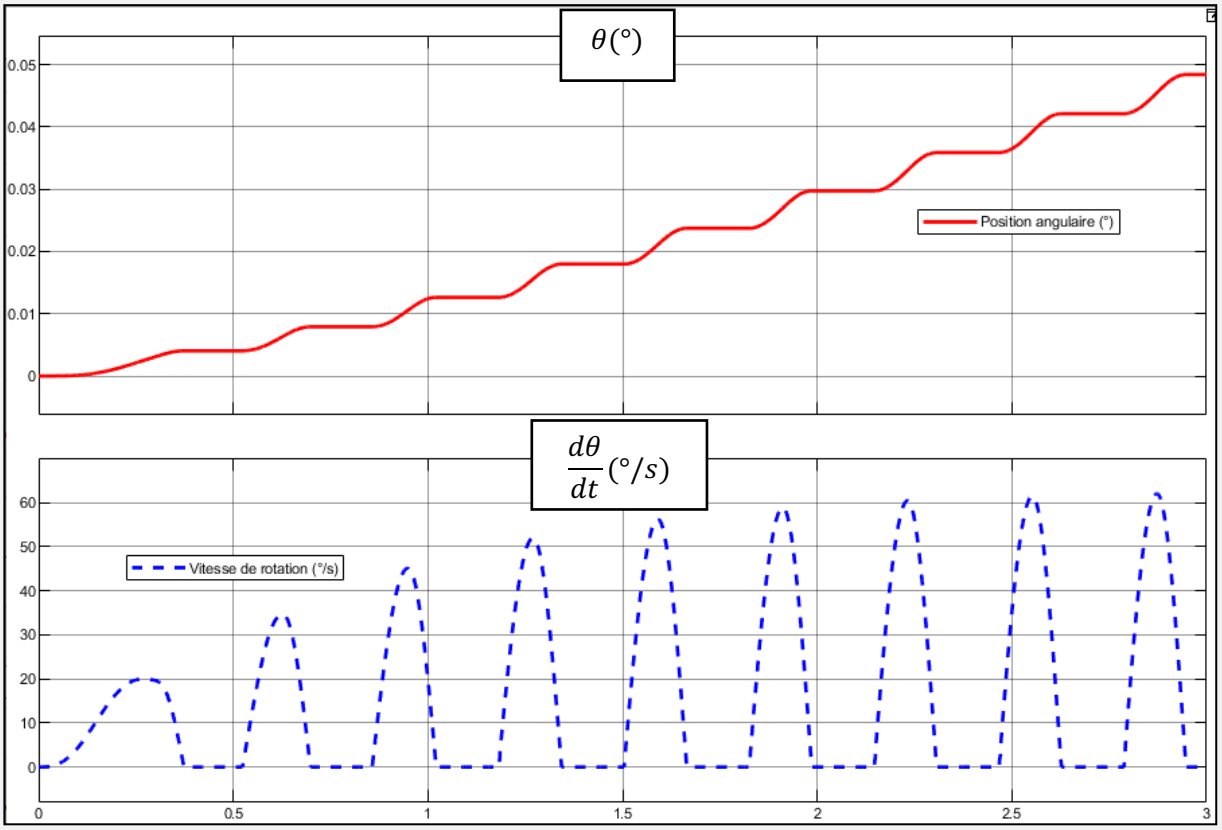


Question 28 : Par quel facteur le déplacement est-il multiplié en sollicitant l'actionneur piézo-électrique à la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_R}$ plutôt qu'à la pulsation de $\boldsymbol{10^4\ rad.s^{-1}}$? On donne $\boldsymbol{\sqrt[5]{100} \approx 2,5}$.

Facteur multiplicatif =

Question 29 : Conclure sur la validité de l'exigence 1.2.2 d du cahier des charges.

Question 30 : Indiquer les phases de « *stick* » et « *slip* ».

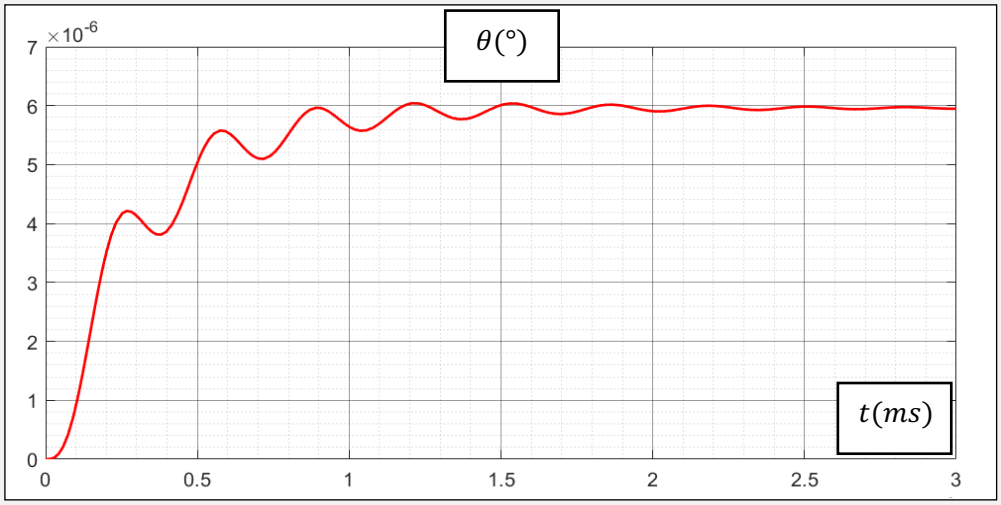


Question 31 : Vérifier l'exigence 1.2.2 a du mode d'approche du cahier des charges.

Question 32 : Indiquer la valeur finale ainsi que le temps de réponse à 5%.

Valeur finale =

$T_{5\%}$=



Question 33 : Vérifier les exigences 1.2.1 b et 1.2.1 c du mode « *scan* » du cahier des charges.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/mines/psi