Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2007, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Présentation du système et analyse fonctionnelle
- Partie 1 : critères de vitesse, d'accélération et d'autonomie
- Partie 2 : critères de freinage et de dérapage
- Partie 3 : critère de stabilité
- Partie 4 : critère d'oscillation perçue

Copie non officielle du sujet, à partir de la page suivante.

Copie du sujet officiel sans son document réponse ; l'énoncé est complet.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2007/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX 7614

SCIENCES INDUSTRIELLES

DURÉE: 5 HEURES

Aucun document n'est autorisé.

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table ou le poste de travail, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le sujet comporte 22 pages et 1 document réponse A3

Étude de la moto DUCATI Monster 620



Illustration 1 : photo de la Ducati Monster 620.

Le sujet est composé :

- ✔ de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé ;
- ✔ d'un document réponse à joindre à la copie.

Il est recommandé au candidat :

- ✔ de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- ✔ de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- ✔ de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- ✔ de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- ✔ de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les différentes parties sont relativement indépendantes. Néanmoins il est recommandé de les traiter dans l'ordre du sujet pour tenir compte des différentes remarques et des notations.

Le support d'étude proposé est la moto Ducati Monster 620 (voir illustration 1). Elle permet à son pilote de se déplacer, en transportant un passager et quelques bagages personnels. C'est un moyen de transport plus léger et plus maniable qu'une voiture qui offre des sensations fortes de conduite. Cependant, il nécessite le passage d'un permis de conduire particulier, car son utilisation est plus technique et moins sécurisée que celle d'une voiture.

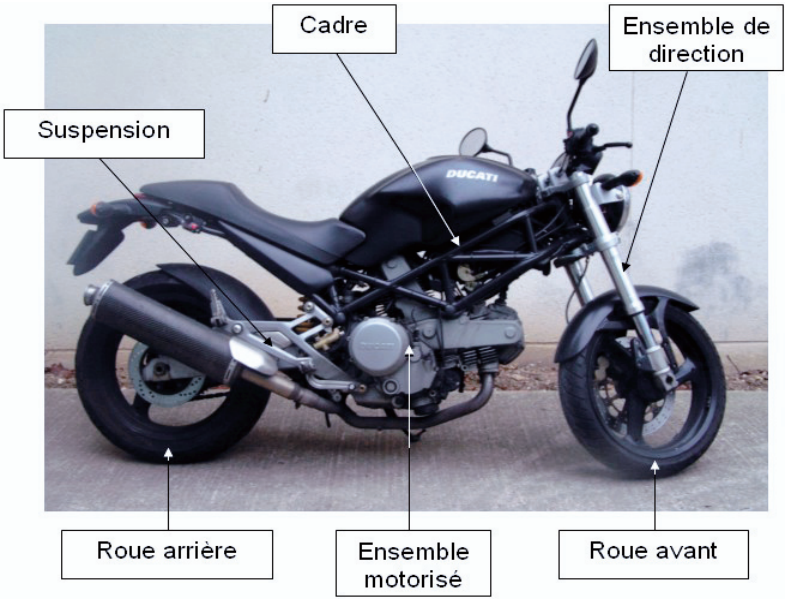


Illustration 2 : les principaux composants de la Ducati Monster 620.

La moto est constituée (voir illustration 2) :

- d'un cadre, qui assure la liaison entre tous les autres composants,
- d'un ensemble de direction, qui permet d'orienter la roue avant,
- d'un système de suspension arrière,
- de deux roues,
- d'un ensemble motorisé (moteur + boîte de vitesse + transmission), qui entraine la roue arrière.

Le diagramme partiel des interacteurs de la Ducati Monster 620, représenté sur l'illustration 3, donne une modélisation des interactions de la moto avec quelques éléments du milieu extérieur, pendant une phase de roulage.

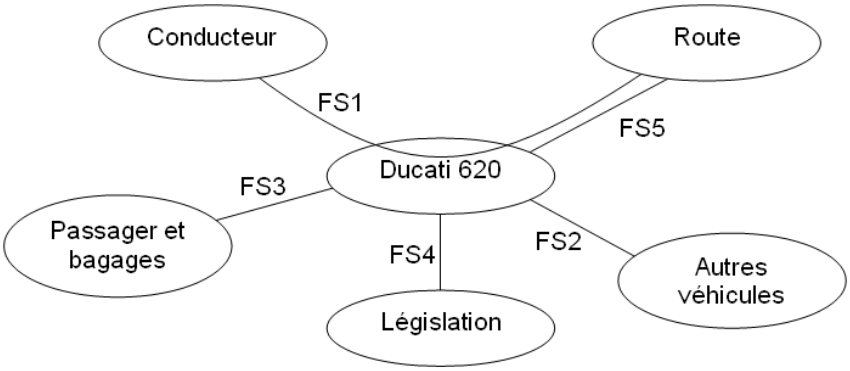


Illustration 3 : diagramme des interacteurs de la Ducati Monster 620.

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : permettre au conducteur de se déplacer sur la route.	Stabilité	Autonome pour V > 40 km.h^{-1}
	Vitesse	0 – 130 km.h$^{-1.}$
	Accélération	De 0 à 100 km.h^{-1} en 5 s.
	Distance de freinage	70 m à 100 km.h^{-1}.
	Autonomie avec un plein d'essence, sur autoroute.	200 km
	Dérapage	Aucun
	Oscillation perçue	Fréquence f<5 Hz à haute vitesse
		Temps d'oscillation t<3s à basse vitesse
FS2 : s'adapter aux autres véhicules	Collision	Aucune
FS3 : transporter un passager et des bagages	Poids total	100 kg
FS4 : respecter la legislation	Norme de pollution	Oui
	Norme de bruit	Oui
FS5 : être en liaison avec la route	Contact permanent des deux roues	Oui

Q1 : Proposer un graphe qui permette d'identifier la fonction technique de chaque composant de la Ducati Monster 620.

Q2 : Préciser la fonction assurée par une boîte de vitesse.

L'objectif de cette étude est la validation de la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire quelques critères de la fonction FS1 du cahier des charges de la phase de roulage.

Partie 1 : Validation des critère de vitesse, d'accélération et d'autonomie de la fonction FS1

La moto est supposée se déplacer en ligne droite, et l'étude menée est plane. Le modèle d'étude retenu pour cette partie est le suivant (voir illustrations 4 et 5) :

$R_0=(O_0;\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)=(O_0;b_0)$ est un repère, supposé galiléen, lié à la route, tel que $\vec{x}_0$ soit dirigé suivant la vitesse d'avance de la moto, et $\vec{y}_0$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.

$R_1=(G;b_0)$ est un repère lié à l'ensemble {cadre de la moto + pilote + ensemble de direction}, de centre de gravité G, de masse $m_1=280$ kg .

$R_3=(O_3;\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)=(O_3;b_3)$ est un repère lié à la roue arrière, de centre O_3 , de masse négligée, tel que $\vec{z}_3=\vec{z}_0$. On pose $\theta_3=(\vec{x}_0,\vec{x}_3)=(\vec{y}_0,\vec{y}_3)$ l'angle de rotation de la roue arrière par rapport à la moto.

$R_4=(O_4;\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)=(O_4;b_4)$ est un repère lié à la roue avant, de centre O_4 , de masse négligée, tel que $\vec{z}_4=\vec{z}_0$. On pose $\theta_4=(\vec{x}_0,\vec{x}_4)=(\vec{y}_0,\vec{y}_4)$ l'angle de rotation de la roue avant par rapport à l'ensemble de direction.

On a $\overrightarrow{O_3G}=a_3\vec{x}_0+h\vec{y}_0$ et $\overrightarrow{O_4G}=-a_4\vec{x}_0+h\vec{y}_0$ ($a_3=60$ cm , $a_4=84$ cm et $h=20$ cm).

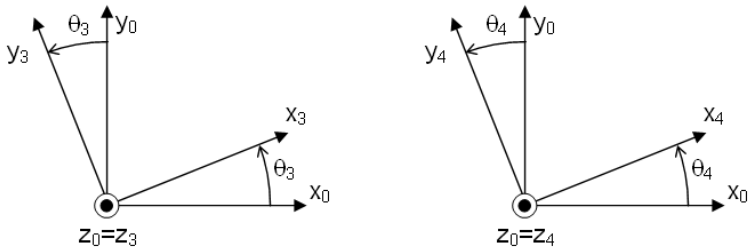


Illustration 4 : position relative des différentes bases.

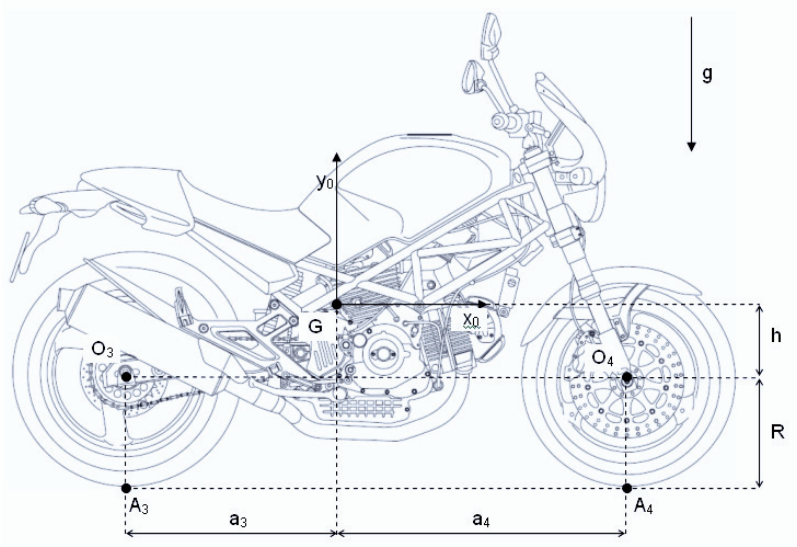


Illustration 5 : paramétrage retenu pour la Ducati Monster 620.

La pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.

Le contact des roues avec le sol est modélisé par des liaisons ponctuelles avec frottement (de normale $(A_3, \vec{y}_0)$ pour la roue arrière et $(A_4, \vec{y}_0)$ pour la roue avant). Chaque roue roule sans glisser sur la route au niveau de son point de contact. L'action mécanique exercée par le sol sur les roues est modélisée (en modélisation plane) par

$$\{T(\text{sol}\to 3)\} = \left\{\begin{array}{c} X_3\,\vec{x}_0 + Y_3\,\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{A_3} \quad \text{et} \quad \{T(\text{sol}\to 4)\} = \left\{\begin{array}{c} X_4\,\vec{x}_0 + Y_4\,\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{A_4}$$

avec $\overrightarrow{A_3O_3} = \overrightarrow{A_4O_4} = R\vec{y}_0$ (R = 29 cm pour les pneus de la Ducati Monster 620).

La moto se déplace en translation à la vitesse $\vec{V}(G\in 1/0) = V(t)\vec{x}_0$.

Q3 : Déterminer l'accélération constante γ de la moto qui lui permet d'atteindre le critère d'accélération de la fonction FS1.

Q4 : En appliquant le théorème du moment dynamique à 4, en projection sur $(O_4, \vec{z}_0)$, déterminer X_4 .

Q5 : En appliquant le PFD à {1+3+4}, exprimer X_3 , Y_3 et Y_4 en fonction de γ et des données.

Q6 : Montrer que la roue avant ne décolle pas du sol lors de l'accélération.

Q7 : Le coefficient de frottement entre le pneu arrière et la route est f = 0,8. Montrer que le pneu arrière ne patine pas lors de l'accélération. Conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère d'accélération de la fonction FS1.

Les caractéristiques du moteur de la Ducati Monster 620 sont les suivantes :

Régime ($tr.min^{-1}$)	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
Puissance plein gaz (kW)	18,3	23,6	28,9	34,2	39,5	44,8	45,3

Le rapport primaire en entrée de boîte de vitesse diminue la vitesse angulaire du moteur d'un facteur $\frac{33}{61}$. Pour la 6ème vitesse (la plus haute sur cette moto), la boîte de vitesse augmente la vitesse angulaire d'un facteur $\frac{26}{24}$. Enfin, la chaîne de transmission entre la boîte de vitesse et la roue arrière diminue la vitesse angulaire d'un facteur $\frac{15}{48}$. On néglige les pertes de puissance entre le moteur et la roue arrière.

La puissance absorbée par la traînée (force de pression et de frottement de l'air) et la résistance au roulement des pneumatiques de la Ducati Monster 620 est égale à $K_r \cdot V^3$, avec $K_r = 0{,}38\ W.s^3.m^{-3}$ (V est la vitesse de translation de la moto).

Q8 : En supposant que la puissance plein gaz fournie par le moteur est quasiment constante pour un régime supérieur à 8000 $tr.min^{-1}$, déterminer la vitesse maximale de la Ducati Monster 620. Conclure quant à sa capacité à satisfaire le critère de vitesse de la fonction FS1.

Q9 : On suppose que la moto se déplace à 130 $km.h^{-1}$, en 6ème, sur l'autoroute. Déterminer le régime et la puissance délivrée par le moteur (le pilote n'a pas mis plein gaz). Sachant qu'à ce régime, le moteur a besoin de 360 $g.kW^{-1}.h^{-1}$ d'essence, ($\rho_{essence} = 760\ kg.m^{-3}$), déterminer la consommation de la moto en litres pour 100 km effectués.

Q10 : Le réservoir a une capacité de 14 litres. Déterminer la distance que peut parcourir la Ducati Monster 620 avec un plein, et conclure quant à sa capacité à satisfaire le critère d'autonomie de la fonction FS1.

Partie 2 : Validation des critères de freinage et de dérapage de la fonction FS1

Le modèle d'étude retenu pour cette partie est le même que celui de la partie 1.

La Ducati Monster 620 possède deux dispositifs de freinages séparés, l'un sur la roue avant (commandé par le levier de frein avant) et l'autre sur la roue arrière (commandé par la pédale de frein arrière) (voir illustration 6). Chaque dispositif permet d'appliquer un couple de freinage sur la roue correspondante. On note C_f^{av} le couple de freinage de 1 sur 4 et C_f^{ar} le couple de freinage de 1 sur 3. Ces couples permettent de freiner la moto, initialement à la vitesse V_{ini}, afin de l'arrêter totalement au bout d'une distance parcourue L_p (voir illustration 7).



Illustration 6 : commande des systèmes de freinage sur la Ducati Monster 620.

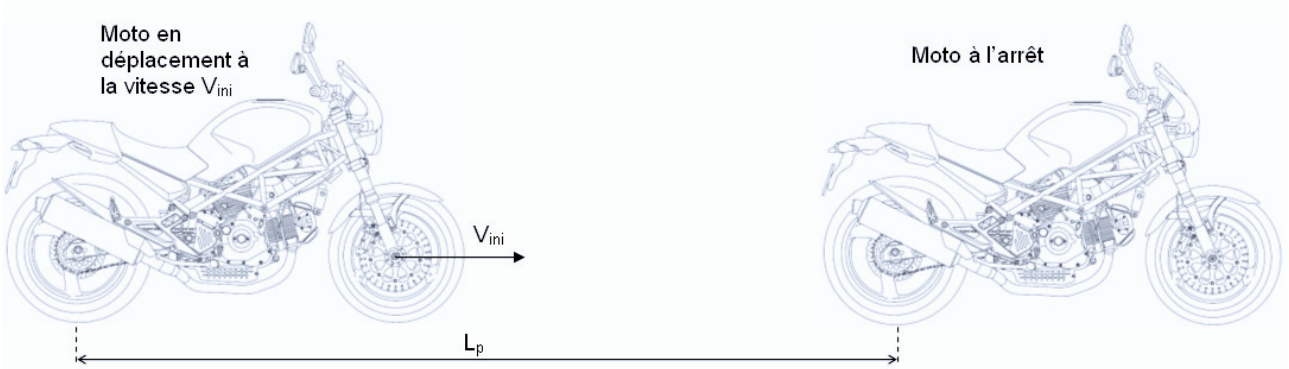


Illustration 7 : freinage de la moto.

On suppose dans un premier temps que les couples C_f^{av} et C_f^{ar} sont constants.

Q11 : Exprimer la variation d'énergie cinétique de la moto (en fonction de m_1 et V_{ini}) et le travail des couples de freinage (en fonction de C_f^{av}, C_f^{ar}, L_p et R) entre le début et la fin du freinage.

Sur une moto, le transfert de masse exige que le freinage sur la roue avant soit plus important que le freinage sur la roue arrière. En pratique $C_f^{av} = 2\ C_f^{ar}$.

Q12 : Expliquer qualitativement pourquoi, lors d'un freinage, C_f^{av} peut être plus élevé que C_f^{ar}.

Q13 : Donner l'expression littérale de C_f^{av} qui permet d'immobiliser la moto sur une distance L_p. On négligera le travail des efforts de traînée et de résistance au roulement des pneumatiques. Effectuer l'application numérique avec les valeurs données pour le critère de freinage de la fonction FS1.

Le freinage sur la roue avant est obtenu par les composants suivants (voir illustration 8) :

- le levier de frein, situé sur la poignée droite du guidon, et sur lequel la main droite du pilote applique l'action de commande ;
- le maître cylindre avant qui, lorsqu'il est sollicité par le levier, génère la pression de commande dans le circuit hydraulique ;
- l'étrier, contenant les plaquettes de freins, et permettant de transformer la pression de commande du circuit hydraulique en couple de freinage sur le disque de frein.

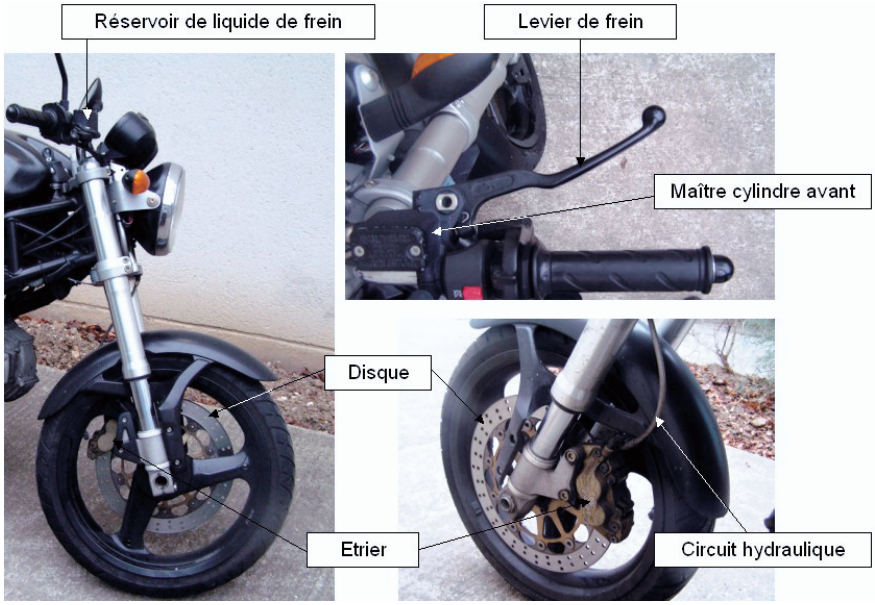


Illustration 8 : système de freinage sur la roue avant.

L'étrier est équipé de 4 pistons circulaires (deux de chaque coté du disque) de 32 mm de diamètre, commandés par la même pression de commande du circuit hydraulique, notée p_h. Les plaquettes frottent sur le disque, et exercent une action mécanique surfacique décrite par une pression de contact uniforme notée p_c et un coefficient de frottement f=0,6. La géométrie des plaquettes (voir illustration 9) est décrite par :

- D_i : diamètre intérieur (D_i = 226 mm),
- D_e : diamètre extérieur (D_e = 260 mm),
- α_f : angle du secteur angulaire (α_f = 20°).

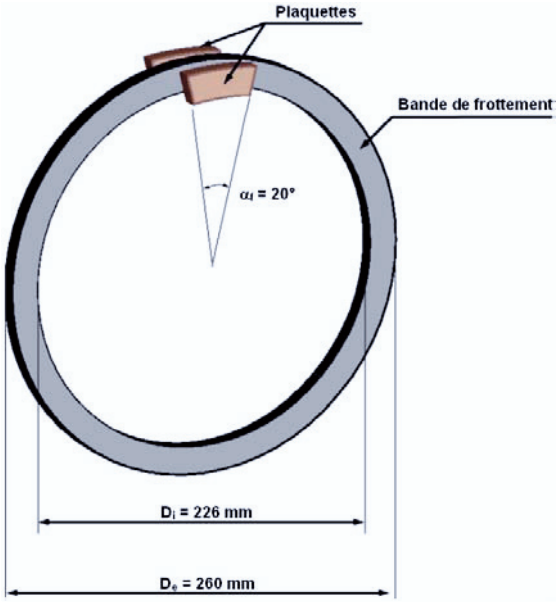


Illustration 9 : géométrie des plaquettes.

Q14 : Déterminer l'expression littérale de p_c qui permet de transmettre C_f^{av} .

Q15 : Montrer que la pression de commande du circuit hydraulique p_h uniforme permettant d'obtenir p_c a pour valeur numérique 1,26 MPa.

Le schéma de principe du maître cylindre avant est donné sur l'illustration 10. L'effort du levier de commande s'exerce au point C, selon la normale à la surface de contact.

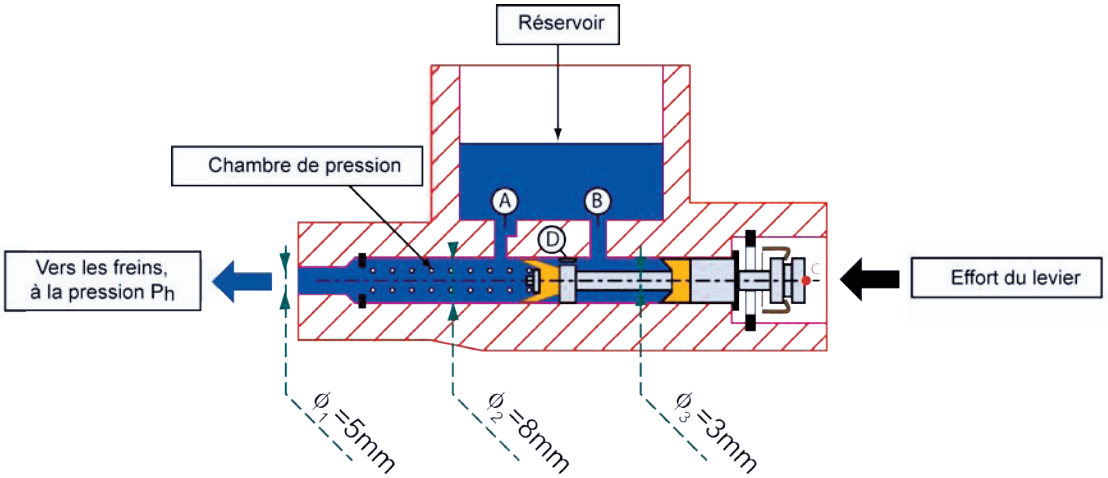


Illustration 10 : schéma de principe du maître cylindre avant.

Q16 : Expliquer le fonctionnement du maître-cylindre avant lorsque le pilote appuie sur le levier de commande (pour freiner), puis lorsqu'il le relâche (pour arrêter le freinage). Préciser en particulier le rôle des orifices A, B et D.

Q17 : Déterminer la valeur numérique de l'effort que le levier exerce sur le piston du maître cylindre (l'action du ressort est négligée) pour obtenir la pression p_h .

Q18 : Par une construction de statique graphique sur le document réponse 1, déterminer le rapport entre l'effort du levier de commande sur le piston du maître cylindre et l'effort du pilote sur le levier de commande.

Un être humain peut raisonnablement développer avec sa main une action mécanique de 100 N.

Q19 : Conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère de freinage de la fonction FS1.

Dans le cas d'un freinage d'urgence, l'action réflexe du pilote sur le levier peut l'amener à appliquer sur le levier de commande une action trop élevée, conduisant au blocage de la roue avant. Celle ci entre alors dans une phase de glissement par rapport au sol, ce qui pénalise grandement la maîtrise du véhicule et conduit souvent à une chute.

Pour éviter ce phénomène et satisfaire le critère de dérapage de la fonction FS1, une solution technique consiste à limiter le freinage par l'emploi d'un dispositif A.B.S. (*antiblokiersystem* – en français, anti blocage des roues).

Ce dispositif se compose :

- de deux capteurs de vitesse (un par roue), du type « à effet Hall » (voir illustration 11). Chaque capteur mesure la vitesse angulaire de la roue correspondante. La comparaison des vitesses angulaires des deux roues permet de construire une réceptivité dénommée « glissement ». « glissement = 1» signifie que les vitesses avant et arrière ne sont pas compatibles et que par conséquent la roue avant glisse. « glissement=0 » signifie que les vitesses sont compatibles et que la roue avant est en phase de fonctionnement normal (contact sans glissement avec le sol) ;
- d'un calculateur électronique, dont le rôle est de traiter les informations des capteurs, de construire la réceptivité « glissement » puis de commander le système en conséquence ;
- d'une centrale hydraulique (électrovanne et pompe hydraulique) permettant de limiter le couple de freinage en fonction de la décision du calculateur.

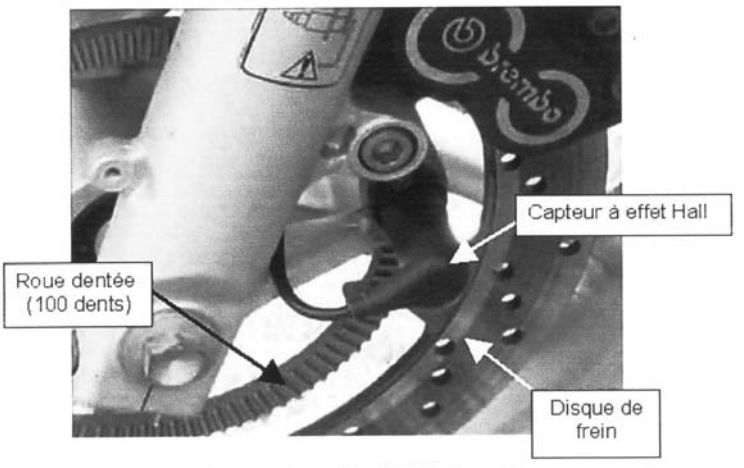


Illustration 11 : capteur à effet Hall sur la roue avant.

Q20 : Expliciter le principe de fonctionnement d'un capteur de type « effet Hall ».

Le fonctionnement du système ABS se compose de la répétition de trois phases élémentaires :

- état « FREINAGE NORMAL » : le système fonctionne comme en l'absence d'ABS, l'électrovanne n'est pas activée et le maître cylindre avant commande directement le frein ;
- état « MAINTIEN DE PRESSION » : lorsqu'un glissement est détecté, l'électrovanne est activée et court-circuite le maître cylindre de manière à éviter une augmentation de pression ;
- état « REDUCTION DE PRESSION » : si le blocage persiste, l'électrovanne reçoit un courant d'intensité plus forte, son piston se déplace plus loin et libère un orifice de dérivation vers un réservoir. Dans le même temps, une pompe hydraulique renvoie le liquide de frein vers le levier de frein. Ce fonctionnement de la centrale hydraulique permet de faire diminuer la pression.

Lorsque la disparition du glissement est détectée suite à la diminution de pression, le système revient à l'état « FREINAGE NORMAL ». La séquence de détection-maintien-réduction peut alors être reprise si nécessaire.

Le document réponse 2 fournit une schématisation de la centrale hydraulique dans chacune des trois phases de fonctionnement.

Q21 : Pour chaque phase, colorier sur le document réponse 2 l'ensemble des chambres et conduites à des pressions identiques. Utiliser des couleurs différentes lorsque les pressions sont différentes.

Q22 : Préciser les rôles des soupapes de contrôle J et de la pompe hydraulique H.

Q23 : Réaliser un grafcet représentant l'intégralité du fonctionnement détection-maintien-réduction.

La construction de la réceptivité « glissement » nécessite la mesure de la vitesse angulaire des roues. Celle-ci se base sur le comptage des impulsions générées par le passage de la roue dentée devant le capteur à effet Hall. À la sortie de chaque étape, la réceptivité « glissement » ne doit donc être prise en compte qu'au bout d'un temps « t_mesure ».

Q24 : Exprimer, en explicitant vos hypothèses, la durée de temporisation « t_mesure » en fonction de V (vitesse de la moto) et R (rayon des pneumatiques). Déterminer la valeur numérique minimale de « t_mesure » dans le cas où elle est minimale.

Le système ABS étant basé sur une comparaison des vitesses relatives entre les roues avant et arrière, il doit être initialisé à chaque démarrage du véhicule. Comme il n'y a pas de glissement au démarrage du véhicule à vitesse lente (en dessous de 10km/h), on se sert de cette phase pour étalonner les capteurs de roue. Lors de cette phase d'initialisation, le système ABS ne doit pas fonctionner.

On se donne donc une réceptivité « vitesse lente » :

- « vitesse lente =1». Le véhicule roule à moins de 10 km/h ;
- « vitesse lente = 0 ». Le véhicule roule à plus de 10 km/h.

À tout instant du parcours, des diagnostics sont également réalisés en temps réel, afin de caractériser le bon fonctionnement de trois éléments majeurs du système : le capteur de roue, la commande de l'électrovanne et la pompe hydraulique. Pour chacune de ces parties du système, une réceptivité est construite traduisant ou non son fonctionnement correct : « panne capteur », « panne commande électrovanne » et « panne pompe ». Chacune de ces réceptivités vaut 0 si le système associé fonctionne, 1 s'il est défectueux.

Q25 : Modifier le grafcet réalisé de manière à interdire le fonctionnement de l'ABS à vitesse lente et utiliser l'ABS au maximum de ses capacités en fonction des pannes des différents composants.

Q26 : Proposer une méthode pour construire la réceptivité « panne capteur ».

Partie 3 : Validation du critère de stabilité de la fonction FS1

À basse vitesse, la stabilité de la moto est assurée par le pilote, qui ajuste constamment l'orientation de son guidon. Par contre à plus de 40 km.h^{-1}, la moto doit être stable, c'est à dire qu'elle doit naturellement revenir en position verticale dès qu'elle s'en écarte.

Seule l'inclinaison gauche / droite de la moto est considérée. Le balancement avant / arrière dû aux amortisseurs et à un grand angle de rotation de la roue avant est négligé, car on se place proche de la position d'équilibre.

Le modèle d'étude retenu pour cette partie est le suivant (voir illustrations 12 et 13) :

$R_0=(O_0;\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)=(O_0;b_0)$ est un repère, supposé galiléen, lié à la route, avec $\vec{x}_0$ dirigé suivant la vitesse d'avance principale de la moto, et $\vec{y}_0$ suivant la verticale ascendante.

$R_1=(G;\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)=(G;b_1)$ est un repère lié à l'ensemble {cadre de la moto + pilote}, de centre de gravité G, tel que $\vec{x}_1=\vec{x}_0$. On pose $\theta_1=(\vec{y}_0,\vec{y}_1)=(\vec{z}_0,\vec{z}_1)$ l'angle d'inclinaison gauche / droite de la moto.

$b'_1=(\vec{x}'_1,\vec{y}'_1,\vec{z}'_1)$ est une base telle que $\vec{z}'_1=\vec{z}_1$. On pose $\alpha=(\vec{x}_1,\vec{x}'_1)=(\vec{y}_1,\vec{y}'_1)$ l'angle de chasse de la moto. α est un angle constant positif de valeur 24° sur la Ducati Monster 620.

$b_2=(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est une base liée à l'ensemble de direction, telle que $\vec{y}_2=\vec{y}'_1$. On pose $\varphi=(\vec{x}'_1,\vec{x}_2)=(\vec{z}'_1,\vec{z}_2)$ l'angle de rotation du guidon de la moto.

$R_3=(O_3;\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)=(O_3;b_3)$ est un repère lié à la roue arrière, de centre de gravité O_3, tel que $\vec{z}_3=\vec{z}_1$. On pose $\theta_3=(\vec{x}_1,\vec{x}_3)=(\vec{y}_1,\vec{y}_3)$ l'angle de rotation de la roue arrière par rapport à la moto.

$R_4=(O_4;\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)=(O_4;b_4)$ est un repère lié à la roue avant, de centre de gravité O_4, tel que $\vec{z}_4=\vec{z}_2$. On pose $\theta_4=(\vec{x}_2,\vec{x}_4)=(\vec{y}_2,\vec{y}_4)$ l'angle de rotation de la roue avant par rapport à l'ensemble de direction.

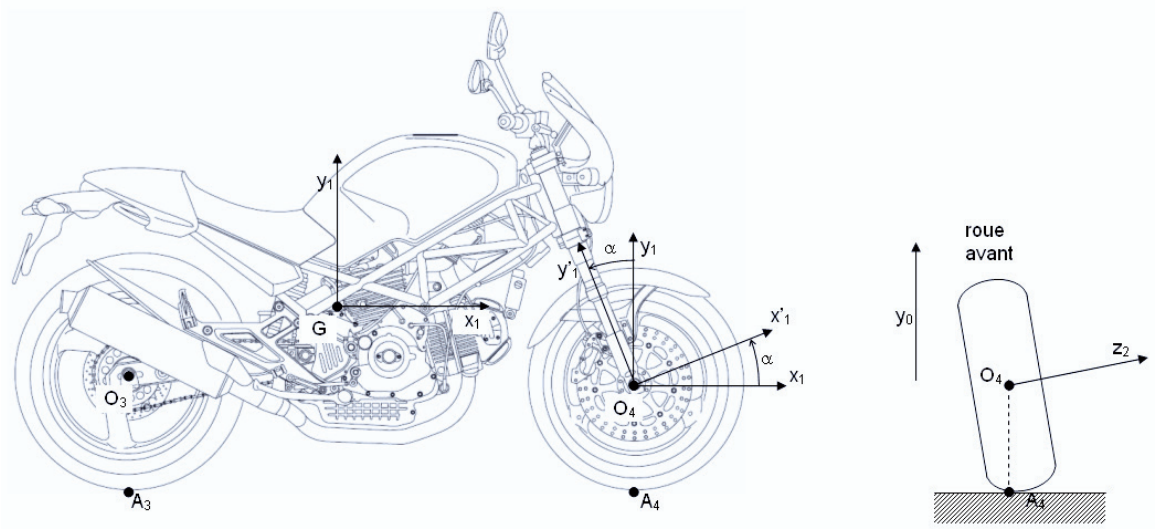
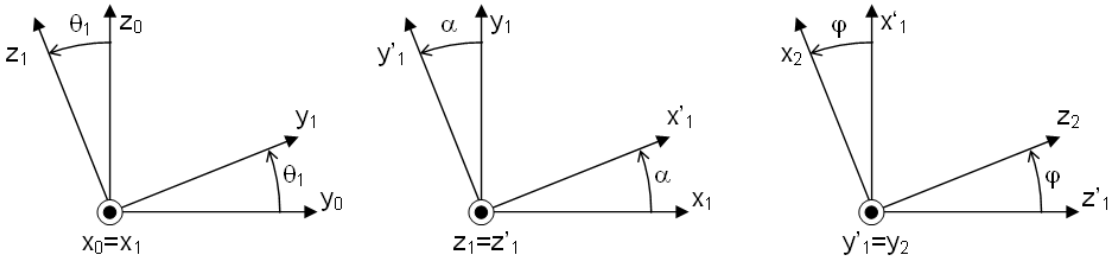


Illustration 12 : paramétrage retenu pour la Ducati Monster 620.



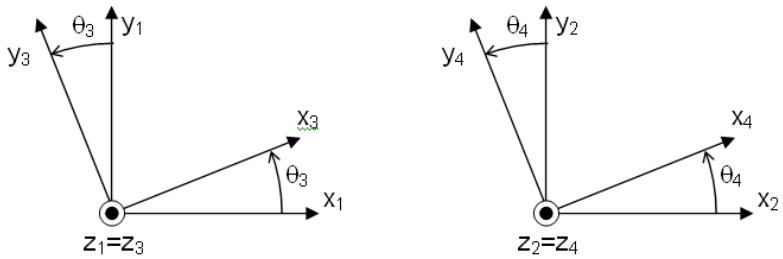


Illustration 13 : position relative des différentes bases.

Les données mécaniques de chaque composant de la moto sont les suivantes :

Cadre de la moto + pilote	
Centre de gravité G. Masse m_1 . $m_1 = 280$ kg .	$I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & 0 \\ -F_1 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{b_1}$
Ensemble de direction	
Masse et inertie négligées devant celles du cadre.	
Roue arrière	
Centre de gravité O_3 , avec $\overrightarrow{O_3G} = a_3\vec{x}_1 + h\vec{y}_1$. Masse m_3 . $a_3 = 60$ cm , $h = 20$ cm . $m_3 = 7{,}5$ kg .	$I_{O_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{b_1}$
Roue avant	
Centre de gravité O_4 , avec $\overrightarrow{O_4G} = -a_4\vec{x}_1 + h\vec{y}_1$. Masse m_4 . $a_4 = 84$ cm , $h = 20$ cm . $m_4 = 7{,}5$ kg .	$I_{O_4}(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{b_2}$

La pesanteur est notée $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.

Les roues sont supposées être en contact avec le sol par des liaisons ponctuelles avec frottement (de normale $(A_3, \vec{y}_0)$ pour la roue arrière et $(A_4, \vec{y}_0)$ pour la roue avant). L'action mécanique exercée par le sol sur les roues est modélisée par :

$$\{T(\text{sol} \to 3)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_3 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{A_3} \quad \text{et} \quad \{T(\text{sol} \to 4)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_4 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{A_4}$$

Tous les calculs seront menés proches de l'équilibre de la moto : θ_1 et φ , ainsi que leurs dérivées, seront supposés petits. Sous ces conditions, $\overrightarrow{A_3O_3} = \overrightarrow{A_4O_4} = R\vec{y}_0$ (R = 29 cm pour les pneus de la Ducati Monster 620).

La moto est animée d'une part d'un mouvement de translation uniforme de direction $\vec{x}_0$ par rapport à R_0 , et d'autre part d'un mouvement de rotation d'angle θ_1 autour de $(A_3, \vec{x}_0)$. La vitesse de G, proche de l'équilibre, est donc $\vec{V}(G \in 1/0) = V\vec{x}_0 + (R+h)\dot{\theta}_1\vec{z}_0$ (V vitesse positive constante).

Q27 : Justifier la forme des trois matrices d'inerties. Déterminer A_4 et C_4 si on suppose que la roue avant est un cercle de rayon R, et de masse m_4 . Effectuer les applications numériques.

Q28 : Exprimer, à l'ordre 0 au voisinage de l'équilibre, $\vec{V}(A_3 \in 3/0)$ et $\vec{V}(A_4 \in 4/0)$ dans la base b_0. Montrer que l'expression du roulement sans glissement des roues sur la route aux points A_3 et A_4 conduit à $\dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_4 = \text{constante}$ dont on précisera la valeur.

Q29 : Déterminer, au voisinage de l'équilibre, la projection sur $\vec{x}_0$ des moments dynamiques $\overrightarrow{\delta_{A_3}}(1/0)$, $\overrightarrow{\delta_{A_3}}(2/0)$, $\overrightarrow{\delta_{A_3}}(3/0)$ et $\overrightarrow{\delta_{A_3}}(4/0)$. Montrer que l'équation issue du théorème du moment dynamique, appliqué à {1+2+3+4}, en projection sur $(A_3, \vec{x}_0)$ s'écrit :

$$J_{\theta_1}\ddot{\theta}_1 - J_{\varphi}\ddot{\varphi} - C_4\frac{V}{R}\dot{\varphi}\cos\alpha = m_{eq}(R+h)g\theta_1$$

où les constantes J_{θ_1}, J_{φ} et m_{eq} sont à exprimer.

Q30 : À partir de l'équation précédente, justifier qualitativement l'existence de l'effet gyroscopique sur une moto : à haute vitesse, pour incliner la moto à droite, il faut donner une impulsion au guidon en rotation à gauche.

Le théorème du moment dynamique, appliqué à {2+4}, en projection sur $(O_4, \vec{y}_2)$, permet de démontrer l'équation suivante :

$$-A_4\sin\alpha\,\ddot{\theta}_1 + C_4\frac{V}{R}\cos\alpha\,\dot{\theta}_1 + A_4\ddot{\varphi} = 0$$

Q31 : À partir des équations précédentes, déterminer l'expression analytique de la vitesse au delà de laquelle la moto est stable. Effectuer l'application numérique et conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère de stabilité de la fonction FS1.

Partie 4 : Validation du critère d'oscillation perçue de la fonction FS1

La moto, supposée se déplacer en ligne droite est soumise aux perturbations géométriques de la route, reprises par les suspensions avant et arrière. Sur la Ducati Monster 620 (voir illustration 14), la suspension avant est constituée d'une fourche contenant un ressort et un amortisseur. La suspension arrière, quant à elle, est de type bras oscillant avec un ressort et un amortisseur.



Illustration 14 : suspensions avant et arrière sur la Ducati Monster 620.

L'étude menée est plane. Le modèle d'étude retenu pour cette partie est représenté sur l'illustration 15. Un zoom sur la suspension arrière, avec son paramétrage, est représenté sur l'illustration 16.

$\vec{x}_0$ est dirigé suivant la vitesse d'avance principale de la moto (vitesse V constante), et $\vec{y}_0$ est dirigé suivant la verticale ascendante. La masse de l'ensemble 1 ({cadre de la moto + pilote + ensemble de direction}) est notée $m_1 = 280$ kg . Les masses de toutes les autres pièces sont négligées.

Un système ressort – amortisseur est placé entre les pièces 6 et 7 (raideur k_{67}, amortissement b_{67}) et entre les pièces 1 et 8 (raideur k_{18}, amortissement b_{18}). On rappelle que dans un système ressort – amortisseur de raideur k et d'amortissement b, les efforts développés suite à un allongement X sont $-k \cdot X$ et $-b \cdot \dot{X}$.

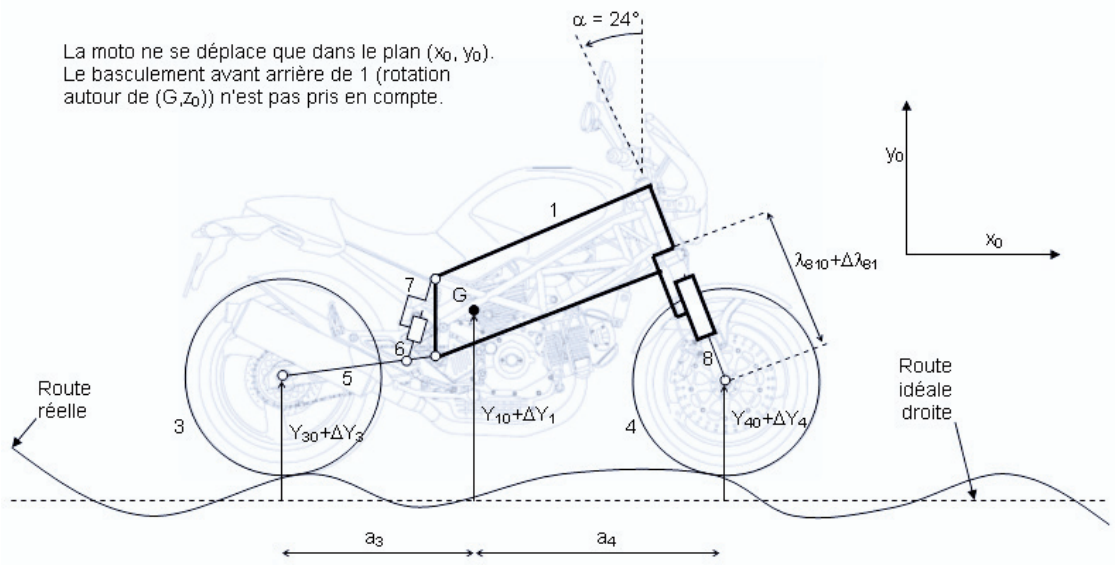


Illustration 15 : paramétrage retenu pour la moto et ses suspensions.

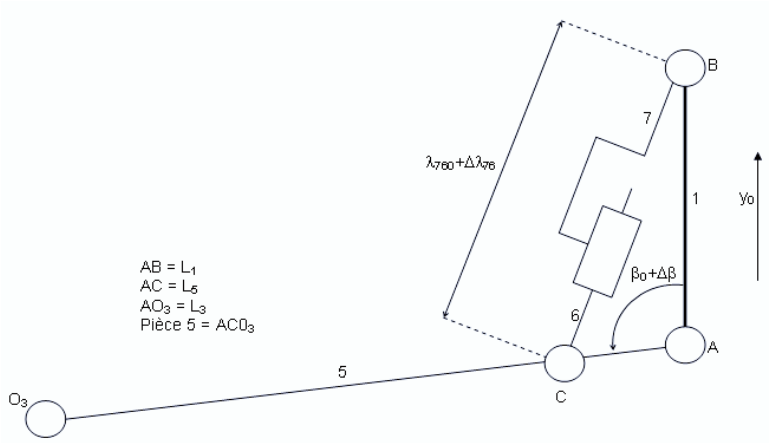


Illustration 16 : paramétrage retenu pour la suspension arrière.

Chaque longueur variable X est notée $X_0+\Delta X$, X_0 étant la longueur initiale lorsque la moto est sur une route idéalement droite, et ΔX la variation de longueur lorsque la moto passe sur une route réelle avec des défauts.

Q32 : Préciser les intérêts à utiliser un bras oscillant pour l'amortisseur arrière, plutôt qu'une fourche, comme c'est le cas pour l'amortisseur avant.

Q33 : Le basculement avant / arrière de la moto n'étant pas pris en compte, déterminer une relation entre ΔY_1, ΔY_4, $\Delta \lambda_{81}$ et α.

Q34 : Par une fermeture géométrique de la chaîne (ABC), déterminer une relation entre λ_{76}, β, L_1 et L_5.

Q35 : Linéariser l'expression de la question précédente autour de la position d'équilibre, et déterminer une relation entre $\Delta \lambda_{76}$ et $\Delta \beta$.

Q36 : Déterminer une relation entre ΔY_1, ΔY_3 et $\Delta\beta$. Montrer alors que $\Delta\lambda_{76}=\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3}\cdot\left(\Delta Y_1-\Delta Y_3\right)$.

Une étude de dynamique permet de montrer que l'équation de mouvement de la moto est

$$m_1\Delta\ddot{Y}_1=-\frac{k_{18}}{\cos^2\alpha}\left(\Delta Y_1-\Delta Y_4\right)-k_{67}\left(\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3}\right)^2\left(\Delta Y_1-\Delta Y_3\right)$$
$$-\frac{b_{18}}{\cos^2\alpha}\left(\Delta\dot{Y}_1-\Delta\dot{Y}_4\right)-b_{67}\left(\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3}\right)^2\left(\Delta\dot{Y}_1-\Delta\dot{Y}_3\right)$$

Cette équation peut se mettre sous la forme du schéma bloc de l'illustration 17.

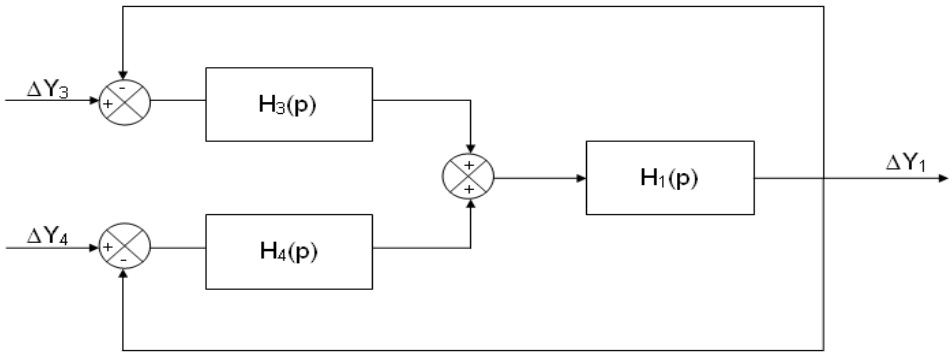


Illustration 17 : schéma bloc de l'équation de mouvement de la moto.

Q37 : Déterminer l'expression des fonctions $H_1(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$ (p est la variable de Laplace).

On suppose que les roues arrière et avant sont toujours en contact avec le sol.

Q38 : La moto se déplaçant à la vitesse constante V, déterminer la relation entre $\Delta Y_3(t)$ et $\Delta Y_4(t)$ et en déduire la relation entre $\Delta Y_3(p)$ et $\Delta Y_4(p)$.

Q39 : Exprimer la fonction de transfert $H(p)=\frac{\Delta Y_1(p)}{\Delta Y_4(p)}$, sans chercher à remplacer les fonctions $H_i(p)$ par leurs expressions.

On admet que sur la Ducati Monster 620, $b_{67}\left(\frac{L_1 L_5}{\lambda_{760} L_3}\right)^2 \ll \frac{b_{18}}{\cos^2\alpha}$.

Q40 : Montrer qu'asymptotiquement sur les diagrammes de Bode de H(p), lorsque les pulsations sont élevées, le gain décroît de 20 dB par décade, et la phase converge vers -90°.

La fonction H(p) dépend de plusieurs paramètres, dont certains évoluent pendant une phase de roulage : masse, vitesse, raideurs des amortisseurs à progressivité variable, ... Il est donc impossible de l'étudier directement pour tous les cas possibles. La suite de ce sujet ne s'intéresse qu'aux deux cas extrêmes $V=130\,km.h^{-1}$ (comportement sur autoroute) et $V\simeq 0\,km.h^{-1}$ (comportement en quasi statique à l'équilibre).

Pour $V = 130\,km.h^{-1}$, les diagrammes de Bode de H(p) sont représentés sur les illustrations 18 et 19.

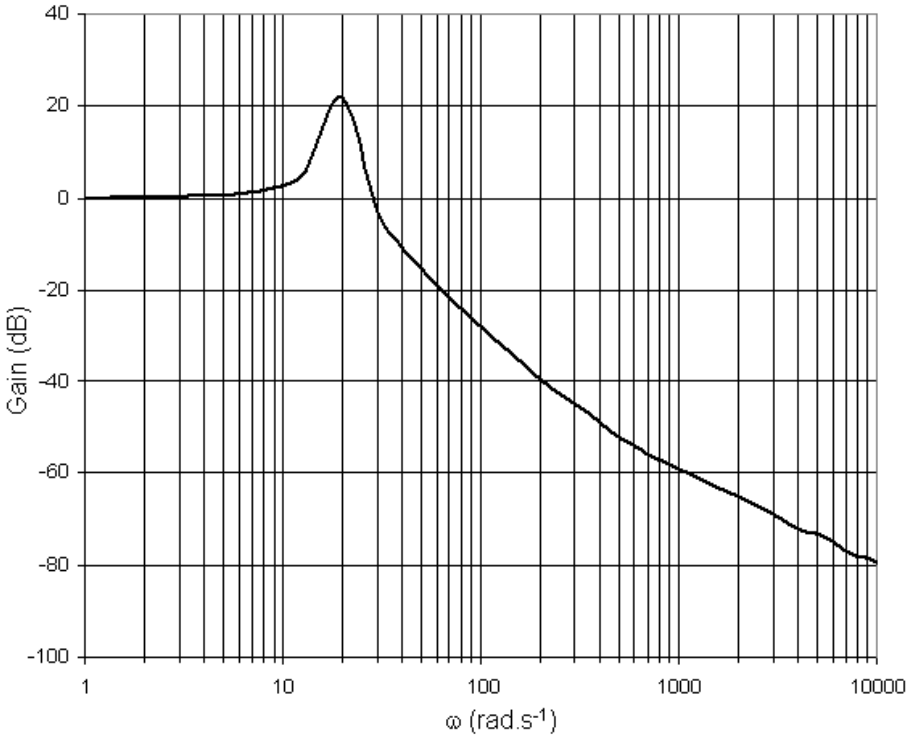


Illustration 18 : diagramme de Bode en gain de H(p).

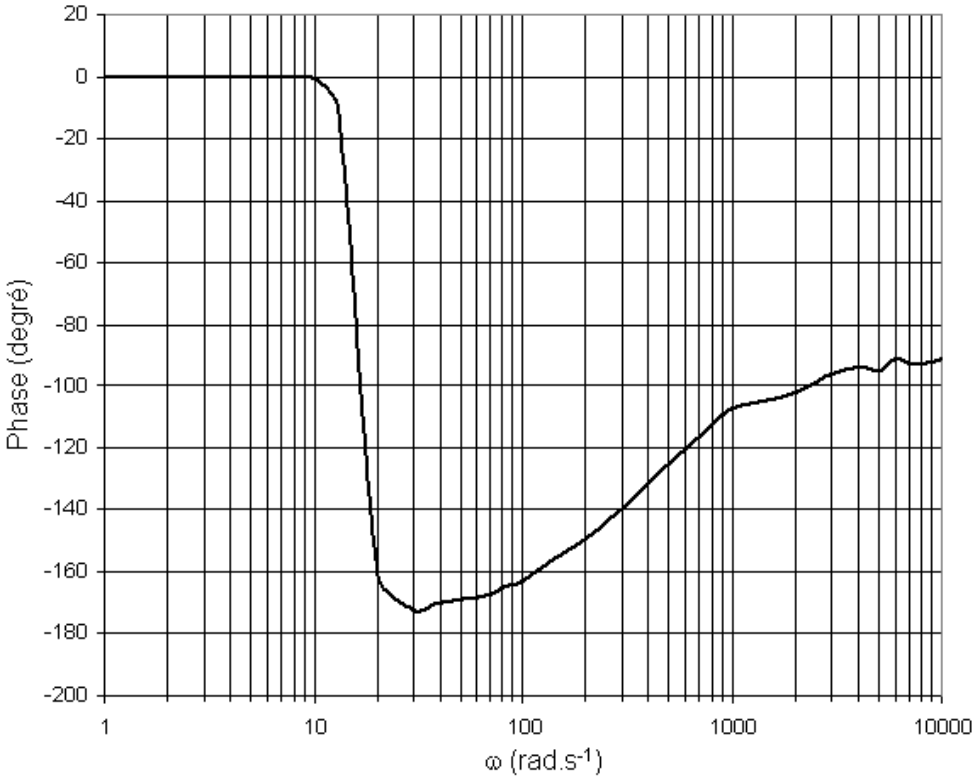


Illustration 19 : diagramme de Bode en phase de H(p).

On retient le modèle simplifié suivant pour caractériser H(p) : $H(p)=\dfrac{K(1+\tau p)}{1+2\dfrac{\epsilon}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$, avec $\epsilon<0{,}7$.

Q41 : En examinant les diagrammes de Bode des illustrations 18 et 19, justifier le modèle choisi et proposer des valeurs numériques pour les paramètres K , τ et ω_0 .

Q42 : Tracer, en superposition des diagrammes de Bode réels du document réponse 3, les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction identifiée dans la question précédente.

Q43 : Déterminer l'expression analytique de la réponse impulsionnelle (réponse à un Dirac) de la Ducati Monster 620, en fonction de K , τ , ϵ et ω_0 .

Rappel : $L\left(e^{-at}\sin(\omega t)\right)=\dfrac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$ et $L\left(e^{-at}\cos(\omega t)\right)=\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$.

Q44 : À partir des valeurs numériques proposées auparavant, conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère de la fréquence d'oscillation perçue de la fonction FS1.

Pour $V\simeq 0\,km.h^{-1}$, la réponse à un échelon est représentée sur l'illustration 20.

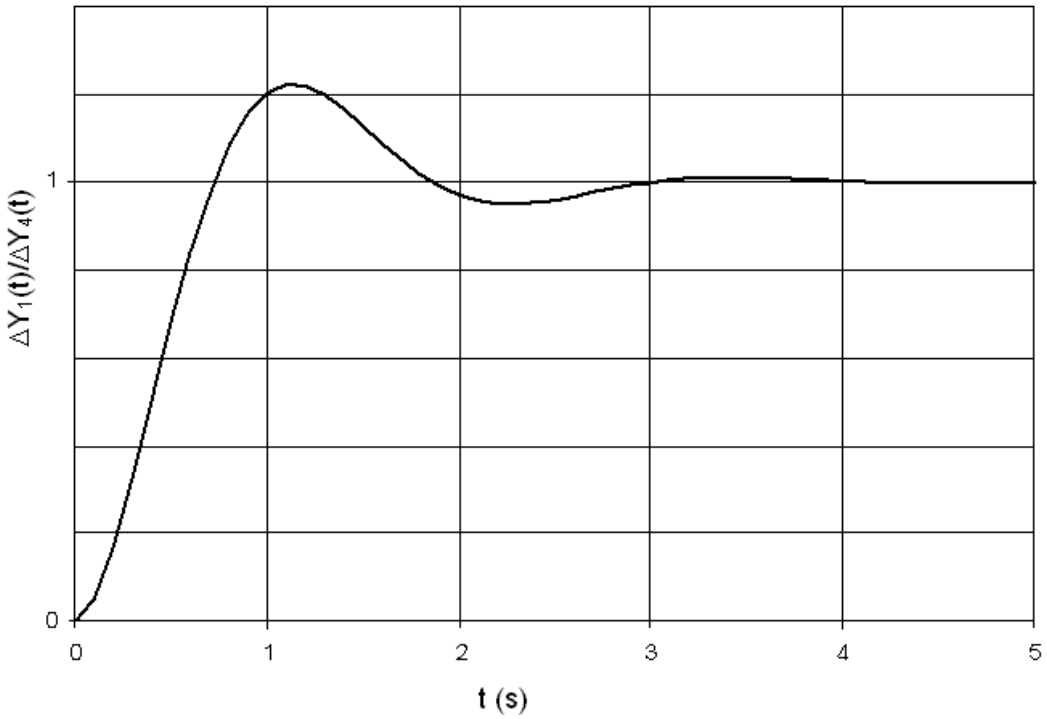


Illustration 20 : réponse indicielle de la Ducati Monster 620 en quasi statique.

Q45 : Proposer un modèle pour la fonction H(p), et identifier les valeurs numériques de ses paramètres.

Q46 : À l'aide de l'illustration 21, déterminer le temps au bout duquel la moto s'arrêtera d'osciller (ce temps sera confondu avec le temps de réponse à 5% d'une fonction), et conclure quant à la capacité de la Ducati Monster 620 à satisfaire le critère du temps d'oscillation perçue de la fonction FS1.

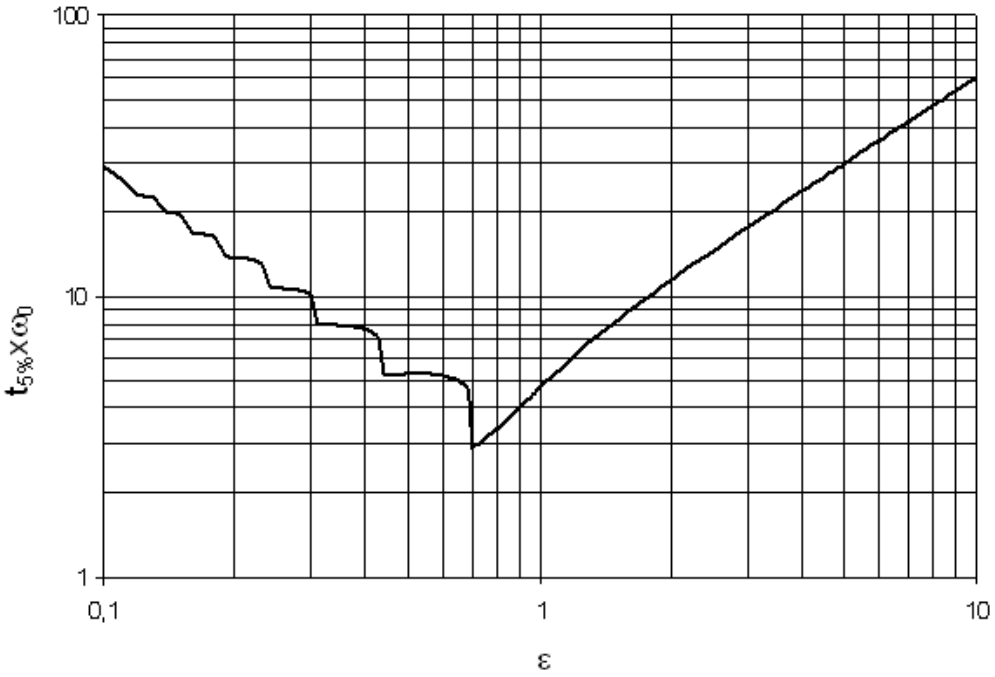


Illustration 21 : temps de réponse pour une fonction du second ordre.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi