Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2004, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Présentation et questions préliminaires
- Partie A : analyse du capteur de position
- Partie B : analyse temporelle et harmonique du radar
- Partie C : initialisation du radar
- Partie D : translation de la table
- Partie E : étude fréquentielle de la machine

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

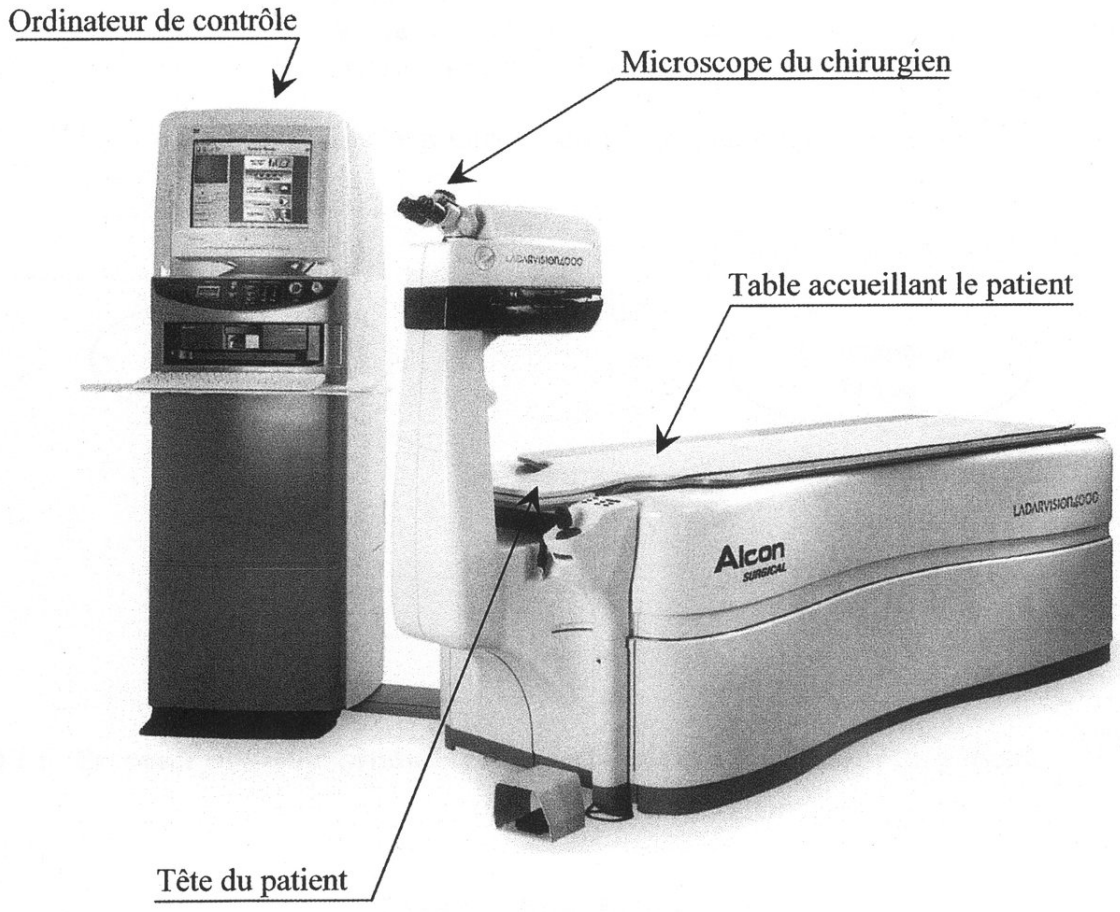
Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2004/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

SCIENCES INDUSTRIELLES

DURÉE: 5 HEURES

LADARVISION 4000 – Excimer Laser System



Tournez la page S.V.P.

Le sujet est composé :

- ✓ de ce présent livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé,
- ✓ d'un document réponse à joindre à la copie.

Il est recommandé au candidat :

- ✓ de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer,
- ✓ de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse,
- ✓ de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet,
- ✓ de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire,
- ✓ de justifier ses hypothèses, et de rédiger clairement ses réponses.

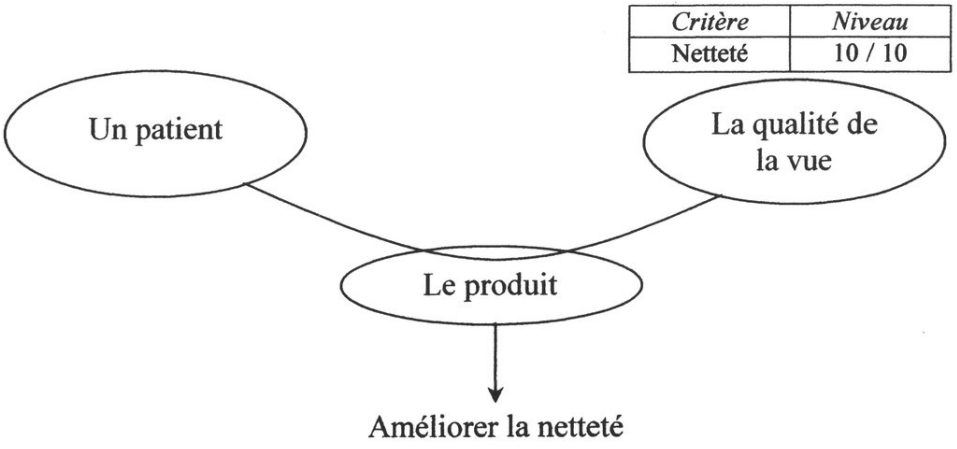
Aucun document n'est autorisé.

Pour les épreuves d'admissibilité, l'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table ou le poste de travail, et aucun n'échange n'est autorisé entre les candidats.

Tournez la page S.V.P.

L'objet de cette étude est la validation partielle des solutions constructives retenues sur la Ladarvision réalisée par les laboratoires Alcon et commercialisée dans le monde entier. Ce système permet de corriger, entre autre, des défauts de myopie.

Le schéma ci-dessous permet d'exprimer le besoin caractérisé par le patient :



Q 1 : Proposer plusieurs produits commercialisés qui satisfassent un patient.

Présentation de la myopie

Un œil normal (schéma 1) est un œil pour lequel la cornée forme sur la rétine l'image qui est transmise au cerveau par le nerf optique. La cornée se comporte donc comme une lentille dont la fonction est de former l'image de l'objet regardé sur la rétine.

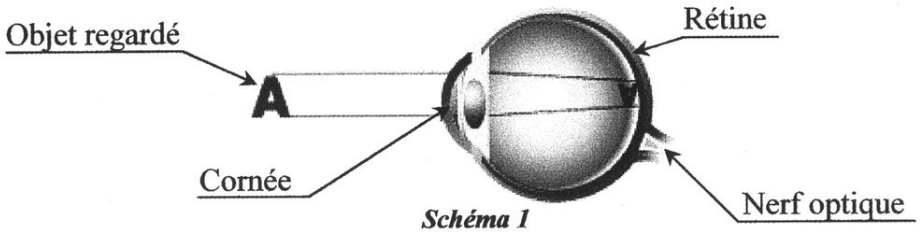


Schéma 1
Œil normal

Un œil myope est un œil trop « long » (schéma 2).La conséquence de ce défaut est de former l'image de l'objet regardé devant la rétine et non sur la rétine. De ce fait, le nerf optique transmet une image floue au cerveau.

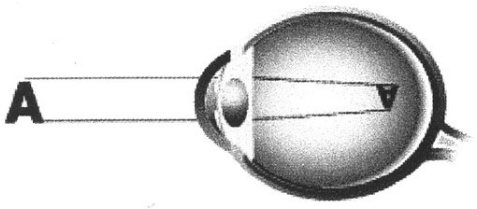


Schéma 2
Œil myope

Correction de la myopie par la Ladarvision

La solution retenue par les concepteurs de la Ladarvision, pour corriger les défauts de vision dus à la myopie, est de modifier la courbure de la cornée pour former l'image de l'objet regardé sur la rétine.

Pour réaliser cette fonction, la technologie choisie est un laser excimer (laser à ultraviolet utilisant les gaz fluorine et argon) qui envoie un faisceau lumineux froid sur la cornée. Ce laser, en brûlant les tissus cornéens, permet d'enlever un volume de matière qui modifie la courbure de la cornée.

Deux modes opératoires peuvent être utilisés pour réaliser cette opération : soit la cornée est traitée directement en surface au laser excimer (*méthode PRK*), soit elle est traitée dans son épaisseur après découpe d'une fine lamelle (*méthode LASIK*).

Mode opératoire appelé Lasik

Le LASIK (LAser in-Situ Keratomileusis) consiste successivement à découper une très fine lamelle cornéenne superficielle (appelée capot) à l'aide d'un rabot (appelé Microkératome), à traiter la cornée dans son épaisseur en enlevant un volume de matière (schéma 3) avec le laser *excimer*, puis à ré-appliquer le capot sur la surface de la cornée.

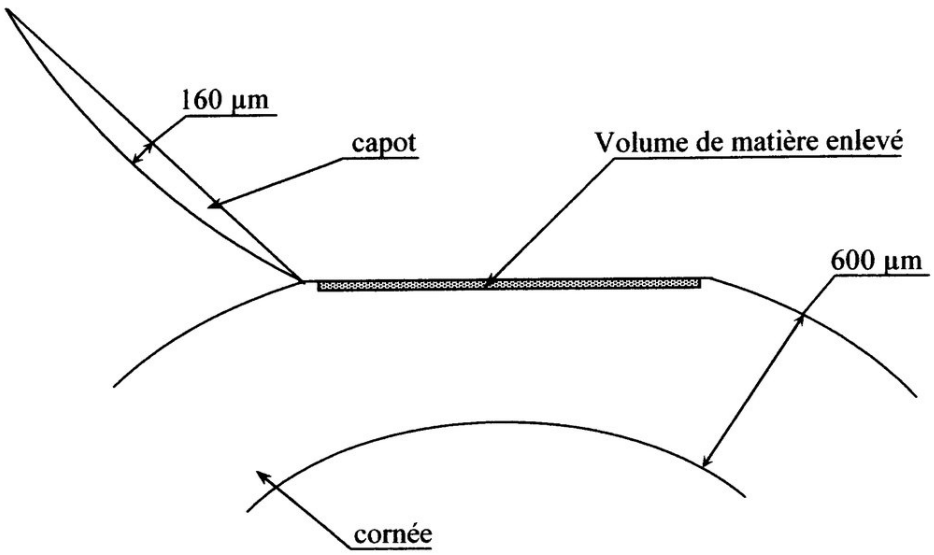


Schéma 3
Mode opératoire Lasik

Ce mode opératoire se décompose en cinq étapes :

1. Un anneau de succion, placé sur l'œil, l'immobilise et guide le microkératome pendant la découpe d'une fine lamelle cornéenne de 160 µm d'épaisseur, l'épaisseur totale de la cornée étant de 600 µm environ (schéma 3).

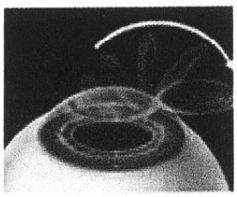
2. L'ensemble microkératome / anneau de succion est retiré de la cornée.

3. Le capot est soulevé (schéma 4) mais il reste solidaire de la cornée car la découpe n'a pas été complète : on réalise ainsi une charnière.

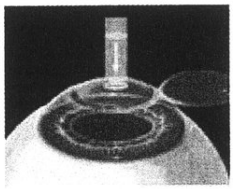
Tournez la page S.V.P.

4. Le « surfaçage » au laser commence alors (schéma 4) sur le stroma cornéen (partie centrale de la cornée). Le laser traite l'œil en fonction des informations recueillies lors des examens préopératoires et qui ont été introduites par le chirurgien dans l'ordinateur.

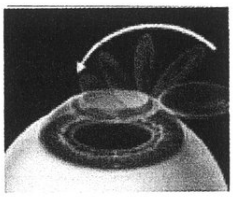
5. Le capot (ou lamelle cornéenne) est replacé à sa position initiale (schéma 4) sans aucune suture. Deux à trois minutes plus tard, le capot est définitivement solidaire de la cornée grâce à un effet de pompe qui le maintient en place.



étape 3



étape 4



étape 5

Schéma 4
Les étapes 3, 4 et 5

L'analyse fonctionnelle du besoin (partielle) de l'étape 4 du mode opératoire appelé Lasik est schématisée sur le diagramme des intéracteurs figure 1 et caractérisée dans le tableau associé.

Phase : traitement de la cornée au laser (étape 4 du mode opératoire)

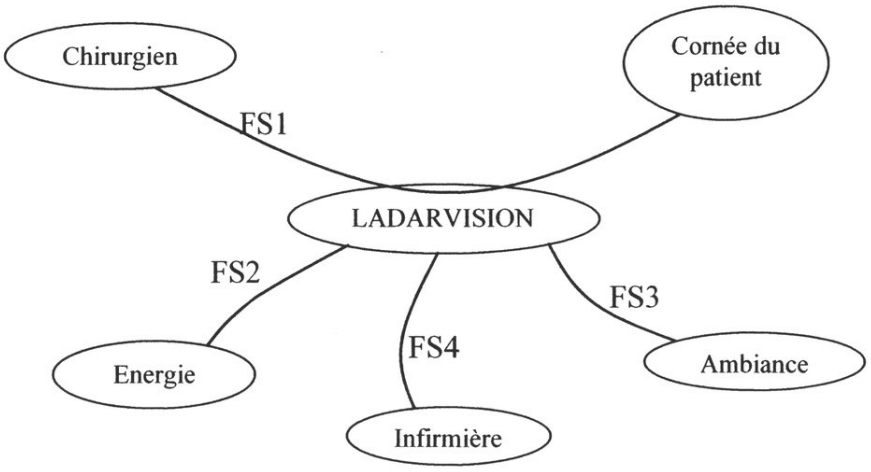


Figure 1
Diagramme des intéracteurs

Caractérisation des Fonctions de Service			
FS	*qualification*	*critères*	*niveaux*
2	S'adapter aux énergies disponibles	Tension	220 V monophasé
		Intensité	< 25 A
		Air comprimé	12 bar
3	Vérifier les conditions d'ambiance	Fréquence des contrôles	20 s
		Nombre de paramètres	4
		Si non respect des conditions	arrêt immédiat de l'opération
4	Faciliter les interventions des infirmières	Nombre d'infirmières	< 3
		Accessibilité	suivant 3 directions
		Période d'intervention	pendant toute l'opération

Q 2 : Exprimer et caractériser la fonction de service FS1.

Fonctionnement de la Ladarvision pendant l'étape 4

Le schéma donné en annexe (figure 2) présente l'architecture de la Ladarvision 4000.
Le traitement de la cornée, lors de l'étape 4 du mode opératoire, est réalisé en balayant la surface à opérer par des tirs successifs (figure 3) avec un laser excimer dont les caractéristiques sont les suivantes :

- longueur d'onde : 193 nm,
- fréquence des tirs : 62,5 Hz
- diamètre du faisceau : 0,8 mm
- volume de matière enlevé par tir : environ 500 μm^3
- précision des tirs : 0,25 µm

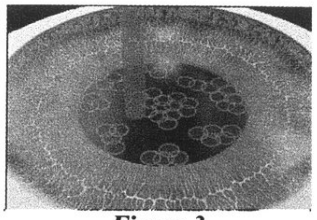


Figure 3
Tirs sur la cornée

C'est un calculateur (doté d'un logiciel adéquat) qui, en fonction du traitement à réaliser, définit l'algorithme des tirs c'est-à-dire l'ensemble des points définissant le surfaçage de la cornée. Le déplacement du faisceau du laser, en fonction de cet algorithme, est réalisé par la translation de deux miroirs qui sont guidés par rapport au bâti de la machine :

- la translation du miroir ASSYx pour le déplacement du faisceau suivant l'axe $(O_0, \vec{x_0})$
- la translation du miroir ASSYy pour le déplacement du faisceau suivant l'axe $(O_0, \vec{y_0})$

avec $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0})$ un repère lié au bâti de la machine.

L'œil ne pouvant rester parfaitement immobile pendant le traitement de la cornée (de l'ordre de 1 à 2 minutes) et compte tenu des précisions requises pour les tirs, le système utilise un radar qui mesure les mouvements de l'œil afin d'ajuster les tirs du laser excimer.
Ce radar utilise 4 faisceaux laser de longueur d'onde 905 nm et notés A, B, C et D qui forment un carré dont le diamètre du cercle circonscrit est égal au diamètre de la pupille. Si un faisceau traverse la pupille alors il est réfléchi sur la rétine (figure 6) et son intensité de retour est mesurée grâce à un récepteur APD. Par contre, si un faisceau traverse l'iris il ne sera pas réfléchi.

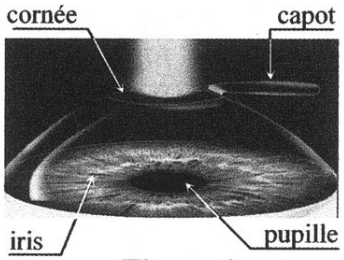


Figure 6
Détail de l'œil

En fonction des quatre intensités mesurées par le récepteur APD, le système détermine les mouvements de l'œil et ajuste son tir à l'aide de deux miroirs :

- le miroir AZIM, pour les déplacements suivant l'axe $(O_0, \vec{x_0})$,
- le miroir ELEV, pour les déplacements suivant l'axe $(O_0, \vec{y_0})$.

Ces deux miroirs sont dans des plans différents. Ils sont guidés en rotation par rapport au bâti : ce sont leurs rotations respectives qui génèrent le déplacement du faisceau laser.

Q 3 : Compléter le diagramme FAST, donné en annexe (document réponse N°1), en précisant les solutions retenues.

Tournez la page S.V.P.

PARTIE A : Analyse du capteur de position.

L'objet de cette partie est la validation de l'architecture du capteur qui permet d'appréhender la position du repère lié aux tirs par rapport au repère lié à la pupille.

Les diagrammes SADT niveau A-0 et A0 sont donnés ci-dessous (figures 4 et 5) :

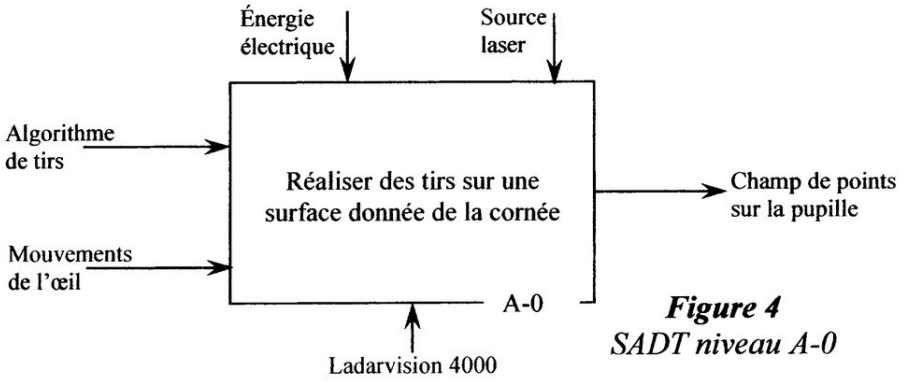


Figure 4
SADT niveau A-0

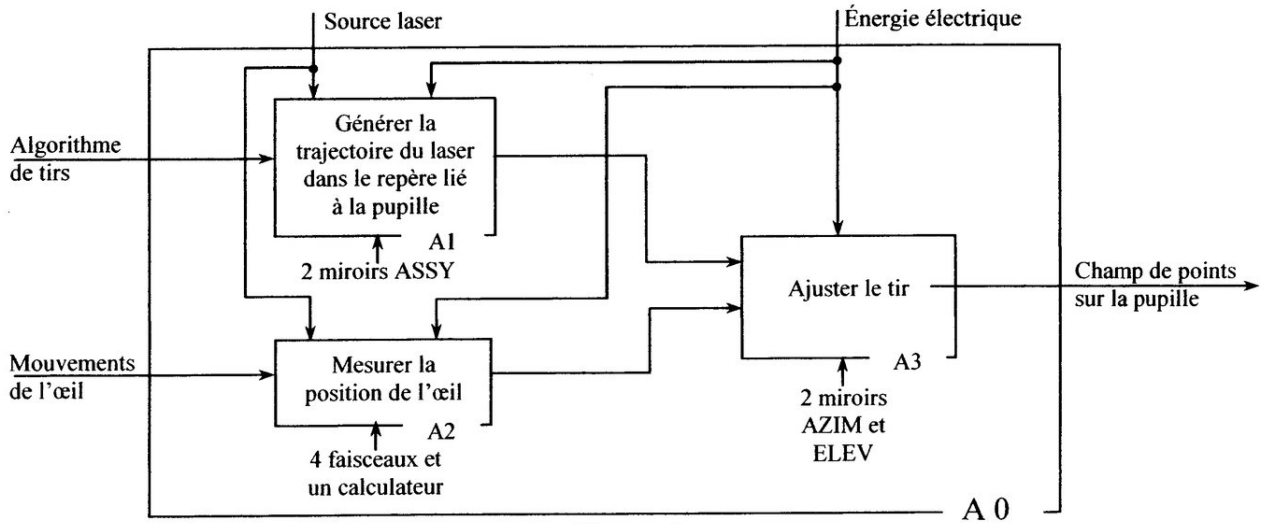


Figure 5
SADT niveau A0

Q 4 : Compléter le diagramme SADT niveau A2 donné en annexe (document réponse N°2).

On se propose de valider partiellement la fonction technique A23 : déterminer la position du centre de la pupille.

Pour cette étude, on retient le modèle ci-dessous :

- les 4 faisceaux laser du radar (A, B, C et D) forment un carré et le diamètre du cercle circonscrit aux faisceaux est égal au diamètre de la pupille.

- les 4 intensités I_A, I_B, I_C, I_D (mesurées après réflexion sur la rétine) sont des variables binaires telles que :

    - $I_i = 1$ si le faisceau i traverse complètement ou partiellement la pupille pour aller se réfléchir sur la rétine (figure 6),
    - $I_i = 0$ si le faisceau i ne traverse pas la pupille (il frappe l'iris).

- le diamètre des faisceaux est supposé négligeable devant le diamètre de la pupille et l'amplitude des mouvements de celle-ci.

- les mouvements éventuels de la pupille sont supposés plans, dans le plan (O_0, $\vec{x_0}$, $\vec{y_0}$).

- la fréquence de mesure des 4 intensités I_A, I_B, I_C, I_D est de 500 Hz.

Q 5 : Déterminer le comportement attendu du système si, pendant l'étape 4 du mode opératoire, les 4 intensités mesurées par le radar deviennent nulles. ($I_A = I_B = I_C = I_D = 0$)

Paramétrage des mouvements de la pupille (figure 7) :

A, B, C, D : ensemble des 4 faisceaux du radar

O_4 : intersection des diagonales du carré formé par les 4 faisceaux

O_p : centre de la pupille de l'œil

R_0 (O_0, $\vec{x_0}$, $\vec{y_0}$) : repère supposé fixe par rapport à la machine

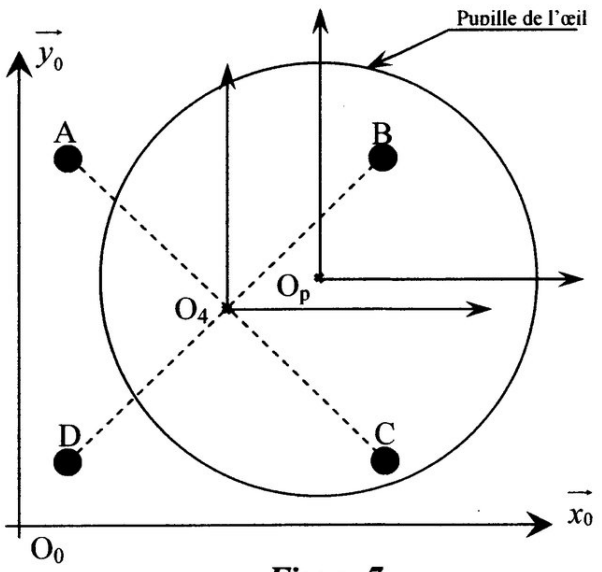


Figure 7

Soient 4 variables binaires $\Delta x+$, $\Delta x-$, $\Delta y+$, $\Delta y-$ définies telles que :

$\Delta x+ = 1$	si	$\overrightarrow{O_4O_p} \cdot \vec{x_0} > 0$,	sinon $\Delta x+ = 0$,
$\Delta x- = 1$	si	$\overrightarrow{O_4O_p} \cdot \vec{x_0} < 0$,	sinon $\Delta x- = 0$,
$\Delta y+ = 1$	si	$\overrightarrow{O_4O_p} \cdot \vec{y_0} > 0$,	sinon $\Delta y+ = 0$,
$\Delta y- = 1$	si	$\overrightarrow{O_4O_p} \cdot \vec{y_0} < 0$,	sinon $\Delta y- = 0$,

On considère que si $I_A = I_B = I_C = I_D = 0$ alors on impose $\Delta x+ = \Delta x- = \Delta y+ = \Delta y- = 0$

Q 6 : Exprimer les équations logiques simplifiées des 4 variables binaires $\Delta x+$, $\Delta x-$, $\Delta y+$, $\Delta y-$ en fonction de I_A, I_B, I_C, I_D ?

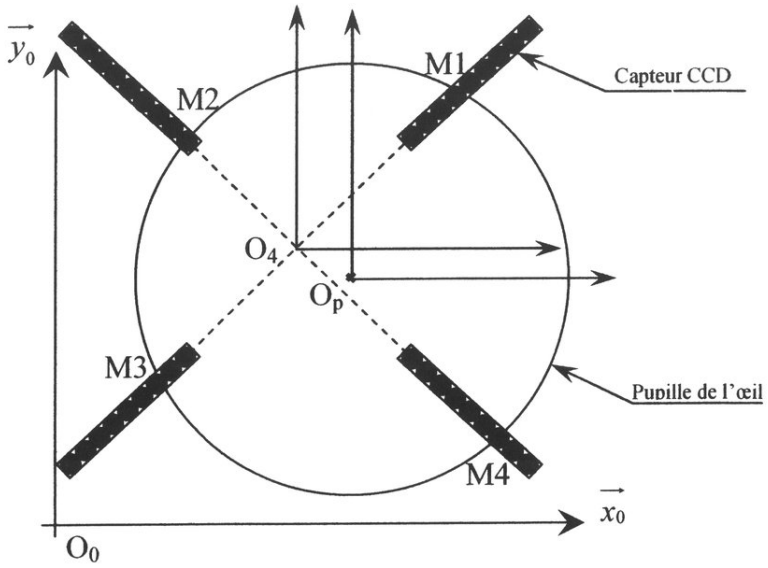
Q 7 : Imaginer un type de commande (relative aux déplacements des miroirs) compatible avec ce modèle et préciser ses caractéristiques.

Sur le modèle détaillé ci-dessus, les calculs de précision caractérisant la fonction technique A23 montrent que le niveau obtenu n'est pas suffisant pour répondre au cahier des charges.

Q 8 : Sur quelle(s) caractéristique(s) de la commande peut-on agir pour améliorer la précision du modèle ?

Tournez la page S.V.P.

Dans un second modèle, on associe à chacun des quatre faisceaux A, B, C et D un capteur CCD qui permet de mesurer l'intersection du capteur avec le diamètre de la pupille : les longueurs O_4M1, O_4M2, O_4M3 et O_4M4 sont connues à chaque instant.



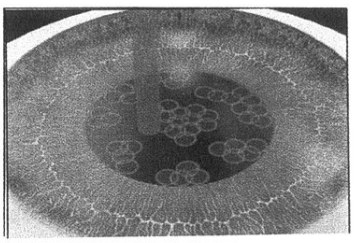
Q 9 : Dans le cadre de la validation de la fonction technique A23, justifier l'intérêt de ce modèle par rapport au précédent.

Q 10 : Déterminer le nombre minimum de capteurs CCD nécessaires à la quantification de $\overrightarrow{O_4O_p} \cdot \vec{x}_0$ et $\overrightarrow{O_4O_p} \cdot \vec{y}_0$ avec O_4 l'origine du repère lié à ces capteurs ? Comment doivent-ils être disposés ?

PARTIE B : Analyse temporelle et harmonique du radar

L'objet de cette partie est la validation des performances de la commande du radar qui permet de suivre les mouvements de l'œil lors du traitement au laser. Les deux asservissements suivant les axes $(O_0, \vec{x}_0)$ et $(O_0, \vec{y}_0)$ étant identiques, l'analyse est ici limitée au seul asservissement suivant l'axe $(O_0, \vec{x}_0)$.

Le traitement de la cornée se fait par tirs successifs du laser sur des surfaces définies préalablement.
Pour satisfaire le besoin de la personne opérée, le chirurgien demande une précision de tir de 0,25 µm



Le schéma-bloc du radar donné figure 8 précise le modèle retenu pour cette étude. Les hypothèses sont les suivantes :

- le système est continu : toutes les grandeurs sont connues à chaque instant.
- le radar est initialisé : le diamètre du cercle formé par les 4 faisceaux est égal au diamètre de la pupille.
- les mouvements de la pupille sont supposés plans.
- la tête du patient ne bouge pas.
- à t = 0 (après l'initialisation), $x_p = x_4$.

Les notations retenues sont (figure 7) :

- A, B, C, D : ensemble des 4 faisceaux du radar
- O_4 : intersection des diagonales du carré formé par les 4 faisceaux
- O_p : centre de la pupille de l'œil
- R_0 (O_0, $\vec{x_0}$, $\vec{y_0}$) : repère supposé fixe par rapport à la machine
- I_A, I_B, I_C, I_D : intensité mesurée des 4 faisceaux
- U_{mx} : tension d'alimentation du moteur
- ω_{mx} : vitesse de rotation du moteur
- $\overrightarrow{O_0O_4} \cdot \vec{x_0} = x_4$ et $\overrightarrow{O_0O_p} \cdot \vec{x_0} = x_p$

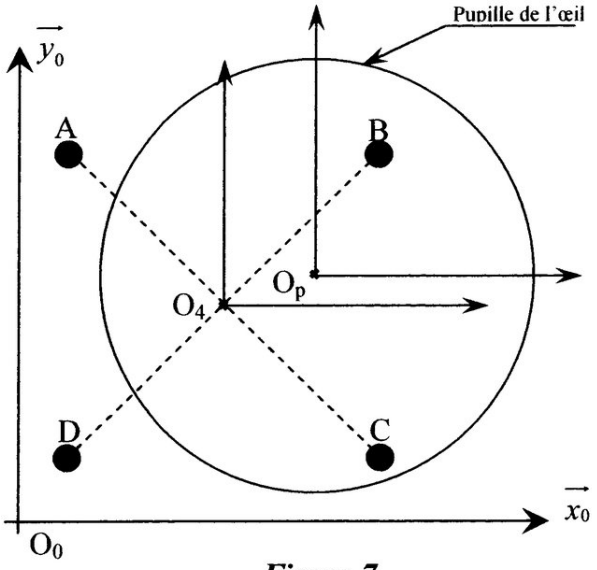


Figure 7

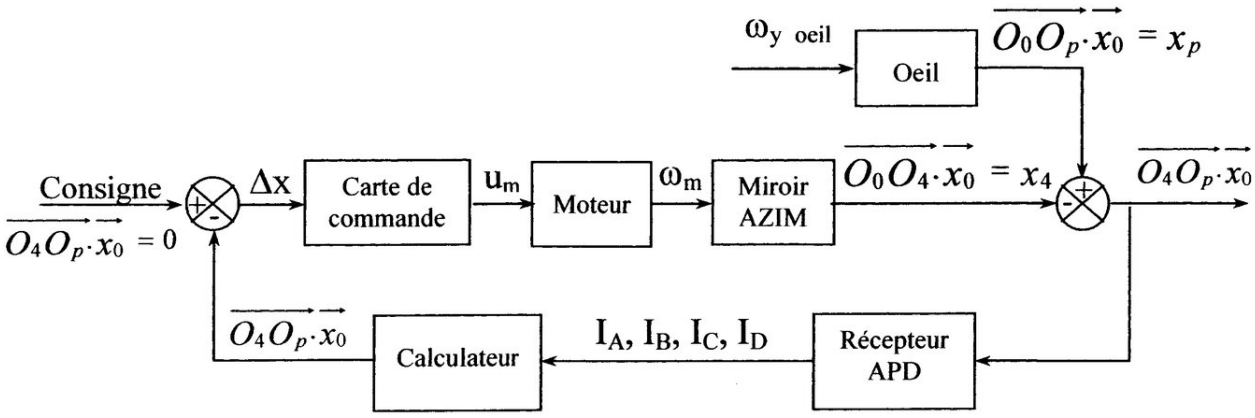


Figure 8
Schéma-bloc du radar

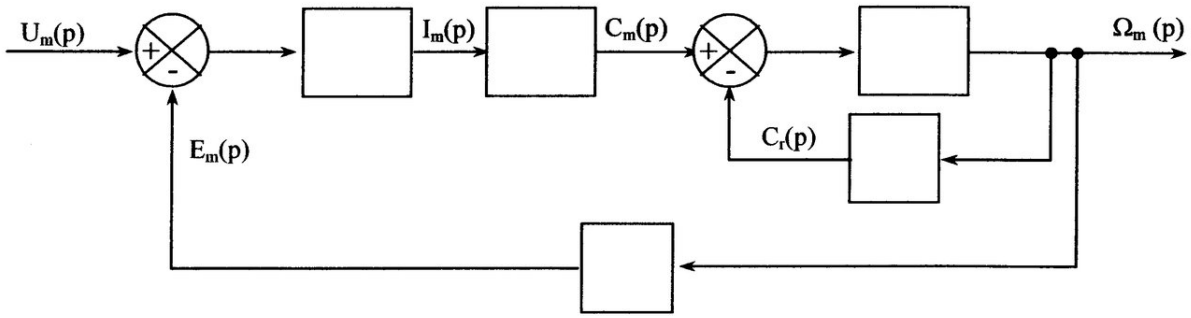
<u>Modélisation retenue de la carte de commande :</u>
La fonction de transfert est supposée constante et notée K_C.

<u>Modélisation retenue du moteur :</u>
Le moteur est un moteur à courant continu commandé par l'induit. Le modèle retenu est celui du schéma-bloc de la question 11. Les notations retenues sont :

Tournez la page S.V.P.

- $C_m(t)$: couple moteur,
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur,
- K_{cm} : constante de couple moteur,
- $i_m(t)$: intensité moteur,
- $u_m(t)$: tension de commande du moteur,
- $e_m(t)$: force électromotrice induite du moteur,
- L : auto-inductance du circuit induit,
- R : résistance totale du circuit induit,
- K_e : constante de force électromotrice,
- b : coefficient de frottement visqueux de la liaison pivot entre le rotor et le stator,
- J : moment d'inertie de l'ensemble {rotor + miroir}, il est supposé équilibré statiquement et dynamiquement.

Q 11 : Recopier sur la copie le schéma-bloc ci-dessous et compléter le en exprimant les fonctions de transfert. Exprimer la fonction de transfert du moteur $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.



Modélisation retenue du miroir : (figure 9)

Le modèle géométrique retenu est donné à la figure 9. Les notations sont :

- $\overrightarrow{O_0O_4}\cdot\vec{x}_0 = x_4$
- α_y la rotation du miroir due à la rotation du moteur

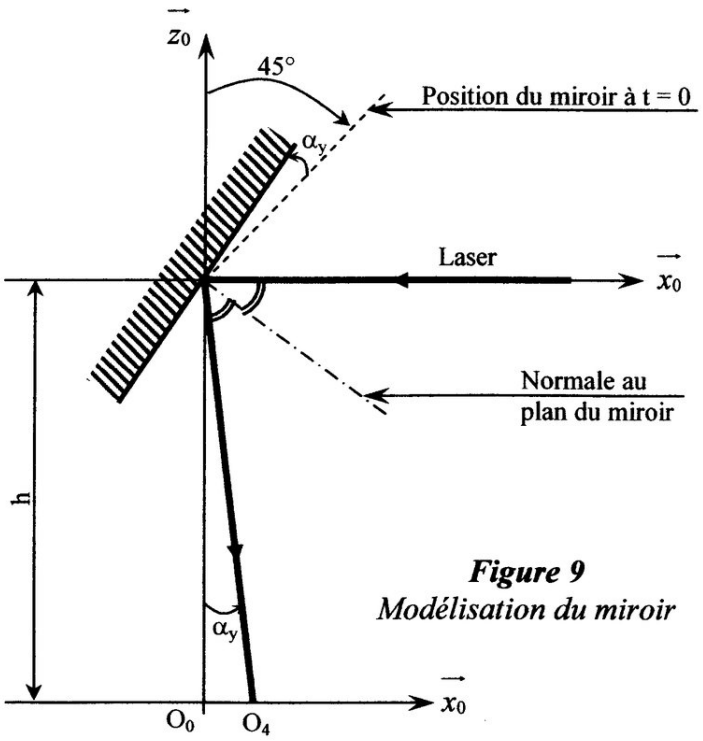


Figure 9
Modélisation du miroir

Les hypothèses sont :
- à t = 0, on a : $\alpha_y(0) = 0$,
- les variations de α_y étant très petites, on retient un développement limité d'ordre 1.

Q 12 : Exprimer la fonction de transfert linéarisée du miroir, c'est-à-dire $\frac{X_4(p)}{\Omega_m(p)}$.

Modélisation retenue de l'œil : (figure 10)

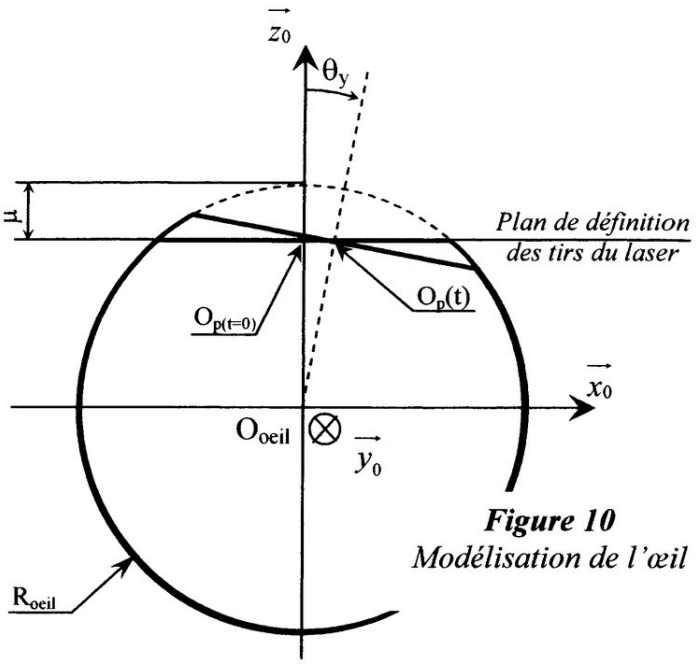


Figure 10
Modélisation de l'œil

Les hypothèses sont :

- L'œil est modélisé par une sphère de rayon : R_{oeil}
- La découpe de la cornée génère un plan de forme circulaire où sont réalisés les tirs. Cette découpe est centrée sur la cornée.
- L'œil est en rotation d'axe $(O_{oeil}, \vec{y_0})$: $\overrightarrow{\omega_{y\,oeil}} = \omega_{y\,oeil} \cdot \vec{y_0}$ avec $\omega_{y\,œil}$ = constante
- Condition initiale : à t = 0 , $\theta_y(0) = 0$
- θ_y est très faible pendant l'opération

Les notations sont :

- O_p est le centre du cercle de la découpe de la cornée,
- μ est l'épaisseur du capot réalisé dans la cornée.

Q 13 : En effectuant un développement limité d'ordre 1, exprimer la fonction de transfert du bloc "œil", soit $\frac{X_p(p)}{\Omega_{y\,oeil}(p)}$.

Modélisation retenue du récepteur APD et du calculateur :
Dans cette partie, la chaîne de retour de cet asservissement est supposée unitaire.

Q 14 : Montrer que le schéma-bloc du radar donné figure 8 peut se mettre sous la forme donnée figure 11 avec :

$$FTBO(p) = \frac{K_{BO}}{p.[1+\frac{2.m}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}]} \quad \text{et} \quad H_{oeil}(p) = \frac{K_{oeil}}{p}$$

Exprimer K_{BO}, m, ω_0 et K_{oeil} en fonction des données.

Tournez la page S.V.P.

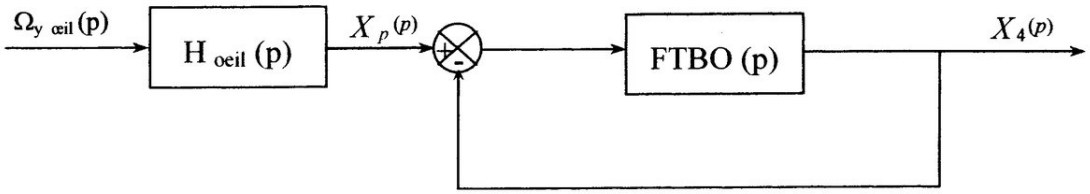


Figure 11
Schéma-bloc du radar à retour unitaire

Validation des performances :
L'objectif est de déterminer les performances de ce système asservi afin de valider sa réponse au cahier des charges fonctionnel : la précision des tirs doit être de 0,25 µm sachant que le laser tire à une fréquence de 62,5 Hz.
On suppose que l'œil a un déplacement assimilable à un échelon de $x_p(t) = x_{p0}.u(t)$ avec u(t) la fonction d'Heaviside et $x_{p0} = 1mm$
Le système asservi étudié est celui d'entrée X_P (p) et de sortie X_4 (p).

Pour les applications numériques, on retient dans le système SI :

$$K_{BO} = 1\ s^{-1} \qquad m = 0{,}42 \qquad \omega_0 = 1200\ rad.s^{-1}$$

Etude de la stabilité :

Q 15 : Calculer la marge de gain du système asservi d'entrée $X_p(p)$.

Etude de la précision :

Q 16 : Exprimer l'écart statique en position du radar.

Etude de la rapidité :
Pour la question suivante uniquement on suppose que $FTBO(p) \approx \frac{K_{BO}}{p}$

Q 17 : Calculer le temps tr_1 nécessaire au système pour atteindre la consigne (échelon d'amplitude 1 mm) à la précision requise lors des tirs.

Q 18 : En analysant les résultats précédents, valider la réponse de ce système relativement aux objectifs de performance souhaités?

Mise en place d'un correcteur :

Un correcteur à action proportionnelle, dont la fonction de transfert est $C(p) = K_{cor}$, est implanté dans la chaîne d'action de ce système asservi.

Q 19 : Justifier le choix de ce correcteur et expliquer pourquoi un correcteur à action intégrale n'a pas été choisi. Déterminer K_{cor} pour que la marge de gain soit de 13dB.

Q 20 : Calculer le temps tr_2 nécessaire au système corrigé pour atteindre la consigne (échelon d'amplitude 1 mm) à la précision requise lors des tirs.
Comparer ce résultat à la fréquence des tirs et donner les conséquences sur la précision des tirs.

PARTIE C : Initialisation du radar

Dans la partie B, les quatre faisceaux du radar sont supposés se situer sur le diamètre de la pupille. L'objet de cette partie est l'initialisation du radar : cette opération consiste à placer les quatre faisceaux sur le bord de la pupille.
Le diamètre de la pupille de l'œil humain, après dilatation, peut varier de $8mm$ à $10mm$. Le radar, avant de pouvoir suivre la pupille de l'œil, doit mesurer le diamètre D_P de celle-ci et déterminer la position de son centre noté O_P.

Description du cycle d'initialisation :
Le radar est formé de quatre faisceaux A, B, C et D disposés en carré avec AC = BD = d. Au cours de l'initialisation, ils suivent une trajectoire "carrée" de côté a dans le sens horaire, à vitesse constante : celle-ci est décrite sur la figure 12. Le relevé des quatre signaux figure sur le document réponse N°3 (échelle 10).

Les hypothèses sont :
- La section des faisceaux est très petite devant la taille de la pupille de l'œil donc le signal renvoyé par un faisceau est 1 à l'intérieur de la pupille et 0 à l'extérieur.
- La durée du cycle décrit est très courte, on peut donc considérer que l'œil ne bouge pas pendant la phase d'initialisation.
- Les valeurs de a et d sont telles que tous les diamètres des pupilles peuvent être mesurés.
- Pour les applications numériques, on prendra $a = 3\ mm$ et $d = d_0 = 7\ mm$ avant l'initialisation.

Notations :
O_0 : centre du repère lié à la machine
O_P : centre de la pupille
O_4 : intersection des diagonales du carré formé par les quatre faisceaux du radar

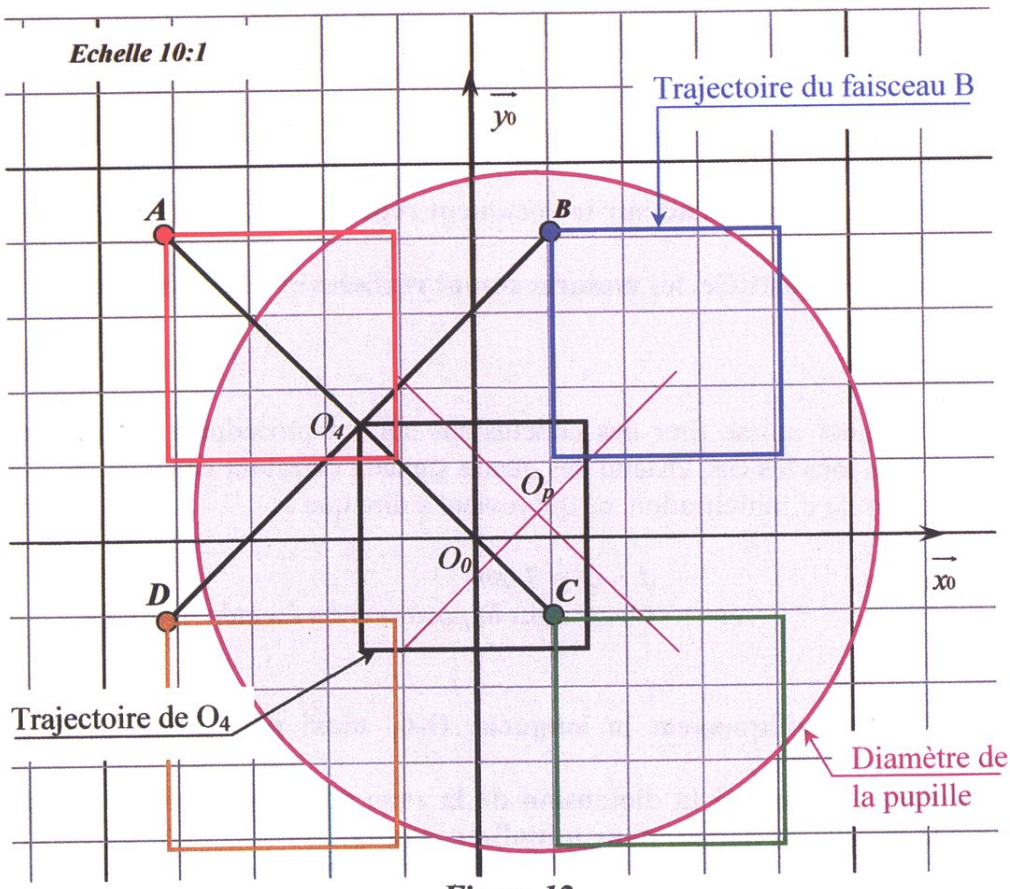
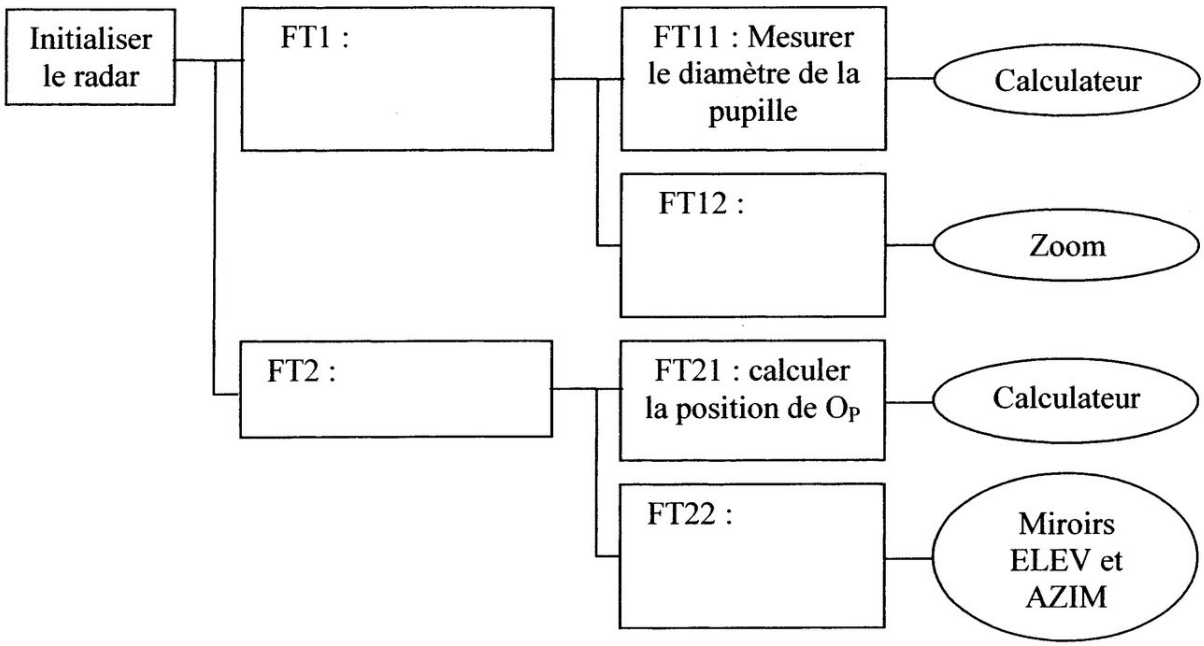


Figure 12
Initialisation du radar

Tournez la page S.V.P.

Q 21 : Recopier sur votre copie puis compléter le FAST donné ci-dessous.



Analyse de la fonction technique FT21 : *Calculer la position de O_P*

Q 22 : A partir des relevés fournis sur le document réponse N°3, calculer la position du centre de la pupille dans le repère $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0})$.
La réponse sera justifiée, les mesures réalisées et indiquées sur les relevés.

Analyse de la fonction technique FT11 : *Mesurer le diamètre de la pupille*

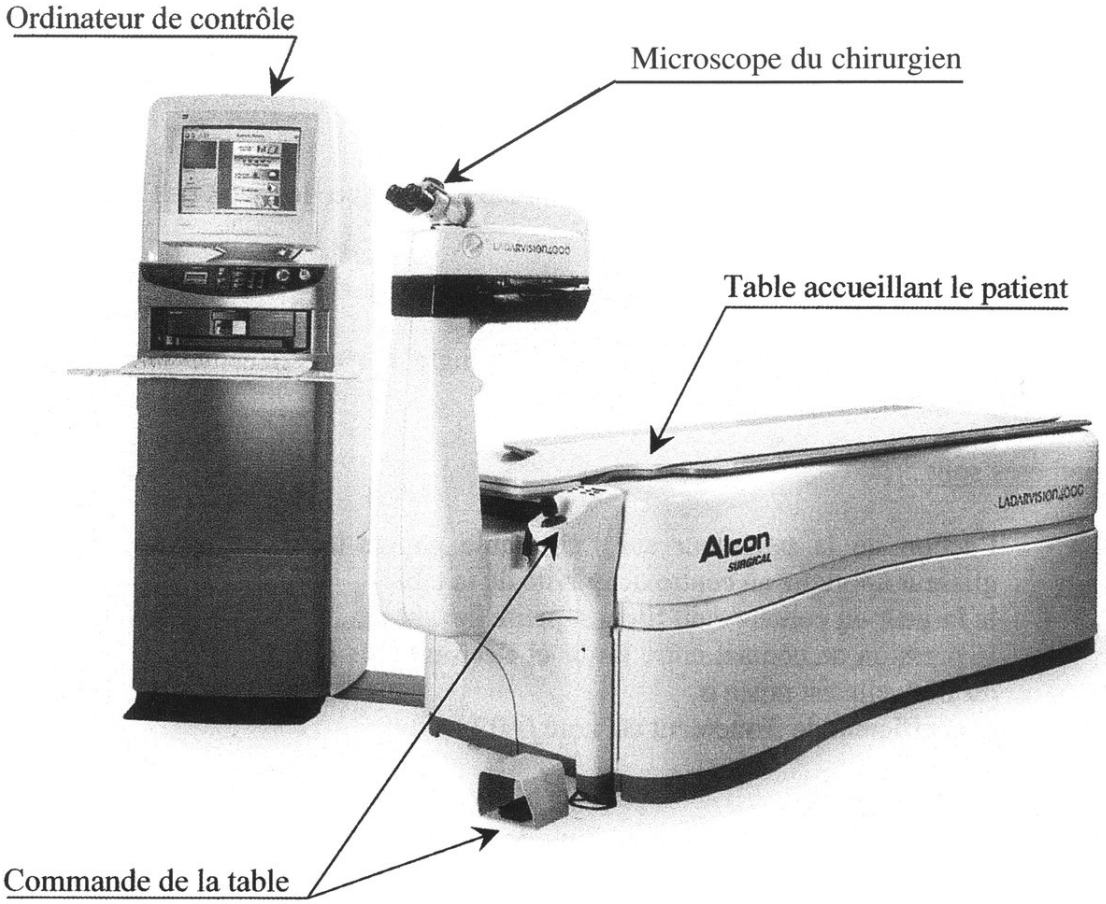
Q 23 : A partir des relevés fournis sur le document réponse N°3, calculer le diamètre D_P de la pupille.
La réponse sera justifiée, les mesures seront réalisées et indiquées sur les relevés.

Pour que le calculateur puisse tirer des conclusions sur les procédures précédentes, il est nécessaire que, dans tous les cas, chacun des quatre signaux de retour des faisceaux changent d'état au cours du cycle d'initialisation, ce qui revient à dire que :

Avant l'initialisation $d = d_0 = 7\ mm$
et O_4 *est dans la position représentée figure 12*

Q 24 : Déterminer graphiquement la longueur O_0O_P maxi permettant d'initialiser le radar.
En déduire la forme et la dimension de la zone dans laquelle le chirurgien doit placer la pupille du patient pour initialiser le radar.

PARTIE D : Translation de la table



La partie C a mis en évidence la nécessité de positionner la pupille du patient dans une zone précise du plan horizontal pour que la procédure d'initialisation du radar puisse être réalisée. Pour des raisons pratiques (la visualisation de la pupille sur un écran carré), la zone déterminée à la question 24 est restreinte à une zone carrée de 0,83 mm de côté.

Par ailleurs, le diamètre de l'impact (0,8 mm), la quantité de matière à enlever (environ $500\mu m^3$) ainsi que la forme très légèrement conique du faisceau laser impose de respecter une distance précise entre la source du faisceau et l'impact sur la pupille : la précision verticale requise est inférieure à 0,5 mm.

L'objet de cette partie est de valider la précision du positionnement vertical du patient.

La procédure permettant au chirurgien de positionner la pupille du patient est la suivante : la machine génère deux faisceaux qui se croisent en un point fixe et le chirurgien doit amener le bord de la pupille du patient au niveau de cette intersection. Il dispose pour cela d'une information visuelle du bon positionnement de l'œil (écran de contrôle) et stoppe instantanément le mouvement vertical de la table. La précision correspond donc à la distance parcourue par la table à partir du moment où le chirurgien stoppe l'alimentation des moteurs électriques.

Description du système permettant la translation de la table :

La translation verticale de la table est réalisée par quatre systèmes vis-écrou identiques. Les écrous sont solidaires de la table, les vis sont solidaires des rotors des moteurs électriques dont les stators sont fixés sur le bâti de la machine.

Tournez la page S.V.P.

Q 25 : Caractériser le besoin satisfait par le mécanisme de translation de la table sur laquelle est allongé le patient.

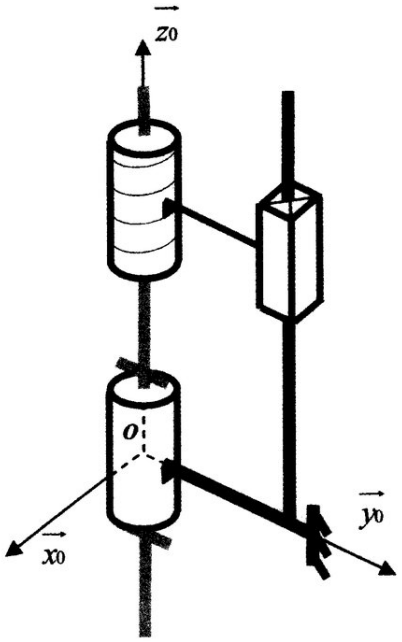
La géométrie de la vis à un seul filet trapézoïdal de l'un des quatre systèmes (annexe page 2) est définie par :

- le rayon moyen du filet $r_{moy} = 13\ mm$ coïncidant avec le rayon de l'hélice,
- le pas à droite $p = 4\ mm$,
- l'angle d'hélice i, calculé sur le rayon moyen ($\tan i = \dfrac{p}{2\pi . r_{moy}}$),
- l'angle d'inclinaison du filet α=15° (angle mesuré dans le plan normal à l'hélice).

Les hypothèses sont :

- l'action de la pesanteur sur l'ensemble patient-table est modélisée par un glisseur appliqué au centre de gravité de la table,
- la largeur du contact e du filet est petite devant r_{moy},
- la pression de contact entre la vis et l'écrou est la même sur toute la longueur du filet, elle est notée ρ,
- le coefficient de frottement est noté f=0,1.

L'étude mécanique porte uniquement sur l'un des quatre systèmes permettant la translation verticale de la table.
La vis, par rapport au repère fixe, est animée d'un mouvement de rotation noté $\overrightarrow{\Omega_{v/0}} = \omega_{v0} \cdot \vec{z_0}$ *avec* $\omega_{v0} > 0$.
L'écrou, solidaire de la table, est animé d'un mouvement de translation descendant par rapport au repère fixe noté $\overrightarrow{V_{t/0}} = -\, v_{t0} \cdot \vec{z_0}$ *avec* $v_{t0} > 0$.



Q 26 : Exprimer les torseurs cinématiques $\{\mathcal{V}_{v/0}\}$ et $\{\mathcal{V}_{t/0}\}$ caractérisant les mouvements de la vis et de la table par rapport au repère fixe et exprimer la relation entre ω_{v0} et v_{t0}.

On définit le point courant M de la surface de contact (annexe page 2) par $\overrightarrow{OM} = r_{moy}\vec{x_1} + z\vec{z_0}$.
Le contact s'effectue sur la face supérieure du filet. La normale au contact en M est $\vec{z_3}$ (annexe page 2).

Q 27 : Déterminer la direction et le sens de l'action normale de contact $\overrightarrow{dN}$ de l'écrou sur la vis sur un élément de surface dS.

Q 28 : Montrer que le moment au point M du torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{v/t}\}$ de la vis par rapport à la table est colinéaire à $\vec{y_2}$. En déduire la direction et le sens de l'action tangentielle de contact $\overrightarrow{dT}$ de l'écrou sur la vis créée par le frottement sur une surface dS autour de M entre la vis et l'écrou.

Q 29 : Montrer que l'expression de $Z_{e\to v}$, la projection sur $\vec{z_0}$ de la résultante de l'action mécanique de l'écrou sur la vis le long du filet, peut être mise sous la forme :

$$Z_{e\to v} = A.\int_{filet} \rho.dS$$ **Exprimer A.**

Q 30 : Montrer que l'expression de $N_{e\to v}$, la projection sur $\vec{z_0}$ du moment en O de l'action mécanique de l'écrou sur la vis le long du filet, peut être mise sous la forme :

$$N_{e\to v} = B.\int_{filet} \rho.dS$$ **Exprimer B.**

Q 31 : Enfin, en posant $\tan\Phi=\frac{f}{\cos\alpha}$, exprimer le rapport $\frac{N_{e\to v}}{Z_{e\to v}}$.

Dans la question suivante, on considère la rotation de la vis comme mouvement d'entrée et la translation de l'écrou comme mouvement de sortie du mécanisme vis-écrou.

Q 32 : Par un raisonnement qualitatif, déterminer la relation nécessaire entre i et Φ pour que le système soit irréversible ?

La suite est à traiter dans le cas où $i\leq\Phi$.

La précision de positionnement vertical de la table dépend de la phase du cycle de vie considérée : soit on stoppe l'alimentation des moteurs lorsque la table est en train de monter, soit on stoppe l'alimentation des moteurs lorsque la table est en train de descendre. L'étude qui suit ne traite que le cas où, au moment de l'arrêt des moteurs, la table est en train de descendre à la vitesse : $-V_i\vec{z_0}$ avec $V_i = 2\ cm.s^{-1}$.

- On rappelle que la table est soutenue par quatre systèmes vis-écrou identiques.
- La masse de la table et du patient est estimée à M=100kg.
- $\vec{z_0}$ est la verticale ascendante (g = 9,81 $m.s^{-2}$).
- Chacune des quatre vis est modélisée par un cylindre plein de rayon r_{moy} et de masse m_v = 1 kg.
- L'inertie du rotor d'un des quatre moteurs autour de son axe de rotation est notée $J = 200\ kg.mm^2$.
- On utilisera à nouveau les notations $Z_{e\to v}$ et $N_{e\to v}$.
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Q 33 : Exprimer le moment d'inertie I autour de son axe d'une des quatre vis en fonction de r_{moy} et m_v.

Tournez la page S.V.P.

Q 34 : L'alimentation des moteurs venant d'être arrêtée, exprimer l'accélération de la table par rapport au bâti $\dot{V}_{10}$ en fonction des grandeurs géométriques, massiques et de l'accélération de la pesanteur g.
Faire l'application numérique.

Q 35 : En déduire la distance d_p parcourue entre l'arrêt de l'alimentation des moteurs et l'arrêt de la table. Faire l'application numérique.

Q 36 : Conclure quant à la précision requise pour la position verticale de la pupille.
Dans le cas où la précision ne serait pas suffisante, proposer une solution permettant de l'améliorer.

PARTIE E : Etude fréquentielle de la machine

L'objet de cette partie est de valider la précision des tirs du laser sur la cornée sachant que le système n'est pas continu mais échantillonné. En effet, la Ladarvision est caractérisée par trois fréquences :

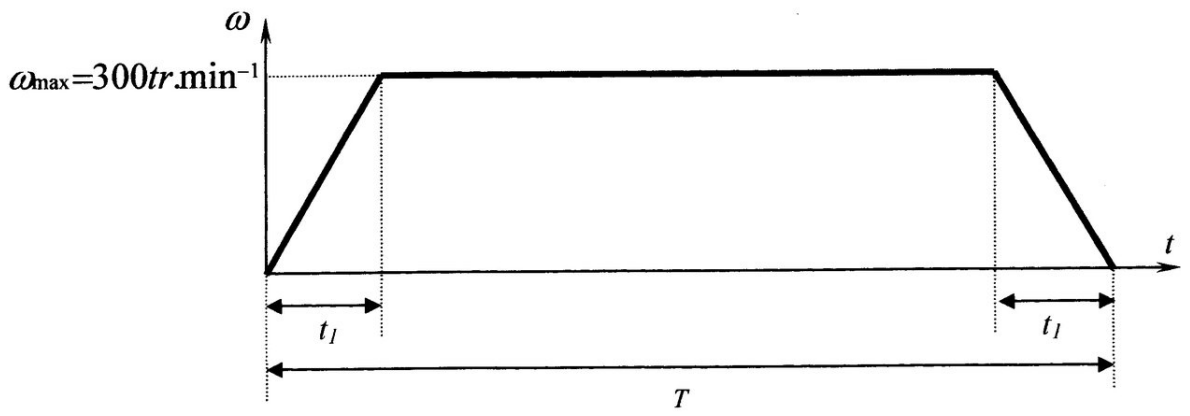
- Le laser tire à une fréquence de 62,5 Hz,
- La carte de commande des moteurs des miroirs (ELEV et AZIM) élabore une nouvelle consigne pour le moteur à une fréquence de 100Hz,
- Le radar détermine la position de la pupille ($\overrightarrow{O_4O_P}$) par rapport aux quatre faisceaux (A, B, C et D) à une fréquence de 500 Hz.

Q 37 : Compléter le document réponse N°1 en précisant les fréquences caractérisant les fonctions techniques.

Dans cette partie, les hypothèses sont :
- les temps de transmission des informations électriques sont négligés devant le temps de réponse mécanique du couple Miroir+Rotor,
- la durée d'un tir est suffisamment courte pour être négligée (environ 10 µs).

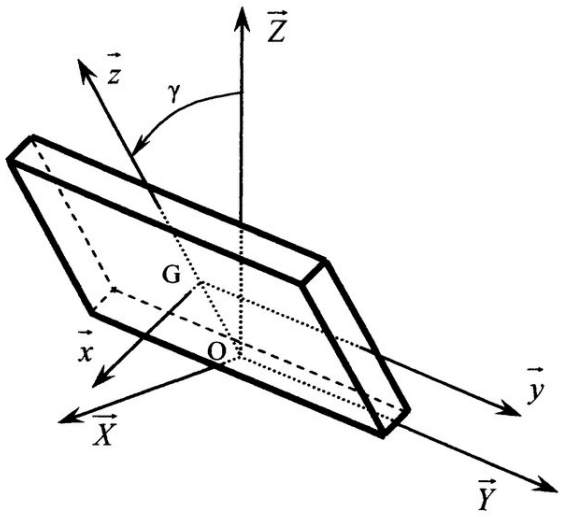
Description du couple Miroir+Rotor:
Le miroir est monté directement sur le rotor du moteur électrique dont la notice est donnée en annexe page 3 (moteur Crouzet type 82 860 0 référence 82 860 004).

Il est proposé, dans un premier temps, de modéliser l'ensemble {Miroir+Rotor} afin de déterminer le déplacement maxi que peut effectuer le point O_4 pendant un intervalle de temps de 10 ms.
La loi de commande du moteur est la suivante :



Q 38 : En étudiant la loi de vitesse donnée ci-dessus, exprimer l'angle θ_f atteint en fin de cycle (angle de départ nul) en fonction de t_1, T et ω_{max}.
Exprimer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ en phase d'accélération pour $t \in [0, t_1]$.

On note J (donnée en annexe dans la notice du moteur) l'inertie du rotor du moteur autour de l'axe $(O,\vec{Z})$ (son axe de rotation), et on note les dimensions du miroir l (suivant $\vec{z}$), L (suivant $\vec{y}$), e (suivant $\vec{x}$).



Données :

Masse volumique du verre : $\rho_v = 2500\ kg.m^{-3}$

$L = 30$ mm

$l = 15$ mm

$e = 2$ mm

$\gamma = 30°$

m = masse du miroir

La matrice d'inertie I(O, miroir+rotor) de l'ensemble {Miroir+Rotor} au point O dans la base $(\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$ est :

$$\mathrm{I}(O, miroir + rotor)_{\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}} = \begin{bmatrix} A_{m+r} & 0 & -E_{m+r} \\ 0 & B_{m+r} & 0 \\ -E_{m+r} & 0 & C_{m+r} \end{bmatrix}$$

avec $A_{m+r} = \cos^2\gamma.m.\dfrac{L^2+4.l^2}{12} + \sin^2\gamma.m.\dfrac{e^2+l^2}{12}$

$B_{m+r} = m.\dfrac{L^2+e^2+3.l^2}{12}$

$C_{m+r} = J + \sin^2\gamma.m.\dfrac{L^2+4.l^2}{12} + \cos^2\gamma.m.\dfrac{e^2+l^2}{12}$

$-E_{m+r} = \cos\gamma.\sin\gamma.m.\dfrac{L^2+4.l^2}{12} - \sin\gamma.\cos\gamma.m.\dfrac{e^2+l^2}{12}$

Pour la question suivante, le modèle retenu est :

- Le couple *Cm* fourni par le moteur est modélisé, pendant toute la durée t_1, par un couple constant égal au "Couple de démarrage" : voir notice constructeur en annexe page 3.
- Le temps *T* est de 0,01 *s*.
- Les frottements sont négligés.

Q 39 : En appliquant le PFD, exprimer l'accélération maxi de l'ensemble {Miroir+Rotor}.
En déduire l'angle parcouru pendant un intervalle de temps de 10 ms avec la loi de commande donnée précédemment.
Exprimer, à partir du modèle proposé à la question Q12, le déplacement maxi que peut faire le point O_4 dans un intervalle de temps de 10 ms.

Tournez la page S.V.P.

Pour la suite du problème, on suppose que la rotation du miroir AZIM peut générer un déplacement maxi du point O_4 suivant l'axe $(O_0,\vec{x_0})$ de 50 mm pendant un intervalle de temps de 10 ms, ce qui est largement supérieur aux amplitudes des mouvements de l'œil.
A présent, l'objectif est de déterminer la distance maxi entre les points O_P et O_4 lors d'un mouvement de l'œil de 1 mm afin de déterminer la précision des tirs du laser en tenant compte des différentes fréquences qui caractérisent le système.
Pour cela, un relevé du point O_P dans le repère fixe $(O_0,\vec{x_0},\vec{y_0})$ est donné sur le document réponse N°4.

La modélisation retenue est :

- à t = 0 les points O_0, O_4 et O_P sont confondus,
- le déplacement de O_P se fait suivant un seul axe : $(O_0,\vec{x_0})$. De ce fait, la courbe donnée représente l'évolution de $\overrightarrow{O_0O_P}.\vec{x_0}$ au cours du temps,
- le déplacement du point O_4 suivant $(O_0,\vec{x_0})$ (relatif à la rotation du miroir AZIM) est supposé linéaire entre deux évolutions de la consigne d'alimentation du moteur générées par la carte de commande,
- La consigne d'alimentation du moteur est élaborée en utilisant la règle suivante : cette consigne est calculée à l'instant t à partir de la distance $\overrightarrow{O_4O_P}.\vec{x_0}$ mesurée à cet instant t et elle a pour objectif de générer un déplacement du point O_4 vérifiant :

$$\overrightarrow{O_4(t)O_4(t+dt)}.\vec{x_0} = \left(\overrightarrow{O_4O_P}.\vec{x_0}\right)(t) \qquad avec\ dt = 0{,}01\ s$$

Q 40 : Sur le document réponse N°4, représenter l'évolution du point O_4 en fonction de l'évolution du point O_P.

Q 41 : En supposant qu'un tir du laser a lieu à l'instant t = 0, mesurer la précision des tirs lors du mouvement de l'œil considéré à la question précédente.
Conclure quant à la réponse du système au cahier des charges fonctionnel : pour satisfaire le besoin de la personne opérée, le chirurgien demande une précision de tir de 0,25 µm.

Pour améliorer la précision des tirs lors des mouvements éventuels de l'œil, deux idées ont été retenues :

1. Modifier les fréquences caractéristiques du système,

2. Anticiper les mouvements de l'œil.

Q 42 : Parmi les trois fréquences caractéristiques du système, laquelle est la plus pénalisante pour la précision des tirs du laser ? Proposer une solution pour la modifier ?

Q 43 : Détailler, en quelques lignes, le fonctionnement que devrait avoir le système précédent afin d'anticiper les mouvements éventuels de l'œil.

Fin du sujet.

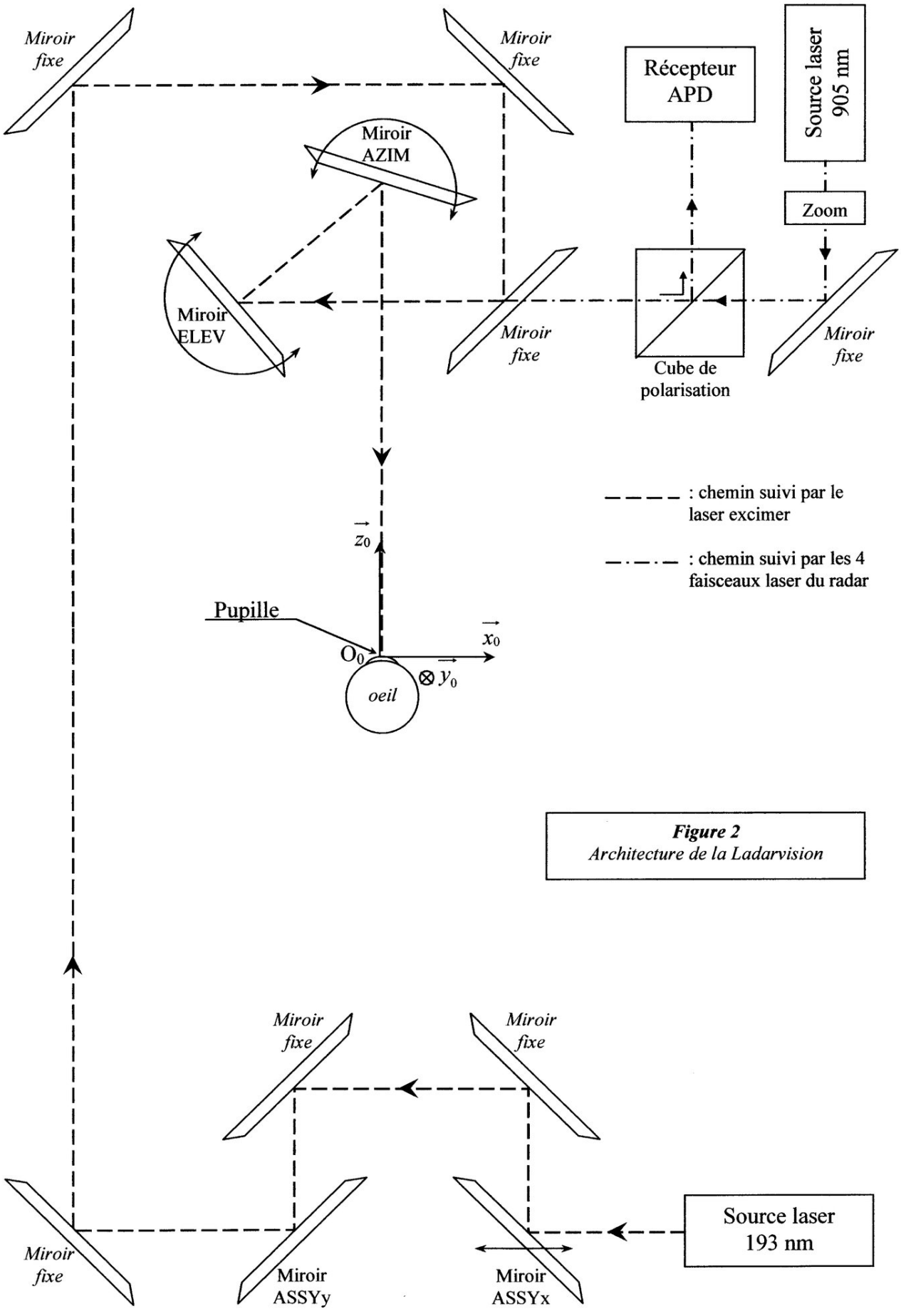
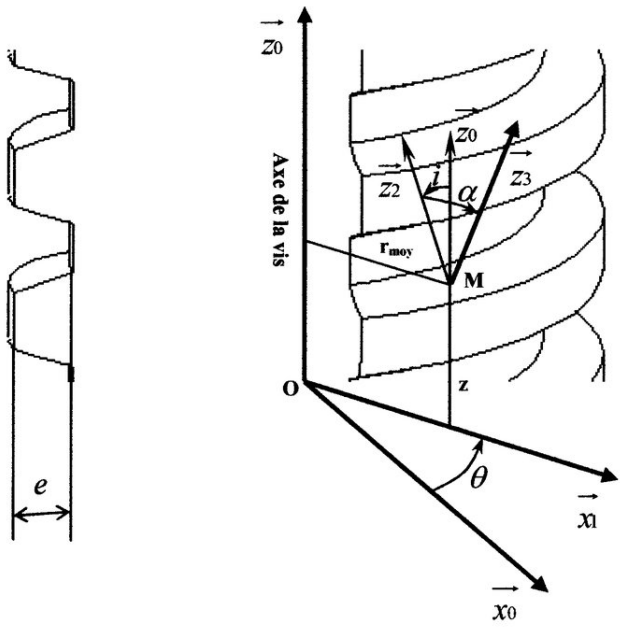
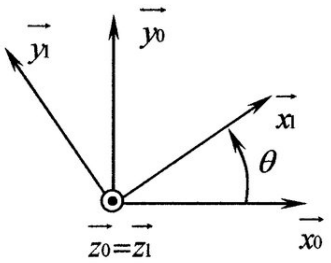
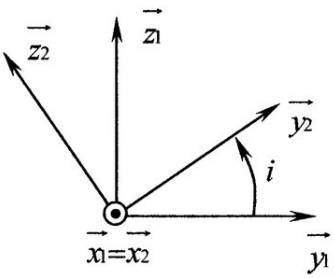


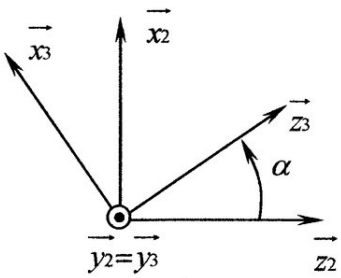
Figure 2
Architecture de la Ladarvision

Partie D : translation de la table







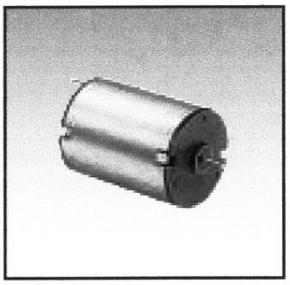


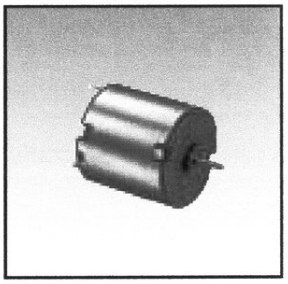
Partie E : étude fréquentielle

Notice moteur Crouzet

Moteurs directs à courant continu

- **Puissance maximum : de 1 à 3,9 W**
- **Paliers en bronze fritté lubrifiés à vie**
- **Connexions par cosses axiales 2,8 mm**
- **Antiparasitage standard pour produits standards stockés**



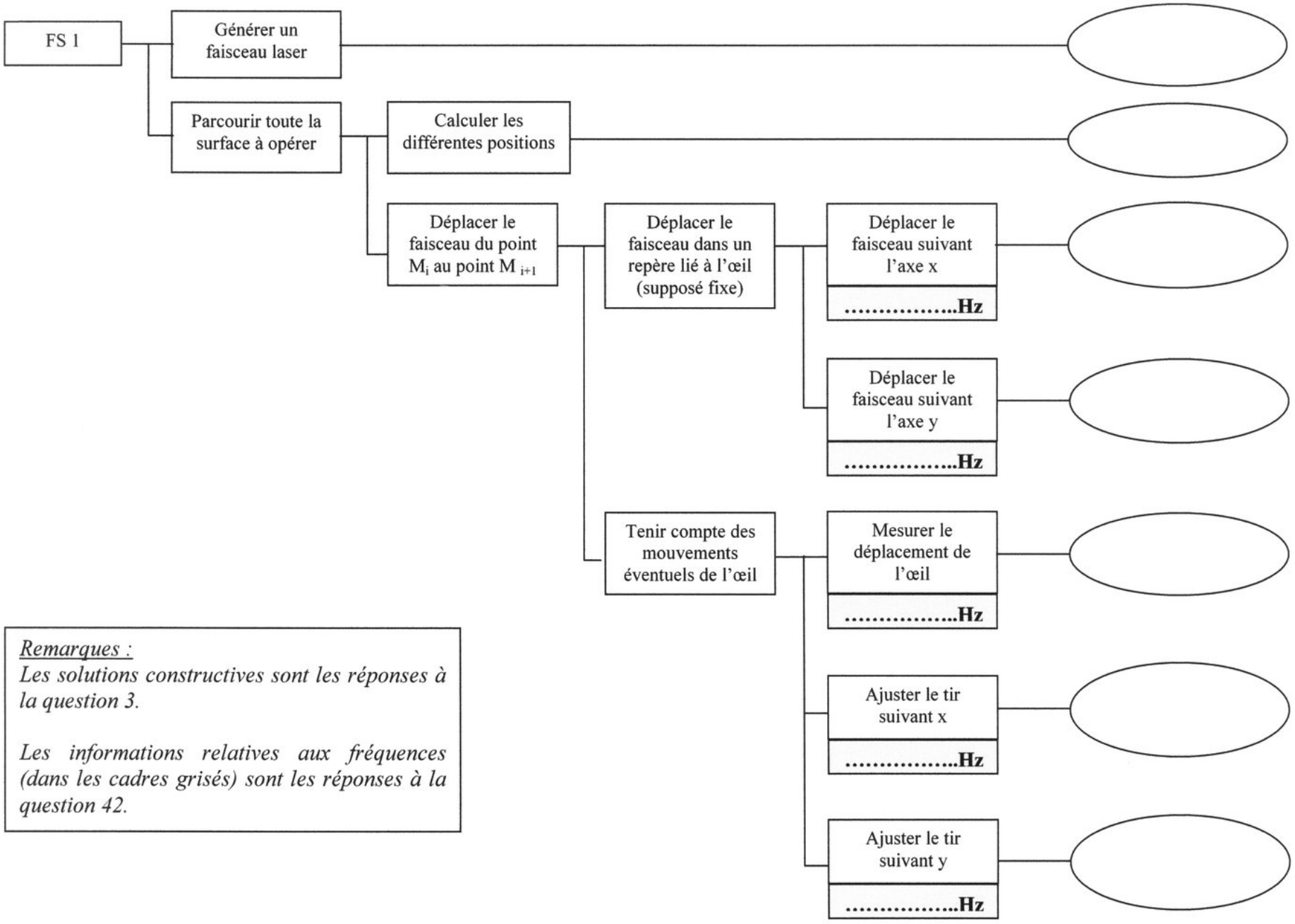


Applications

- Imprimantes
- Photocopieurs
- Pompes à membranes
- Systèmes de détection
- Motorisation de gyrophare

Types		**82 860 0**	**82 860 0**	**82 840 0**	**82 840 0**
Tensions nominales		**12 V**	**24 V**	**12 V**	**24 V**
Références		82 860 003	82 860 004	•	•
Caractéristiques à vide					
Vitesse de rotation	tr/min	5000	5000	5000	5000
Puissance absorbée	W	1,2	1,92	0,96	1,44
Courant absorbé	A	0,1	0,08	0,08	0,06
Caractéristiques nominales					
Vitesse de rotation	tr/min	3700	3700	3700	3700
Couple	mN.m	7,7	7,7	2,2	2,2
Puissance utile	W	3	3	0,9	0,9
Puissance absorbée	W	6,2	6	2,16	2,88
Courant absorbé	A	0,43	0,26	0,18	0,11
Echauffement boîtier	°C	50	50	50	50
Rendement	%	48	50	42	32
Caractéristiques générales					
Système d'isolation suivant classe (CEI 85)		B (130 °C)	B (130 °C)	B (130 °C)	B (130 °C)
Degré de protection		IP40	IP40	IP40	IP40
Puissance utile maximum	W	3,9	3,9	1	1
Couple de démarrage	mN.m	30	30	8	8
Courant de démarrage	A	1,5	0,76	0,50	0,3
Résistance	Ω	8	32	24	80
Self	mH	10	41,6	32	104
Constante de couple	Nm/A	0,0214	0,0448	0,019	0,033
Constante de temps électrique	ms	1,3	1,3	1,35	1,3
Constante de temps mécanique	ms	36	36	46	40
Constante de temps thermique	min	8	8	7	7
Inertie	g.cm²	19	19	9,5	9,5
Masse	g	96	95	68	68
Nombre de lames au collecteur		3	3	3	3
Durée de vie	h	3000	3000	3000	3000
Coussinets en bronze fritté		oui	oui	oui	oui

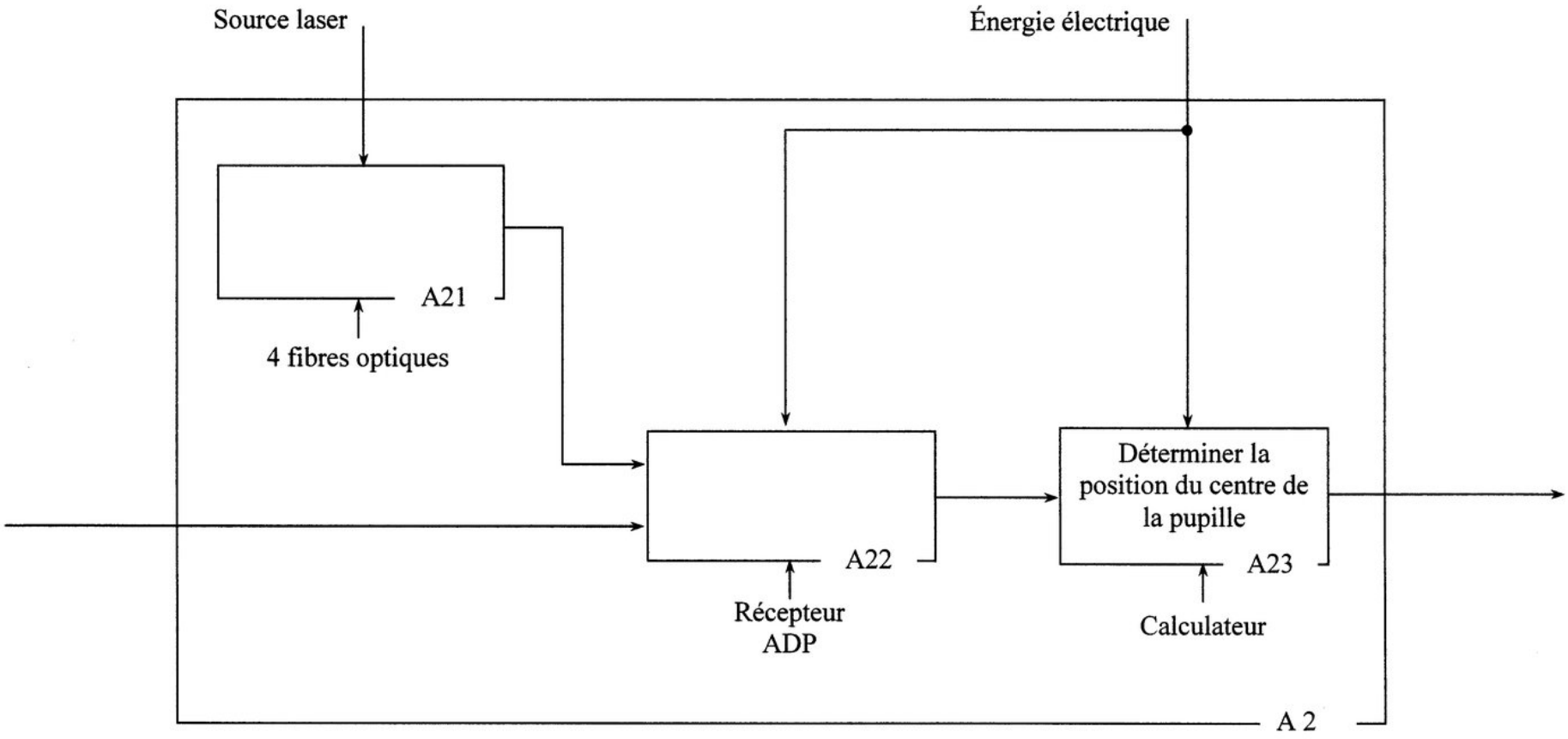
Document réponse N°1



Remarques :
Les solutions constructives sont les réponses à la question 3.

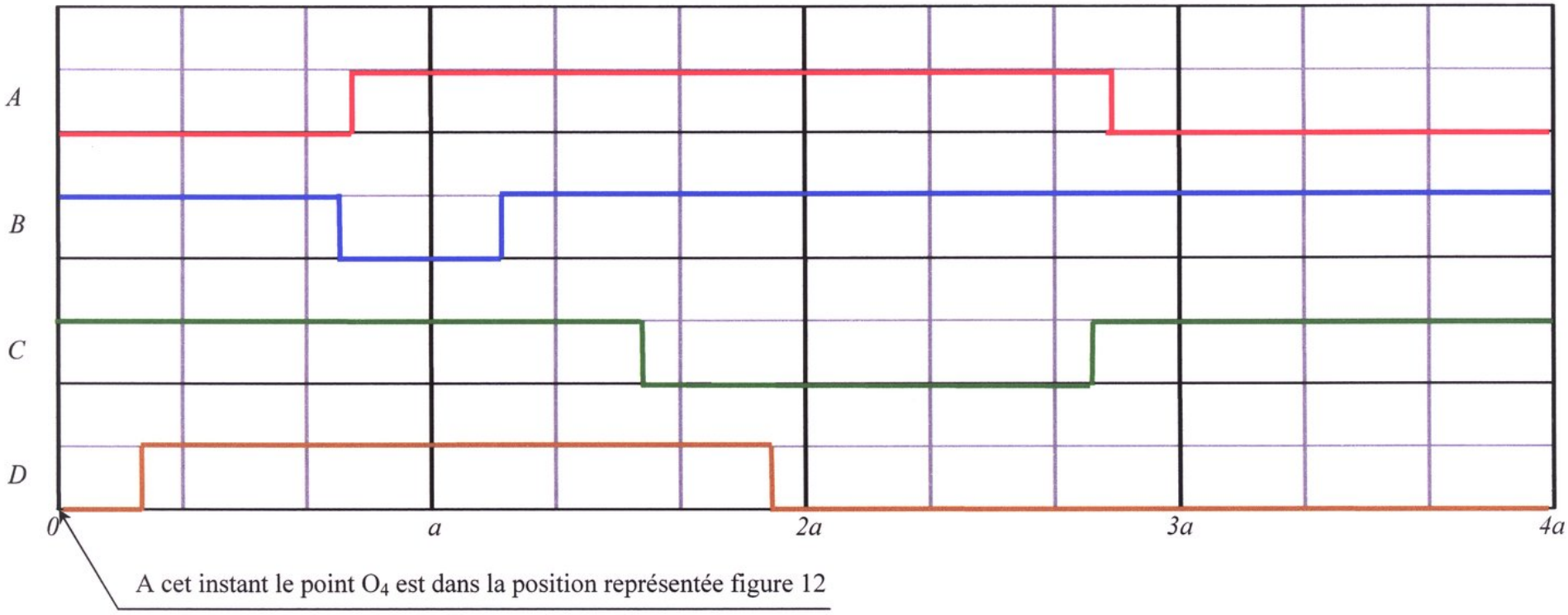
Les informations relatives aux fréquences (dans les cadres grisés) sont les réponses à la question 42.

Document réponse N°2



Document réponse N°3

Les relevés ci-dessous représentent l'évolution des signaux reçus pour chacun des quatre faisceaux lorsque ceux-ci décrivent la trajectoire carrée de côté a.

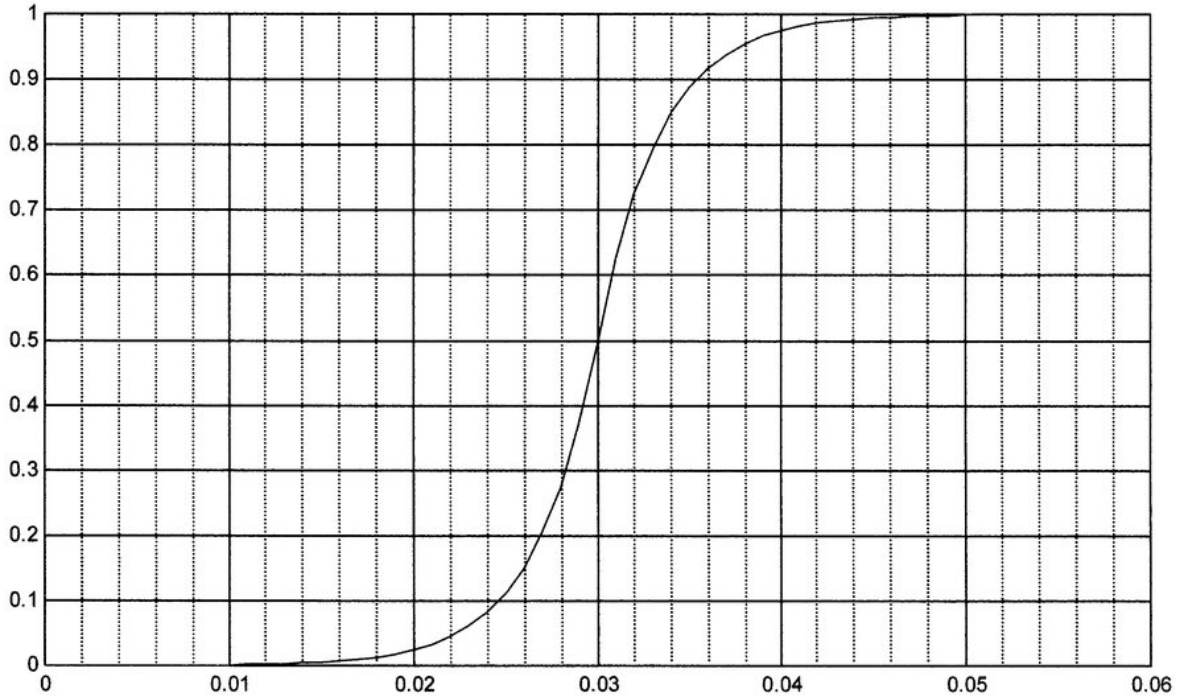


Document réponse N°4

Analyse du suivi des mouvements de l'œil

La courbe ci-dessous représente le déplacement du point O_P (centre de la pupille) dans le repère fixe $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0})$ lors d'un mouvement de l'œil d'une amplitude de 1 mm.

En ordonnée : le déplacement en mm



En abscisse : le temps en seconde

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase
- Simplification d'un modèle : linéarisation, non-linéarités, pôles dominants, validité
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi