Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2011, filière PSI

Modélisation

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : mise en place d'un modèle pour l'étude dynamique d'une structure
- Partie 2 : résolution d'un problème de dynamique d'une structure
- Partie 3 : identification des paramètres d'amortissement
- Partie 4 : prédiction de l'amortissement

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2011/modelisation

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX1612

Banque commune **École Polytechnique – ENS de Cachan**
PSI
Session 2011

Épreuve de Modélisation

Durée : **5 heures**

Aucun document n'est autorisé.

Aucun dictionnaire n'est autorisé.

L'usage de calculatrice électronique de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1er février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.

Modélisation de l'amortissement dans les structures spatiales

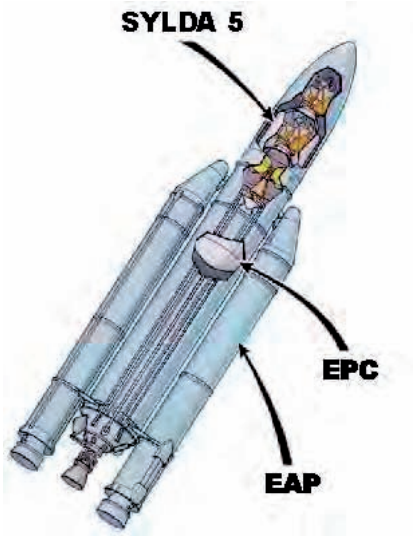


Figure 1: Lanceur européen Ariane 5

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

La modélisation de la réponse dynamique des structures est une des questions majeures liées au dimensionnement et à la conception. La prédiction des modes propres par des moyens numériques ou expérimentaux est aujourd'hui bien maîtrisée, notamment en basses fréquences, mais la caractérisation des niveaux des déplacements reste une question ouverte car elle dépend de la connaissance de l'amortissement.
La prédiction de celui-ci est donc une problématique industrielle importante, en particulier dans les domaines de pointe comme l'industrie spatiale ou aéronautique. En effet, l'amélioration des technologies employées pour la construction des structures se caractérise par une augmentation de la raideur et une diminution de la masse des matériaux ou des liaisons. Ces changements s'accompagnent dans la plupart des cas d'une diminution de l'amortissement, ce qui augmente les niveaux de réponse de la structure et doit donc être parfaitement maîtrisé. C'est pourquoi, dans le cadre d'une vraie démarche prédictive de dimensionnement, la connaissance a priori de l'amortissement de chaque élément constitutif des sous-structures (matériaux, liaisons...) est indispensable.

Actuellement, l'impossibilité pour l'ingénieur de connaître l'amortissement dès la conception d'une structure implique de devoir réaliser des campagnes d'essais longues et coûteuses avant de pouvoir l'identifier a posteriori. L'information obtenue est alors globale par sous-structure et par mode. De plus, l'influence du niveau d'excitation (en effort ou déplacement) est rarement connue, alors que l'on sait que l'amortissement peut varier fortement en fonction de ce niveau pour les dissipations issues de contact avec frottement.

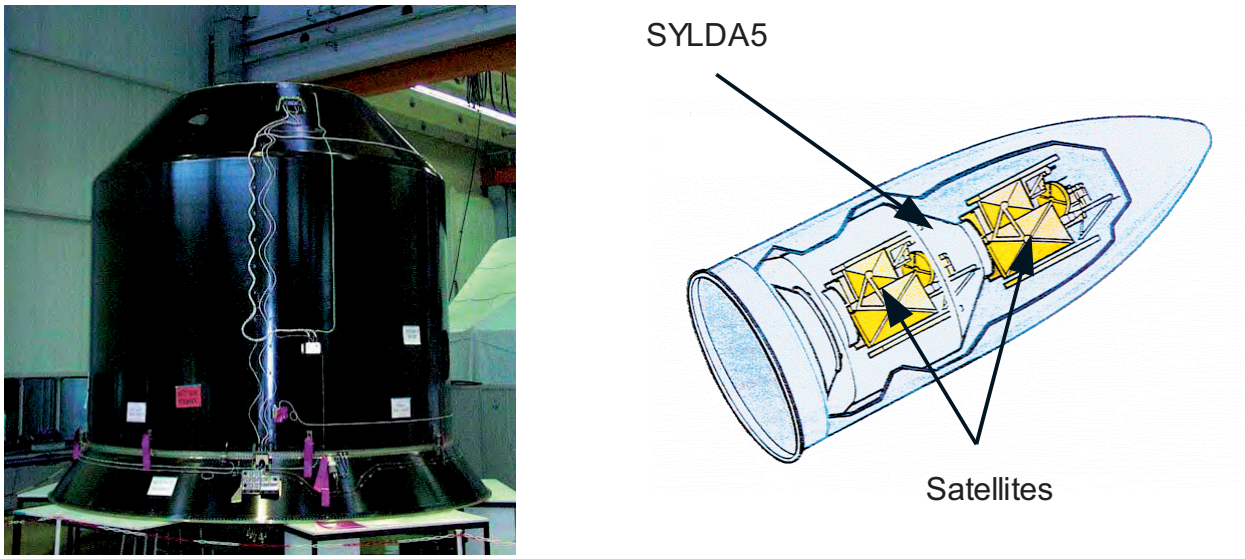


Figure 2 : SYLDA5 : structure réelle et implantation

Le support de l'étude est le lanceur européen Ariane 5 (Figure 1) muni de son SYstème de Lancement Double (SYLDA5 Figure 2) qui lui permet de mettre en orbite deux satellites lors d'un seul et même lancement. A l'heure actuelle pour déterminer l'amortissement dans cette structure, on réalise une expérience sur la structure réelle (Figure 3). Pour l'occasion, celle-ci est équipée de capteurs pour déterminer l'accélération en différents points en fonction du chargement imposé par des pots vibrants en différents endroits de la structure.

En chaque point, on peut mesurer la réponse de la structure en fonction de la fréquence de l'excitation (voir Figure 4 qui représente la réponse de la structure en un point).
Chaque pic représente un mode de la structure qui a été excité par le chargement imposé. On

peut voir sur la Figure 5 la forme des premiers modes (la Figure 4 ne permet pas de voir tous les modes).



Figure 3: SYLDA5 en condition d'essai

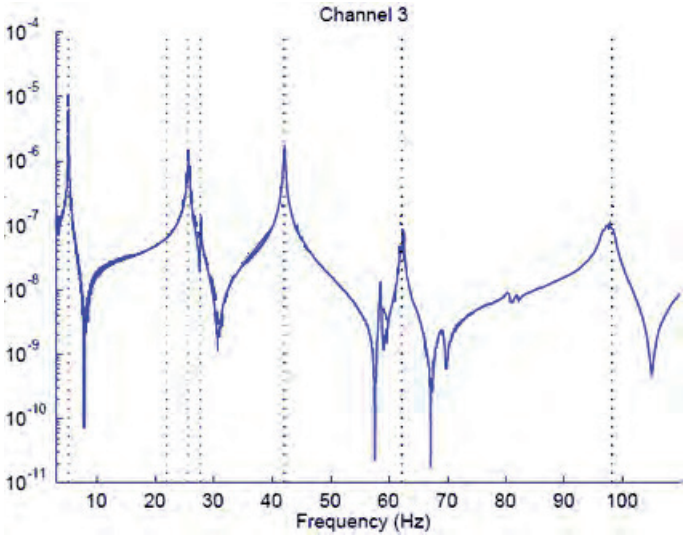


Figure 4: Amplitude (N/m) en fonction de la fréquence en un point du SYLDA5

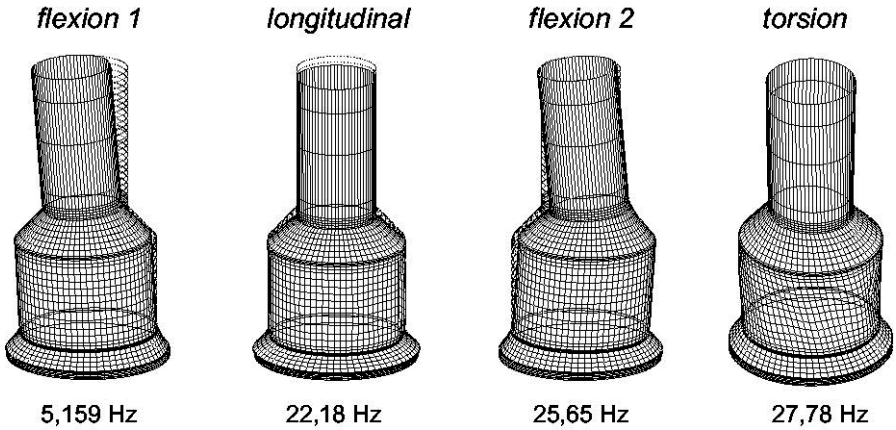


Figure 5: Forme des modes propres du SYLDA5 obtenu par simulation numérique

Dans un premier temps, nous allons mettre en place les outils permettant de modéliser la réponse dynamique d'une structure et d'en effectuer une simulation numérique. Nous verrons ensuite comment l'amortissement est actuellement identifié afin de montrer les avantages et inconvénients de la méthode d'identification.

La démarche de modélisation adoptée est présentée sur la Figure 6.

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

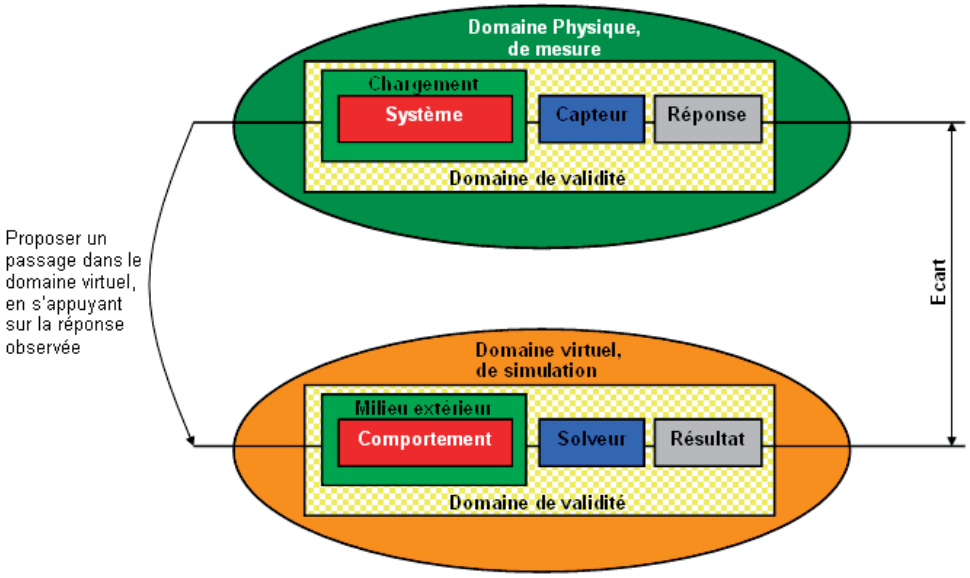


Figure 6: Démarche de modélisation en Sciences de l'Ingénieur

Cette démarche se compose symboliquement de deux domaines : le domaine physique où l'on fait des mesures sur un système réel, et le domaine virtuel où l'on réalise des simulations sur un système virtuel (analytique, numérique,...) censé représenter le comportement du système réel. Le domaine physique est nécessaire car il est indispensable de s'appuyer sur l'observation des phénomènes réels pour proposer un modèle de comportement et une modélisation du milieu extérieur. Le solveur est un outil qui permet de résoudre les équations et qui donne le résultat de la simulation. La modélisation est pertinente si l'écart entre les réponses expérimentales et les résultats issus de la simulation est petit.
Le sujet est divisé en 4 parties. La première partie sera consacrée à la mise en place d'un modèle permettant l'étude du comportement dynamique de la structure dans le domaine virtuel. La seconde partie sera consacrée à l'étude de différents solveurs. La troisième partie aura pour objectif d'estimer l'amortissement de la structure à l'aide d'une identification sur des résultats issus du domaine de mesure. Enfin, la quatrième partie permettra de prédire l'amortissement pour la structure complète sans avoir besoin de réaliser un essai complet sur celle-ci.

Ces différentes parties sont largement indépendantes. S'il le souhaite, le candidat pourra tirer profit de l'indépendance des parties. Il est cependant conseillé de parcourir tout le sujet pour comprendre la démarche et l'enchaînement des questions.

Formulaire, données et notations :

- ln représente la fonction logarithme népérien.
- log représente la fonction logarithme décimal.
- j représente l'imaginaire pur tel que $j^2 = -1$.
- k représente un nombre complexe.

- 1ko = 1024 octets
- 1Mo = 1024 ko
- 1Go = 1024 Mo

Partie 1 : Mise en place d'un modèle pour l'étude dynamique d'une structure

L'objectif de cette partie est de mettre en place quelques outils classiquement utilisés pour étudier le comportement dynamique d'une structure. Il s'agit de proposer un modèle de comportement pour la structure et d'en déduire les équations qui régissent son évolution (voir démarche générale p4, Figure 6).

Réaliser l'étude dynamique d'une structure revient à rechercher l'évolution des efforts et des déplacements à l'intérieur de celle-ci en fonction des sollicitations auxquelles elle est soumise. On peut à une certaine échelle supposer que la structure complexe peut être modélisée par un ensemble de systèmes {masse-ressort-amortisseur} (le nombre pouvant atteindre plusieurs millions). Les masses correspondront à la masse de différents volumes de matériau et/ou de liaisons, les raideurs à la raideur du matériau et/ou des liaisons, l'amortissement à l'amortissement dans le matériau et/ou les liaisons.

On se propose dans un premier temps d'étudier le système élémentaire {masses-ressorts-amortisseurs} présenté sur la Figure 7. **Cette étude préliminaire servira d'application dans tout le sujet.**
Ce système est composé de 2 masses μ, de 3 ressorts de raideur κ de longueur à vide l_0 et de 3 amortisseurs visqueux de coefficient η. On note b la longueur de chaque ressort à l'équilibre, et on note $u_1(t)$ et $u_2(t)$ les déplacements respectifs des masses 1 et 2 par rapport à leur position d'équilibre. Une force $f_1(t)$ s'applique sur la masse 1. Le système est unidimensionnel et on négligera les effets de la pesanteur.

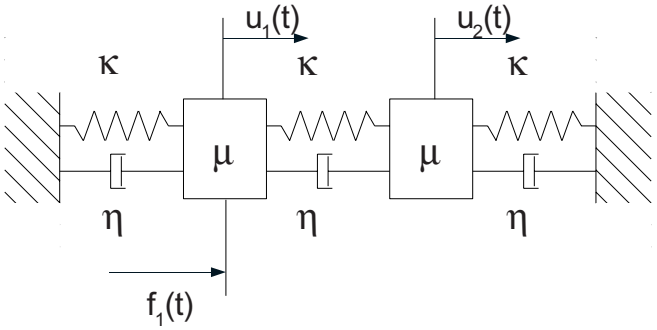


Figure 7 : Système élémentaire étudié

A. Étude préliminaire - Mise en équation du système élémentaire :

Q1. En appliquant, le principe fondamental de la dynamique à chacune des masses, établir le système de deux équations différentielles régissant le déplacement u_1 et u_2.

Pour résoudre ce système, nous utilisons la somme et la différence des déplacements :

$$\sigma = u_1 + u_2 \qquad \delta = u_1 - u_2.$$

Q2. Réécrire le système différentiel en fonction de σ et de δ. Conclure quant à l'intérêt de ces variables σ et δ.

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

B. Première modélisation de SYLDA5 : approximation des milieux continus :

Pour une structure comme le SYLDA5, nous pouvons modéliser la structure par une chaîne infinie de masses ponctuelles reliées par des ensembles {ressorts-amortisseurs} identiques (Figure 8).

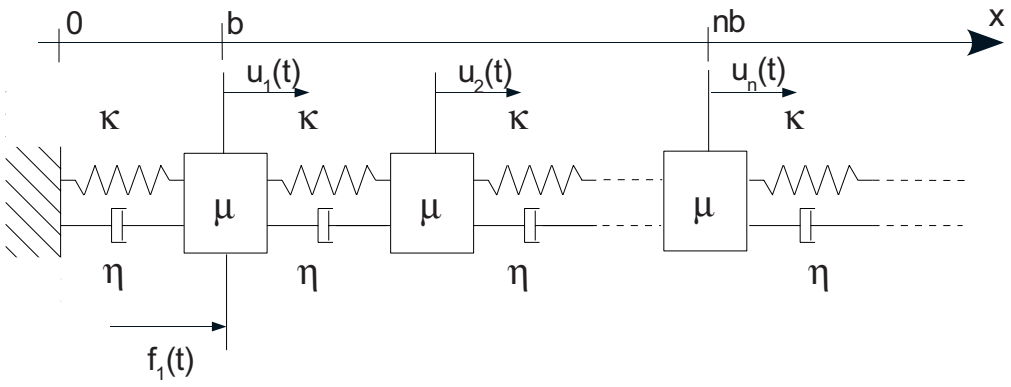


Figure 8 : Chaîne infinie

Chaque masse $\mu_n = \mu$ est caractérisée par sa position à l'équilibre $x = nb$ et son déplacement $u_n(t)$.

Q3. Établir l'équation de mouvement du n^{ième} point matériel vérifiée par u_n. Cette équation correspond à l'équation de propagation de la déformation de la chaîne d'oscillateurs ainsi constituée.

On se place dans l'approximation des milieux continus. On suppose pour cela b petit et les déplacements u_n petits devant b, tels que u_n et u_{n+1} soient peu différents. On définit la fonction $u(x,t)$ telle que :

- $u(x,t) = u_n(t)$ pour $x = nb$
- u est au moins deux fois dérivable par rapport à x et à t.
- les dérivées partielles par rapport à x et t peuvent être permutées : $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}$.

On néglige les frottements visqueux et on suppose l'excitation $f_1(t)$ nulle.

Q4. Exprimer u_{n+1}, u_{n-1} et $u_{n+1} + u_{n-1}$ grâce à un développement limité à l'ordre 2 de la fonction u par rapport à l'espace. Reporter les expressions obtenues dans l'équation différentielle établie question Q3. Donner finalement l'équation vérifiée par u. On introduira la constante v homogène à une vitesse que l'on exprimera.

On cherche des solutions de la forme $\underline{u_n}(t) = \underline{U}\ e^{j(\omega t - n k_u b)}$.

Q5. A partir de l'équation obtenue en Q4. , établir la relation reliant k_u, ω, b, μ et κ et donner sa signification physique.

Q6. Donner la condition sur la pulsation pour qu'une onde puisse se propager. Commenter ce qu'il se passe quand cette condition n'est pas respectée.

Les frottements visqueux sont maintenant pris en compte. L'excitation $f_1(t)$ est toujours supposée nulle.

Q7. Montrer que l'équation du mouvement peut s'écrire toujours dans l'approximation des milieux continus de la manière suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \gamma \frac{\partial^3 u}{\partial t \, \partial x^2} - v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

où l'on précisera l'expression des constantes γ et v.

On recherche une solution de cette équation de propagation en représentation complexe de la forme : $\underline{u}(x,t) = U \quad e^{j(\omega t - \underline{k}_u x)}$.Écrire la relation entre γ, ω, $\underline{k}_u$ et v.

On se place à basses fréquences, et on suppose de plus que $\gamma \omega \ll v^2$. On pose $\underline{k}_u = k_1 - j\, k_2$

Q8. Réécrire la relation précédente en prenant en compte les hypothèses. Donner les expressions de k_1 et k_2 possibles. En déduire la solution $u(x,t)$ de l'équation différentielle. Proposer une interprétation de k_2 et qualifier la dispersion dans le milieu aux très basses fréquences.

La méthode décrite dans cette partie est finalement peu utilisée pour l'analyse de la déformation des matériaux dans le cas général.

Q9. Rappeler les points clés de la méthode (modèle+résolution) et indiquer les principaux défauts de cette méthode.

Nous allons aborder une autre méthode permettant de contourner les défauts mis en évidence à la question précédente.

C. Mise en équation sous forme matricielle :

Q10. Reprendre le système d'équations différentielles de la question Q1. et le mettre sous la forme suivante : $M\,\ddot{x} + C\,\dot{x} + K\,x = F$ où $x = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ représente le vecteur déplacement.

On donnera les expressions des matrices M matrice de masse, C matrice d'amortissement, K matrice de raideur et de F le vecteur forces extérieures appliquées sur le système.

Pour une structure complexe comme le SYLDA5, il est possible de définir un ensemble de systèmes {masse-ressort-amortisseur} et d'obtenir un système matriciel similaire pour lequel les matrices M, C et K sont de dimension plus importante et prennent en compte les déplacements des masses suivant les trois directions de l'espace.
Nous avons maintenant un modèle de la structure, il s'agit alors d'étudier comment déterminer un résultat à une sollicitation complexe (voir démarche générale p4, Figure 6). C'est l'objet de la partie suivante.

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

Partie 2 : Résolution d'un problème de dynamique d'une structure

Nous avons montré dans la Partie 1 que la modélisation d'une structure complexe revenait à résoudre un système d'équations différentielles du 2nd ordre couplées de très grande taille. On s'intéresse dans cette partie à l'étude des solveurs (voir démarche générale p4, Figure 6). Pour l'étude de la réponse à une excitation afin d'obtenir le résultat du domaine virtuel, il existe deux méthodes :

- on résout le problème dans le domaine temporel,
- on résout dans le domaine fréquentiel.

A. Résolution dans le domaine temporel du problème

On doit résoudre dans le cas général le système d'équations : $M\,\ddot{x} + C\,\dot{x} + K\,x = F$.
Les matrices M, K et C sont symétriques et réelles, la matrice M est telle que $det\,(M) \neq 0$.
La résolution de ces équations différentielles linéaires à coefficients constants peut se faire directement par intégration temporelle à l'aide d'un schéma numérique.
Nous allons mettre en place les équations à résoudre dans le cas du schéma d'intégration d'Euler explicite.

On discrétise le temps en pas de temps de même durée, notée h. Ainsi, on a $t_{q+1} = h + t_q$ et par récurrence, on a naturellement $t_{q+1} = (q+1)\,h$ et $t_0 = 0$.

- Le déplacement à l'instant t_q sera noté x_q.
- La vitesse à l'instant t_q sera notée v_q.
- L'accélération à l'instant t_q sera notée a_q.

Le schéma d'intégration d'Euler explicite permet d'exprimer la dérivée d'une quantité en fonction de la valeur de cette quantité en différents pas de temps. Ainsi la dérivée d'une variable $y(t)$ s'écrit à l'instant t_q : $yp_q = \frac{y_{q+1} - y_q}{h}$ avec yp_q la dérivée de $y(t)$ à l'instant t_q.

Q11. Écrire le système matriciel à l'instant q et en déduire le déplacement x_{q+2} à l'instant t_{q+2} en fonction de M, K, C, F, h et des valeurs du déplacement x_q et x_{q+1}.

Une étude typique du Sylda5 consiste à résoudre ce système matriciel avec les caractéristiques suivantes :

- taille des matrices et du vecteur x égal à $n \approx 100000$
- effort F imposé correspondant à un chargement d'une durée de 1 minute
- prise en compte des basses fréquences uniquement (jusqu'à environ 100 Hz)
- stockage de la solution x au format réel double précision (8 octets de mémoire pour chaque inconnue du vecteur x) sur toute la durée de simulation.

Afin d'obtenir une réponse temporelle précise, on suppose qu'il est nécessaire de prendre un pas de temps de $10^{-4}\,s$.
La résolution d'un seul problème linéaire exprimé en Q11. pour un pas de temps prend 0,4 s, en supposant que le nombre d'inconnues est de 100 000.
Les contraintes imposées pour réaliser l'ensemble des calculs sont les suivantes :

- stockage des résultats dans la mémoire RAM qui est égale à 16 Go pour les calculateurs

classiques,
- durée globale acceptable pour la simulation (pour tous les pas de temps) : 12h,
- réalisation de plusieurs calculs en modifiant le second membre F pour caractériser la réponse dynamique aux différents cas de charge que devra supporter la structure.

Q12. Valider la méthode vis-à-vis des contraintes imposées et du problème à résoudre pour le SYLDA5. Conclure quant à la possibilité de dimensionner le SYLDA5 par cette technique de résolution.

B. Résolution dans le domaine fréquentiel du problème non amorti :

On cherche pour commencer **la solution de l'équation sans second membre** sous la forme $\underline{x}(t) = \underline{x_0}\, e^{j\omega t}$ avec j l'imaginaire pur. **On suppose dans un premier temps que le système est non amorti :** $C = 0$.
Les matrices M et K sont symétriques et réelles, la matrice M est telle que $det(M) \neq 0$.

Q13. Montrer que la résolution de l'équation différentielle du système sans second membre passe par la résolution d'un problème aux valeurs propres que vous expliciterez en gardant les notations matricielles.

On note :
- ω_i^2 les valeurs propres du problème ($i \in [\![1, n]\!]$) (on suppose que les valeurs propres ont un ordre de multiplicité de 1 et sont classées par ordre croissant),
- φ_i le vecteur propre associé à la valeur propre ω_i^2.

Q14. Montrer que les vecteurs propres sont orthogonaux vis-à-vis de la matrice de masse M et de raideur K, c'est à dire que si $i \neq j$ alors on a $\varphi_i^T\, M\, \varphi_j = 0$ et $\varphi_i^T\, K\, \varphi_j = 0$.
Remarque : Dans le cas de valeurs propres multiples (ordre de multiplicité supérieur à 1), la même propriété peut être démontrée.

On choisit de normaliser les vecteurs propres de telle sorte que l'on ait pour tout i, $\varphi_i^T\, M\, \varphi_i = 1$. L'ensemble des vecteurs propres forme une base de $\mathbb{R}^n$ appelée base modale. On note ϕ la matrice des vecteurs propres normalisés.

Q15. Déterminer la valeur de $\varphi_i^T\, K\, \varphi_i$ dans ces conditions de normalisation et donner la forme des matrices $m = \phi^T\, M\, \phi$ et $k = \phi^T\, K\, \phi$.

Pour résoudre le système différentiel $M\,\ddot{x} + K\,x = F$, on effectue le changement de variable $x(t) = \phi\, q(t)$ afin de travailler dans la base modale avec $q(t) = \begin{pmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \dots \\ q_n(t) \end{pmatrix}$.

Q16. Montrer que le nouveau système d'équations à résoudre est un système de n équations différentielles linéaires découplées à coefficients constants. On explicitera l'équation indicée i.

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

Le nombre d'inconnues n étant important, il est possible de définir environ n valeurs propres qui balaient une gamme de fréquence très grande.
Nous cherchons à travailler à basse fréquence, aussi la contribution des moyennes et hautes fréquences sur la solution recherchée est négligeable. On peut ainsi tronquer la base modale et ne travailler qu'avec quelques dizaines de modes propres pour représenter la solution.

Q17. Dans ces conditions, donner les avantages de travailler dans le domaine fréquentiel par rapport au domaine temporel.

Application de la démarche sur un exemple élémentaire (voir Partie 1, Figure 7) **:**

Q18. Appliquer la méthode à l'exemple du système masse-ressort élémentaire, afin de déterminer les valeurs propres, et les vecteurs propres (normés vis-à-vis de la matrice de masse). Représenter la forme des modes propres à l'aide d'un schéma.

C. Solution du problème amorti :

Les propriétés vues dans la section précédente ont été établies dans le cas des systèmes non amortis. Nous allons voir maintenant comment utiliser ces résultats dans le cas des systèmes faiblement amortis tels que le Sylda5.

La matrice d'amortissement n'est plus supposée nulle : $C \neq 0$.

En pratique, on relève, dans les structures, un amortissement relativement faible. Dans ces conditions, une des modélisations les plus simples consiste à supposer que l'amortissement est proportionnel aux matrices de masse et de raideur tel que : $C = \delta_1 M + \delta_2 K$.
On utilise le changement de variables précédent : $x(t) = \phi\, q(t)$

Q19. Écrire le système d'équations à résoudre en $q(t)$ et montrer qu'il s'agit encore une fois d'un système d'équations différentielles linéaires découplées à coefficients constants.

Application de la démarche sur un exemple élémentaire (voir Partie 1, Figure 7) **:**

Q20. Montrer, sur l'exemple élémentaire du système {masse-ressort-amortisseur} de la Figure 7, que l'amortissement est proportionnel aux matrices de masse et de raideur et le mettre sous la forme $C = \delta_1 M + \delta_2 K$ en précisant les coefficients de proportionnalité.

Q21. Pour cet exemple élémentaire, montrer que le système d'équations à résoudre dans la base modale est le suivant :

$$\ddot{q}_1 + 2\,\xi_1\,\omega_1\,\dot{q}_1 + \omega_1^2\,q_1 = A_1\,\omega_1^2\,f_1$$
$$\ddot{q}_2 + 2\,\xi_2\,\omega_2\,\dot{q}_2 + \omega_2^2\,q_2 = A_2\,\omega_2^2\,f_1$$

où l'on précisera les expressions des pulsations propres non amorties ω_1 et ω_2, des coefficients d'amortissement ξ_1 et ξ_2 et des gains A_1 et A_2 en fonction de μ, κ et η.

Nous avons vu dans cette partie les différents solveurs à notre disposition afin d'obtenir la réponse à une sollicitation complexe (voir démarche générale p4, Figure 6). Il faut maintenant connaître les différentes matrices pour pouvoir résoudre un problème. La définition des matrices de masse et de raideur est actuellement bien maitrisée par les ingénieurs, seule la matrice d'amortissement reste une réelle difficulté.

Partie 3 : Identification des paramètres d'amortissement du modèle d'une structure

On rappelle que l'étude dynamique d'une structure complexe comme le SYLDA5 peut se ramener à la résolution d'un système matriciel :
$M\,\ddot{x}+C\,\dot{x}+K\,x=F$ où M est la matrice de masse, C est la matrice d'amortissement, K est la matrice de raideur et F est le vecteur forces extérieures appliquées sur le système.

La connaissance de M et K est relativement aisée, la principale difficulté est la définition de la matrice d'amortissement C. C'est la connaissance de ces trois matrices qui permettra de minimiser l'écart entre les résultats issus du domaine expérimental et ceux issus du domaine virtuel (voir démarche générale p4, Figure 6).

La méthode de détermination de l'amortissement présentée ici est une méthode a posteriori, c'est-à-dire qu'il faut réaliser un essai expérimental sur la structure finale pour connaître son amortissement.

Mise en place de la fonction de transfert.

La définition de la fonction de transfert d'un système complexe discrétisé est plus difficile à mettre en place que pour des systèmes monovariables. Les sorties du système sont les déplacements de chaque point de la structure (n variables). Les entrées du système sont les efforts imposés au niveau de chaque point (n variables).
On note ainsi $H_{il}(\omega)$ la fonction de transfert en fréquence (FRF) correspondant au rapport entre une sortie au noeud i et une entrée au noeud l.
La fonction de transfert globale est donc une matrice de dimension $n\times n$ en supposant que l'on puisse avoir une entrée sur chaque nœud i.
De manière formelle, la fonction de transfert globale $H(p)$ est donnée par : $X(p)=H(p)\,F(p)$, soit en utilisant le système différentiel : $H(p)=(Mp^2+Cp+K)^{-1}$
La partie précédente a permis d'introduire une matrice de vecteurs propres ϕ telle que $m=\phi^T\,M\,\phi$, $k=\phi^T\,K\,\phi$ et $c=\phi^T\,C\,\phi$ soient des matrices diagonales.

Q22. En utilisant le fait que la matrice des vecteurs propres ϕ est inversible, montrer que la fonction de réponse en fréquence (FRF) peut s'écrire dans le domaine modal (dans le cas général) :

$$H_{il}(j\,\omega)=\sum_{k=1}^{n}\frac{\varphi_{ik}\,\varphi_{lk}}{k_k-m_k\,\omega^2+jc_k\,\omega}$$

avec k_k le k^{ième} terme diagonal de k, m_k le k^{ième} terme diagonal de m et c_k le k^{ième} terme diagonal de c, φ_{ik} étant le k^{ième} terme du vecteur propre φ_i.

Application de la démarche sur un exemple élémentaire (voir Partie 1, Figure 7) **:**

On rappelle que pour cet exemple, la matrice des vecteurs propres peut s'écrire sous la forme :

$$\phi=\begin{pmatrix}\sqrt{A_1}\,\omega_1 & \sqrt{A_2}\,\omega_2\\ \sqrt{A_1}\,\omega_1 & -\sqrt{A_2}\,\omega_2\end{pmatrix}$$

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

Q23. Déterminer les fonctions de transfert du système {masse-ressort-amortisseur} en explicitant les pulsations propres ω_i et les coefficients d'amortissement ξ_i à l'aide des termes diagonaux des matrices k, m et c. Montrer comment à partir de ces fonctions de transfert, on peut obtenir les deux fonctions de transferts suivantes :

$$H_1 = \frac{A_1\,\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2\mathrm{j}\,\xi_1\,\omega_1\,\omega} \text{ et } H_2 = \frac{A_2\,\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2 + 2\mathrm{j}\,\xi_2\,\omega_2\,\omega}$$

Remarque : une démarche similaire peut être mise en place pour le système n à inconnues et permet de définir n fonctions de transfert H_i.

Identification des paramètres modaux.

Chaque FRF peut être obtenue expérimentalement et permet d'estimer les paramètres modaux, à savoir les raideurs modales k_k, les masses modales m_k et les amortissements modaux c_k. L'identification fait intervenir le modèle numérique : il s'agit de trouver les paramètres du modèle numérique permettant de minimiser l'écart entre les résultats expérimentaux et la simulation.

La Figure 9 présente les 2 fonctions de transfert du domaine modal définie en Q23.

Q24. Déterminer les valeurs de ω_1 et ω_2 en précisant votre démarche.

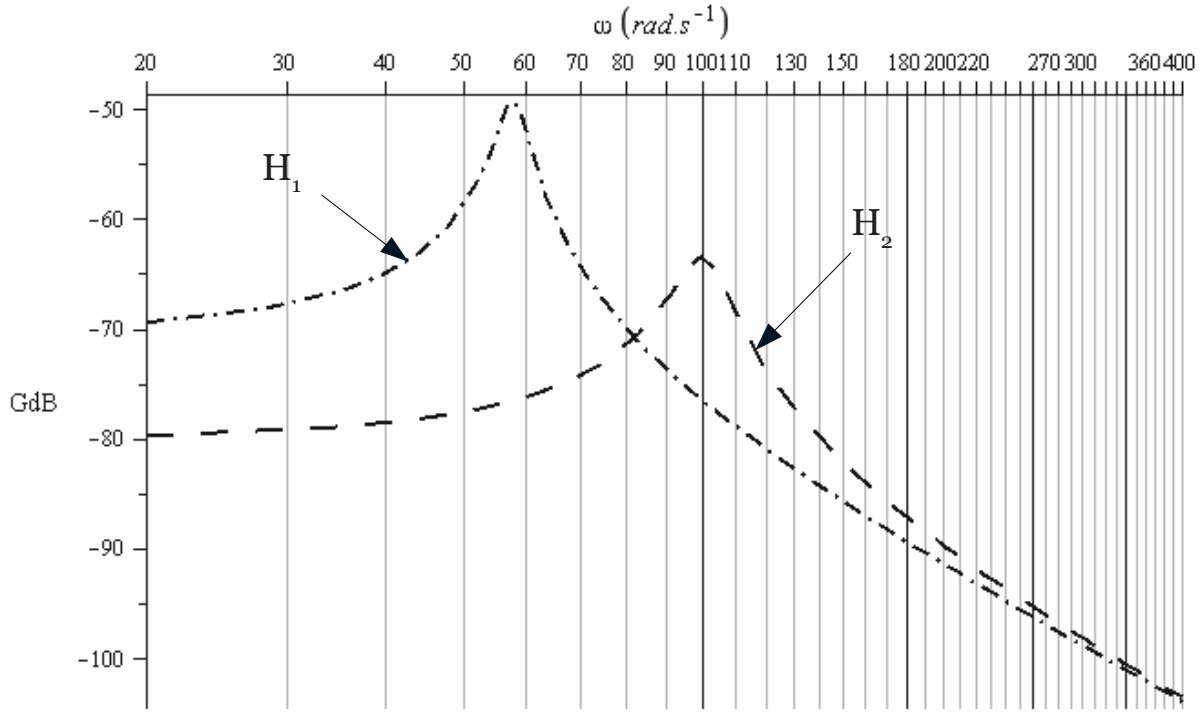


Figure 9 : FRF du domaine modal H1 et H2

Les pulsations propres permettent de remonter à la masse et à la raideur, il est plus difficile d'identifier précisément l'amortissement. Pour ce faire, une technique simple est de mesurer la bande $\Delta\,\omega$ à -3dB autour des pulsations de résonance. En effet, cette grandeur peut être reliée à l'amortissement dans le cas d'amortissement faible.

Soit la fonction de transfert d'un système du 2nd ordre : $H(p)=\dfrac{K_0}{\dfrac{p^2}{\omega_0^2}+2\dfrac{\xi}{\omega_0}p+1}$. On suppose que l'amortissement est faible et que la fonction de transfert présentera une résonance en gain. On rappelle que la résonance est obtenue pour une pulsation $\omega_r=\omega_0\sqrt{1-2\xi^2}$. On note $G_{dB,max}$ le gain en décibel à la résonance. On note ω_{r1} et ω_{r2} les pulsations telles que $G_{dB}(\omega_i)=G_{dB,max}-3\text{dB}$ avec $i\in[\![1,\ 2]\!]$:

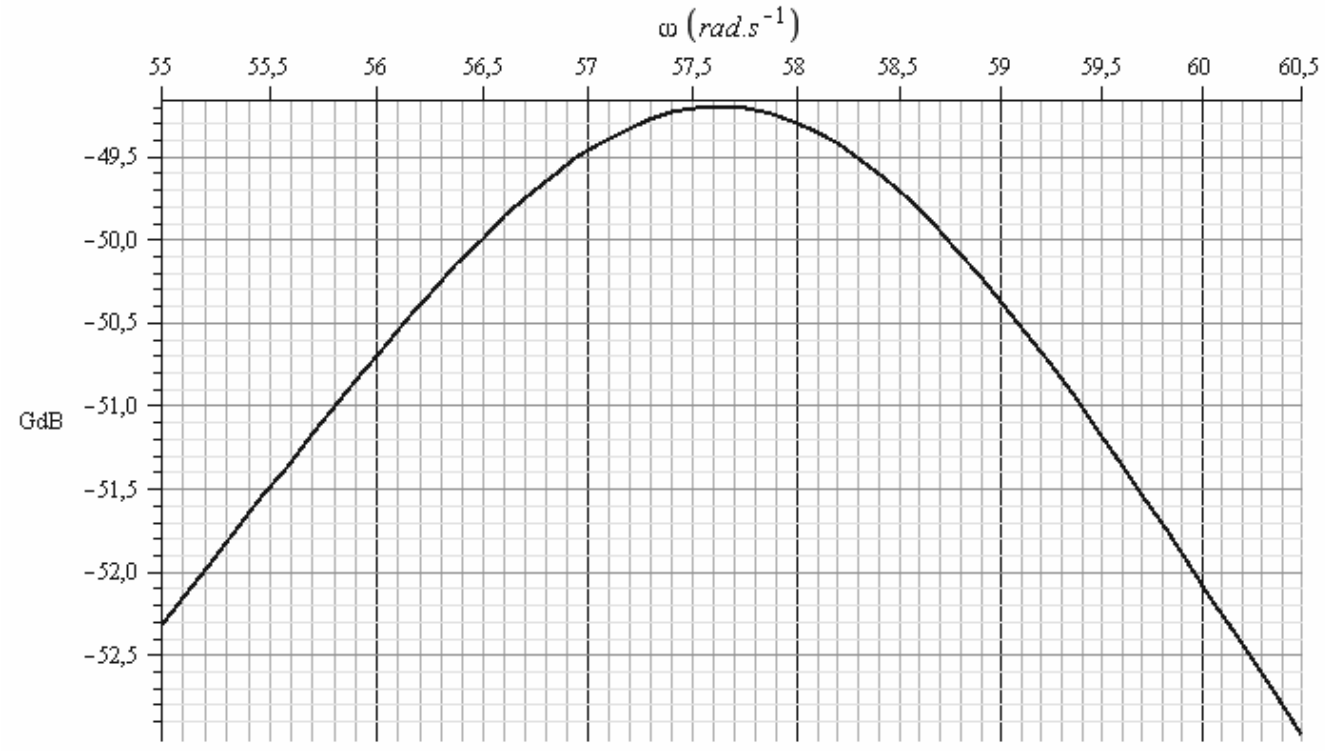
$$\omega_{r1}=\omega_0\sqrt{1-2\xi^2-2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\omega_{r2}=\omega_0\sqrt{1-2\xi^2+2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

On rappelle que $10\log_{10}(2)=3$.

Q25. Indiquer l'équation du second degré à partir de laquelle sont obtenues les pulsations ω_{r1} et ω_{r2}. Montrer à l'aide d'un développement limité que le rapport $\dfrac{\Delta\omega}{2\omega_r}=\dfrac{\omega_{r2}-\omega_{r1}}{2\omega_r}$ est proportionnel à l'amortissement ξ.

Q26. Identifier la valeur des amortissements ξ_1 et ξ_2 sur la Figure 9 en utilisant les zooms de la Figure 10.



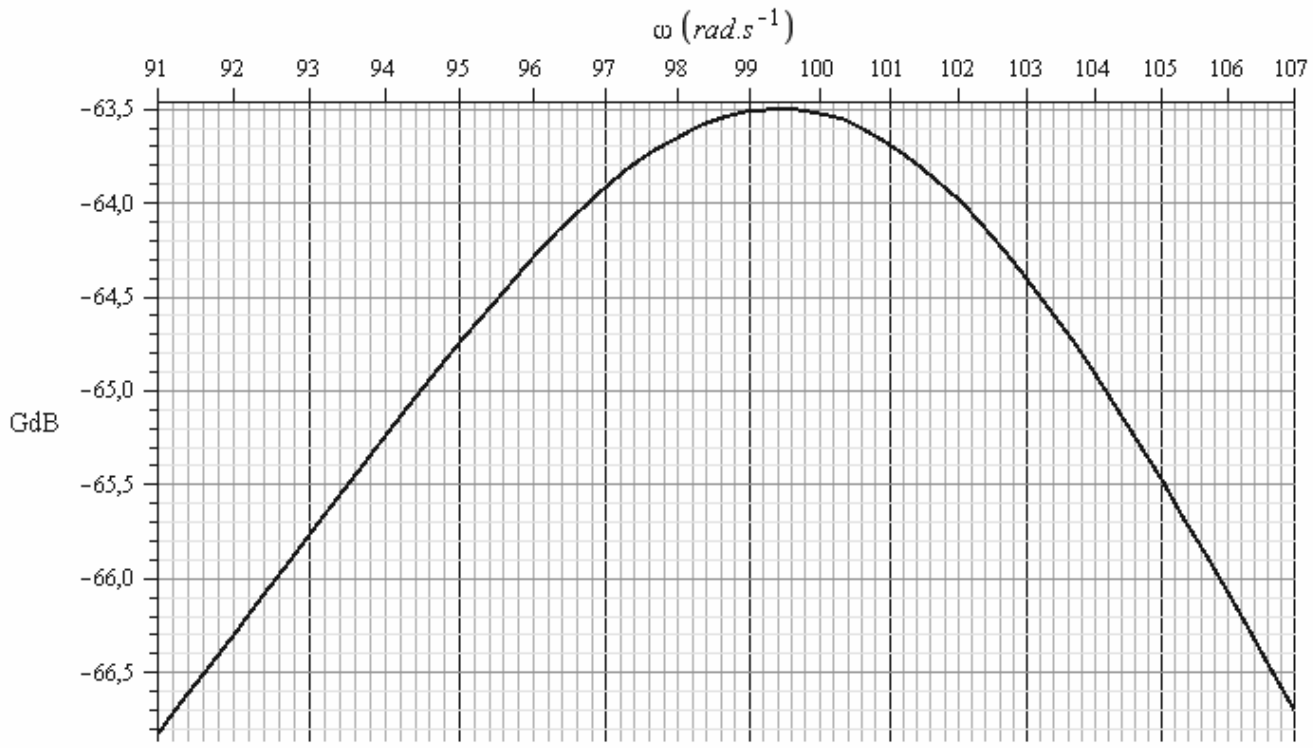


Figure 10 : Zoom des fonctions de transfert H1 et H2

Dans cette partie, nous avons vu comment déterminer la matrice d'amortissement seule inconnue, la raideur et la masse étant des paramètres matériaux maintenant bien maîtrisés, afin de minimiser l'écart entre la réponse réelle du système et le résultat issu de la simulation. (voir Figure 6, p4).
Nous avons ici mis en place une technique d'identification de l'amortissement sur des résultats d'essais de la structure réelle. Toutefois, les ingénieurs souhaiteraient être capables de dimensionner les structures en connaissant dès le départ l'amortissement. Cela permettrait de diminuer considérablement les coûts car à l'heure actuelle les structures sont très largement surdimensionnées faute de cette connaissance.

Partie 4 – Prédiction de l'amortissement

On rappelle que l'étude dynamique d'une structure complexe comme le SYLDA5 peut se ramener à la résolution d'un système matriciel :
$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F$ où M est la matrice de masse, C est la matrice d'amortissement, K est la matrice de raideur et F est le vecteur forces extérieures appliquées sur le système.

La connaissance de M et K est relativement aisée, la principale difficulté est la connaissance de la matrice d'amortissement C.

La partie précédente a permis de montrer qu'il est possible de déterminer la matrice d'amortissement sur la structure réelle. On cherche ici à déterminer l'amortissement a priori, c'est-à-dire sans réaliser d'expériences sur la structure réelle.

L'amortissement peut être vu comme le rapport entre l'énergie dissipée dans la structure avec l'énergie de déformation de la structure. En appliquant cette définition, la connaissance de l'énergie dissipée dans les différents constituants d'une structure pour une déformation donnée, doit permettre de remonter à l'amortissement.
Le SYLDA5 est une structure constituée de grandes plaques en matériau composite (voir Figure 11) : les peaux sont en composite stratifié en fibre de carbone et matrice epoxy, et l'âme est en nid d'abeille d'aluminium.



Figure 11 : Panneaux en matériau composite

Ces différents panneaux sont reliés les uns aux autres par différentes liaisons (voir Figure 12) : à gauche, il s'agit de liaisons collées et à droite de liaisons boulonnées.

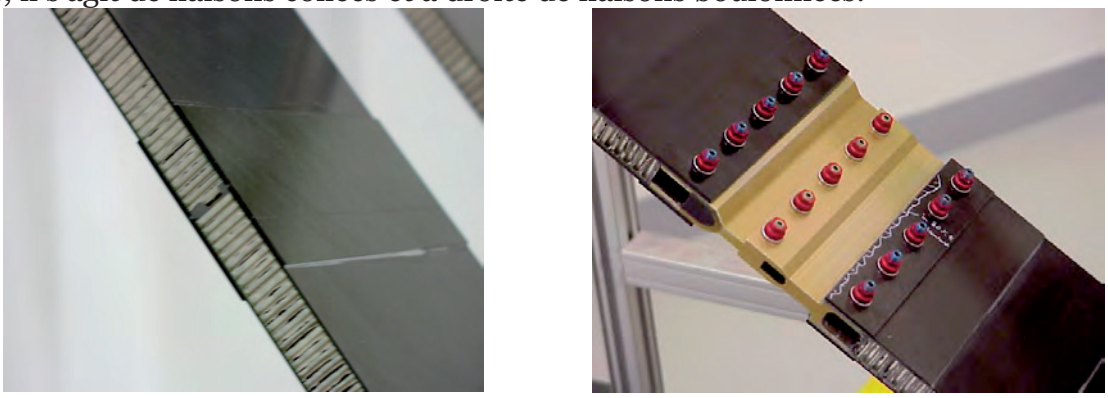


Figure 12 : Liaisons inter-panneaux

Dans une structure telle que le SYLDA5, les constituants qui vont dissiper de l'énergie sont d'une part les matériaux et d'autre part les liaisons entre les différentes plaques de matériaux.

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

A. Détermination expérimentale de l'amortissement dans les constituants :

Le montage expérimental développé est un essai de flexion 4 points, ce qui permet d'avoir un moment de flexion pure dans la partie utile (voir Figure 13 : l'éprouvette est représentée en noir et rouge dans la partie centrale). La principale difficulté pour la mise au point d'un tel essai, réside dans le fait que le montage expérimental ne doit pas dissiper d'énergie ou très peu car les énergies dissipées dans les constituants du Sylda sont très faibles.

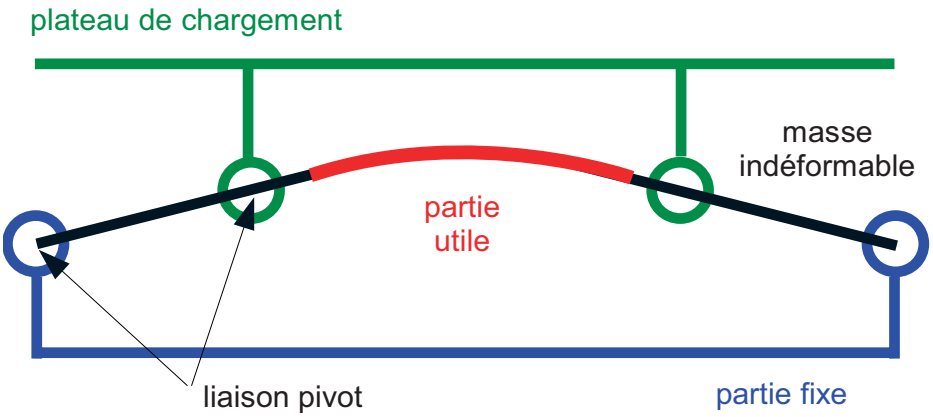


Figure 13 : Schématisation de l'essai de flexion 4 points

L'éprouvette est mise en flexion par l'intermédiaire de 4 liaisons pivots souples dont 2 avec un plateau fixe (bâti) et les 2 autres avec le plateau mobile de chargement. On rajoute des masses sur le plateau mobile de façon à régler les niveaux de déformation maximum de l'éprouvette lors de l'essai, qui soient représentatifs de ceux que la structure réelle subira en vol (voir Figure 14).

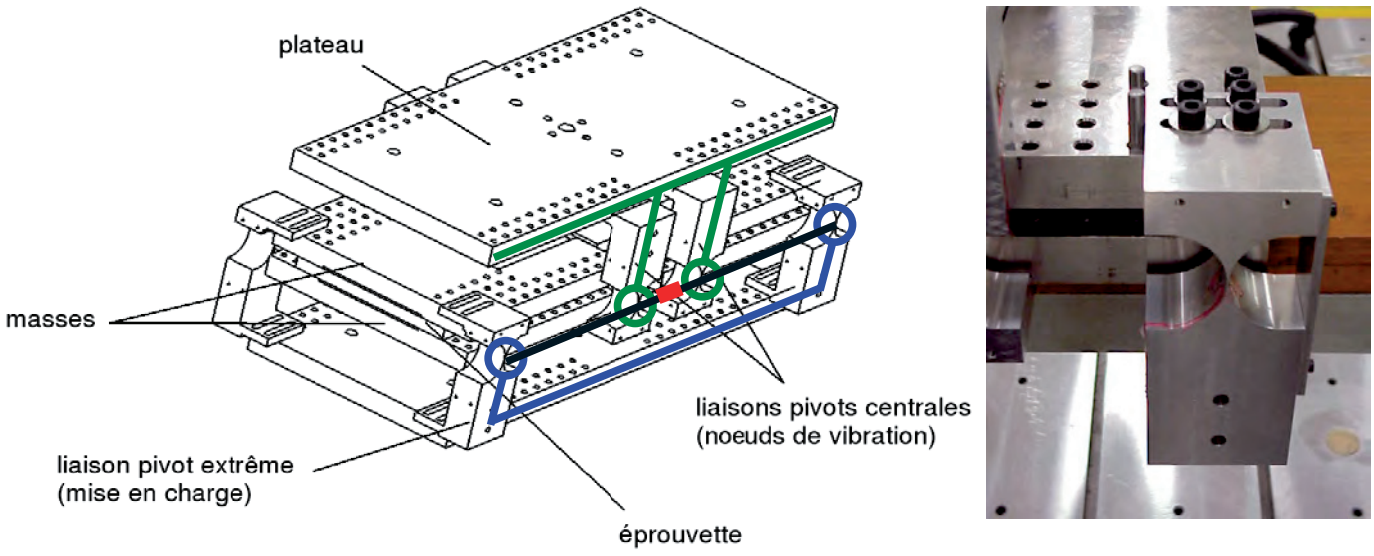


Figure 14 : Maquette du moyen d'essai expérimental

Q27. Justifier l'utilisation de liaison pivots souples (voir Figure 14).

L'éprouvette peut être chargée de différentes manières. Nous allons étudier un essai de lâcher : on charge statiquement la liaison (déformation initiale imposée) et on relâche tout instantanément (la vitesse de déformation initiale est nulle). La liaison se place dans un régime de vibrations libres, et va osciller jusqu'à retrouver sa position d'équilibre.
Les capteurs utilisés sont des jauges de déformation placées sur la peau du matériau composite. Ces jauges permettent de connaître la déformation de la surface inférieure et supérieure du matériau en fonction du temps, il s'agit de mesures temporelles.

On s'intéresse dans un premier temps à la détermination de l'amortissement dans le matériau composite constituant principal du Sylda5.
La Figure 15 présente un résultat d'essai de lâcher sur une éprouvette en matériau composite.

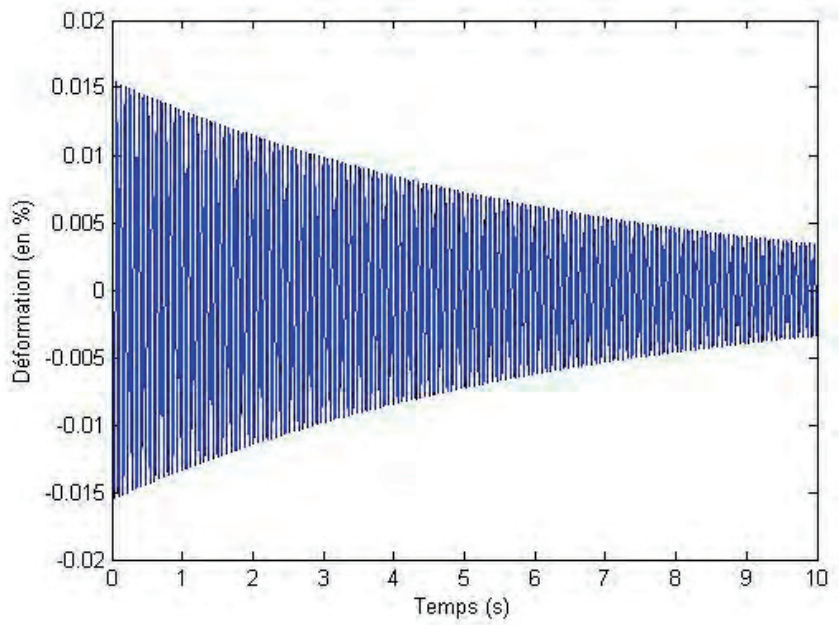


Figure 15 : Résultat d'un essai de lâcher sur une éprouvette matériau seul

Pour déterminer l'amortissement dans le matériau, la réponse expérimentale de l'éprouvette (déformation au milieu de l'éprouvette notée $y(t)$) est assimilée à la réponse temporelle d'un système du 2nd ordre amorti, représenté par l'équation différentielle suivante : $\ddot{y} + 2\xi\omega_0\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$ avec $\xi < 1$ l'amortissement recherché et ω_0 la pulsation propre non amortie. La déformation initiale est notée $y(0) = y_0$ et la vitesse de déformation initiale est nulle.

Q28. Déterminer la solution de cette équation différentielle et mettre en évidence la décroissance exponentielle de la solution. On notera $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$ la pseudo-période.

Pour déterminer l'amortissement ξ, on regarde le rapport entre deux maxima distants d'une période. Cette technique se nomme le décrément logarithmique.

Q29. Montrer que si l'amortissement est faible, on peut identifier l'amortissement à l'aide de la formule suivante : $\xi = \Lambda \ln\left(\frac{Y_n}{Y_{n+1}}\right)$ avec Y_n le $n^{ième}$ maximum et Y_{n+1} le $(n+1)^{ième}$ maximum et Λ une constante à déterminer.

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

Q30. A partir du résultat expérimental de la Figure 16, déterminer l'amortissement dans le matériau. Vous prendrez soin de déterminer l'amortissement en utilisant plusieurs périodes et vous donnerez une valeur de l'amortissement pour chacune des deux fenêtres temporelles.

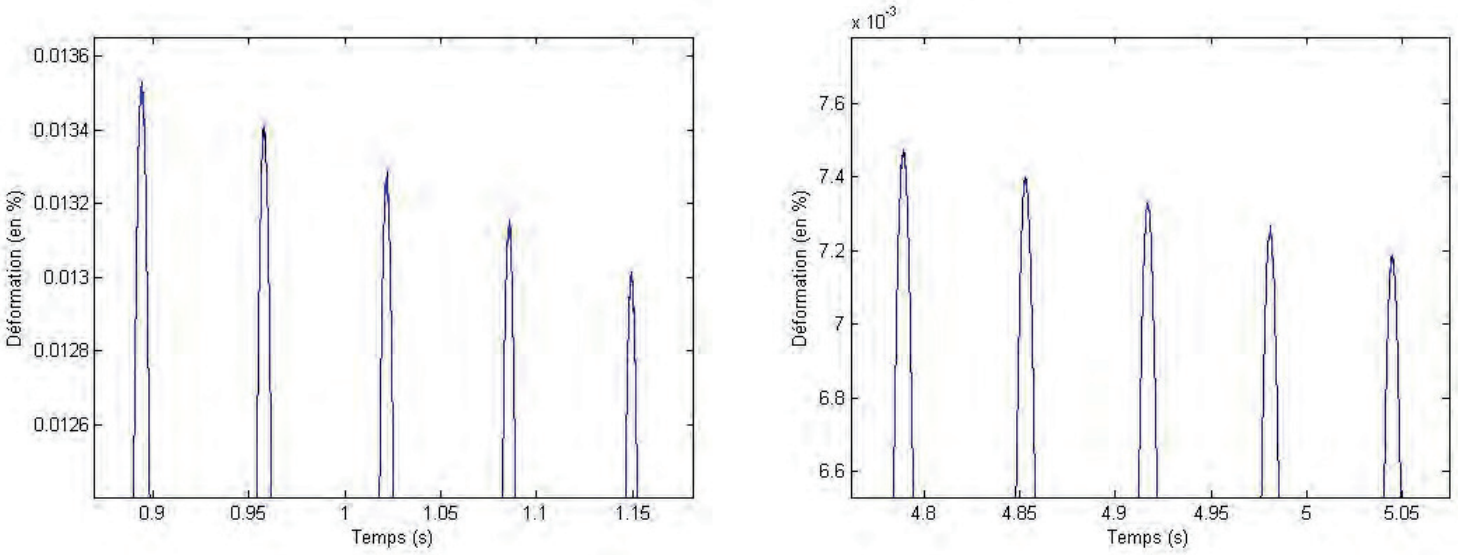


Figure 16 : Résultat d'un essai de lâcher sur une éprouvette matériau seul zoomé pour deux fenêtres temporelles

Les résultats connus dans la littérature, basés sur des approches expérimentales différentes ainsi que sur des modèles partiellement analytiques, annoncent que l'amortissement dans les matériaux est de l'ordre de $\xi_{matériau} = 0{,}15\,\%$.

Q31. Conclure sur la dissipation causée par le montage.

On cherche maintenant à déterminer l'amortissement dans une éprouvette boulonnée.
La Figure 17 compare les résultats expérimentaux entre le matériau et l'éprouvette boulonnée.

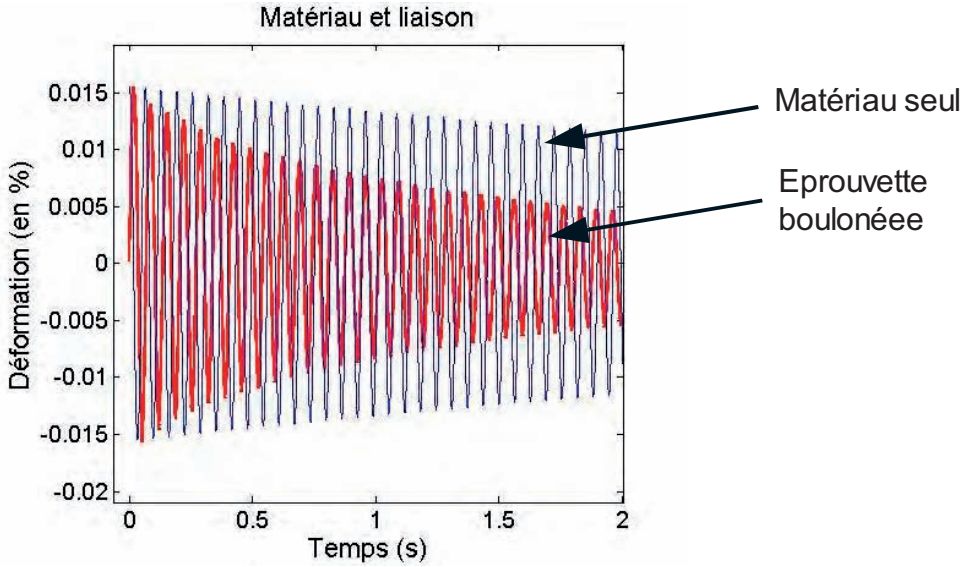


Figure 17 : Comparaison des résultats entre un essai sur le matériau seul et la liaison boulonnée

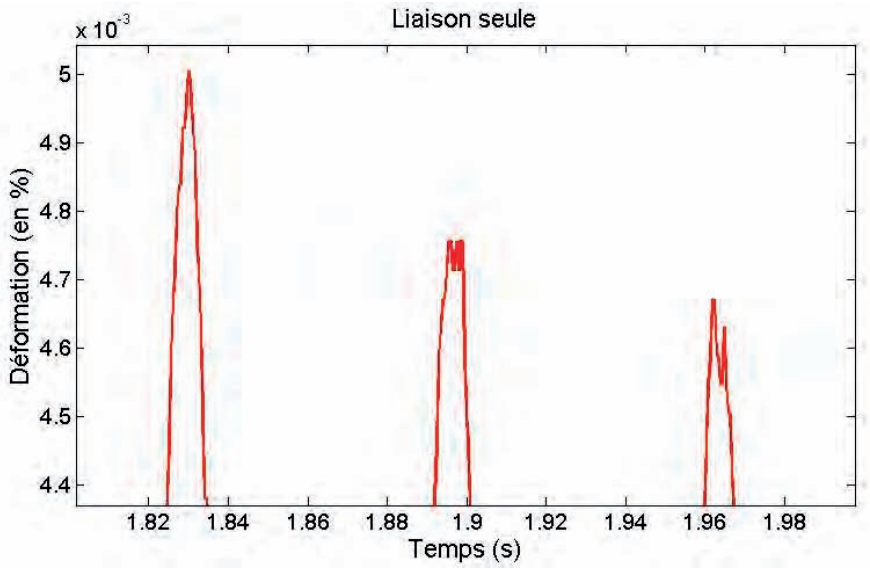


Figure 18 : Zoom sur un résultat d'essai de la liaison boulonnée

Q32. A l'aide de la Figure 17, donner des différences entre les résultats d'essai sur le matériau et ceux sur la liaison boulonnée et en déduire une propriété de l'amortissement dans les liaisons boulonnées.

Compte tenu des remarques faites à la question précédente, la méthode du décrément logarithmique doit être adaptée. Pour obtenir une bonne approximation de l'amplitude de chaque cycle, on réalise une moyenne de la valeur absolue du signal sur un cycle. On obtient alors une courbe de valeurs discrètes. L'amortissement est ensuite considéré comme constant par cycle et associé à chaque valeur discrète. On le détermine en utilisant la formule du décrément logarithmique précédemment définie : $\xi = \Lambda \ln\left(\frac{Y_n}{Y_{n+1}}\right)$

On suppose que pour le cycle n, la courbe est approchée par la fonction : $y_n(t) = Y_n \sin\left(\frac{2\pi}{T_p} t\right)$ avec Y_n l'amplitude recherchée.

Q33. Déterminer $I_n = \int_{n T_p}^{(n+1) T_p} |y_n(t)|\, dt$ puis exprimer Y_n en fonction de I_n et $\omega = \frac{2\pi}{T_p}$.

Les amplitudes obtenues sont très peu sensibles aux bruits et fréquences parasites.

Résultat de l'identification sur les éprouvettes boulonnées :
L'identification de l'amortissement sur la courbe complète permet d'obtenir le coefficient d'amortissement en fonction de la déformation sur la peau du composite. La Figure 19 montre le résultat de cette identification sur différents essais de lâcher sur la liaison boulonnée. Il y a 3 courbes identifiées sur des essais de lâcher différents après que l'éprouvette ait été soumise à un nombre plus ou moins important de cycles à haute déformation à l'aide d'un essai de vibrations forcées.

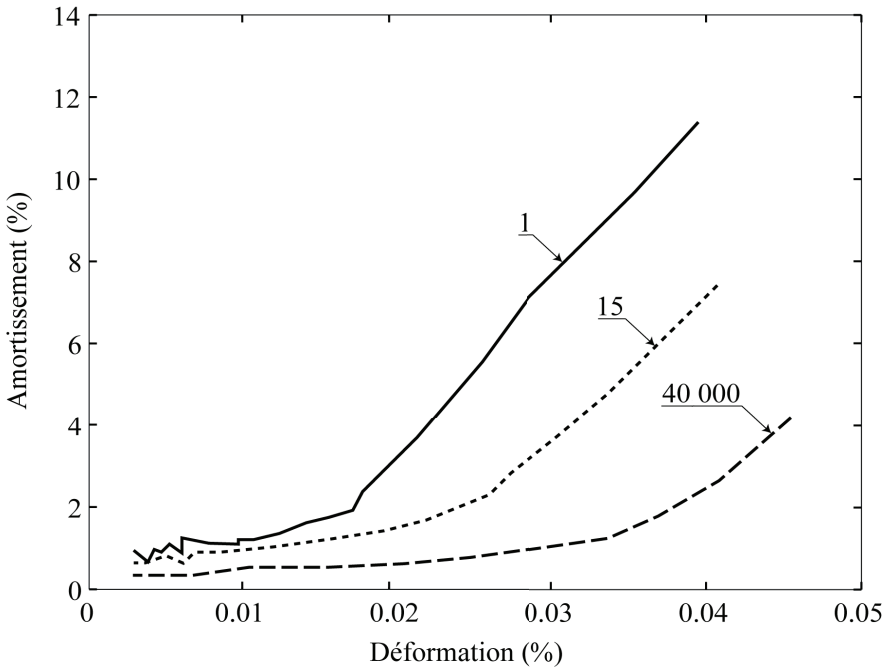


Figure 19 : Identification de l'amortissement sur les liaisons boulonnées

Q34. Caractériser l'amortissement dans les liaisons et expliquer ce qui peut causer les différences entre le premier essai de lâcher et un essai effectué après un nombre très important de cycles.

B. Evaluation de la méthode d'identification

La caractérisation de l'écart entre le domaine virtuel et le domaine expérimental (cf.Figure 6.) nécessite la connaissance de la qualité et de la fiabilité de la méthode d'identification retenue pour déterminer l'amortissement. Nous allons chercher à savoir, dans cette partie, si la méthode d'identification du décrément logarithmique fournit une bonne approximation de l'amortissement.

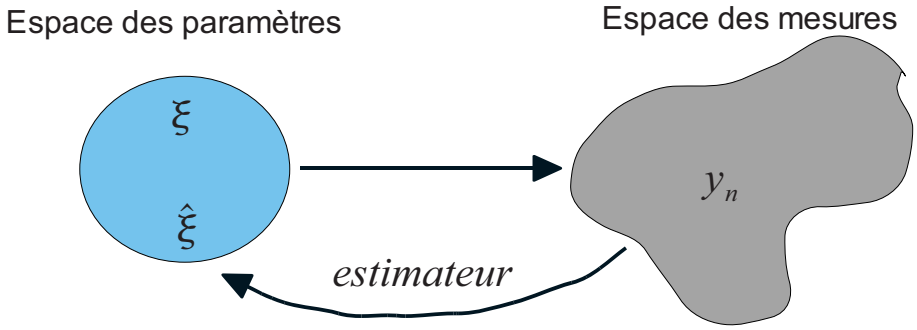


Figure 20 : Principe de l'estimation d'un paramètre

On appelle estimateur un algorithme (ou méthode) qui permet de retrouver grâce à des mesures (notées ici y_n) la valeur d'un paramètre (ici ξ). On note $\hat{\xi}(y_n)$ la valeur estimée du paramètre. Ce procédé classique est décrit à la Figure 20. Pour évaluer la qualité de l'estimateur, on introduit l'erreur quadratique moyenne (EQM) qui rend compte de la dispersion des estimées par rapport à la valeur exacte. Cette erreur peut être obtenue

expérimentalement en réalisant un très grand nombre d'essais sur un matériau dont l'amortissement est connu. Pour savoir si l'estimateur est pertinent, on peut déterminer théoriquement une « borne minimale d'estimation », minorant de l'EQM. Si l'EQM est égale à la borne, alors l'estimateur est dit efficace, et aucun estimateur ne pourra être plus précis que celui-ci.

Définition théorique de la borne minimale

On note ξ^o la bonne valeur du paramètre ξ. Y_n est la valeur théorique fournie par l'algorithme pour le paramètre ξ^o.

Les mesures sont perturbées par du bruit comme l'illustre la Figure 18. Nous modélisons ce bruit par un signal aléatoire w_n appelé bruit blanc gaussien, de moyenne nulle et de variance σ_n^2 (à titre d'information, la variance est la moyenne des carrés des écarts par rapport à la moyenne). La Figure 21 représente un exemple d'évolution temporelle de ce bruit w_n .

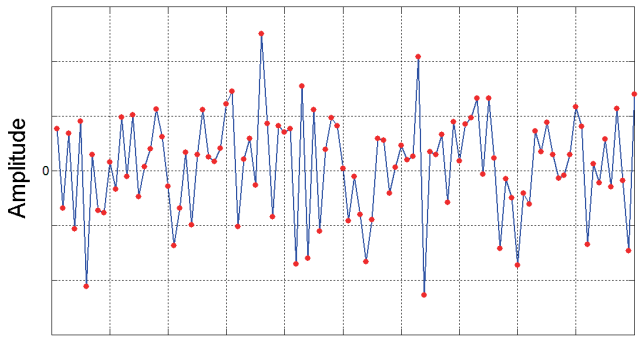


Figure 21 : Évolution temporelle du bruit w_n

Ainsi la mesure y_n (ou observation) s'écrit : $y_n = Y_n + w_n$

On définit $p(y_n|\xi)$ la densité de probabilité d'avoir l'observation y_n conditionnée à ξ. Cette densité est représentée à la Figure 22 et est telle que :

$$\forall\, y \in \mathbb{R} \quad 0 < p(y_n|\xi) < 1 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} p(y_n|\xi)\, d\, y_n = 1$$

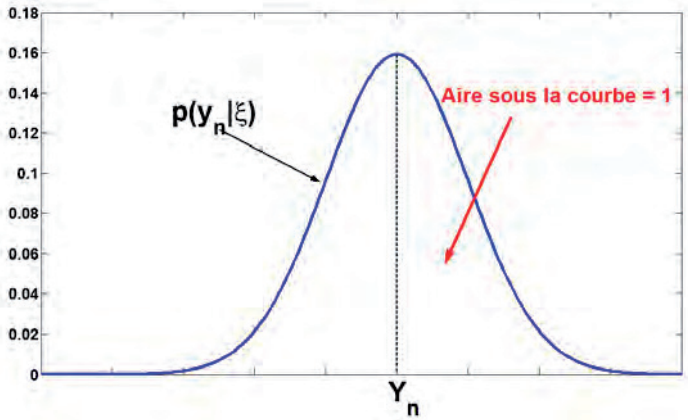


Figure 22 : Densité de probabilité $p(y_n|\xi)$ centrée autour de la vraie valeur Y_n

Cette densité permet de définir la probabilité d'avoir y_n compris entre les valeurs y_a et y_b

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

(aire A_1 sur la Figure 23).

$$P(y_a < y < y_b) = \int_{y_a}^{y_b} p(y_n|\xi)\, d\, y_n$$

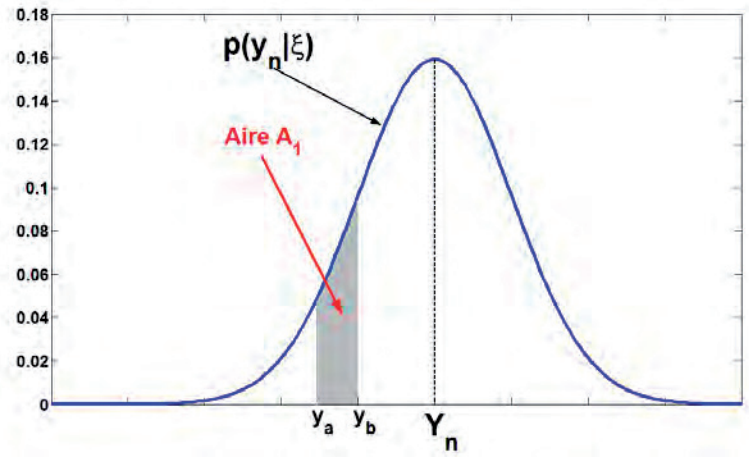


Figure 23 : Probabilité d'avoir y_n compris entre les valeurs y_a et y_b

L'erreur quadratique moyenne (EQM) peut alors être définie par la formule suivante :

$$C(\xi^0) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{\xi}(y_n) - \xi^0)^2\, p(y_n|\xi^0)\, d\, y_n$$

Hypothèses :

- y_n est une variable aléatoire et est indépendante de ξ
- On suppose que l'estimateur $\hat{\xi}$ donne en moyenne, lorsque l'on effectue un grand nombre d'essais, la bonne valeur ξ^0 du paramètre ξ. Cette hypothèse se traduit par l'égalité suivante :

$$\int_{(-\infty)}^{(+\infty)} \left(\hat{\xi}(y_n) - \xi^0\right) p(y_n|\xi^0)\, d\, y_n = 0.$$

- Sous certaines conditions de régularité que nous ne préciserons pas ici, nous avons :

$$\frac{d}{d\,\xi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\hat{\xi}(y_n) - \xi\right) p(y_n|\xi)\, d\, y_n\right)\Big|_{\xi=\xi^0} = 0. \qquad (1)$$

La notation $\frac{d}{d\,\xi}(f(\xi))\Big|_{\xi=\xi^0}$ représente la dérivée de la fonction f calculée en $\xi = \xi^0$.

Q35. Montrer que l'équation (1) peut se mettre sous la forme :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{\xi}(y_n) - \xi^0)\, p(y_n|\xi^0) \left(\frac{d}{d\,\xi} \ln(p(y_n|\xi))\right)\Big|_{\xi=\xi^0} d\, y_n = 1.$$

Q36. En utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwarz, en déduire que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{\xi}(y_n) - \xi^0)^2\, p(y_n|\xi^0)\, d\, y_n \quad \times \quad \int_{-\infty}^{+\infty} p(y_n|\xi^0) \left(\frac{d \ln(p(y_n|\xi))}{d\,\xi}\right)^2\Big|_{\xi=\xi^0} d\, y_n \quad \geq \quad 1.$$

Le terme $\int_{-\infty}^{+\infty} p(y_n|\xi^0) \left(\left(\frac{d}{d\,\xi} \ln(p(y_n|\xi))\right)\Big|_{\xi=\xi^0}\right)^2 d\, y_n$ est appelé information de Fisher. Nous le

noterons par la suite $F(\xi^0) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(y_n|\xi^0) \left(\left(\frac{d}{d\xi} \ln(p(y_n|\xi)) \right)\Big|_{\xi=\xi^0} \right)^2 d y_n$

Q37. Montrer que nous avons obtenu un minorant de l'erreur quadratique moyenne. On prendra soin d'expliciter ce minorant et on le notera B_{CR}.

Ce minorant est appelé borne de Cramér-Rao.

Application au problème d'identification de l'amortissement

Nous allons calculer la valeur de la borne de Cramér-Rao adaptée à notre problème d'identification de l'amortissement.

La méthode du décrément logarithmique se déroule en deux étapes :

- on modélise la courbe expérimentale comme étant la réponse d'un système du second ordre à un essai de lâcher.
- on calcule ξ par la formule $\xi = \Lambda \ln\left(\frac{Y_n}{Y_{n+1}}\right)$ où Y_n correspond aux sommets de la réponse pseudo-périodique.

Nous allons évaluer si avec un tel modèle (second ordre) le décrément logarithmique est adapté.

On note $Y_n = y(nT_p)$ où $y(t)$ est la solution du problème de lâcher :

$\ddot{y} + 2\xi^0 \omega_0 \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$

avec $y(0) = y_0$ et $y'(0) = 0$

T_p est la pseudo-période des oscillations. Cette constante est **supposée connue**. On pose $\alpha = \omega_0 T_p$.

On rappelle que $y_n = Y_n + w_n$

Q38. Exprimer la mesure y_n en fonction de ξ^0, α, y_0 et w_n.

Le bruit w_n est caractérisé par sa densité de probabilité :

$p(w_n) = p(y_n|\xi^0) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} e^{\frac{-(y_n - y(nT_p))^2}{2\sigma_n^2}}$ avec σ_n^2 la variance (la moyenne étant nulle).

On donne dans ce cas :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(y_n|\xi^0)\, dy_n = 1,$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} (y_n - y(nT_p))\, p(y_n|\xi^0)\, dy_n = 0,$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} (y_n - y(nT_p))^2\, p(y_n|\xi^0)\, dy_n = \sigma_n^2.$$

Q39. Calculer la dérivée de $\ln(p(y_n|\xi))$ par rapport à ξ et l'évaluer en $\xi = \xi^0$. Grâce aux relations précédentes, établir la borne de Cramér-Rao B_{CR} adaptée à l'estimation du paramètre ξ.

On montre que lorsque l'on a à disposition N observations y_n, l'information de Fisher s'écrit : $F_N(\xi^0) = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{\sigma_n^2} y_0^2 \omega_0^2 n^2 T_p^2 e^{-2\omega_0 \xi^0 n T_p}$

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

Q40. Application numérique : on prend $y_0 = 1$, $\alpha = 6.3$, $\xi^0 = 0.001$ et $\sigma_n^2 = 0.1$.
Calculer les bornes de Cramér-Rao en décibel (dB) d'abord dans le cas où l'on ne dispose que de l'observation y_1 puis dans le cas où l'on dispose des observations y_1, y_2 et y_3 enfin dans le cas où l'on dispose des observations y_1, y_2, y_3, y_4 et y_5. Commenter le résultat.
On rappelle que $B_{CR}(dB) = 10\log B_{CR}$.

On souhaite évaluer les performances optimales dans le cas où l'on pourrait analyser un grand nombre d'observations y_n. Nous allons donc calculer la borne de Cramér-Rao asymptotique, c'est-à-dire :

$$B_A = \lim_{N \to \infty} B_{CR}$$

Q41. Montrer que cette borne B_A est donnée par l'expression :

$$B_A = \frac{\sigma_n^2 \left(1 - e^{-2\alpha\xi^0}\right)^3}{4\, y_0^2\, \alpha^2\, e^{-2\alpha\xi^0}\left(1 + e^{-2\alpha\xi^0}\right)}$$

Q42. Faire l'application numérique pour la borne B_A. Un grand nombre de réalisations expérimentales ont permis d'estimer le coefficient d'amortissement par la méthode du décrément logarithmique sur des matériaux connus. Cette série de mesures pour un tel estimateur donne une EQM égale à -27 dB. Conclure sur les performances de la méthode d'identification utilisée.

Cette étude expérimentale a permis de déterminer l'amortissement dans les constituants du SYLDA5 pour une déformation de type flexion et pour différents niveaux d'efforts. Il s'agit d'un premier pas dans la constitution de la base de données de l'amortissement, afin d'obtenir une matrice d'amortissement correcte à injecter dans le modèle de comportement de la structure (voir Figure 6, p4). Il est cependant nécessaire de tester ces différents constituants sous d'autres sollicitations. Pour cela, il faut mettre au point un nouveau moyen d'essai adapté pour chacune des sollicitations élémentaires, ce qui est long et très coûteux.

La suite réelle de ce travail a été de simuler ces essais expérimentaux en prenant en compte les sources de dissipation dans les liaisons, à savoir les frottements (identifiés expérimentalement à une échelle inférieure), dans un calcul numérique.
Ces simulations ont permis d'établir une base de données de l'amortissement dans les différentes liaisons (boulonnées, collées) pour de nombreux chargements.

Synthèse

Les essais d'identification de l'amortissement dans les constituants permettent de constituer une base de données :
$\xi_{mat} = 0{,}15\ \%$ amortissement pour le matériau composite,
$\xi_{boulon}(déformation)$ amortissement dans une liaison boulonnée dépendant de la déformation moyenne appliquée à la liaison, après un certain nombre de cycles de chargement.

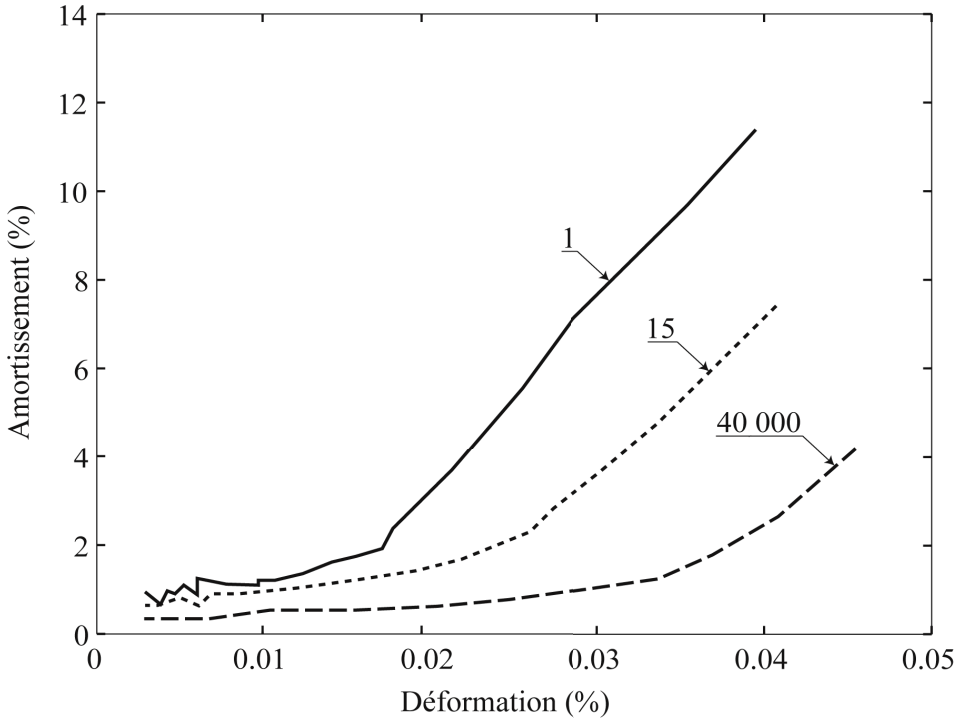


Figure 24 : Amortissement dans les liaisons boulonnées en fonction de la déformation moyenne appliquée à la liaison

Pour connaître l'amortissement global pour un mode donné du Sylda5, on applique la méthode (**démarche dite prédictive**) suivante :

- Les amortissements dans chaque liaison (identifiés précédemment) correspondent au rapport de l'énergie dissipée dans la liaison sur l'énergie de déformation appliquée à la liaison $\xi_{boulon}(deformation) = \frac{1}{4\pi}\frac{E_{diss}^{liaison}}{E_{def}}$,
- L'amortissement dans le matériau correspond au rapport de l'énergie totale dissipée dans le matériau sur l'énergie de déformation totale de la structure $\xi_{mat} = \frac{1}{4\pi}\frac{E_{diss}^{materiau}}{E_{deftot}}$,
- Un calcul éléments finis (cf. partie 2) permet de connaître l'état de déformation pour un mode donné sur la structure complète du Sylda5 sans prendre en compte les différentes liaisons (on remplace les liaisons par des zones de matériau seul). On peut alors connaître l'énergie de déformation associée à chacune de ces zones de liaisons donnée approximativement par la formule suivante pour un matériau métallique : $E_{def} = \frac{1}{2} E\, \varepsilon_{moy}^2\, V_{liaison}$ avec E=70GPa et $V_{liaison}$ le volume de la liaison,
- Le même calcul éléments finis permet de connaître l'énergie de déformation totale de la structure E_{deftot},

TOURNEZ LA PAGE S.V.P.

– L'amortissement global de la structure pour un mode est alors donné par la relation :

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{\sum_i E_{diss}^{liaison_i} + E_{diss}^{materiau}}{E_{deftot}}.$$

On suppose que le Sylda5 compte environ 500 liaisons boulonnées subissant une déformation moyenne de $\varepsilon_{moy} = 0{,}02\,\%$. Les liaisons boulonnées sont réparties sur un cylindre de diamètre 4,7 m, de hauteur 30 cm et d'épaisseur 1 cm. On suppose qu'aucun cycle de chargement préalable n'a été appliqué à la structure (il y a en réalité très peu de cycle à très haute déformation).
L'énergie de déformation totale de la structure est estimée à $E_{deftot} = 1\,kJ$ pour le premier mode.

Q43. Déterminer l'amortissement global pour le mode 1 du Sylda5 en appliquant la démarche.

La figure suivante rapporte les résultats issus d'une détermination des coefficients d'amortissement pour chaque mode à partir d'un essai sur la structure réelle (Experimental) ainsi que les coefficients prédits à l'aide de la base de données (Prediction).

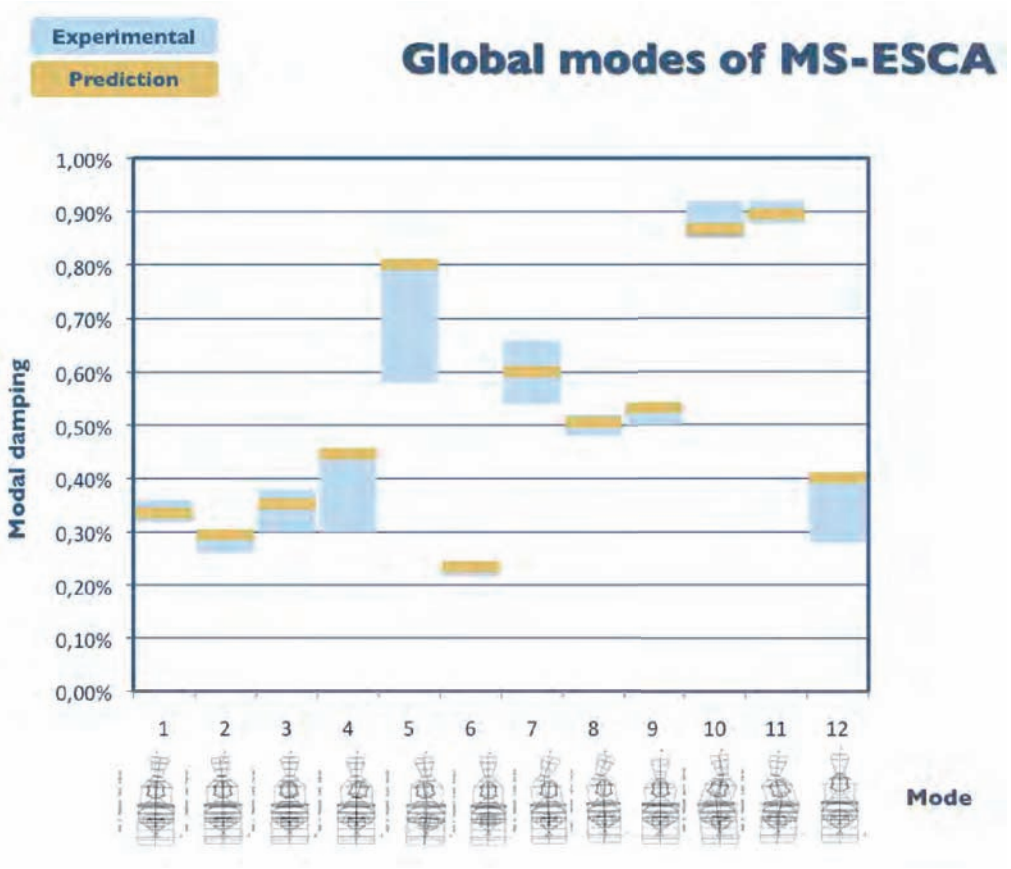


Figure 25 : Résultat de la prédiction de l'amortissement

Q44. Donner les avantages et inconvénients de chaque méthode d'identification (démarche « expérimentale » étudiée en partie 3 et démarche « prédictive » étudiée ci-dessus). Conclure quant au résultat obtenu sur la Figure 25.

FIN DE L'EPREUVE

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Propagation d'un signal
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Équations différentielles linéaires du second ordre
- Équations différentielles : méthode d'Euler
- Réduction des endomorphismes et des matrices carrées
- Complexité des algorithmes itératifs et récursifs
- Réponse fréquentielle et diagrammes de Bode
- Régime sinusoïdal forcé

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi