Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2008, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie I : validation du critère de pente
- Partie II : justification de l'asservissement du treuil
- Partie III : analyse du treuil, de l'enrouleur, du capteur d'effort et de la crapaudine
- Partie IV : étude du système Mooring
- Partie V : performances de l'asservissement

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2008/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX8614 Banque commune **École Polytechnique – ENS de Cachan**

PSI

Session 2008

Épreuve de Sciences industrielles

Durée : **5 heures**

Aucun document n'est autorisé

L'usage de calculatrice électronique de poche à alimentation autonome, non imprimante et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1er février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

TREUIL POUR DAMEUSE PRINOTH EVEREST



Le sujet est composé :

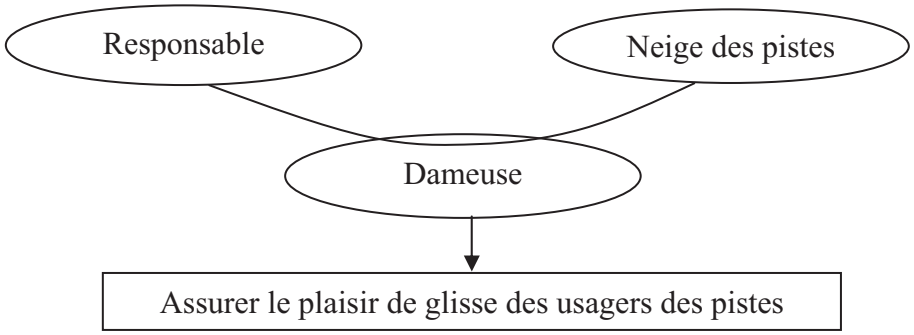
- de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé ;
- d'un document réponse à joindre à la copie.

Il est recommandé au candidat :

- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les cinq parties de ce sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins il est recommandé de les traiter dans l'ordre du sujet pour tenir compte des différentes remarques et des notations.

Pour satisfaire les usagers des pistes, les responsables des stations de ski entretiennent régulièrement leur domaine skiable. Ils utilisent en particulier une dameuse qui permet de remonter la neige que les skieurs font descendre et de l'aérer.
Les dameuses doivent pouvoir évoluer sur toutes les pistes, notamment les plus pentues. L'une des prestations attendues d'une dameuse est décrite par le diagramme suivant :



Critère	*Valeur*
Epaisseur de neige aérée	≥ 6 cm
Pente	< 50°

Figure 1 : caractérisation de la prestation attendue

La dameuse est principalement constituée de (voir figure 2) :

- une lame avant pour déplacer la neige ;
- une fraise pour aérer la neige ;
- deux chenilles pour mouvoir la dameuse ;
- un treuil pour faciliter l'entretien des pistes à forte pente.

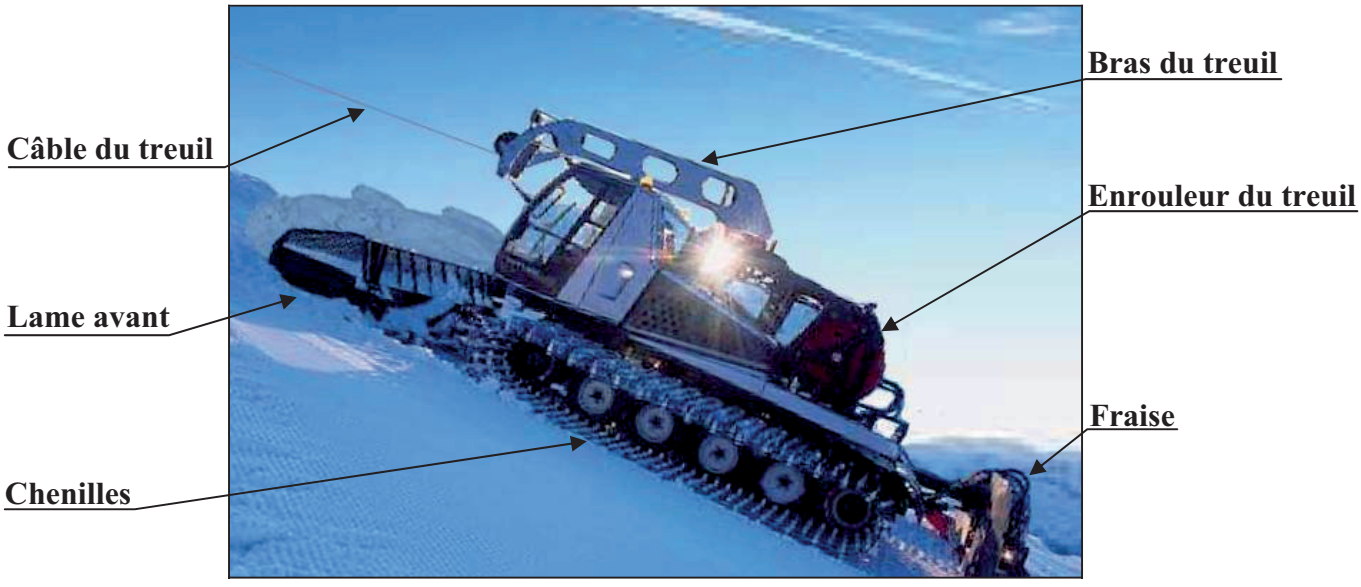
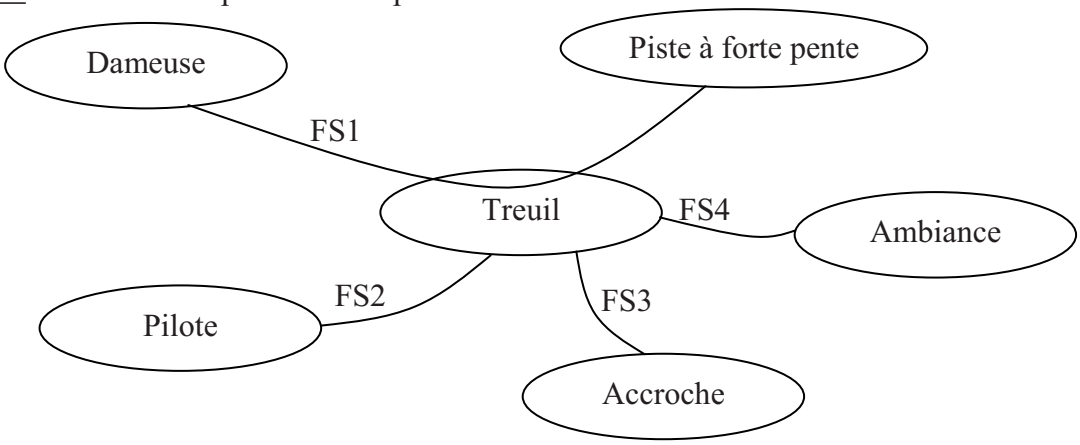


Figure 2 : description de la dameuse lors de l'entretien des pistes à forte pente

L'objet de cette étude est l'analyse du comportement du treuil installé sur les dameuses Prinoth, en vue de la validation partielle du critère de pente maximum de la prestation attendue détaillée ci-dessus et réalisée pendant la phase de vie « entretien des pistes à forte pente ».

La caractérisation partielle des principales fonctions de service du treuil dans cette phase de vie est donnée figure 3 :
Phase de vie : entretien des pistes à forte pente



Caractérisation partielle de la Fonction de Service FS1 du treuil			
N	*Qualification*	*Critère*	*Valeur*
1	Permettre à la dameuse de se déplacer sur une piste à forte pente	Vitesse de la dameuse	5 $km.h^{-1}$
		Variation de la vitesse	± 10%
		A-coup	aucun

Caractérisation partielle des Eléments du Milieu Extérieur		
Nom	*Critère*	*Valeur*
Dameuse	Masse	12500kg
	Puissance	420kW
Piste à forte pente	Pente maximum	50°
	Longueur	< 1200m

La caractérisation des autres fonctions de service n'est pas utilisée dans la suite du sujet.

Figure 3 : extrait du Cahier des Charges Fonctionnel du treuil

La dameuse, en fonctionnement avec le treuil, est représentée sur la figure 2. La photo ci-dessous (figure 4) représente plus particulièrement le treuil. Le cheminement du câble lorsque le treuil est déployé vers l'avant, y est représenté en pointillés.

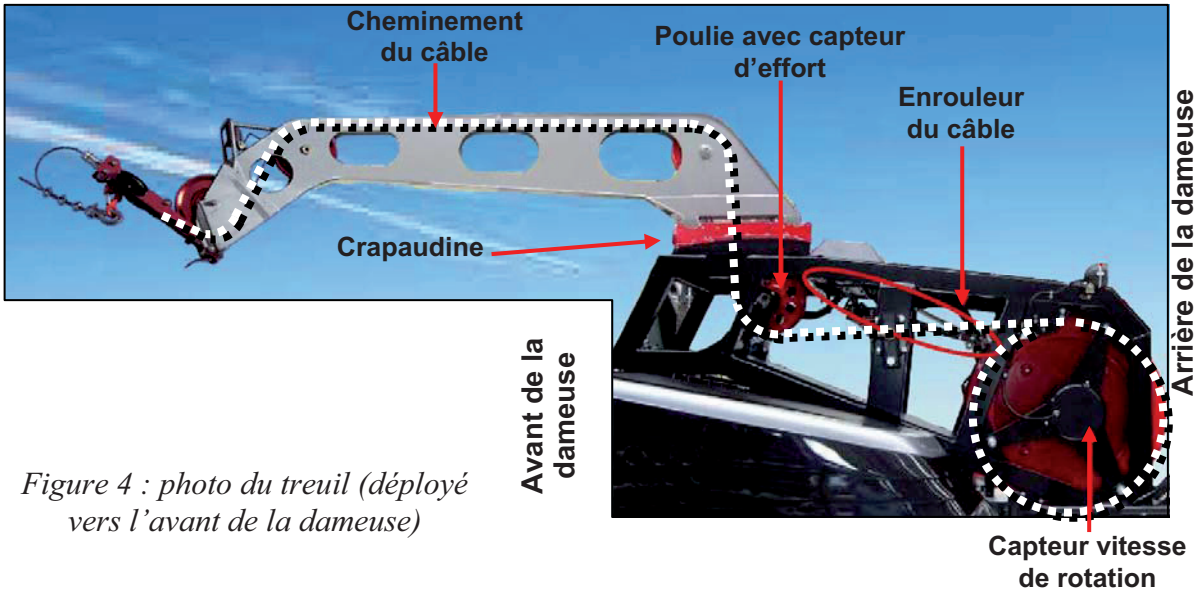


Figure 4 : photo du treuil (déployé vers l'avant de la dameuse)

Ce treuil est constitué des éléments suivants :

- un tambour (de diamètre $D_t = 770mm$ et de longueur $L_t = 800mm$) muni d'un capteur de vitesse de rotation (notée ω_t et mesurée en $rad.s^{-1}$) ;
- un enrouleur de câble (composé de trois poulies montées sur un vérin) ;
- de quatre poulies dont une équipée d'un capteur d'effort (capteur magnéto-élastique dans l'axe de la poulie) ;
- d'une crapaudine permettant la rotation du bras support autour de $\vec{y_1}$;
- d'un bras support ;
- d'un câble (de diamètre $d_c = 10mm$).

Partie I

L'objet de cette partie est de valider la valeur du critère de pente de la prestation caractérisée figure 1.

Modélisation des actions de la neige sur les outils de la dameuse

La dameuse est équipée de deux outils pour travailler la neige, la fraise à l'arrière de la dameuse et la lame à l'avant comme le montre la figure 2. Afin de modéliser le comportement de la dameuse dans la pente, il faut modéliser les actions mécaniques de la neige sur ces deux outils.

La fonction réalisée par la fraise est de détruire la couche superficielle de neige durcie (c'est-à-dire des plaques de glace) par l'action des skieurs pendant la journée afin d'obtenir une épaisseur de neige dite aérée d'environ 6 cm (voir figure 5).

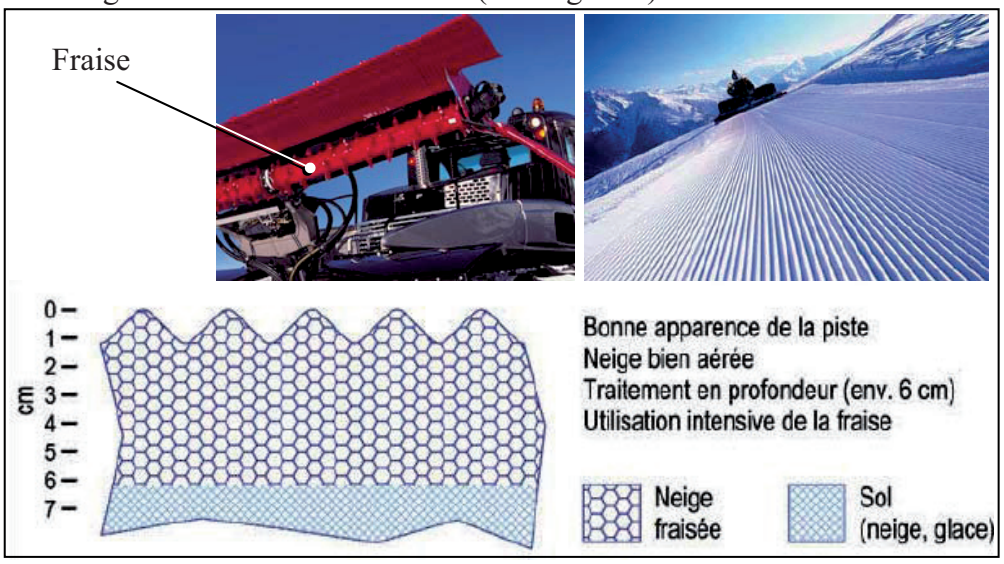


Figure 5 : fraisage de la neige

I.1 *Caractériser le besoin satisfait par la fraise.*

Lors du damage de la piste, la fraise tourne autour de son axe. La puissance totale absorbée par la fraise est alors estimée à 60% de la puissance disponible au niveau du moteur diesel de la dameuse. L'action mécanique de la neige sur la fraise est modélisée par le torseur : $$T_{(N\to F)} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{F_{N\to F}} = X_f.\vec{x_1} + Y_f.\vec{y_1} \\ \overrightarrow{m_{K(N\to F)}} = N_f.\vec{z_0} \end{array} \right\}_{K \in axe\ de\ rotation\ de\ la\ fraise}$$

avec $(\vec{x_1}, \vec{y_1})$ une base liée à la piste avec $\vec{x_1}$ suivant la direction de la piste (cf figure 7).

$\overrightarrow{F_{N\to F}}.\overrightarrow{V_{K\in axe\,de\,rotation\,de\,la\ fraise}}$ correspond à 40% de la puissance consommée par la fraise. La composante X_f est deux fois plus grande que Y_f et le sens de rotation de la fraise génère une composante X_f positive.

I.2 *Calculer les composantes de la résultante du torseur modélisant les actions mécaniques de la neige sur la fraise dans la phase de vie considérée.*

Dans la phase de vie considérée, la fonction réalisée par la lame avant est essentiellement de déplacer de la neige (voir figure 6).
Les actions mécaniques de la neige sur la lame avant sont modélisées par un glisseur de direction parallèle à la piste.

I.3 *En 10 lignes maximum, proposer une modélisation permettant d'estimer la norme de l'action de la neige sur la lame. Estimer la valeur numérique et commenter le résultat.*

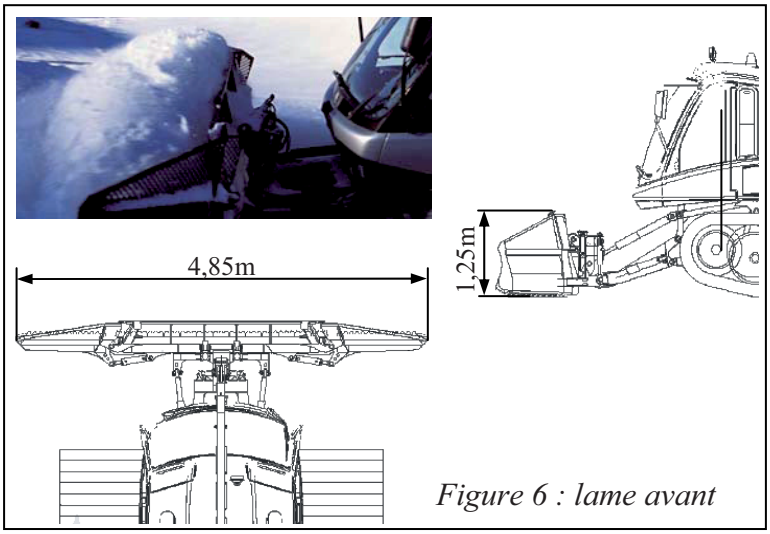


Figure 6 : lame avant

Dans cette partie le problème est considéré comme plan et la figure 7 précise la modélisation retenue :

- $\left(O_0,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0}\right)$: repère fixe avec $\overrightarrow{y_0}$ vertical ascendant ;
- $\left(O_0,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1}\right)$: repère lié à la piste avec $\overrightarrow{x_1}$ suivant la direction de la piste et $\alpha=\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}\right)$;
- G : centre de gravité de la dameuse avec $\overrightarrow{O_0G}=\lambda(t).\overrightarrow{x_1}+a.\overrightarrow{y_1}$ et $\dot{\lambda}(t)$: vitesse de la dameuse dont la valeur maximum est définie dans le cahier des charges fonctionnel ;
- L'action de la neige sur les outils de la dameuse est modélisée par le glisseur : $\overrightarrow{F}_{(N\to D)}=12000.\overrightarrow{x_1}$ (en N);
- L'action de la neige sur les chenilles est modélisée par un glisseur. Le facteur de frottement est estimé à f = 0,65.

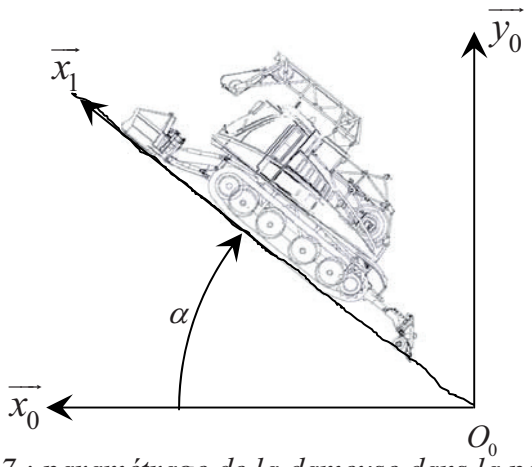


Figure 7 : paramétrage de la dameuse dans la pente

Le constructeur de la dameuse précise que, dans la phase de vie considérée, la puissance disponible pour la motricité de l'engin est d'environ 30% de la puissance maximum du moteur. De plus, la dameuse doit travailler à vitesse constante (dans les questions *I.4*, *I.5* et *I.6* la vitesse de la dameuse est supposée constante).

I.4 *En utilisant le théorème de l'énergie-puissance, déterminer la pente maximale théorique $\alpha_{maxi\ 1}$ que le moteur de la dameuse permettra de monter, en travail sans l'action du treuil. Faire l'application numérique.*

I.5 *En utilisant le principe fondamental de la dynamique, déterminer la pente maximale $\alpha_{maxi\ 2}$ que pourra monter la dameuse, en travail sans l'action du treuil. Faire l'application numérique et conclure sur l'intérêt du treuil.*

Le constructeur de la dameuse a retenu d'installer un treuil dont l'action maximale peut être modélisée par un glisseur d'intensité 35000N.

I.6 *Déterminer la pente maxi $\alpha_{maxi\ 3}$ que pourra monter la dameuse en travail en utilisant le treuil. Conclure quant à la validation de ce critère du cahier des charges fonctionnel du treuil.*

Partie II

L'objet de cette partie est la justification de l'asservissement du treuil.

Etude dynamique de la dameuse.

Cette étude est faite dans la phase de vie considérée, la dameuse travaille donc dans une forte pente caractérisée par l'angle α (cf figure 7). Les actions mécaniques extérieures appliquées à la dameuse sont modélisées par :

- action de la neige sur les chenilles et la fraise : $\overrightarrow{F_{ch}} = F_{ch}.\overrightarrow{x_1} + N_{ch}.\overrightarrow{y_1}$;
- action résistante de la neige sur la lame : $\overrightarrow{F_{résistante}} = -(F_{FS} + \mu.V_A).\overrightarrow{x_1}$ avec V_A la vitesse d'avance de la dameuse, V_A pouvant varier légèrement dans la phase de vie considérée ;
- action de la pesanteur sur la dameuse (selon $-\overrightarrow{y_0}$) ;
- action du câble sur la dameuse: $\vec{T} = T.\overrightarrow{x_1}$.

On note M la masse de la dameuse et les moments d'inertie sont négligés.

II.7 *Déterminer l'équation issue de la projection du théorème de la résultante dynamique sur $\vec{x}_1$ appliqué à la dameuse.*

Analyse de la tension dans le câble.

Dans un premier temps, le treuil est modélisé par un câble (C) qui s'enroule sur un tambour (T) ; celui-ci est en liaison glissière à mouvement amorti avec le châssis de la dameuse comme le montre la figure 8 ci-dessous.

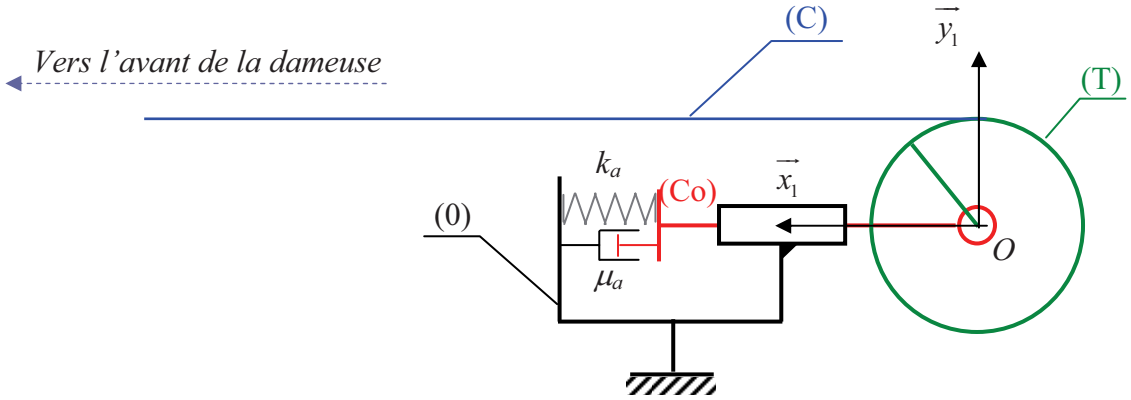


Figure 8 : Treuil en liaison glissière à mouvement amorti avec le châssis de la dameuse.

Lors de l'utilisation du treuil, le pilote de la dameuse règle sur son tableau de bord une consigne de vitesse de rotation du tambour.

II.8 *Justifier l'intérêt de la liaison glissière à mouvement amorti entre le tambour du treuil et la dameuse.*

Le treuil est constitué des composants suivants :

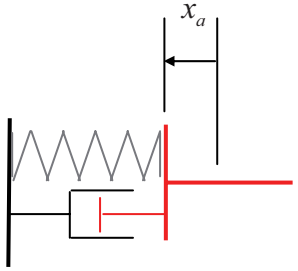
- le tambour (T) en liaison pivot d'axe $\left(O,\vec{z}_1\right)$ avec le coulisseau (Co) ; sa vitesse de rotation est notée ω_t, son diamètre $D_t = 770mm$, son moment d'inertie $I_{O,\vec{z}_1} = J_t$ et sa masse M_t ;
- le coulisseau (Co) en liaison glissière à mouvement amorti de direction $\vec{x}_1$ avec le châssis de la dameuse : la raideur du ressort est notée k_a et le coefficient de l'amortisseur visqueux est noté μ_a. Le coulisseau est de masse négligeable.
- le moteur (M) exerce un couple $\overrightarrow{C_m} = C_m.\vec{z}_1$ sur le tambour (T) ;
- le câble (C) est de raideur supposée infinie et sa masse est négligeable.

Notation :

- le torseur de l'action de *i* sur *j* au point M se note :

$$T(i \to j) = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{F_{i\to j}} = X_{ij}.\vec{x}_1 + Y_{ij}.\vec{y}_1 \\ \overrightarrow{m_{M(i\to j)}} = N_{ij}.\vec{z}_1 \end{array} \right\}_M ;$$

- x_a caractérise la position du coulisseau par rapport à la position « ressort au repos » lorsque la dameuse est dans la pente.



II.9 *Expliquer ce que signifie l'hypothèse de raideur infinie du câble d'un point de vue mécanique.*

II.10 *Exprimer la tension T(p) en fonction des variables $X_a(p)$ et $V_A(p)$, respectivement les transformées de Laplace de $x_a(t)$, position du coulisseau et $V_A(t)$, vitesse d'avance de la dameuse.*

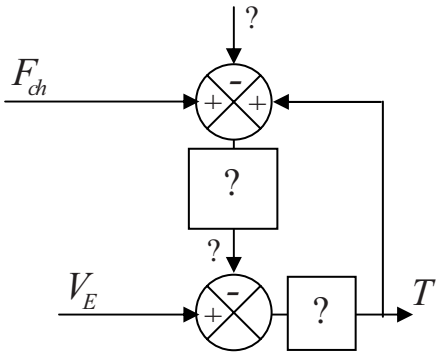
En pratique, l'intensité de la tension dans le câble étant très importante, son comportement ne peut pas être modélisé par celui d'un solide indéformable. Dans la suite du sujet, il est assimilé à celui d'un solide à élasticité linéaire de caractéristique K_C : la variation de la tension T est proportionnelle (coefficient K_C) à la variation d'allongement élastique.

De ce fait, le constructeur de la dameuse a retenu de réaliser une liaison pivot entre le tambour et le châssis de la dameuse, supprimant ainsi la liaison glissière à mouvement amorti de la figure 8.

On note V_A la vitesse d'avance de la dameuse et V_E la vitesse linéaire d'enroulement du câble sur le tambour.

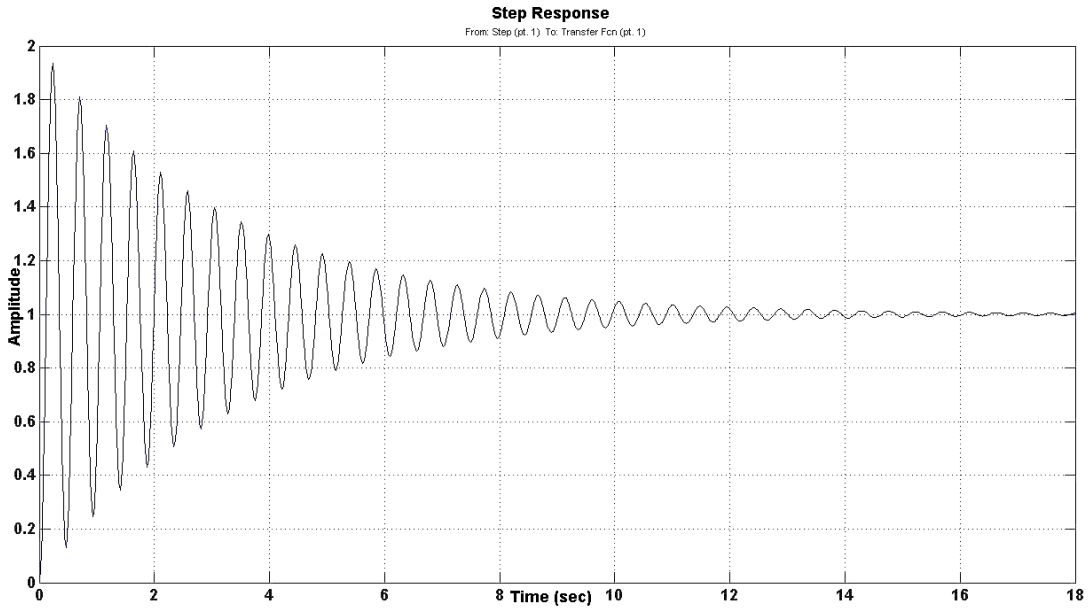
II.11 *Exprimer* $\frac{dT}{dt}$ *en fonction de* K_C, V_A *et* V_E.

II.12 *À partir des résultats obtenus aux questions II.7 et II.11, compléter le schéma-bloc ci-contre sur le document réponse DR1. Les informations à compléter sont repérées par un point d'interrogation.*



II.13 *Exprimer la tension T dans le domaine symbolique en fonction des entrées du schéma-bloc de la question II.12.*

La courbe ci-dessous représente la réponse indicielle unitaire de la tension T avec $V_E = 0$ dans l'expression trouvée à la question précédente :



II.14 *A partir de la courbe ci-dessus, déterminer le premier dépassement* D_1 *et conclure sur la satisfaction du client utilisateur de la dameuse (justifier la réponse).*

La solution retenue par les concepteurs de cette dameuse est un treuil dont la tension du câble est asservie et c'est le pilote qui impose la consigne depuis son tableau de bord.

II.15 *Justifier qualitativement l'intérêt de choisir la tension du câble comme grandeur d'asservissement.*

Partie III

L'objet de cette partie est l'analyse du treuil asservi en vue de le modéliser dans la partie IV pour pouvoir appréhender ses performances et ainsi, le valider par rapport au cahier des charges fonctionnel (objet de la partie V).

La figure 4 est une photo du treuil équipant la dameuse étudiée et la figure 9 donne le schéma d'une modélisation cinématique. Les principaux composants du treuil sont définis à la suite de la figure 4.

III.16 *Représenter l'organisation fonctionnelle de ce treuil à l'aide d'un diagramme FAST.*

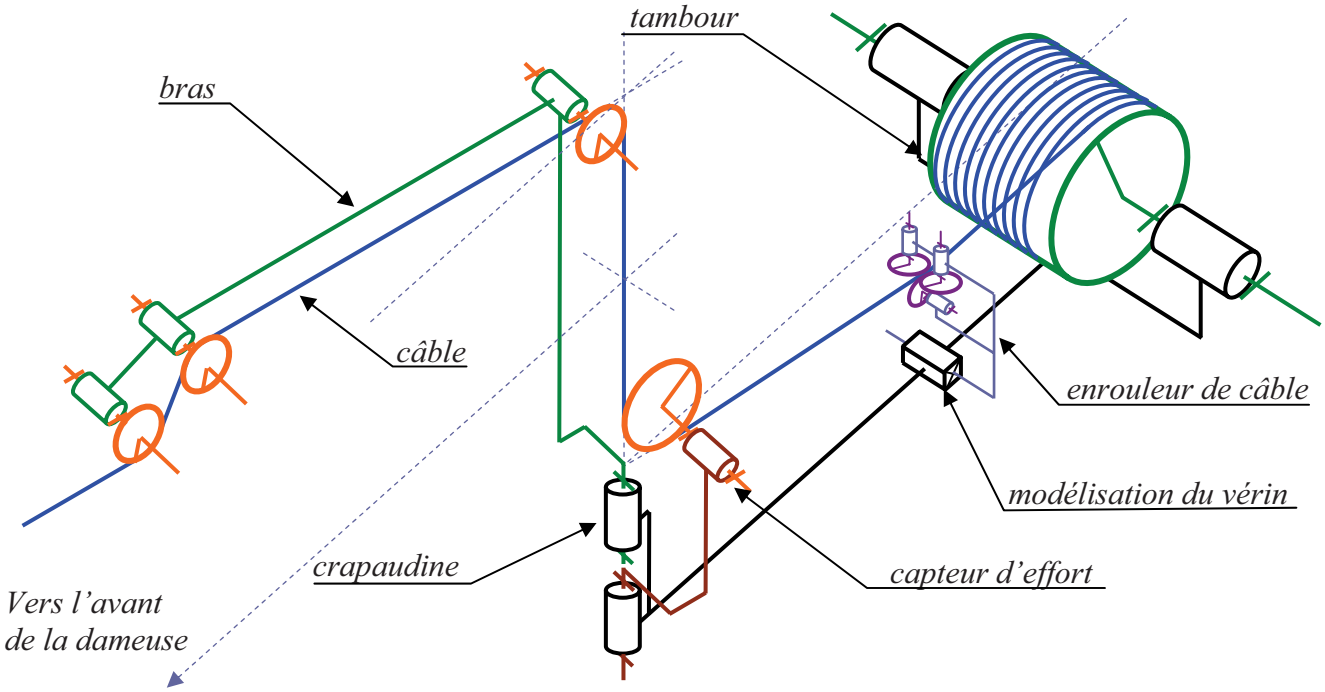


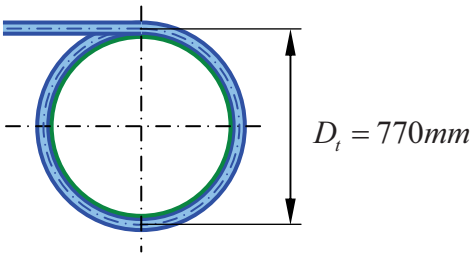
Figure 9 : schéma cinématique 3D du treuil (déployé vers l'avant)

Le capteur de vitesse de rotation monté sur le tambour et son électronique permettent, entre autres, d'informer le pilote de la dameuse sur la longueur de câble déployé. Les conditions initiales imposent que, au démarrage de la dameuse, l'angle de rotation du tambour soit nul et la longueur de câble déployé soit maximale et notée $l_{c\max}$.

On appelle ω_t la vitesse de rotation du tambour (mesurée en $rad.s^{-1}$) et l_c la longueur de câble déployé (en mètre).

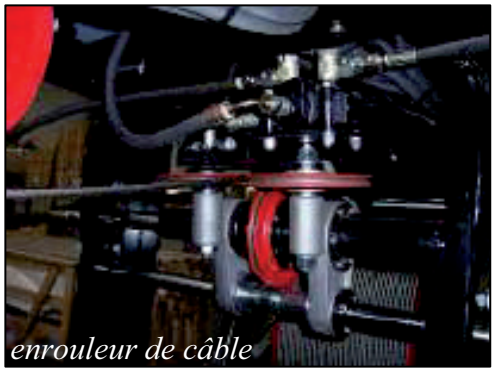
III.17 *Exprimer la série d'équations donnant l_c en fonction de ω_t et des caractéristiques du treuil. Déterminer une unique relation liant la longueur de câble qu'il est possible d'enrouler sur le ième tour et le nombre de couches de câble enroulé et enfin déterminer le nombre de couches permettant d'enrouler une longueur $l_{c\max} = 1200m$*

Dans la suite du sujet, on considérera que la ligne neutre du câble s'enroule entièrement sur un diamètre $D_t = 770mm$.



Analyse de l'enrouleur de câble.

L'enrouleur de câble est composé de trois poulies montées sur un vérin (modélisé par une liaison glissière sur la figure 9) comme le montre la photo ci-contre. Le vérin de cet enrouleur est commandé en vitesse avec une loi de commande en rectangle, c'est-à-dire que l'enrouleur se déplace à vitesse constante.


enrouleur de câble

III.18 *Qualifier la fonction de service réalisée par l'enrouleur de câble.*

III.19 *Exprimer la vitesse de déplacement du vérin de l'enrouleur qui permet un enroulement régulier et optimisé du câble, en fonction de la vitesse de rotation du tambour ω_t et des caractéristiques du treuil.*

Mesure de la tension dans le câble

Lors de l'ascension, la dameuse monte grâce à l'action combinée des chenilles et du treuil. De ce fait, le treuil doit être asservi pour que la tension dans le câble soit constante. Cet asservissement en tension du treuil nécessite de mesurer la tension dans le câble ; cette mesure est réalisée par le capteur d'effort magnéto-élastique monté sur l'axe d'une des poulies (cf figure 4) et qui mesure la norme de la résultante de l'action mécanique transmise par la liaison réalisée par l'axe entre la poulie (1) et le corps du treuil (0) (voir figure 10).

III. 20 *Expliquer le principe de fonctionnement d'un capteur magnéto-élastique.*

Pour la question suivante, le problème est considéré comme plan et le paramétrage est défini sur la figure 10 ci-dessous. L'influence de l'enrouleur de câble étant négligée, celui-ci n'est pas représenté ainsi que toutes les liaisons pivots d'axe non perpendiculaire au plan $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$.

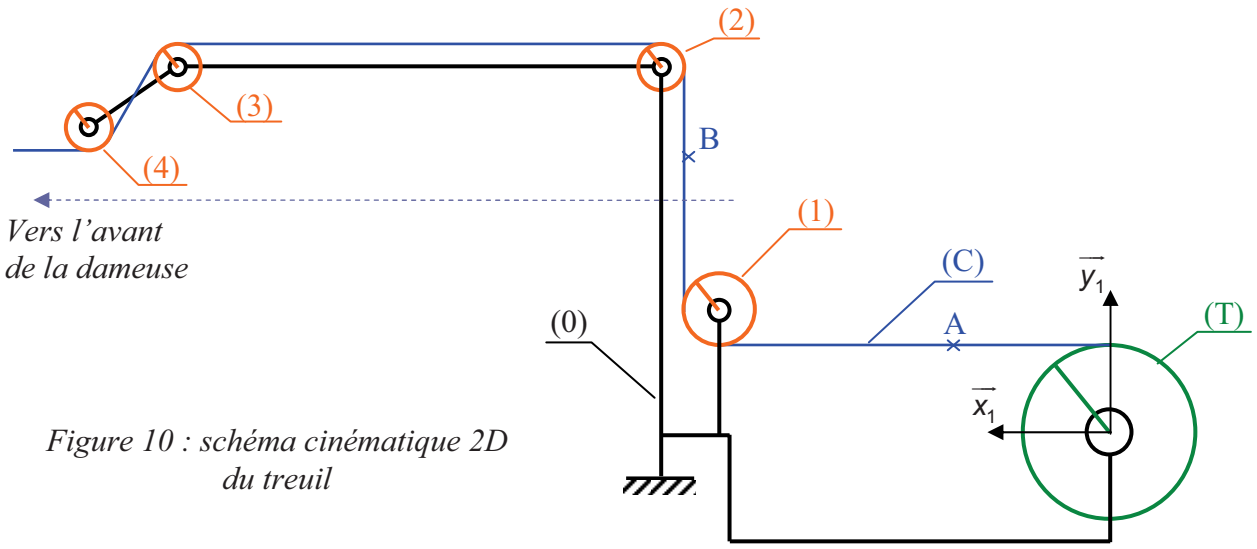


Figure 10 : schéma cinématique 2D du treuil

Paramétrage et hypothèses :

- le tambour (T) est en liaison pivot d'axe $\left(O,\vec{z}_1\right)$ avec le bâti ; sa vitesse de rotation est notée ω_t, son diamètre D_t et son moment d'inertie $I_{O,\vec{z}_1}=J_t$;
- la poulie (i) est en liaison pivot d'axe $\left(O_i,\vec{z}_1\right)$ avec le bâti ; sa vitesse de rotation est notée ω_i, sa masse est notée m_i, son centre de gravité est en O_i tel que $\overrightarrow{OO_i}=x_i.\vec{x}_1+y_i.\vec{y}_1$, son rayon est noté R_i et son moment d'inertie autour de l'axe $\left(O_i,\vec{z}_1\right)$ est noté J_i ;
- le câble (C) est de raideur supposée infinie ; A et B sont deux points du câble, leur vitesse est notée V_c ;
- le moteur (M) exerce un couple $\overrightarrow{C_m}=C_m.\vec{z}_1$ sur le tambour (T) ;
- le torseur de l'action de *i* sur *j* au point M se note : $T(i\to j)=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{F_{i\to j}}=X_{ij}.\vec{x}_1+Y_{ij}.\vec{y}_1\\ \overrightarrow{m_{M(i\to j)}}=N_{ij}.\vec{z}_1\end{array}\right\}_M$.

Le capteur d'effort magnéto-élastique est placé au point O_1 sur l'axe de la liaison pivot entre la poulie (1) et le bâti (0).

La tension dans le câble au point A est notée T_A, celle au point B est notée T_B.

III.21 *Exprimer la tension dans le câble au point A en fonction du couple moteur C_m et des données.*

III.22 *Exprimer la norme de l'effort mesuré par le capteur magnéto-élastique en fonction de T_A, T_B et des données du problème.*
Exprimer les hypothèses à formuler pour que cet effort mesuré soit proportionnel à la tension dans le câble T (avec $T\simeq T_A\simeq T_B$).

Analyse de la crapaudine (voir figures 4 et 9)

III.23 *Exprimer la fonction technique réalisée par la crapaudine.*

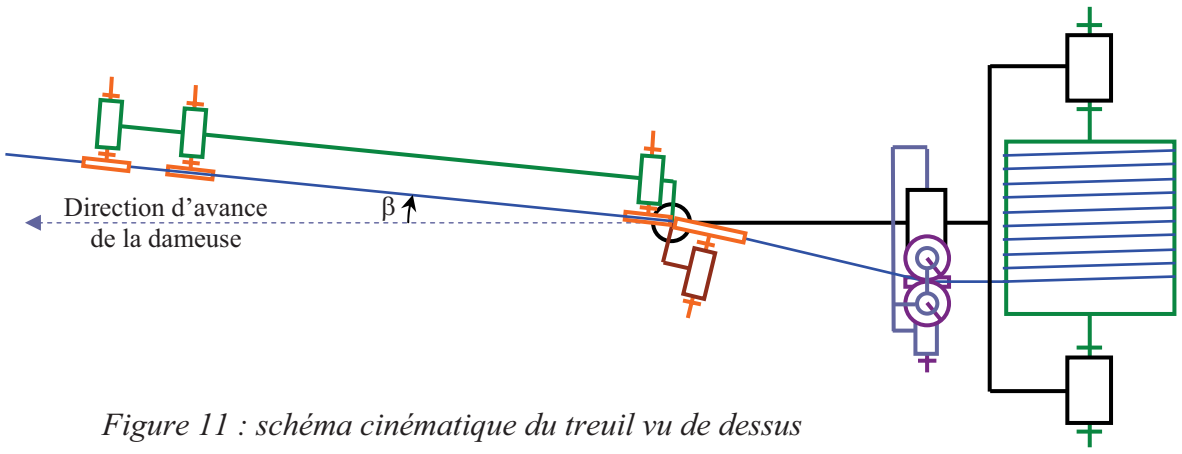


Figure 11 : schéma cinématique du treuil vu de dessus

L'angle β est l'angle entre la direction d'avance de la dameuse et la direction du câble.

III.24 *Justifier la nécessité de tenir compte de l'angle β, par rapport à la fonction de service réalisée par le treuil.*

La tension dans le câble varie en fonction de l'angle β comme le montre la figure 12 ci-dessous (la tension dans le câble varie de 50% à 100% de la tension réglée par le pilote de la dameuse sur le tableau de bord).
La crapaudine est donc munie d'un capteur angulaire constitué de trois capteurs inductifs et d'une bague dentée solidaire du bras support comme le montre la figure 12. À l'aide de ces trois capteurs (notés C_1, C_2 et C_3) et de la bague dentée, la rotation de la crapaudine est décomposée en 18 secteurs angulaires.

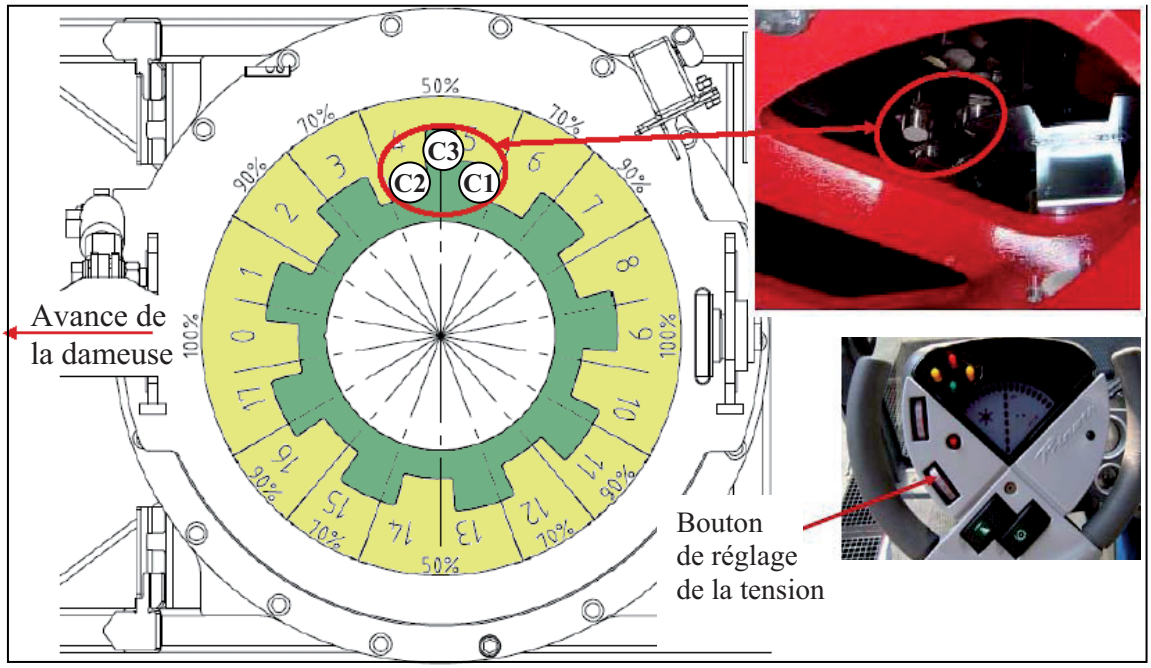


Figure 12 : capteur angulaire de la crapaudine

III.25 *Exprimer la fonction technique réalisée par le capteur C_3.*

Les capteurs C_1 et C_2 permettent de déterminer le sens de rotation de la crapaudine.

III.26 *Exprimer les deux équations logiques simplifiées permettant de déterminer le sens de rotation de la crapaudine en fonction des variables binaires associées aux deux capteurs C_1 et C_2 ($C_i = 1$ lorsque le capteur C_i détecte la présence de la roue dentée. Ainsi, sur la figure 12, $C_2 = 0$ et $C_3 = 1$).*

On note S_i (avec $0 \leq i \leq 17$) les 18 secteurs angulaires définissant la rotation de la crapaudine.

III.27 *Expliciter, sous forme d'un GRAFCET technologique, le fonctionnement du capteur angulaire permettant de définir S_i.*

Dans la suite du sujet, la situation d'étude est telle que l'angle β de rotation de la crapaudine est considéré nul.

Partie IV

L'objet de cette partie est la modélisation de l'asservissement en tension du câble en vue d'aboutir à un schéma-bloc permettant ensuite l'analyse des performances réalisées (objet de la partie V du sujet).

L'organisation structurelle des composants de la solution étudiée (voir figure 4) est donnée sur le schéma-bloc de la figure 13. Dans cette partie chacun de ces composants sera modélisé séparément avant d'établir le schéma-bloc global de l'asservissement en tension.

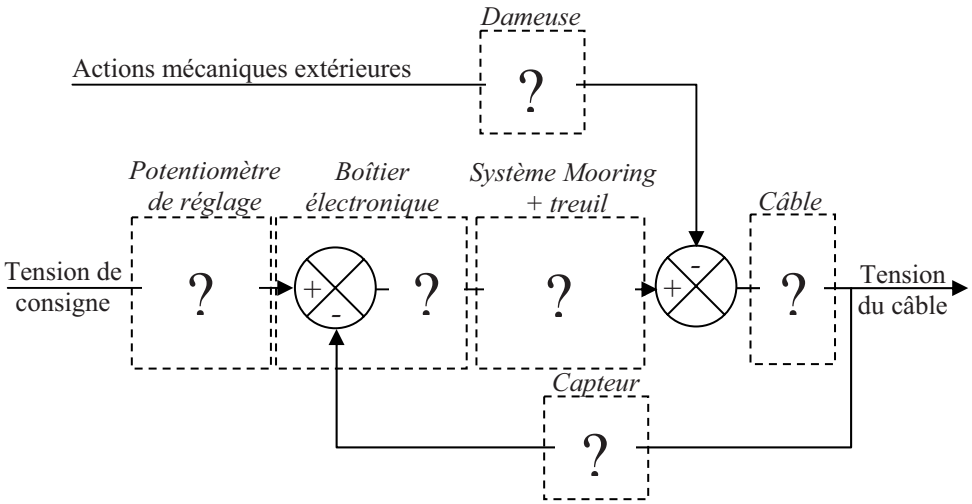


Figure 13 : organisation structurelle des composants de l'asservissement en tension

Etude du système Mooring

La fonction réalisée par le système appelé Mooring est de commander la vitesse de rotation du tambour sur lequel s'enroule le câble du treuil (voir figure 14).

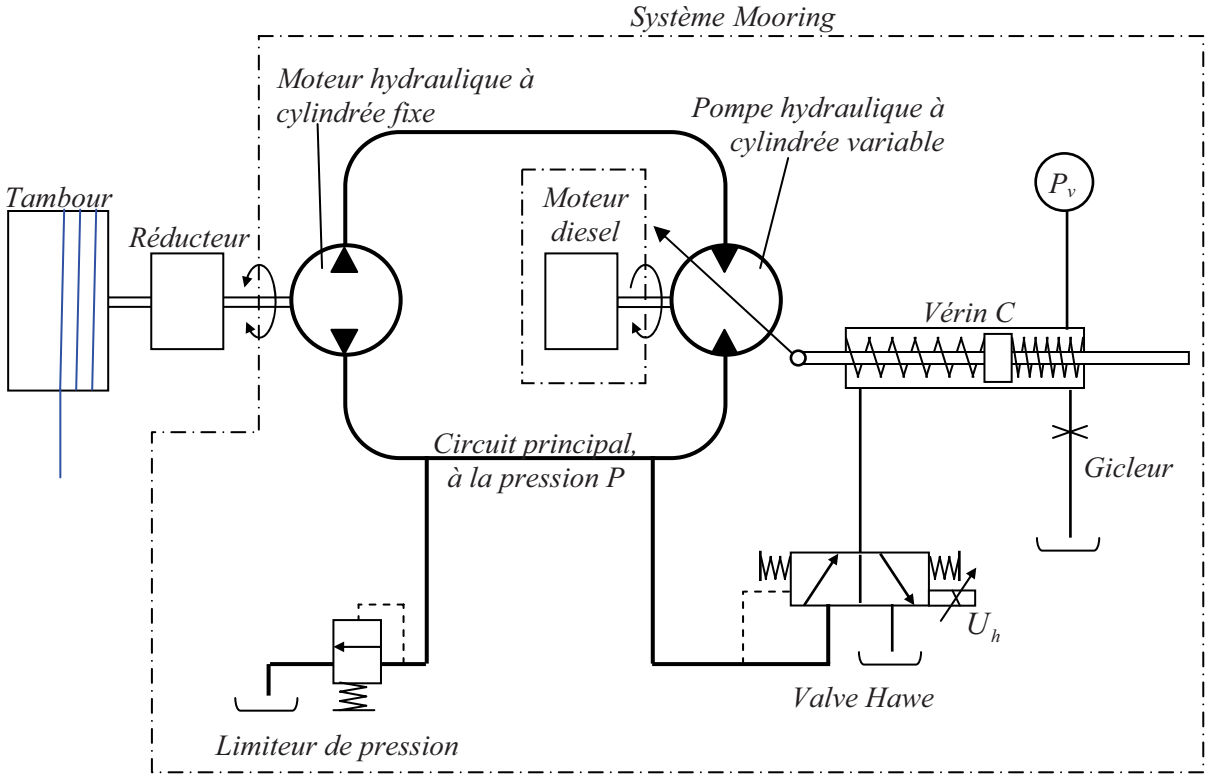


Figure 14 : description du système Mooring

Description fonctionnelle des composants du système Mooring :

- le moteur hydraulique a pour fonction d'entraîner en rotation le tambour sur lequel est enroulé le câble par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport de réduction noté r_m ($r_m < 1$);
- la pompe hydraulique à cylindrée variable (exprimée en $m^3.rad^{-1}$) a pour fonction d'alimenter le moteur hydraulique. L'arbre de la pompe est entraîné en rotation à vitesse constante par le moteur diesel de la dameuse;
- le vérin C a pour fonction d'agir sur la cylindrée de la pompe ;
- la valve Hawe a pour fonction de laisser passer un débit vers le vérin C en fonction de la pression du circuit principal et de la tension U_h ;
- le limiteur a pour fonction de limiter la pression dans le circuit principal à une valeur maximum ;
- l'alimentation en pression P_v associée au gicleur a pour fonction d'assurer en permanence la présence d'huile dans la chambre concernée du vérin C. La pression P_v est très largement inférieure à la pression P dans le circuit principal.

Hypothèses relatives à l'étude du système Mooring :

- il n'y a pas de perte de fluide, les rendements volumétriques et hydromécaniques du moteur et de la pompe valent 1 ;
- les pertes de charge sont jugées négligeables dans le circuit devant la pression présente : la pression est donc constante (et notée P) dans le circuit principal, dans le moteur et dans la pompe ;
- le débit prélevé par la valve Hawe sur le circuit principal est négligeable.

Notations :

- q_p : débit dans la pompe hydraulique (en $m^3.s^{-1}$) ;
- cyl_p : cylindrée de la pompe hydraulique (en $m^3.rad^{-1}$) ;
- ω_p : vitesse de rotation de la pompe hydraulique (en $rad.s^{-1}$) ;
- q_m : débit dans le moteur hydraulique (en $m^3.s^{-1}$) ;
- cyl_m : cylindrée du moteur hydraulique (en $m^3.rad^{-1}$) ;
- ω_m : vitesse de rotation du moteur hydraulique (en $rad.s^{-1}$) ;
- C_m : couple disponible en sortie du moteur hydraulique (en $N.m$) ;
- P : pression dans le circuit principal, dans la pompe et dans le moteur (en Pa) ;
- P_v : pression dans la chambre droite du vérin C (en Pa) ;
- q_v : débit dans la chambre gauche du vérin C (en $m^3.s^{-1}$) ;
- S : section effective du vérin C (en m^2) ;
- x_v : position de la tige du vérin C par rapport à la position neutre (en m) ;
- U_h : tension d'alimentation de la valve Hawe (en V) ;
- ω_t : vitesse de rotation du tambour (en $rad.s^{-1}$) ;
- C_t : couple disponible sur le tambour (en $N.m$) ;
- r_t : rayon du tambour (en m) ;
- r_m : rapport de réduction du réducteur : $r_m = \omega_t / \omega_m$.

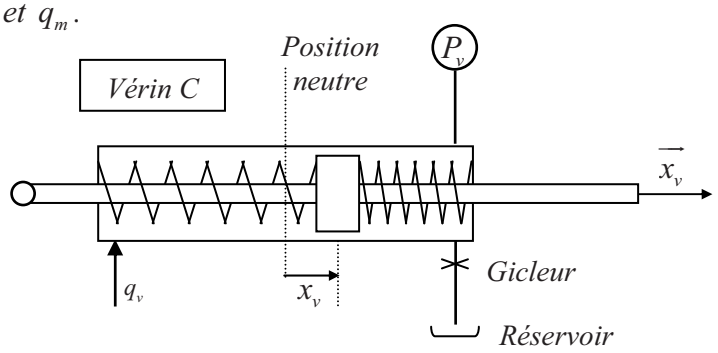
IV.28 *Exprimer le débit* q_p de *la pompe hydraulique en fonction de* cyl_p *et* ω_p. *Compléter la partie correspondante du schéma-bloc donné en document réponse DR1.*

IV.29 *Exprimer le débit q_m du moteur hydraulique en fonction de cyl_m et ω_m. En déduire l'expression du couple moteur C_m en fonction de cyl_m et P. Compléter la partie correspondante du schéma-bloc donné en document réponse DR1.*

Les débits de fuite dans le circuit principal et le débit alimentant la valve Hawe sont négligeables devant le débit du circuit.

IV.30 *En déduire la relation entre q_p et q_m.*

Les ressorts gauche et droit du vérin C sont identiques. L'étanchéité entre les deux chambres est supposée parfaite. La cylindrée de la pompe est proportionnelle à la position x_v du piston telle que :
$cyl_p = -K_p.x_v \quad (K_p > 0)$.



IV.31 *Exprimer le débit q_v en fonction de S et x_v. Compléter la partie correspondante du schéma-bloc donné en document réponse DR1.*

La valve Hawe, en régulant le débit q_v entrant dans la chambre gauche du vérin C, permet de commander la cylindrée de la pompe en fonction de la pression dans le circuit et de la tension de consigne U_h élaborée par l'électronique de commande.
La figure 15 représente la valve Hawe dans ses positions extrêmes (position 1 et 2) et dans la position médiane (position 0). La figure 16 donne le dessin d'ensemble de la valve Hawe.

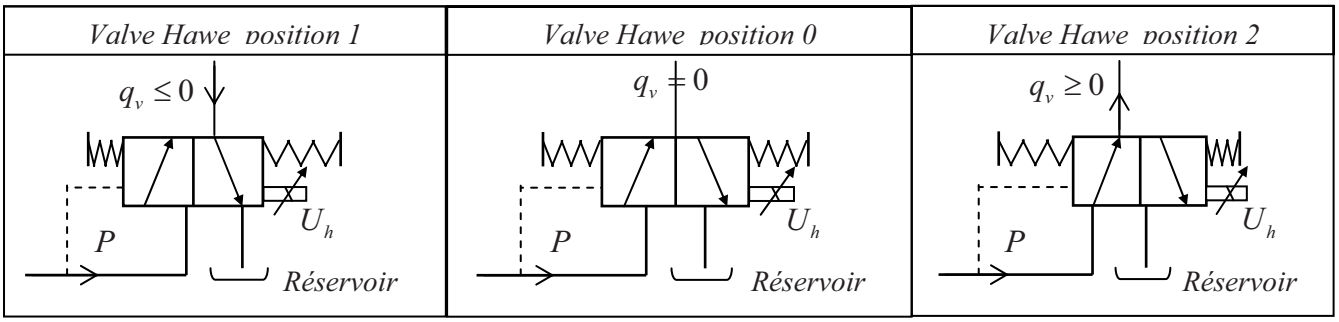


Figure 15 : les 3 positions de la valve Hawe

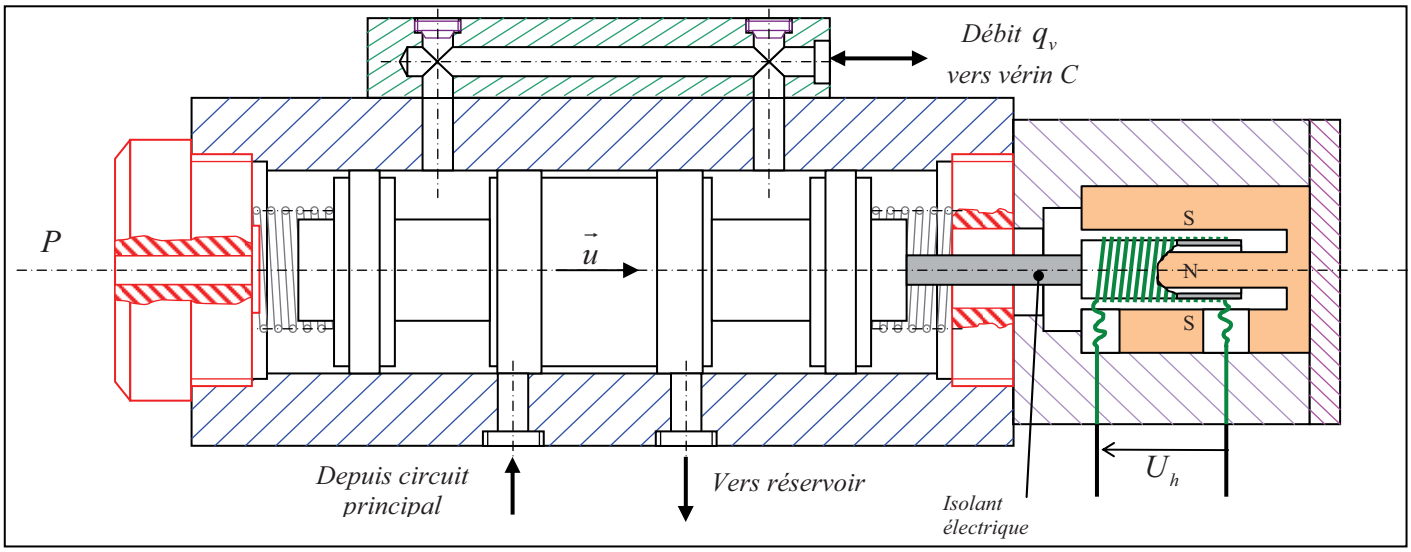


Figure 16 : Valve Hawe à commande électrique représentée en position neutre du piston.

La fonction de la valve Hawe est de générer le débit q_v, dans un sens ou dans l'autre, en fonction de la différence entre l'effort créé par la pression P présente dans le circuit principal et l'effort créé par le champ magnétique dû à la tension d'alimentation U_h de la bobine.

Les hypothèses relatives à l'étude de la valve Hawe sont :

- le débit q_v est supposé proportionnel à la distance du piston par rapport à la position neutre notée x_h (celle représentée sur la figure 16), telle que : $q_v = K_x.x_h$ $(K_x > 0)$;
- le fonctionnement est supposé parfaitement symétrique (débit q_v positif ou négatif) ;
- les 2 ressorts de la valve Hawe sont identiques, de raideur k_h, de longueur à vide l_0 et de longueur l en position neutre $(l < l_0)$;
- la section effective du piston est notée S_h ;
- l'inertie du piston est négligée ;
- on notera $K_m > 0$ le rapport de proportionnalité entre la tension U_h et l'effort F_m appliqué sur le piston par le bobinage : $\overrightarrow{F_m} = -K_m.U_h.\vec{u}$.

IV.32 *Exprimer le débit q_v en fonction de la pression P, de la tension U_h et des caractéristiques de la valve.*
Montrer que q_v peut s'écrire sous la forme $q_v = -K_h.(K_m.U_h - P.S_h)$ avec K_h une constante positive à déterminer.
Compléter la partie correspondante du schéma-bloc donné en document réponse DR1.

Les variations de vitesse de rotation du tambour étant suffisamment lentes, l'étude mécanique du tambour se ramène à un problème de statique.

IV.33 *Exprimer le couple moteur C_m en fonction de la tension T et des caractéristiques du système. Compléter le schéma-bloc donné en document réponse DR1.*

Le réglage de la tension du câble par le pilote s'opère grâce au potentiomètre implanté sur le volant du conducteur (cf figure 17). Celui-ci règle la molette en fonction de l'effort dont il estime avoir besoin pour mouvoir la dameuse.

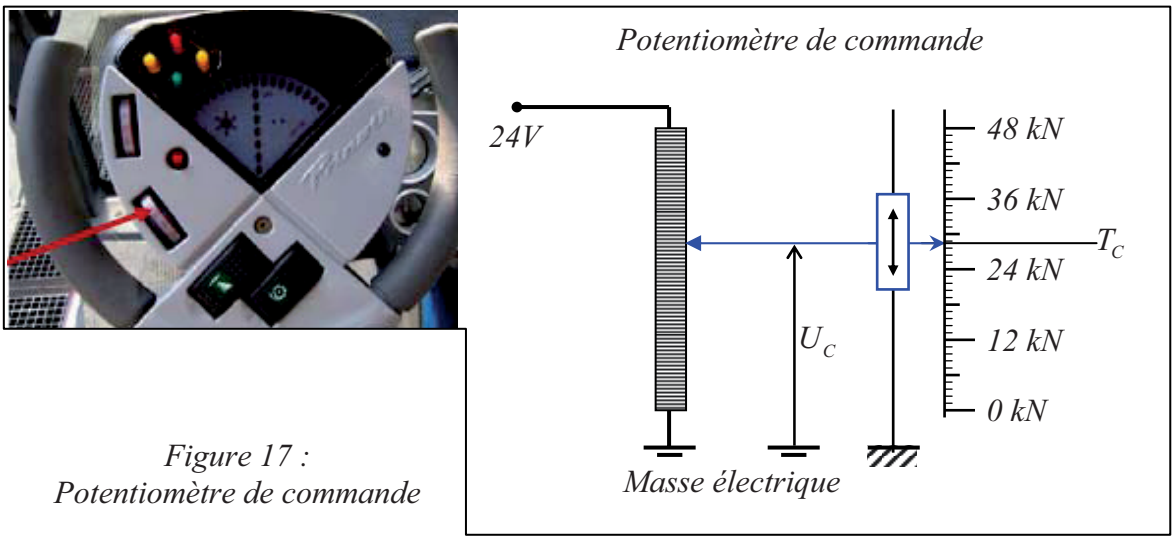


Figure 17 :
Potentiomètre de commande

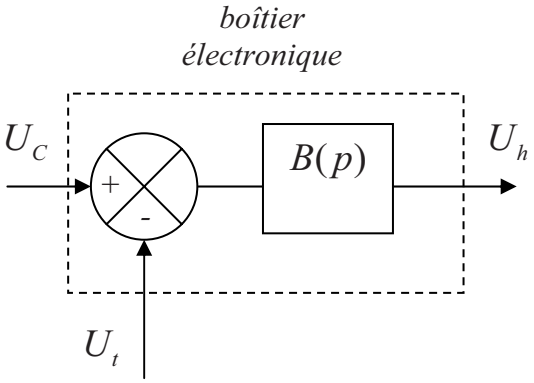
Le gain K du potentiomètre est tel que : $U_C = K.T_C$

IV.34 *Calculer la valeur numérique de K.*

À la partie III, l'étude a montré que la tension du câble était mesurée par un capteur magnéto-élastique placé dans l'axe de rotation d'une poulie du treuil (voir figure 4).

IV.35 *Déterminer la valeur que doit avoir le gain de ce capteur. Compléter le schéma-bloc donné en document réponse DR1.*

Le boîtier électronique (cf figure 13) a pour fonction d'élaborer la tension d'alimentation U_h de la valve Mooring. L'étude de la valve a montré que cette tension est une image de la pression nécessaire dans le circuit principal pour avoir la tension désirée dans le câble. La tension U_h est élaborée à partir de la différence mesurée entre la consigne U_C (image de la tension de consigne du câble T_C) et la tension U_t (image de la tension effective dans le câble T).



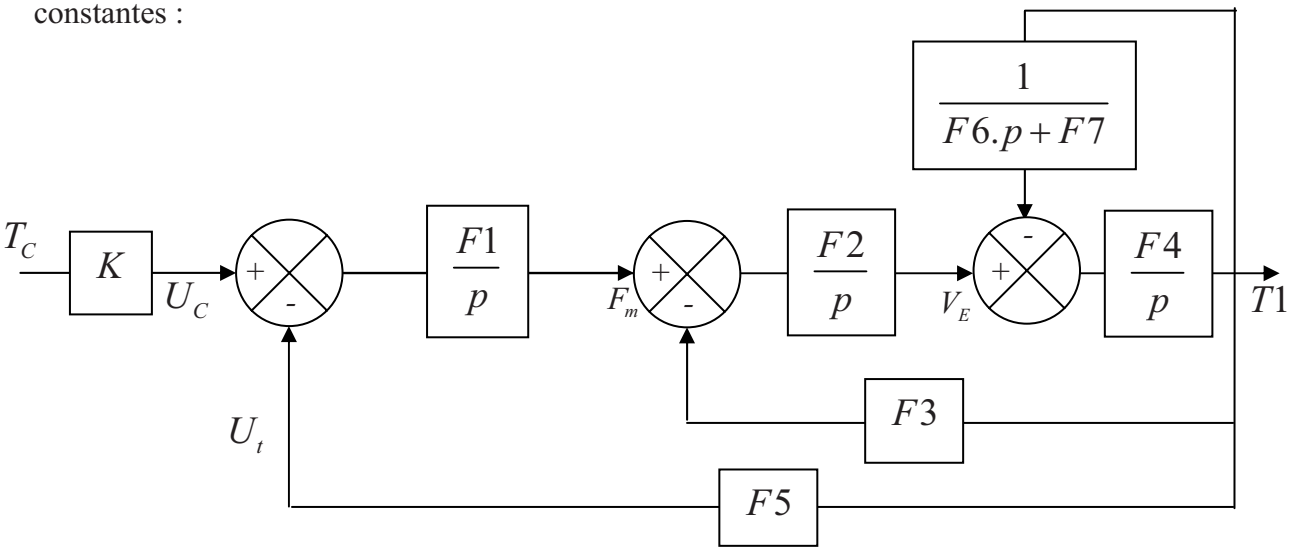
IV.36 *Montrer, par un raisonnement qualitatif sur le fonctionnement attendu de l'asservissement en tension, que la fonction de transfert B(p) du boîtier électronique doit être de classe 1.*

Dans la suite du sujet on prendra $B(p) = \dfrac{K_e}{p}$.

Réponse du système à la consigne T_c

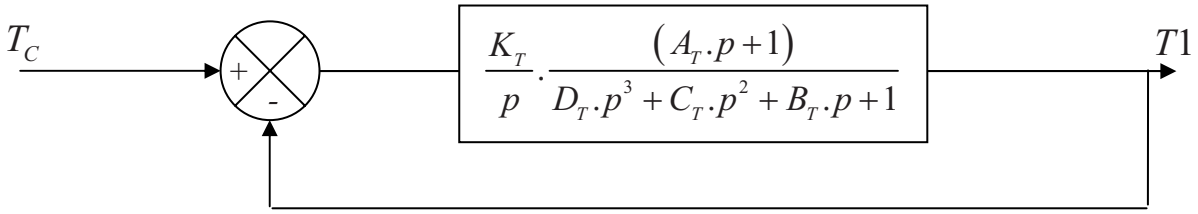
Le modèle de l'asservissement en tension du treuil fait dans cette partie comporte une sortie (repérée S sur le schéma-bloc du document réponse) et trois entrées (repérées $E1$, $E2$ et $E3$).

L'objet est de déterminer la FTBO du système pour l'entrée $E1$, c'est-à-dire avec $E2 = E3 = 0$; cette réponse sera notée $T1$. Le schéma-bloc de l'asservissement en tension peut alors se mettre sous la forme ci-dessous où $F1$, $F2$, $F3$, $F4$, $F5$, $F6$ et $F7$ sont des constantes :



IV.37 *À partir des résultats précédents, déterminer F1, F2, F3, F4, F5, F6 et F7 en fonction des caractéristiques du système.*

La réduction du schéma-bloc ci-dessus permet de caractériser la FTBO du système pour l'entrée $E1$:



IV.38 *Déterminer les constantes A_T, B_T, C_T, D_T et K_T en fonction de K, $F1$, $F2$, $F3$, $F4$, $F5$, $F6$ et $F7$.*

Réponse du système aux entrées E2 et E3

L'objet est de déterminer la FTBF du système pour l'entrée $(E2-E3)$, c'est-à-dire avec $E1=0$; cette réponse sera notée $T2$.

Cette réponse peut se mettre sous la forme :

$$T2=-\frac{A_{ch}.p^2}{E_{ch}.p^4+D_{ch}.p^3+C_{ch}.p^2+B_{ch}.p+1}.(E2-E3)$$

IV.39 *Justifier, par un raisonnement qualitatif sur le comportement attendu du système, le signe de la fonction de transfert $\frac{T2}{E2-E3}$ ($A_{ch}>0$).*

IV.40 *Déterminer les constantes A_{ch}, B_{ch}, C_{ch}, D_{ch} et E_{ch} en fonction de K, $F1$, $F2$, $F3$, $F4$, $F5$, $F6$ et $F7$.*

Partie V

L'objet de cette partie est la caractérisation des performances de l'asservissement en tension du câble en vue de valider les caractéristiques correspondantes du cahier des charges fonctionnel du treuil.

Le tableau ci-dessous donne la caractérisation partielle de la fonction technique réalisée par l'asservissement du treuil :

Qualification	*Critère*	*Valeur*
Asservir le treuil en tension	Marge de gain	>50dB
	Marge de phase	> 60°
	Temps de réponse à 5%	< 2s
	Précision statique	erreur nulle
	Facteur de surtension	< 1dB

Dans la partie IV de ce sujet, la modélisation de l'asservissement en tension du treuil a permis d'aboutir au résultat suivant (cf document réponse) :

$$T=\frac{\frac{K_T}{p}.\frac{(A_T.p+1)}{D_T.p^3+C_T.p^2+B_T.p+1}}{1+\frac{K_T}{p}.\frac{(A_T.p+1)}{D_T.p^3+C_T.p^2+B_T.p+1}}.E1-\frac{A_{ch}.p^2}{E_{ch}.p^4+D_{ch}.p^3+C_{ch}.p^2+B_{ch}.p+1}.(E2-E3)$$

Analyse de la réponse du système aux perturbations
Dans un premier temps, l'objet est de valider la stabilité du système par rapport aux perturbations E2 et E3. Pour la question suivante, on prendra :

$$A_{ch} = 0,67\ ,\ B_{ch} = 0,2\ ,\ C_{ch} = 8300\ ,\ D_{ch} = 2,3.10^{-5} \text{ et } E_{ch} = 1,16.10^{-7}$$

V.41 *Vérifier la stabilité du système par rapport à la perturbation E2-E3.*

À présent, l'objet est l'analyse de l'influence des perturbations $E2$ et $E3$; pour cette analyse la consigne sera supposée nulle : $E1 = 0$.

V.42 *Déterminer la limite en régime permanent de la tension pour* $E2 - E3 = u(t)$ *et pour* $E2 - E3 = t.u(t)$. *Conclure sur l'influence des perturbations.*

Analyse de la réponse du système à la consigne de tension
L'objet étant l'analyse de la réponse du système à la consigne de tension, les entrées $E2$ et $E3$ seront supposées nulles, seule l'entrée $E1$ est considérée. La FTBO de ce système est notée $FTBO1$.

V.43 *Déterminer la valeur finale de la réponse du système en régime permanent pour une entrée de type échelon d'amplitude* T_{c0}. *Conclure quant au comportement attendu du système.*

La FTBO du système peut s'écrire sous la forme :

$$FTBO1 = \frac{K_T}{p} . \frac{\left(A_T.p + 1\right)}{D_T.p^3 + C_T.p^2 + B_T.p + 1} = \frac{K_T}{p} . \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)}{\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right).\left(1 + \frac{2.z}{\omega_3}.p + \frac{1}{\omega_3^{\,2}}.p^2\right)}$$

avec $K_T = 5$, $\omega_1 = 198 rad.s^{-1}$, $\omega_2 = 0,3 rad.s^{-1}$, $\omega_3 = 2410 rad.s^{-1}$ et $z = 0,8$

V.44 *Tracer le diagramme asymptotique de* $FTBO1$ *dans le plan de Bode sur le document réponse DR2. Tracer l'allure de* $FTBO1$ *et calculer les valeurs des marges de phase et de gain.*
Conclure quant à la satisfaction du cahier des charges fonctionnel du treuil.

V.45 *Mesurer sur la courbe 1 donnée en annexe le temps de réponse à 5% du système. Conclure quant à la satisfaction du cahier des charges fonctionnel du treuil.*
Donner les conséquences, pour le système, de la présence de dépassements dans la réponse.

Amélioration des performances
Un correcteur est mis en place juste après le comparateur du boîtier électronique (cf document réponse DR1).

* Choix d'un correcteur proportionnel $C(p) = K_{cor}$:

V.46 *Proposer et justifier un choix de gain* K_{cor} *supérieur ou inférieur à 1, pour améliorer la stabilité du système.*

Sur la courbe 2 donnée en annexe 1 est représentée la réponse indicielle unitaire du système corrigé pour deux valeurs de K_{cor} :

- la courbe en trait plein pour $K_{cor} = 5$;
- la courbe en pointillés pour $K_{cor} = 0{,}5$.

V.47 *Mesurer sur la courbe 2 le temps de réponse à 5% du système dans les deux cas. Conclure quant à la pertinence d'un correcteur à action proportionnelle.*

* Choix d'un correcteur à avance de phase $C(p) = \dfrac{1 + \dfrac{p}{\omega_a}}{1 + \dfrac{p}{\omega_b}}$:

V.48 *Proposer un choix de valeurs pour ω_a et ω_b afin que les critères de stabilité du cahier des charges fonctionnel soient respectés.*

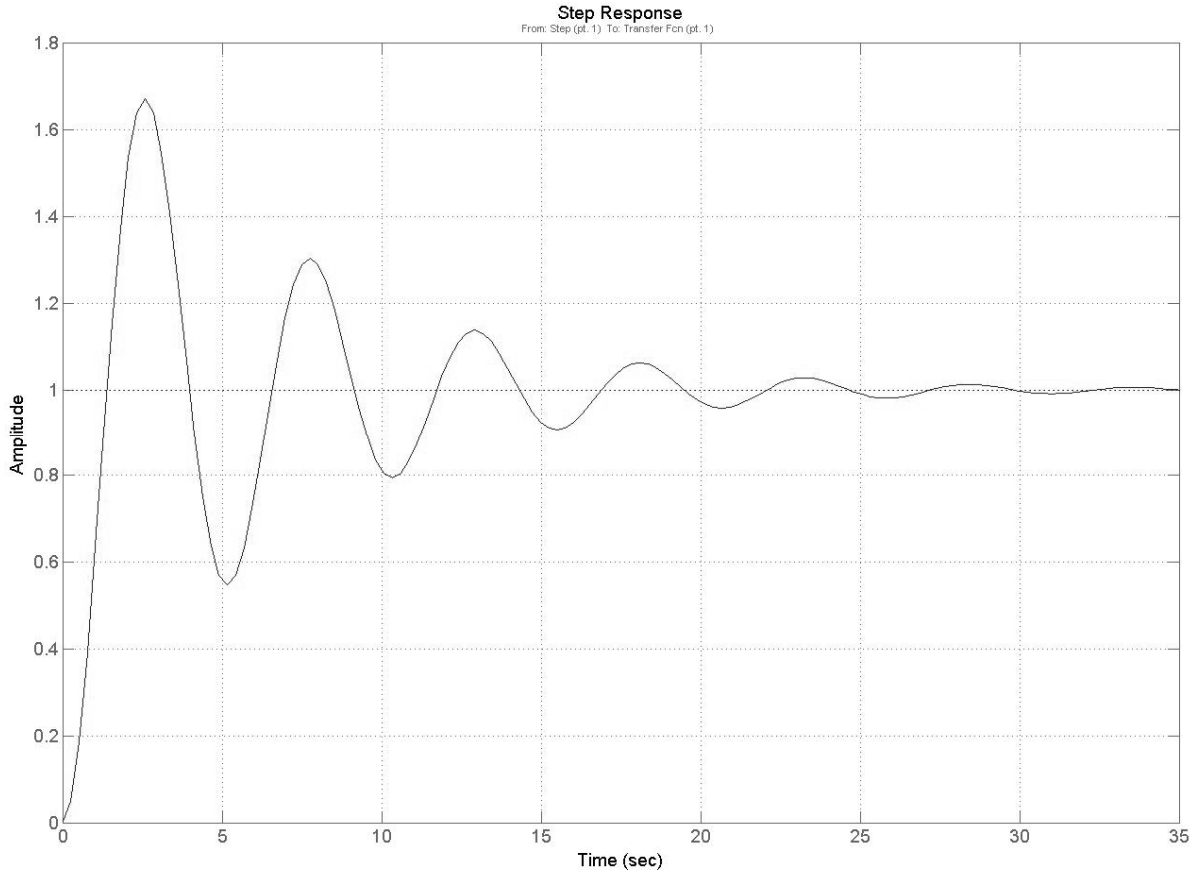
La réponse indicielle unitaire du système corrigé avec un correcteur à avance de phase vérifiant les critères de stabilité du cahier des charges fonctionnel est représentée sur la courbe 3 donnée en annexe 2.

V.49 *À l'aide de mesures sur les deux courbes données en annexe 2, valider le critère de rapidité et le facteur de surtension du cahier des charges fonctionnel du treuil ainsi corrigé.*

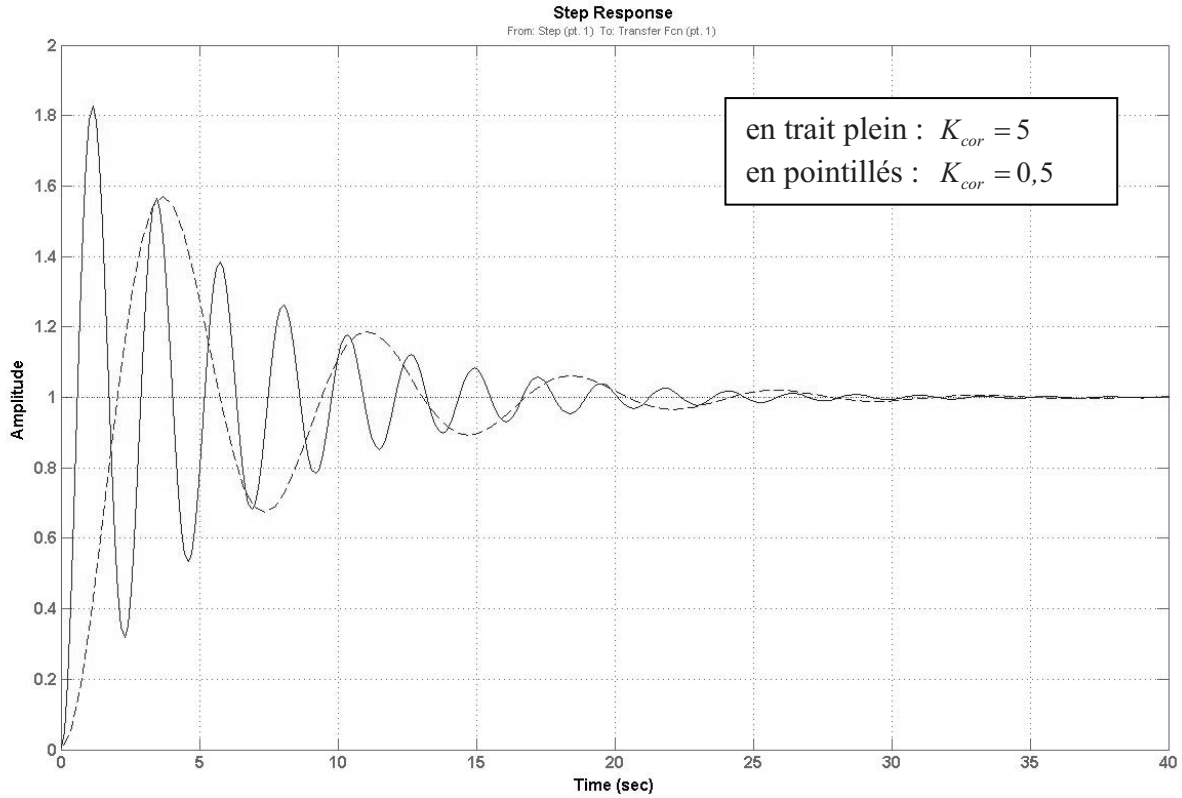
V.50 *Valider le critère de précision du cahier des charges fonctionnel du treuil ainsi corrigé.*

FIN DU SUJET (annexes sur les 2 pages suivantes)

ANNEXE 1

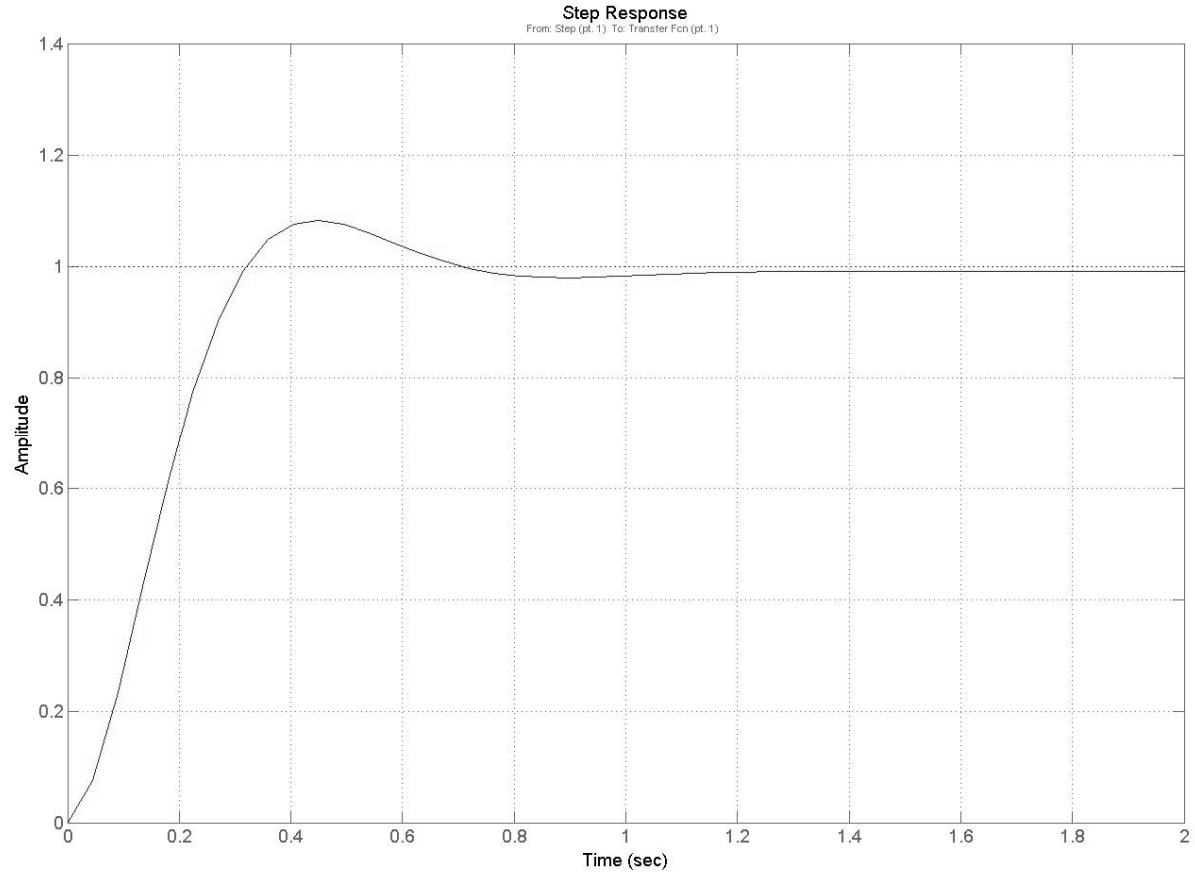


Courbe 1 : réponse indicielle unitaire du système non corrigé

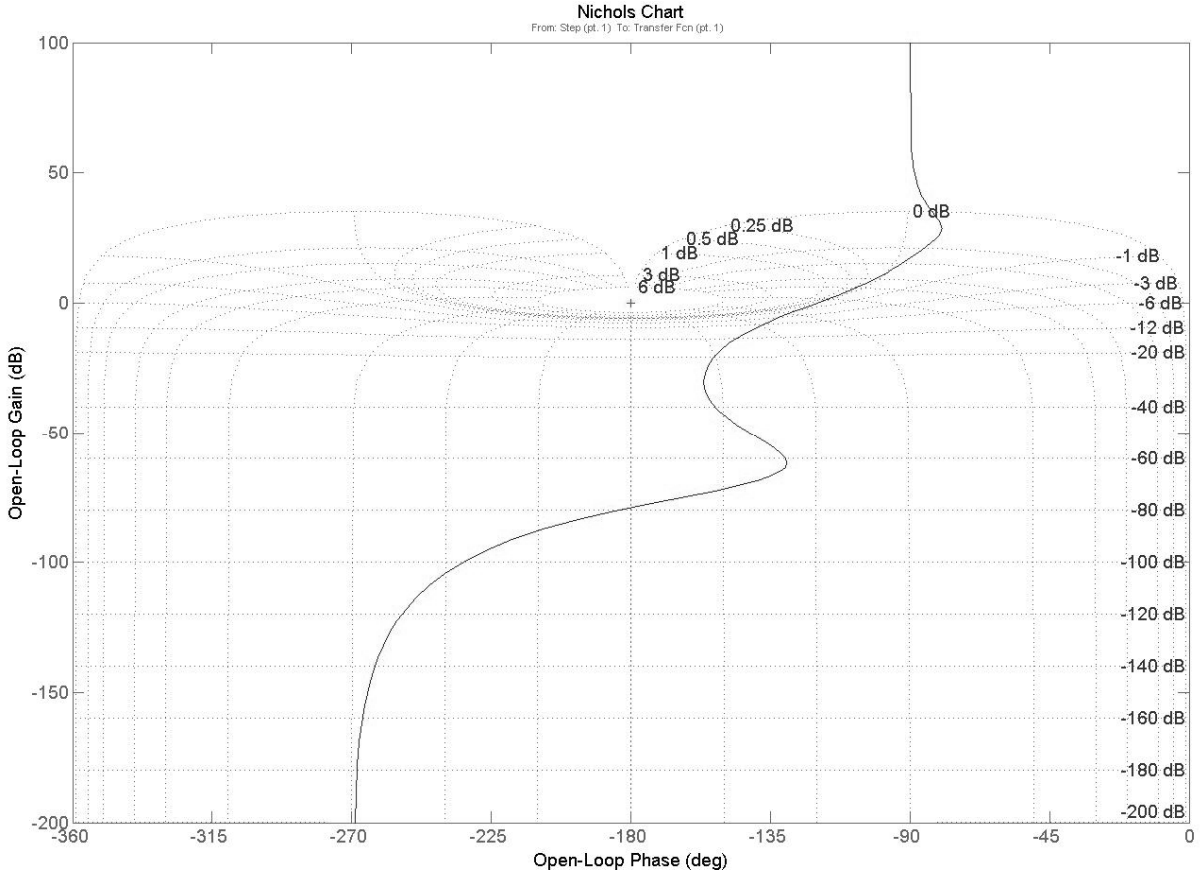


Courbe 2 : réponse indicielle unitaire du système corrigé avec $C(p) = K_{cor}$

ANNEXE 2



Courbe 3 : réponse indicielle unitaire du système corrigé avec le correcteur à avance de phase



Courbe 4 : tracé dans le plan de Black-Nichols du système corrigé avec le correcteur à avance de phase

DOC REPONSE 1 PAGE r v 15/02/08 11:15 Page 1

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

Académie : Session : Modèle EN.

Examen ou Concours Série* :

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

NOM :
(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

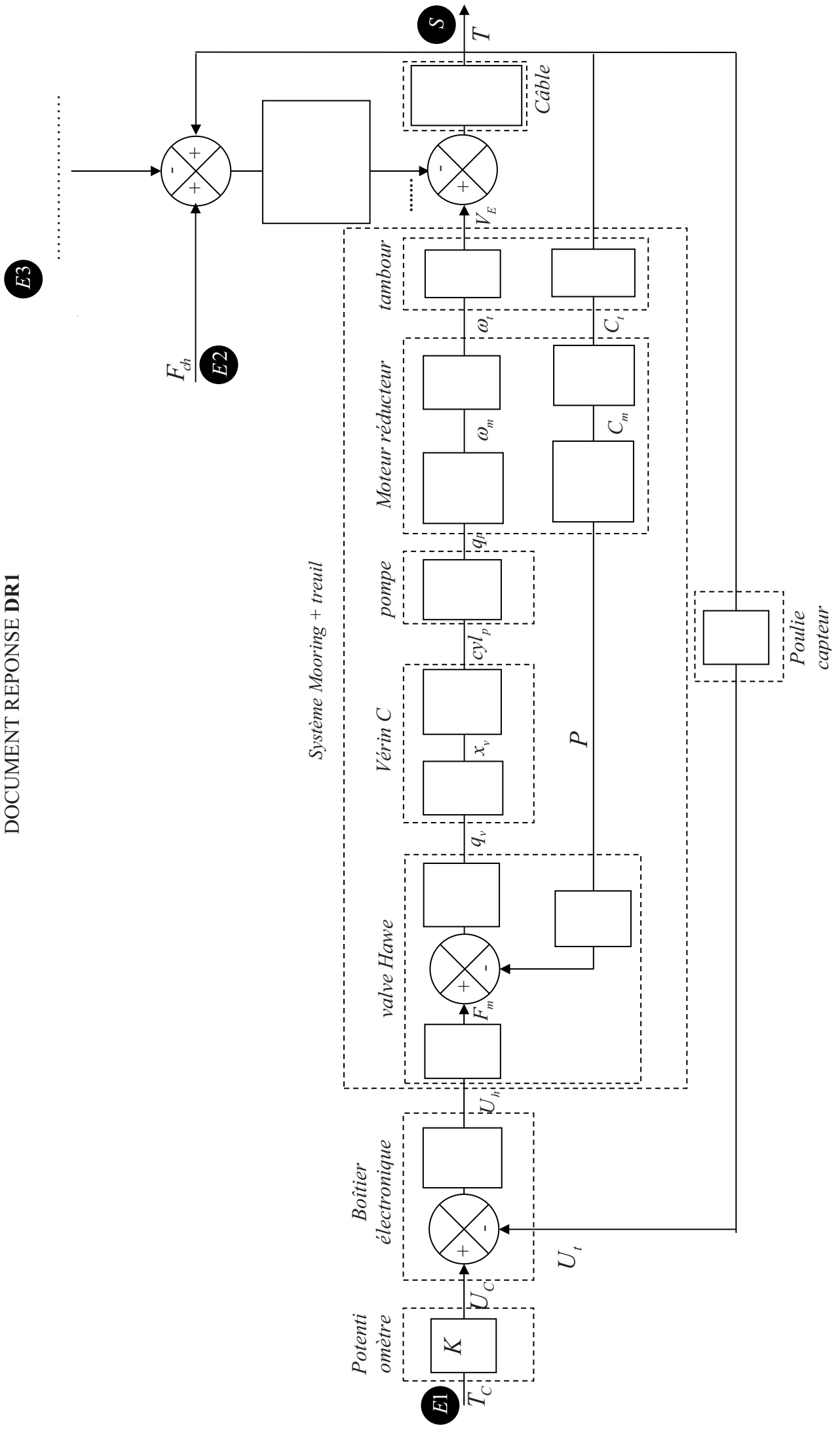
Prénoms :

Né(e) le :

N° du candidat

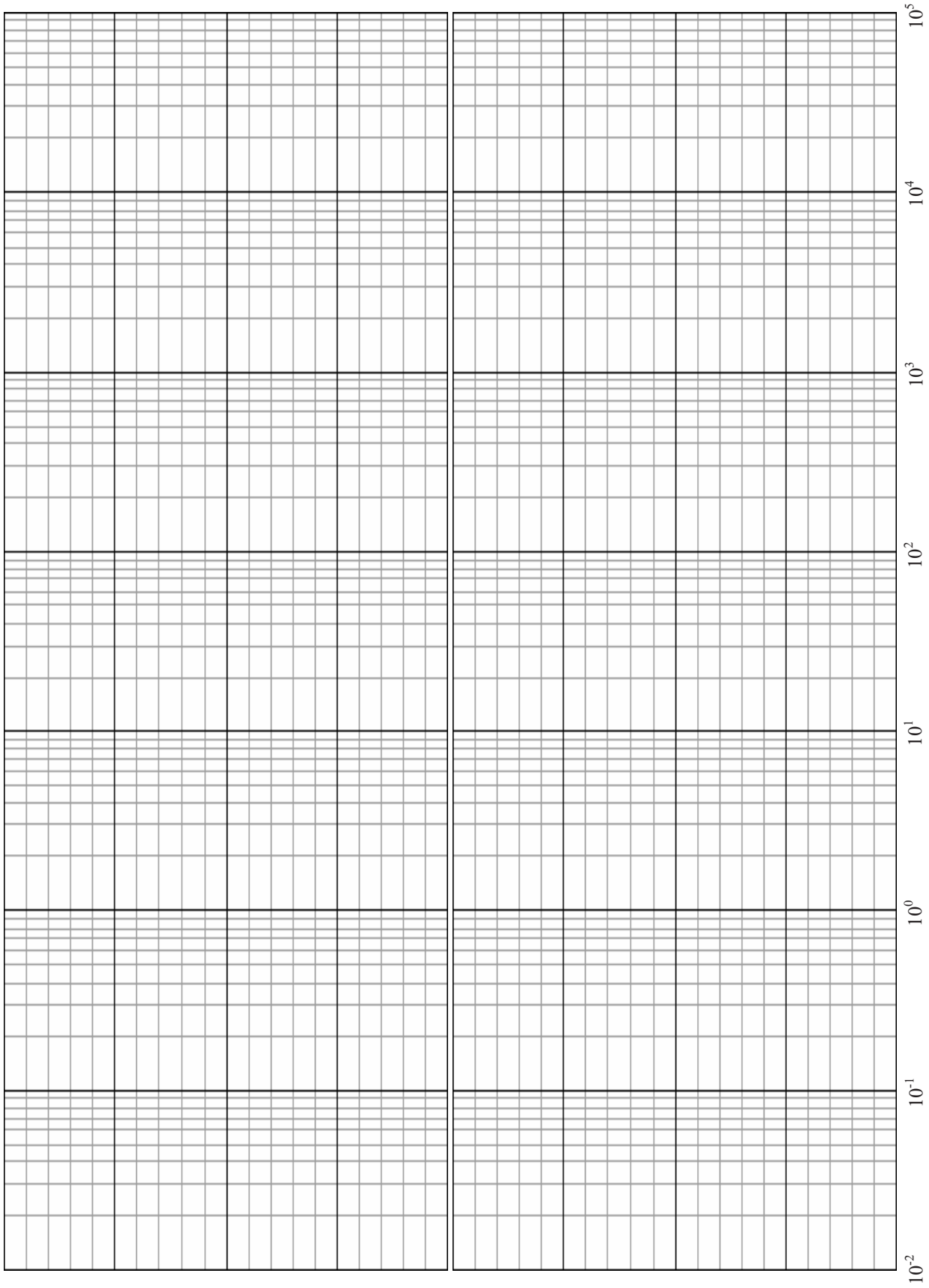
(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

DOCUMENT REPONSE **DR1**



NE RIEN ÉCRIRE DANS LA PARTIE BARRÉE

DOCUMENT REPONSE **DR2**



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Modèles de comportement et réponse temporelle : premier ordre, second ordre, identification
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi