Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2011, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : Présentation de Sirius
- Partie 2 : Validation des performances
- Partie 3 : Validation des performances de compensation
- Partie 4 : Validation de la performance de fréquence

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2011/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX1614 Banque commune Ecole Polytechnique – ENS de Cachan
PSI

Session 2011

Epreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Durée : **5 heures**

Aucun document n'est autorisé

L'usage de calculatrice électronique de poche à alimentation autonome, non imprimante et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1er février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Système de détection et de poursuite Sirius



Figure 1 : frégate (à gauche) et son système de détection et de poursuite Sirius (à droite).

Le sujet est composé :

- de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé ;
- d'un document réponse à joindre à la copie.

Il est recommandé au candidat :

- de rappeler le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les quatre parties de ce sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins il est recommandé de les traiter dans l'ordre proposé pour tenir compte des différentes remarques et notations.

Partie 1 : Présentation de Sirius

La protection des bateaux militaires est essentielle pour la Marine. Parmi les menaces potentielles, les missiles sol-mer constituent un réel danger car leur vitesse et leur petite taille les rendent difficilement repérables. Les bateaux disposent de radars performants permettant ce repérage, mais dans certains cas l'émission radar du bateau doit être coupée pour réduire sa visibilité magnétique. Les militaires doivent donc disposer d'un système permettant de repérer les cibles volantes sans utiliser de radar.

Une des solutions utilisées est le système de détection et de poursuite baptisé Sirius (voir figure 1). Sirius permet de repérer les objets volants sans émettre d'onde magnétique, mais simplement en repérant leur signature thermique. Placé en haut du mât du bateau (voir figure 2), il transmet directement les informations de détection au système de contrôle anti-attaque qui en déduit les actions à réaliser. Sirius est développé par la société Thalès et a fait l'objet d'un dépôt de brevet (brevet n° 5,573,218 du 12/11/1998).



Figure 2 : situation de Sirius sur un bateau.

Q1 : Expliquer la raison pour laquelle Sirius doit être situé en haut du mât du bateau.

Q2 : Proposer un diagramme SADT de niveau A-0 du Sirius.

L'environnement de Sirius, au cours de sa phase d'utilisation, est partiellement modélisé sur le diagramme des interacteurs de la figure 3.

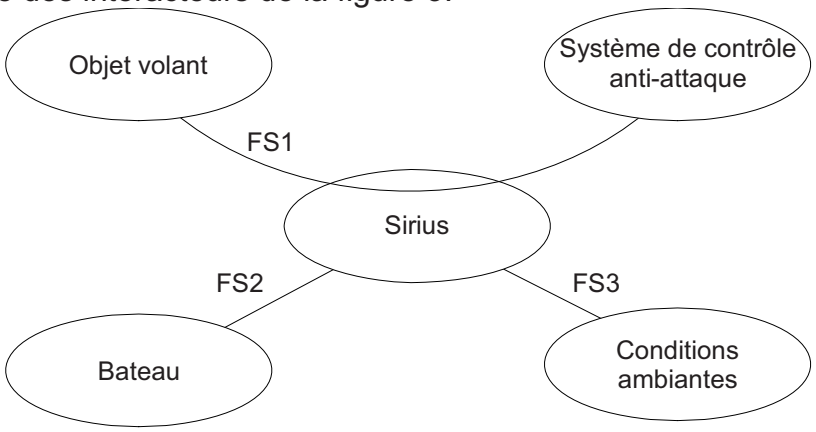


Figure 3 : diagramme partiel des interacteurs.

Un extrait du cahier des charges identifiant les fonctions de service est fourni dans le tableau suivant :

Fonctions	Critères	Niveaux
FS1 : permettre au système de contrôle anti-attaque de détecter l'objet volant	Fréquence de rafraîchissement des informations	1 Hz
	Azimut horizontal de détection	360°
	Précision de détection angulaire	+/- 2°
FS2 : s'adapter au bateau	Compensation de vitesse angulaire (tangage/roulis)	+/- 0,5 rad/s maximum
	Compensation d'accélération angulaire (tangage/roulis)	+/- 5 rad/s^2 maximum
FS3 : résister aux conditions ambiantes	Résistance à l'atmosphère saline	Totale
	Résistance à l'eau	Totale

E.M.E	Critères	Niveaux
Objet volant	Longueur d'onde à détecter	[0,8 ; 5] mm
	Vitesse des objets volants	< 5000 km/h
Bateau	Amplitude maxi d'angle de roulis	+/- 15°
	Amplitude maxi d'angle de tangage	+/- 10,5°

Sirius est constitué (figures 4 et 5) :

- d'un système d'observation, noté «OBS», réalisé par une tête principale et deux têtes sensorielles ;
- d'un système de stabilisation, noté «STAB», réalisé par un ensemble de plans inclinés (coins).

Le coin 1 tourne par rapport au socle 0 (encastré sur le bateau) ; le coin 2 tourne par rapport au coin 1 ; la tête principale 3 tourne par rapport au coin 2 ; les deux têtes sensorielles 4 et 5 (munies chacune d'une caméra infrarouge) tournent par rapport à la tête principale 3. Chacun de ces mouvements de rotation possède ses propres unités de pilotage et de contrôle.

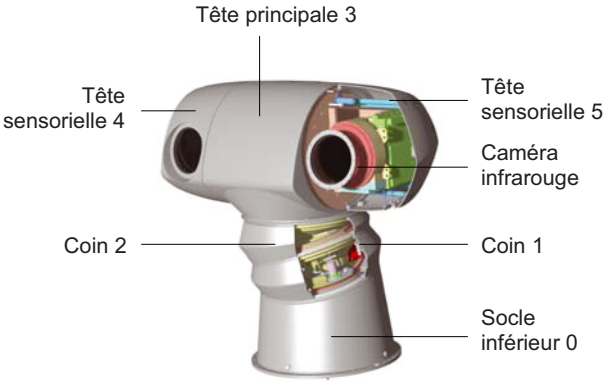


Figure 4 : les différentes pièces constituant le système Sirius.

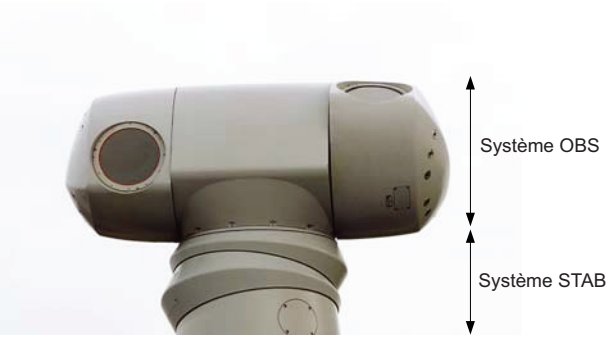


Figure 5 : identification des systèmes STAB et OBS, avec têtes sensorielles orientées différemment.

Q3 : Réaliser un schéma cinématique de Sirius.

Le système de stabilisation (STAB) de Sirius permet l'inclinaison partielle, dans toutes les directions, du système d'observation (OBS) par rapport au socle 0 de manière à compenser les mouvements de tangage et de roulis du bateau (voir figure 2). Il assure ainsi la verticalité de l'axe de rotation de 3 par rapport à la surface de la mer, dans toutes les conditions de navigation.

En phase de scrutation de l'espace, la tête principale 3 est en rotation à vitesse constante par rapport à 2. Dès qu'un objet volant a été repéré, les angles de rotation des pièces 3, 4 et 5 sont calculés de manière à ce que les caméras infrarouges suivent l'objet dans son mouvement. Les rotations de 4 et 5 par rapport à 3 peuvent éventuellement être différentes pour suivre plusieurs objets en même temps (voir figure 5).

Chaque angle de rotation de pièce dans Sirius est mesuré par des codeurs optiques absolus. Ces codeurs sont situés sur la périphérie extérieure d'un engrenage extérieur de 263 mm de diamètre, et doivent fournir des informations angulaires avec une précision équivalant à moins d'un micromètre sur cette périphérie.

Q4 : Expliquer le fonctionnement des capteurs utilisés, et déterminer le nombre de bits qu'ils doivent avoir au minimum pour obtenir la précision souhaitée.

Partie 2 : Validation des performances de compensation de roulis et de tangage

L'objectif de cette partie est de prévoir la capacité de Sirius à satisfaire les critères de compensation des perturbations de la fonction FS2, rappelés dans le tableau ci-dessous.

Fonctions	Critères	Niveaux
FS2 : s'adapter au bateau	Amplitude maxi d'angle de roulis	+/- 15°
	Amplitude maxi d'angle de tangage	+/- 10,5°

Paramétrage

Le paramétrage retenu pour cette étude est décrit sur la figure 6.

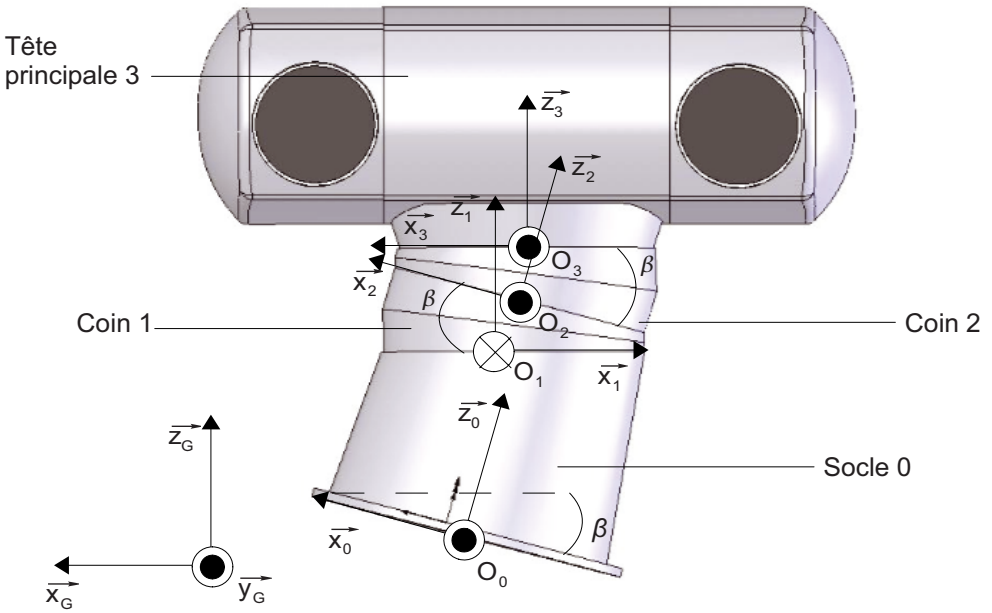


Figure 6 : paramétrage retenu pour étudier Sirius.

Le référentiel attaché à la Terre, supposé galiléen, est noté $R^G=(O_G;\vec{x_G},\vec{y_G},\vec{z_G})=(O_G;b_G)$. $\vec{z_G}$ coïncide avec la verticale (normale à la surface de la mer).

Le système STAB de Sirius est composé d'un socle et de deux coins, tous d'ouverture $\beta=15°$:

- le socle 0 (encastré sur le bateau) est muni d'un repère $R^0=(O_0;\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})=(O_0;b_0)$. Ce repère est donc lié au bateau et définit son orientation par rapport à R^G. La face supérieure du socle 0 est inclinée de l'angle β par rapport au pont du bateau ;
- le coin 1 est muni d'un repère $R^1=(O_1;\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})=(O_1;b_1)$. Il tourne par rapport au coin 0 d'un angle θ_1 autour de l'axe $\vec{z_1}$;
- le coin 2 est muni d'un repère $R^2=(O_2;\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z_2})=(O_2;b_2)$. Il tourne par rapport au coin 1 d'un angle θ_2 autour de l'axe $\vec{z_2}$.

La tête principale 3 est quant à elle munie d'un repère $R^3=(O_3;\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})=(O_3;b_3)$. Elle tourne par rapport au coin 2 d'un angle θ_3 autour de l'axe $\overrightarrow{z_3}$.

Sirius peut avoir deux phases de comportement distinctes :

- une phase de scrutation : Sirius scrute l'horizon à la recherche d'éventuels objets volants. Dans cette phase, $\overrightarrow{z_3}=\overrightarrow{z_G}$ et $\dot{\theta}_3=\omega$ (ω vitesse angulaire constante) ;
- une phase de suivi : Sirius suit un objet volant identifié. Dans cette phase, $\overrightarrow{z_3}=\overrightarrow{z_G}$ et θ_3 dépend de la position de l'objet volant à suivre. Dans notre étude, on considère que la position de l'objet à suivre est telle que $b_3=b_G$ pendant la phase de suivi.

Dans toute cette partie 2, on étudie Sirius dans la phase de suivi ; le système STAB doit donc assurer à tout instant la relation $b_3=b_G$.

Calcul de la position neutre de Sirius

Dans cette section (Q5-Q9), on suppose que le bateau ne subit aucune perturbation extérieure; il est dit en position neutre, et **les bases b_G et b_0 sont confondues**.

La position de référence de Sirius, pour laquelle $\theta_1=\theta_2=\theta_3=0$ et $\overrightarrow{y_0}=-\overrightarrow{y_1}=\overrightarrow{y_2}=\overrightarrow{y_3}$, est représentée sur la figure 6.

Q5 : Expliquer pourquoi, en l'absence de perturbation sur le bateau, cette position de référence n'est pas adaptée au comportement attendu de Sirius.

La position de la base b_3 par rapport à la base b_0 peut être décomposée à partir de rotations élémentaires ; on obtient la chaîne $b_3\rightarrow b_{30}\rightarrow b_2\rightarrow b_{20}\rightarrow b_1\rightarrow b_{10}\rightarrow b_0$, où b_{i0} est la base associée au solide i lorsque $\theta_i=0$.

Q6 : Déterminer les matrices de passage $P_{3\rightarrow 30}$ et $P_{30\rightarrow 2}$ permettant respectivement de passer de la base b_3 à la base b_{30}, et de la base b_{30} à la base b_2. Exprimer ces matrices en fonction des paramètres θ_3 et β.

Les autres matrices de passage entre les différentes bases s'écrivent :

$$P_{2\rightarrow 20}=\begin{pmatrix}\cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0\\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\ ;\ P_{1\rightarrow 10}=\begin{pmatrix}\cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0\\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$P_{20\rightarrow 1}=P_{10\rightarrow 0}=\begin{pmatrix}-\cos\beta & 0 & \sin\beta\\ 0 & -1 & 0\\ \sin\beta & 0 & \cos\beta\end{pmatrix}$$

Q7 : Déterminer l'expression de la matrice de passage $P_{3\rightarrow 0}$ en fonction des six matrices précédentes. Déterminer la valeur de $P_{3\rightarrow 0}$ pendant la phase de suivi.

On obtient alors neuf relations, présentées en Annexe 1, qui doivent être vérifiées par les angles de rotation θ_1, θ_2 et θ_3. On peut montrer que ces relations se résument aux cinq relations indépendantes suivantes :

$$\cos\theta_1 = \frac{\cos\beta}{(1+\cos\beta)}$$
$$\cos\theta_2 = \cos\theta_1 \ ; \ \sin\theta_2 = \sin\theta_1$$
$$\cos\theta_3 = -\cos\theta_1 \ ; \ \sin\theta_3 = -\sin\theta_1$$

Q8 : En déduire les familles de solutions possibles pour $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, et faire l'application numérique.

En pratique, on conserve la solution telle que $\theta_1 > 0$. Cette solution, notée $(\theta_{1n}, \theta_{2n}, \theta_{3n})$ par la suite, correspond à la position neutre de Sirius (i.e. la position permettant d'assurer la phase de suivi lorsque le bateau est en position neutre).

Q9 : Si Sirius était dans une phase de scrutation (à la vitesse de rotation ω autour de $\overrightarrow{z_3}$) et le bateau en position neutre, quelle serait l'expression des angles $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ et $\theta_3(t)$?

Etude des performances de compensation de tangage et de roulis

En pratique, on a généralement $b_G \neq b_0$, car le bateau est soumis à des perturbations occasionnées par les mouvements de la mer. Le bateau subit en effet des mouvements de rotation non souhaités autour de ses axes propres (voir figure 7) :

- mouvement de lacet, caractérisé par un angle ψ_l, autour de $\overrightarrow{z_0}$;
- mouvement de tangage, caractérisé par un angle ψ_t, autour de $\overrightarrow{y_0}$;
- mouvement de roulis, caractérisé par un angle ψ_r, autour de $\overrightarrow{x_0}$.

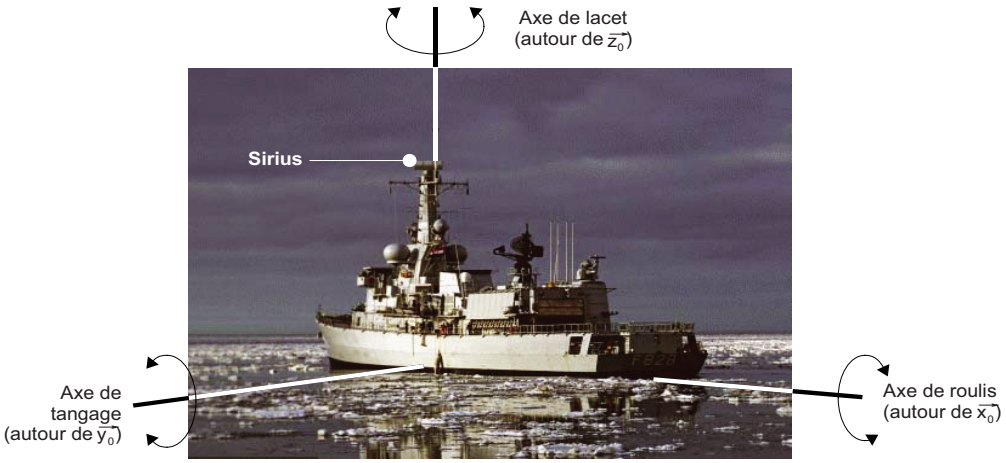


Figure 7 : définition des axes de lacet, tangage et roulis.

Pour conserver la position de suivi étudiée ($b_3 = b_G$), il faut alors apporter une correction $(\delta\theta_1, \delta\theta_2, \delta\theta_3)$ aux angles de rotation du système STAB. Les nouveaux angles de rotation sont $\theta_1 = \theta_{1n} + \delta\theta_1$, $\theta_2 = \theta_{2n} + \delta\theta_2$, et $\theta_3 = \theta_{3n} + \delta\theta_3$.

Q10 : Dans le cas d'une perturbation de lacet seule, donner l'expression de $(\delta\theta_1, \delta\theta_2, \delta\theta_3)$ en fonction de ψ_l.

On se place à présent dans le cas d'une perturbation de tangage seule.

Q11 : Dessiner, dans le plan $(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{z_0})$, les deux positions extrêmes de Sirius permettant des écarts angulaires maximaux entre les vecteurs $\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{z_3}$. En déduire les amplitudes (positive et négative) de tangage qu'il serait théoriquement possible de corriger avec le système STAB.

En pratique, les angles de rotation des moteurs ont des amplitudes limitées : l'angle θ_1 peut varier entre -50° et +130°, tandis que l'angle θ_2 peut varier entre 20° et 170°.

Q12 : Pour une perturbation de tangage pendant la phase de suivi, déterminer la nouvelle expression que doit avoir $P_{3\to0}$ en fonction de l'angle de tangage ψ_t.

On obtient alors neuf nouvelles relations vérifiées par $(\theta_1,\theta_2,\theta_3)$ (voir Annexe 1). Elles se résument à :

$$\cos\theta_1=\frac{\cos\beta-Q}{\cos\psi_t-Q} \text{ avec } Q=\cos\beta(\sin\beta\sin\psi_t+\cos\beta\cos\psi_t)$$

$$\cos\theta_2=\frac{\cos^2\beta\sin^2\theta_1-\cos^2\theta_1}{\cos^2\beta\sin^2\theta_1+\cos^2\theta_1} \;;\; \sin\theta_2=\frac{2\cos\beta\sin\theta_1\cos\theta_1}{\cos^2\beta\sin^2\theta_1+\cos^2\theta_1}$$

$$\cos\theta_3=-\cos\theta_1 \;;\; \sin\theta_3=-\sin\theta_1$$

Q13 : Déterminer le nombre de solutions $(\theta_1,\theta_2,\theta_3)$ possibles et celle qui est appliquée en pratique dans Sirius. Tracer alors l'évolution approximative de θ_1 et θ_2 en fonction de ψ_t, pour $\psi_t\in[-10{,}5°;10{,}5°]$.

Une étude similaire peut être menée pour une perturbation de roulis seule, et pour une perturbation couplant à la fois tangage et roulis. On obtient alors la correspondance entre (θ_1,θ_2) et (ψ_t,ψ_r) représentée sur la figure 8.

Q14 : Expliquer à quoi correspond la position notée N sur la figure 8. Vérifier qu'elle est compatible avec les résultats précédemment obtenus.

Q15 : Expliquer en quoi le point de fonctionnement D peut être critique pour le dimensionnement des moteurs pilotant les rotations du système STAB.

Q16 : A partir de la figure 8, déterminer les amplitudes extrêmes de tangage (resp. de roulis) que le système peut corriger en cas de roulis nul (resp. de tangage nul). Expliquer brièvement pourquoi ces amplitudes de tangage (resp. de roulis) ne peuvent pas être corrigées quel que soit le roulis (resp. le tangage).

Q17 : Donner l'amplitude de tangage qu'il reste cependant possible de corriger quel que soit l'angle de roulis compris dans la plage $\psi_r\in[-15°,15°]$.

Q18 : Conclure sur la capacité de Sirius à satisfaire les critères de compensation de perturbations de la fonction FS2.

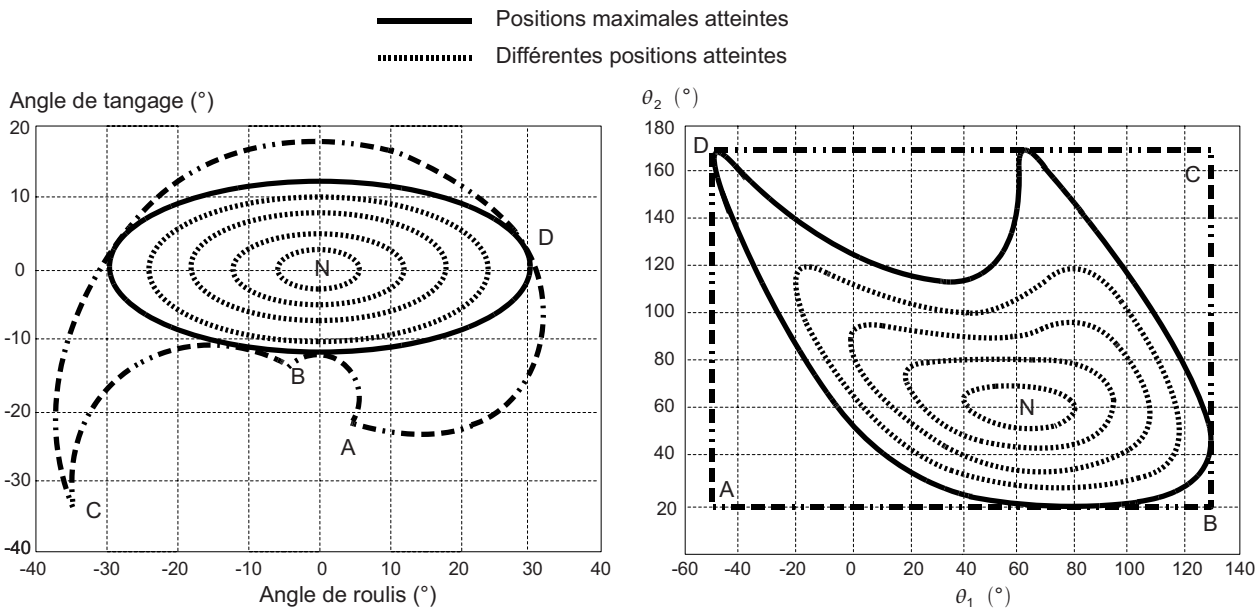


Figure 8 : correspondance entre les angles de pilotage et les angles du bateau.

Pertinence de la solution retenue pour le système STAB : influence du socle 0

On se propose de valider l'emploi du socle 0, qui ne sert finalement que de support au système STAB. L'absence de ce socle revient à considérer que $\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_0}$ (voir figure 6).

Q19 : Donner, en l'absence de perturbation extérieure, la plus simple configuration $(\theta_1,\theta_{2,}\theta_3)$ permettant d'obtenir la position correcte de Sirius pendant la phase de suivi.

Dans le cas d'une perturbation de tangage d'amplitude ψ_t pendant la phase de suivi et sans le socle 0, on montre que les angles de rotation $(\theta_1,\theta_2,\theta_3)$ doivent vérifier les relations données en Annexe 1 afin de compenser la perturbation.

Q20 : Montrer que lorsque $\psi_t=0$, il y a une infinité de positions $(\theta_1,\theta_2,\theta_3)$ possibles pour le système, et les expliciter. En déduire l'incidence sur la stabilité de Sirius lors d'une compensation de tangage.

Q21 : Énoncer la fonction technique réalisée par le socle 0.

Partie 3 : Validation des performances de compensation de vitesse et d'accélération angulaire

L'objectif de cette partie est de choisir une motorisation qui permette à Sirius de satisfaire les critères de vitesse et d'accélération angulaire de la fonction FS2, rappelés dans le tableau ci-dessous.

Fonctions	Critères	Niveaux
FS2 : s'adapter au bateau	Compensation de vitesse angulaire (tangage, roulis)	+/- 0,5 rad/s maximum
	Compensation d'accélération angulaire (tangage, roulis)	+/- 5 rad/s^2 maximum

Le candidat est invité à prendre connaissance du paramétrage de la partie 2, nécessaire pour aborder cette partie.

On se limite au cas où le système STAB, étudié dans la partie 2, assure à tout instant la relation $\overrightarrow{z_3}=\overrightarrow{z_G}$. On suppose que toutes les liaisons entre les pièces de Sirius sont parfaites. On note $C_i(t)$ le couple moteur dans la liaison associée à la rotation d'angle $\theta_i(t)$, et on introduit le vecteur $\vec{C}(t)=\begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \\ C_3(t) \end{pmatrix}$. En introduisant également le vecteur $\vec{\theta}=\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix}$, on montre alors qu'il existe, pendant la phase de scrutation, un lien entre $\vec{\theta}(t)$ et $\vec{C}(t)$ s'écrivant sous la forme :

$$M(\vec{\theta})\ddot{\vec{\theta}}=\vec{C}(t)+h\left(\vec{\theta},\dot{\vec{\theta}},t\right)+\vec{C}_{pert}$$

Q22 : Expliquer la démarche générale, les principes physiques et les modèles qui permettent d'obtenir une telle équation, et donner la signification physique des différents termes (leurs expressions ne sont pas demandées).

Cette équation est fortement non-linéaire, et on se propose dans la suite de simplifier l'étude en linéarisant le mouvement autour de la position neutre $(\theta_{1n},\theta_{2n})$ de Sirius calculée dans la partie 2. Cela revient à considérer les bases de calcul b_1 et b_2 fixes dans le repère terrestre R^G. On peut alors découpler, par linéarité, les différentes perturbations dynamiques subies par Sirius pendant la phase de scrutation :

- action du vent ;
- déséquilibre possible de Sirius dû à l'action du givre et à la rotation des têtes sensorielles ;
- perturbations de tangage et de roulis ;

et étudier séparément leur impact sur Sirius.

Modélisation de la perturbation due à l'action du vent

La tête principale 3 et les têtes sensorielles 4 et 5 constituant le système OBS de Sirius (voir figure 4) sont assimilées en première approximation à des volumes élémentaires homogènes (figure 9) :

- parallélépipède rectangle de côtés $2L \times 2a \times 2a$ pour la tête principale ; ce volume de masse M a pour centre de gravité G_3 tel que $\overrightarrow{O_3G_3} = a\vec{z_3}$;
- cylindres de rayon r, de hauteur h, et d'axes respectifs $\vec{z_4}$ et $\vec{z_5}$ pour les têtes sensorielles 4 et 5 ; ces volumes de masses identiques m ont pour centres de gravité respectifs G_4 et G_5 tels que $\overrightarrow{G_3G_4} = (L+r)\vec{x_3}$ et $\overrightarrow{G_3G_5} = -(L+r)\vec{x_3}$.

En l'absence de rotation des têtes sensorielles ($\theta_4 = \theta_5 = 0$), celles-ci seront considérées dans la position de la figure 9, avec $\vec{z_4} = \vec{z_5} = \vec{y_3}$. On donne les valeurs :

a = 113 mm ; L = 200 mm ; r = 113 mm ; h = 200 mm ; M = 31 kg ; m = 45 kg

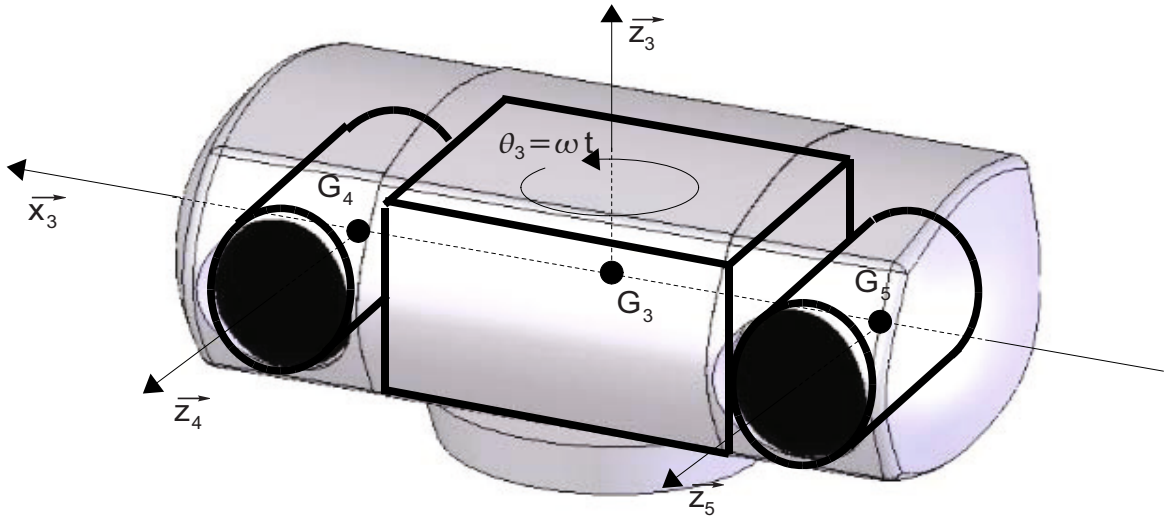


Figure 9 : modélisation retenue pour le système OBS de Sirius.

Les actions du vent sont modélisées par une densité surfacique d'effort $-p_v\vec{y_0}$ d'intensité et de direction constantes (on rappelle que $\vec{y_{30}} = \vec{y_0}$ dans la position neutre de Sirius). Celles-ci s'appliquent uniformément sur la partie projetée S_{proj} de la surface frontale S_{345} du système OBS, avec $S_{345} = S_3+S_4+S_5$ (voir figure 10). L'influence de la surface latérale du système OBS est négligée.

Q23 : Montrer que, en régime permanent de scrutation ($\ddot{\theta}_3 = 0$, $\dot{\theta}_3 = \omega$ et $\theta_4 = \theta_5 = 0$), les actions du vent sur le système OBS se résument à un torseur au point G_3 de la forme $\left\{\begin{matrix}\vec{R} = R_y\vec{y_0} \\ \vec{M} = M_z\vec{z_0}\end{matrix}\right\}_{G_3}$. Donner l'expression des composantes R_y et M_z de ce torseur, en fonction des données r, a, L, p_v , et ω , et tracer leur évolution temporelle.

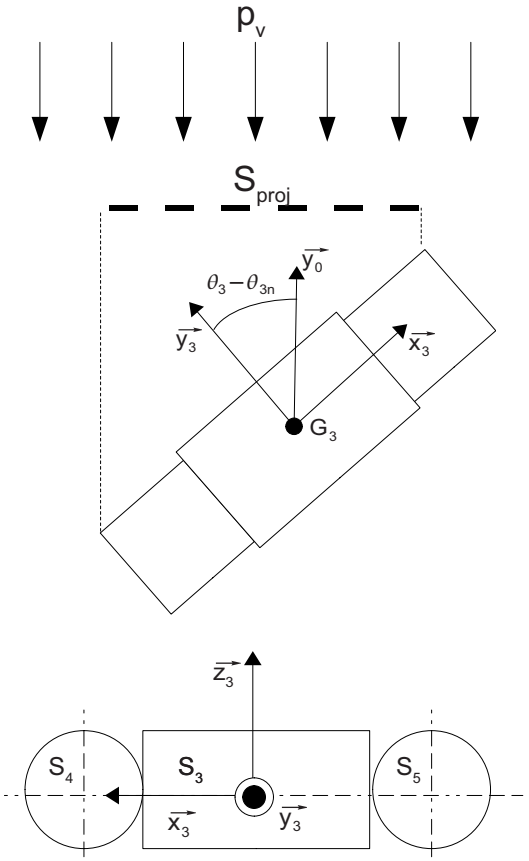


Figure 10 : modélisation des actions du vent, et définition des surfaces projetées.

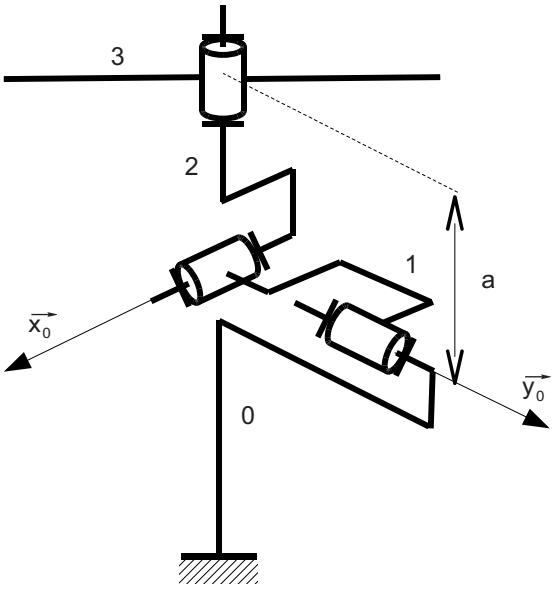


Figure 11 : paramétrage de l'ancien système de stabilisation.

Afin de résister à ces actions extérieures, des couples (fournis par les moteurs électriques) sont appliqués sur les trois axes de rotation du système STAB de Sirius. Ils sont notés respectivement C_{1v} , C_{2v} et C_{3v} .

Le système Sirius « ancienne génération » est décrit sur la figure 11.

Q24 : Citer un mécanisme simple qui fonctionne sur le même principe que l'ancien système de stabilisation.

Q25 : Calculer, pour le système de stabilisation ancienne génération et dans les conditions précédentes, les couples moteur nécessaires pour contrer les actions du vent et maintenir Sirius dans sa position de scrutation. Donner leurs valeurs extrêmes au cours du temps.

Q26 : Calculer ces mêmes couples pour le système STAB de Sirius actuel. Comparer leurs valeurs extrêmes à celles obtenues à la question précédente. On considèrera que $\overrightarrow{O_1O_2}=\overrightarrow{O_2O_3}=a\,\vec{z}_2$. On supposera de plus que dans la position neutre du bateau (et quels que soient les résultats trouvés dans les questions précédentes), on a les relations :

$$\vec{z}_1=0{,}26\,\vec{x}_0+0{,}97\,\vec{z}_0 \;;\; \vec{z}_2=0{,}13\,\vec{x}_0+0{,}23\,\vec{y}_0+0{,}97\,\vec{z}_0 \;;\; \vec{z}_3=\vec{z}_0$$

Q27 : Conclure sur l'intérêt de la technologie utilisée dans le Sirius actuel.

Modélisation du déséquilibre du système d'observation

Q28 : Déterminer, en fonction des données, les matrices d'inertie des solides 3, 4 et 5 constituant le système OBS de Sirius. Ces matrices seront exprimées au centre de gravité G_i et dans la base propre b_i de chacun des solides (i=3,4,5).

Q29 : On suppose que $\theta_3=\theta_4=0$. En déduire la matrice d'inertie globale du système OBS, au point G_3 et dans la base b_3 :

$$\begin{pmatrix} A_{345} & 0 & 0 \\ 0 & B_{345} & 0 \\ 0 & 0 & C_{345} \end{pmatrix}_{(\vec{x_3},\vec{y_3},\vec{z_3})}$$

Faire l'application numérique des valeurs de A_{345}, B_{345}, et C_{345}.

Le déséquilibre du système OBS est en pratique dû à deux phénomènes :

- PH1 : le dépôt non-homogène de givre lors de conditions climatiques sévères ;
- PH2 : la rotation (possiblement non synchronisée) des têtes sensorielles.

Ces phénomènes sont étudiés en l'absence de vent, dans la phase de scrutation de Sirius.

Q30 : Indiquer quel(s) type(s) de déséquilibre (statique et/ou dynamique) sont induits par chacun des deux phénomènes PH1 et PH2.

En se plaçant dans le cas d'une rotation synchronisée des têtes sensorielles, avec $\theta_4=\theta_5\neq 0$, la matrice d'inertie du système OBS en G_3 s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} A_{345} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{B}_{345} & -\tilde{D}_{345} \\ 0 & -\tilde{D}_{345} & \tilde{C}_{345} \end{pmatrix}_{(\vec{x_3},\vec{y_3},\vec{z_3})}$$

Q31 : Donner alors l'expression du moment dynamique de l'ensemble {3+4+5} au point O_3 . En déduire l'expression du couple fourni par le moteur 3 (couple sur l'axe $\vec{z_3}$) ainsi que celle des moments transmis dans la liaison pivot entre les pièces 2 et 3 (couples sur les axes $\vec{x_{30}}$ et $\vec{y_{30}}$). Ne pas oublier de prendre en compte le régime transitoire $\ddot{\theta}_3=\dot{\omega}\neq 0$.

La figure 12 illustre l'évolution temporelle de ces couples, dans une phase transitoire de mise en rotation du système OBS (jusqu'à la vitesse permanente ω =1 tr/s en phase de scrutation), et pour les trois cas de figure suivants :

- cas 1 : aucun déséquilibre du système OBS ;
- cas 2 : dépôt non-homogène de givre sans rotation des têtes sensorielles ;
- cas 3 : inclinaison des têtes sensorielles ($\theta_4=\theta_5=45°$) sans dépôt de givre.

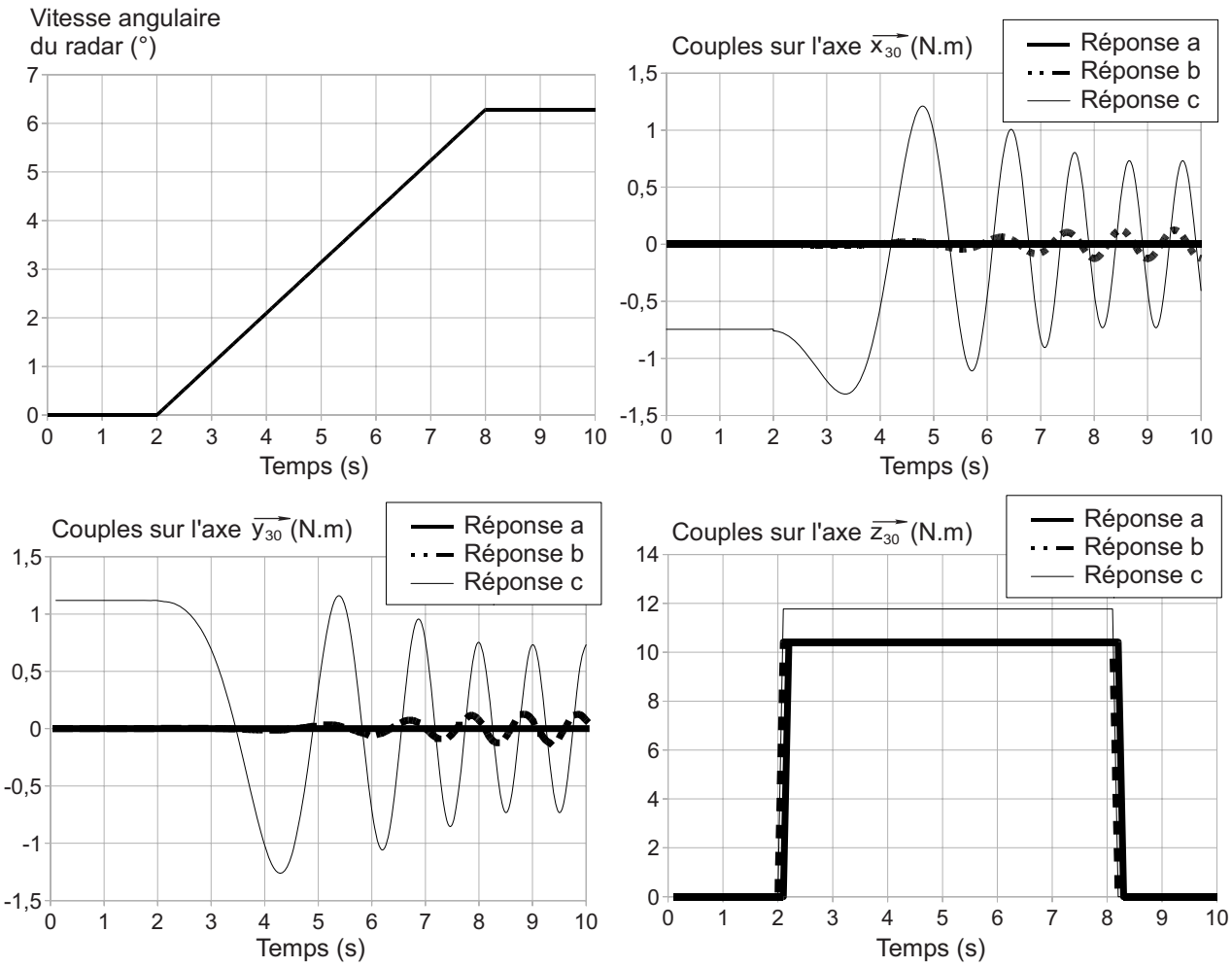


Figure 12 : évolution des couples en fonction du temps,
pour les réponses aux trois cas de figure étudiés.

Q32 : Identifier les réponses a, b, c (correspondance avec les cas 1, 2, ou 3) en justifiant vos réponses.

Pour annuler les perturbations dues au déséquilibre du système OBS, les 3 moteurs du système STAB exercent des couples notés respectivement C_{1d} , C_{2d} et C_{3d} .

Q33 : Donner les valeurs maximales de ces couples pour le cas 3, dans la phase de scrutation et en régime permanent.

Modélisation de la perturbation due à une compensation de tangage

On se place à présent dans le cas d'une perturbation due au tangage du bateau pendant la phase de scrutation, en l'absence de vent et sans déséquilibre du système OBS.

On suppose que la compensation du tangage, d'amplitude $\psi_t = 10{,}5°$, est réalisée avec un pilotage en vitesse angulaire de compensation donné sur la figure 13.



Figure 13 : loi de vitesse angulaire de compensation de tangage en fonction du temps.

Q34 : Déterminer l'ensemble des paramètres $(t_0, t_1, t_2, \omega_{corr}^{max})$ de la loi permettant de compenser l'amplitude de tangage souhaitée, tout en respectant le cahier des charges (critères de la fonction FS2) et en minimisant le temps de compensation.

Q35 : Donner une démarche permettant d'obtenir l'expression des couples moteur à fournir sur les trois axes du système STAB, afin de compenser cette perturbation. Aucun calcul n'est demandé.

On représente sur la figure 14 l'évolution de ces couples, notés C_{1t} , C_{2t} , C_{3t} , ainsi que celle des vitesses angulaires en fonction du temps, tout au long de la phase de compensation du tangage.

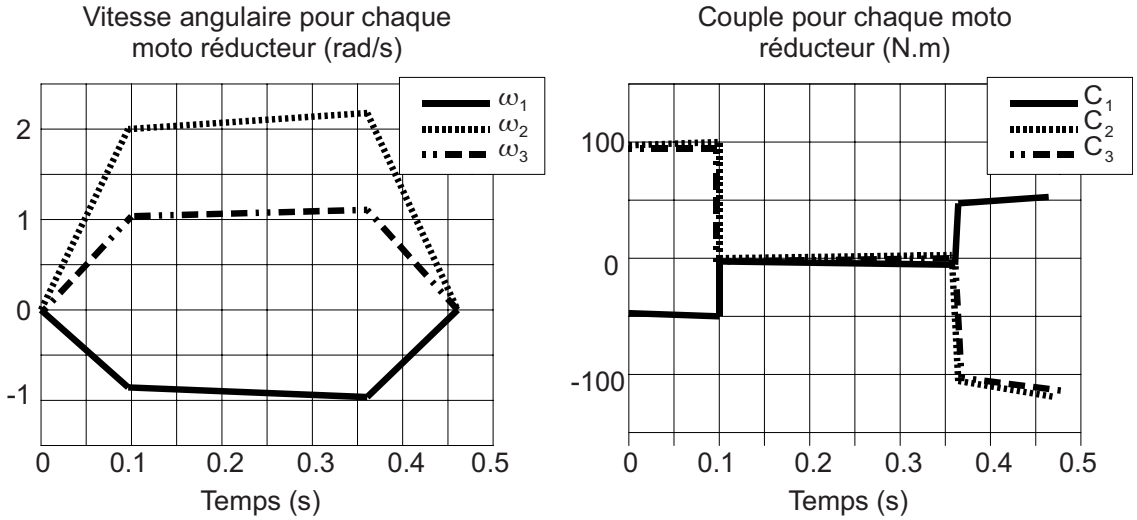


Figure 14 : évolution des vitesses de rotation et des couples
pour chaque motoréducteur dans la phase de compensation du tangage.

Q36 : Choisir dans la documentation (Annexe 2) une motorisation permettant de vérifier les performances de compensation de tangage requises. Prendre le même motoréducteur pour les 3 axes. Justifier les critères de choix retenus.

Q37 : Proposer une démarche qui permettrait de vérifier que cette motorisation permet d'atteindre les performances de compensation de l'ensemble des perturbations (vent, rotation des têtes sensorielles, dépôt de givre, tangage, roulis) subies par Sirius.

Partie 4 : Validation de la performance de fréquence de rafraîchissement des informations

L'objectif de cette partie est la validation du critère de fréquence de rafraîchissement de la fonction FS1, rappelé dans le tableau ci-dessous.

On se place dans le cas où le bateau est stable sur l'eau (pas de tangage ni de roulis à compenser), et où la tête principale 3 de Sirius scrute l'horizon en tournant à vitesse constante autour d'un axe vertical.

Dans cette configuration, le cahier des charges retenu pour la rotation de la tête principale de Sirius est le suivant :

Vitesse angulaire		?? tr/min +/- 4%
Stabilité de l'asservissement	Marge de phase	45°
	Marge de gain	10 dB

Q38 : Déterminer la valeur de la vitesse angulaire notée « ?? » du cahier des charges.

Modélisation du système

Le modèle retenu pour étudier l'asservissement en vitesse de la tête principale est le suivant :

- la tête principale tourne selon l'axe $\overrightarrow{z_3}$ vertical par rapport à la mer ;
- les têtes sensorielles sont fixes par rapport à 3 ;
- le moto-réducteur qui pilote la rotation de la tête sensorielle possède sur son axe de sortie un engrenage de 5,3 cm de diamètre, et engrène sur la périphérie extérieure d'un engrenage de 26,3 cm de diamètre lié à 3 ;

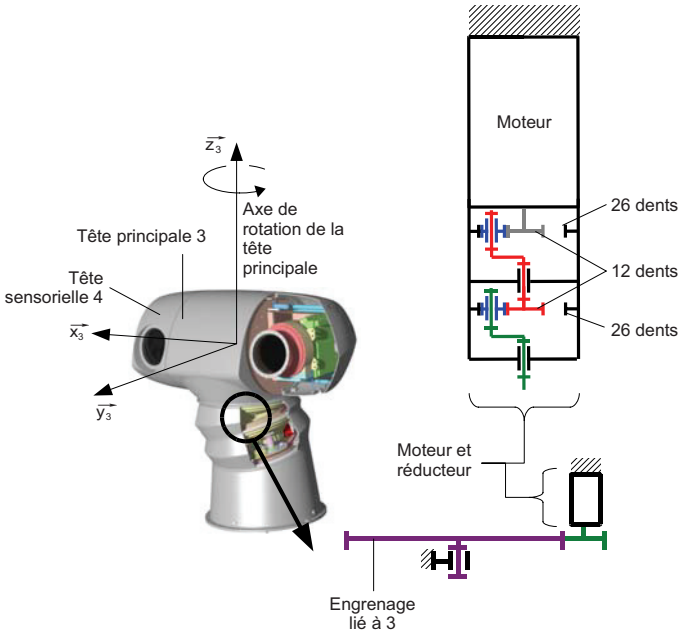


Figure 15 : détail de la motorisation de la tête principale.

- l'ensemble {3+4+5} a une matrice d'inertie $\begin{pmatrix} A_{345} & 0 & 0 \\ 0 & B_{345} & 0 \\ 0 & 0 & C_{345} \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})}$ avec $A_{345}=C_{345}=5{,}2\,kg.m^2$ et $B_{345}=2{,}1\,kg.m^2$;

- le fonctionnement du moteur électrique est piloté par les équations suivantes : $u_m(t)=e_m(t)+R_m.i_m(t)+L_m.\frac{di_m(t)}{dt}$, $e_m(t)=k_e.\omega_m(t)$, $J_{eq}\frac{d\omega_m(t)}{dt}=C_m(t)-C_r(t)$ et $C_m(t)=k_c.i_m(t)$;

- le système est asservi en vitesse selon le schéma bloc de la figure 16.

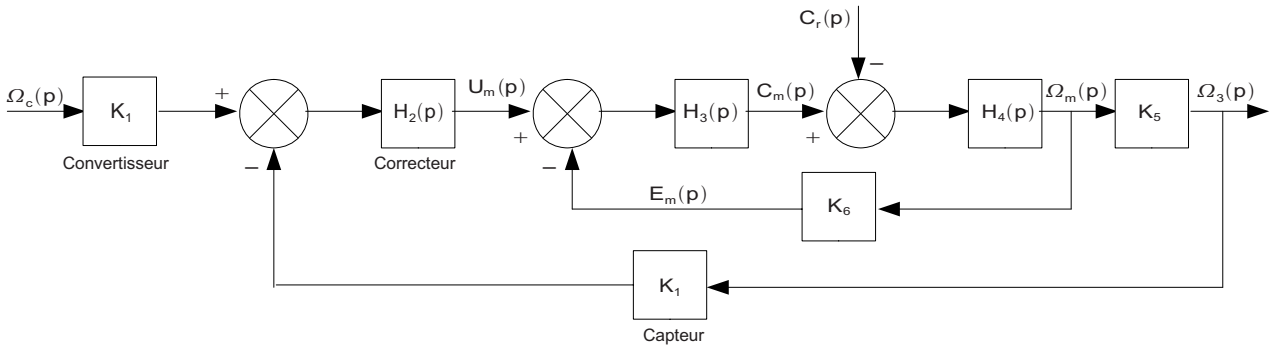


Figure 16 : schéma bloc de l'asservissement en vitesse de la tête principale.

Le récapitulatif des grandeurs physiques et de leur unité associée est présenté dans le tableau suivant :

Symbole	Désignation	Unité
$u_m(t)$	Tension d'alimentation du moteur	[V]
$e_m(t)$	Tension contre électromotrice dans le moteur	[V]
$i_m(t)$	Intensité dans le moteur	[A]
$\omega_m(t)$	Vitesse angulaire de l'axe du moteur	[rad/s]
$C_m(t)$	Couple en sortie du moteur	[N.m]
$C_r(t)$	Couple résistant appliqué sur l'axe du moteur	[N.m]
R_m	Résistance de l'induit du moteur	[Ω]
L_m	Inductance de l'induit du moteur	[H]
k_e	Constante de vitesse du moteur	[V.s]
k_c	Constante de couple du moteur	[N.m/A]
J_{eq}	Inertie équivalente de l'ensemble ramenée sur l'axe moteur	[kg.m^2]
$\omega_c(t)$	Vitesse angulaire consigne	[rad/s]
$\omega_3(t)$	Vitesse angulaire de la tête principale 3	[rad/s]

Q39 : Déterminer, en le justifiant, le nombre de dents des satellites de chaque étage de réduction, et indiquer s'il est possible d'en mettre 3 par étage, positionnés tous les 120°.

Q40 : En ne considérant qu'un satellite par étage de réduction, et en modélisant le contact entre les dents des engrenages par des liaisons linéaires rectilignes, calculer le degré d'hyperstaticité du modèle du réducteur à double train épicycloïdal. Proposer un autre modèle qui soit isostatique.

Q41 : Déterminer, en le justifiant, la valeur numérique de la constante K_5 .

Q42 : L'inertie du moto-réducteur, ramenée sur l'axe moteur, est de $8{,}3.10^{-4}$ kg.m^2. Déterminer la valeur numérique de J_{eq} .

Q43 : Déterminer l'expression analytique des fonctions $H_3(p)$, $H_4(p)$ et K_6 .

Le diagramme de Bode du correcteur a été mesuré, et est représenté sur la figure 17.

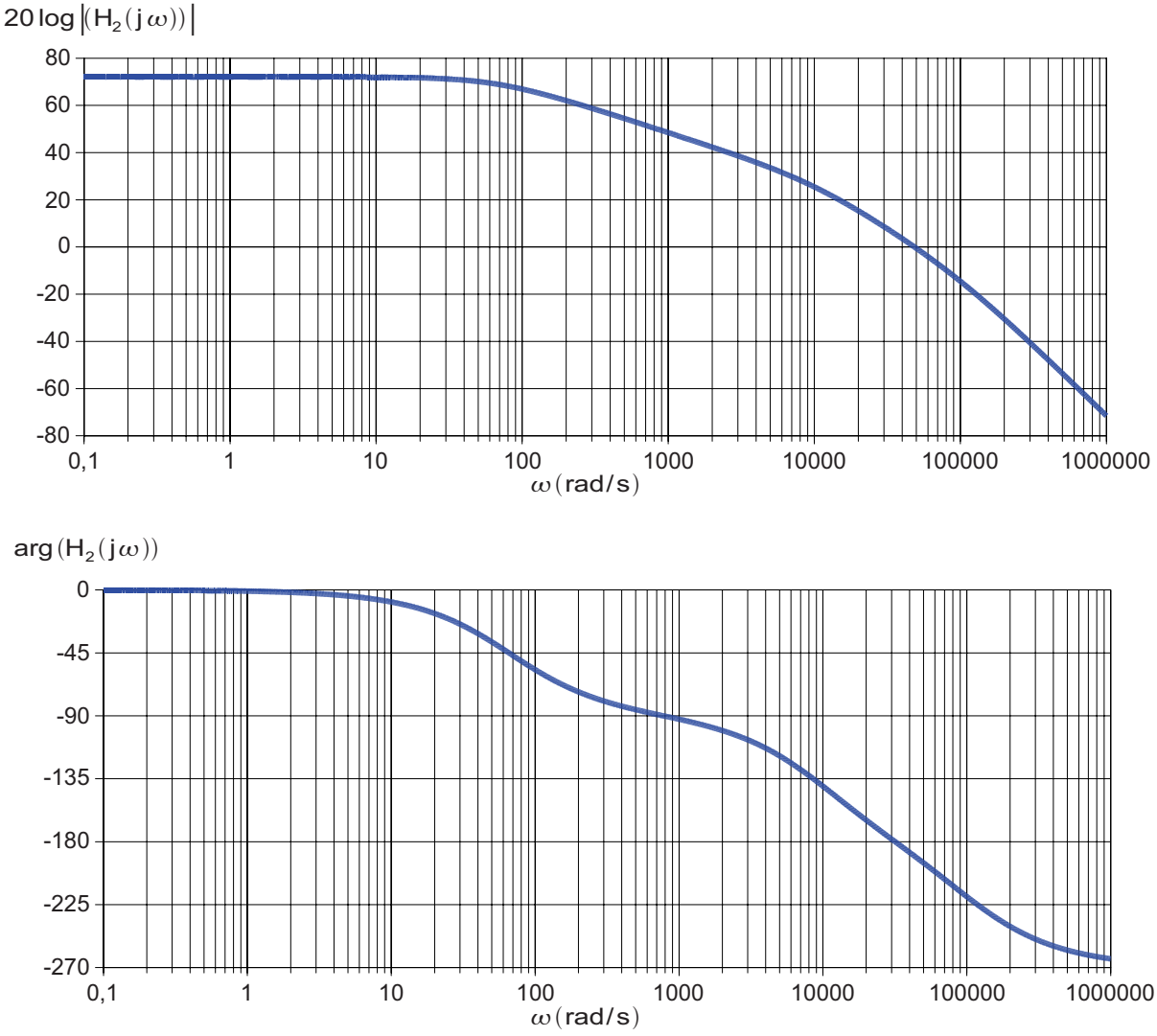


Figure 17 : diagramme de Bode du correcteur.

Q44 : Proposer un modèle de comportement pour la fonction $H_2(p)$, en limitant le modèle aux fréquences inférieures à 100 Hz. Enoncer et justifier les hypothèses retenues.

Vérification des performances

La manipulation du schéma bloc de la figure 16 permet de mettre en place le schéma bloc équivalent à retour unitaire de la figure 18.

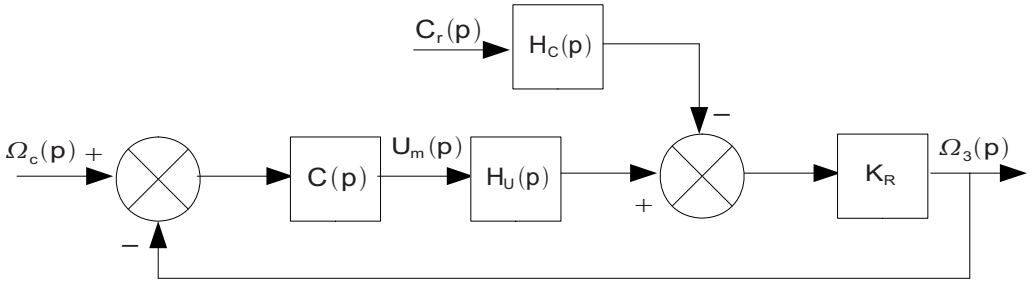


Figure 18 : schéma bloc à retour unitaire de l'asservissement en vitesse de la tête principale.

Q45 : Déterminer les expressions littérales de $C(p)$, $H_U(p)$ et $H_C(p)$ en fonction de K_1, $H_2(p)$, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5 et K_6.

L'évaluation des valeurs analytiques fournit :

$C(p)=\dfrac{40}{1+0{,}015p}$, $H_U(p)=\dfrac{K_U}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$, $H_C(p)=\dfrac{K_C(1+T_3p)}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$, $T_1=0{,}04\,s$, $T_2=1{,}1\,ms$, $T_3=1{,}0\,ms$, $K_U=6{,}7\,rad.s^{-1}.V^{-1}$, $K_C=44{,}4\,rad.s^{-1}.N^{-1}.m^{-1}$ et $K_R=K_5=0{,}02$.

Q46 : Conclure sur la capacité du système à satisfaire ou non le critère de vitesse angulaire du cahier des charges.

Q47 : Représenter sur le document réponse les tracés asymptotiques et l'allure des tracés réels du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte entre $\Omega_3(p)$ et $\Omega_c(p)$.

Q48 : Conclure sur la capacité du système à satisfaire ou non les critères de stabilité du cahier des charges.

Amélioration des performances par compensation de consigne

Vu que les marges de stabilité sont très petites, les ingénieurs de Thalès ont exclu d'introduire un correcteur à déphasage négatif supplémentaire dans la chaîne directe. Pour améliorer les performances et permettre à Sirius de satisfaire tous les critères du cahier des charges, ils ont choisi de rajouter une compensation de consigne dans la chaîne asservie. Le schéma bloc de l'ensemble prend alors la forme définie sur la figure 19, avec $K_S=7{,}5\,V.s$.

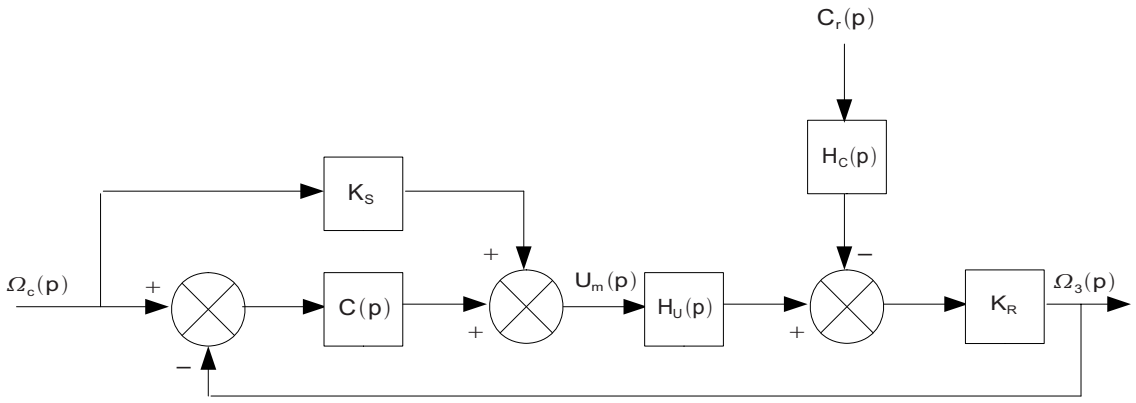


Figure 19 : schéma bloc du nouveau système avec compensation de consigne.

Q49 : Montrer que cette compensation de consigne ne modifie pas la stabilité du système.

Q50 : En cas de perturbation nulle, conclure sur la capacité du système à satisfaire ou non le critère de vitesse angulaire.

Une des perturbations les plus classiques est celle due au vent. En effet, en pleine mer, le vent n'est pas freiné par un quelconque obstacle, et agit donc directement et puissamment sur le système d'observation qui tourne. Le couple résistant est alors modélisé par $C_r(p)=\frac{3,2}{(40+p^2)}$.

Q51 : Déterminer la fonction $C_r(t)$ et justifier une origine physique expliquant l'allure retenue par ce modèle.

Q52 : Justifier la possibilité de négliger, en première approche, toutes les constantes de temps du système pour déterminer l'influence de $C_r(t)$ sur $\omega_3(t)$ lorsque l'entrée est un échelon de vitesse (d'amplitude celle du cahier des charges), et déterminer dans ce cas $\omega_3(t)$.

Q53 : Conclure quant à la capacité du système à satisfaire les critères du cahier des charges cités au début de cette partie, avec la structure par compensation de consigne.

fin de l'épreuve

Annexe 1

Relations vérifiées par $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ dans les cas suivants ($C = \cos\beta$, $S = \sin\beta$) :

• position neutre du bateau + phase de suivi

$$C^2\cos\theta_1\cos\theta_2 - C\sin\theta_1\sin\theta_2 + S^2\cos\theta_2 = C\cos\theta_3$$
$$C\sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2 = -C\sin\theta_3$$
$$-CS\cos\theta_1\cos\theta_2 + S\sin\theta_1\sin\theta_2 + CS\cos\theta_2 = S$$

$$-C^2\cos\theta_1\sin\theta_2 - C\sin\theta_1\cos\theta_2 - S^2\sin\theta_2 = \sin\theta_3$$
$$-C\sin\theta_1\sin\theta_2 + \cos\theta_1\cos\theta_2 = \cos\theta_3$$
$$CS\cos\theta_1\sin\theta_2 + S\sin\theta_1\cos\theta_2 - CS\sin\theta_2 = 0$$

$$-CS\cos\theta_1 + CS = -S\cos\theta_3$$
$$-S\sin\theta_1 = S\sin\theta_3$$
$$S^2\cos\theta_1 + C^2 = C$$

• tangage d'angle ψ_t + phase de suivi

$$C^2\cos\theta_1\cos\theta_2 - C\sin\theta_1\sin\theta_2 + S^2\cos\theta_2 = C\cos\theta_3\cos\psi_t + S\sin\psi_t$$
$$C\sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2 = -C\sin\theta_3$$
$$-CS\cos\theta_1\cos\theta_2 + S\sin\theta_1\sin\theta_2 + CS\cos\theta_2 = -C\cos\theta_3\sin\psi_t + S\cos\psi_t$$

$$-C^2\cos\theta_1\sin\theta_2 - C\sin\theta_1\cos\theta_2 - S^2\sin\theta_2 = \cos\psi_t\sin\theta_3$$
$$-C\sin\theta_1\sin\theta_2 + \cos\theta_1\cos\theta_2 = \cos\theta_3$$
$$CS\cos\theta_1\sin\theta_2 + S\sin\theta_1\cos\theta_2 - CS\sin\theta_2 = -\sin\theta_3\sin\psi_t$$

$$-CS\cos\theta_1 + CS = -S\cos\theta_3\cos\psi_t + C\sin\psi_t$$
$$-S\sin\theta_1 = S\sin\theta_3$$
$$S^2\cos\theta_1 + C^2 = S\cos\theta_3\sin\psi_t + C\cos\psi_t$$

• tangage d'angle ψ_t + phase de suivi + Sirius sans socle 0

$$C\cos\theta_1\cos\theta_2 - \sin\theta_1\sin\theta_2 = C\cos\theta_3\cos\psi_t + S\sin\psi_t$$
$$C\sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2 = -C\sin\theta_3$$
$$S\cos\theta_2 = -C\cos\theta_3\sin\psi_t + S\cos\psi_t$$

$$-C\cos\theta_1\sin\theta_2 - \sin\theta_1\cos\theta_2 = \cos\psi_t\sin\theta_3$$
$$-C\sin\theta_1\sin\theta_2 + \cos\theta_1\cos\theta_2 = \cos\theta_3$$
$$-S\sin\theta_2 = -\sin\theta_3\sin\psi_t$$

$$-S\cos\theta_1 = -S\cos\theta_3\cos\psi_t + C\sin\psi_t$$
$$-S\sin\theta_1 = S\sin\theta_3$$
$$C = S\cos\theta_3\sin\psi_t + C\cos\psi_t$$

Annexe 2

Données techniques		Puissance nominale (W)	Puissance disponible (W) *	Vitesse nominale (tr/min)	Vitesse maximale (tr/min)	Couple nominal (N.m)	Couple maximum (N.m)	Inertie ($kg.m^2$)	Degré IP	Poids (kg)	Amplificateur
Série P3	P30B04005DXS00M	50	65 à 4500 tr/min	3000	4500	0,16	0,49	$0,031.10^{-4}$	IP 43	0,35	RS1A01
	P30B04010DXS1CM	100	125 à 4500 tr/min	3000	4500	0,32	0,98	$0,051.10^{-4}$	IP 43	0,5	RS1A01
	P30B06020DXS11M	200	235 à 4500 tr/min	3000	4500	0,64	1,96	$0,144.10^{-4}$	IP 43	1,15	RS1A01
	P30B06040DXS11M	400	520 à 4500 tr/min	3000	4500	1,27	3,82	$0,255.10^{-4}$	IP 43	1,7	RS1A03
	P30B08075DXS11M	750	940 à 4500 tr/min	3000	4500	2,38	7,15	$0,635.10^{-4}$	IP 43	3,3	RS1A03
Série P5	P50B04010DXS00M	100	125 à 4500 tr/min	3000	4500	0,32	0,98	$0,079.10^{-4}$	IP 43	0,59	RS1A01
	P50B05020DXS00M	200	235 à 4500 tr/min	3000	4500	0,64	1,96	$0,179.10^{-4}$	IP 55	1,07	RS1A01
	P50B07040DXS00M	400	520 à 4500 tr/min	3000	4500	1,27	3,92	$0,740.10^{-4}$	IP 55	2,1	RS1A03
	P50B08100HXS00M	1000	1000 à 3000 tr/min	3000	4500	3,19	8,82	$2,651.10^{-4}$	IP 55	5,05	RS1A03
Q2	Q2AA10150BXS48M	1500	1500 à 2000 tr/min	2000	2000	7,5	20,5	$7,99.10^{-4}$	IP 67	7,2	RS1A03
P2	P20B10150DXS00M	1500	1500 à 3000 tr/min	3000	4500	4,79	14,7	$2,04.10^{-4}$	IP 67	6,5	RS1A05
P6	P60B13150HXS00M	1500	1850 à 3000 tr/min	2000	3000	7,5	20	$8,28.10^{-4}$	IP 67	7,8	RS1A05
Q1	Q1AA13300DXS00M	3000	3000 à 3000 tr/min	3000	4500	9,51	28,4	$4,92.10^{-4}$	IP 67	11,4	RS1A10

* Puissance disponible : puissance qui peut être fournie tout le temps lorsque le moteur tourne à la vitesse indiquée.

* Remarque : tous les moteurs être équipés, sur demande, d'un frein d'urgence 24VDC.

FIN DE L'EPREUVE

Document Reponse ENSAM 210x350 2009:Document Reponse ENSAM 210x350 2009 22/01/09 8:54 Page 1

DANS CE CADRE

Académie : Session : Modèle EN.

Examen ou Concours Série* :

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

NOM :

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

Né(e) le :

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou concours : Série* :

Spécialité/option :

Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)

Numérotez chaque page (dans le cadre en bas de la page) et placez les feuilles intercalaires dans le bon sens

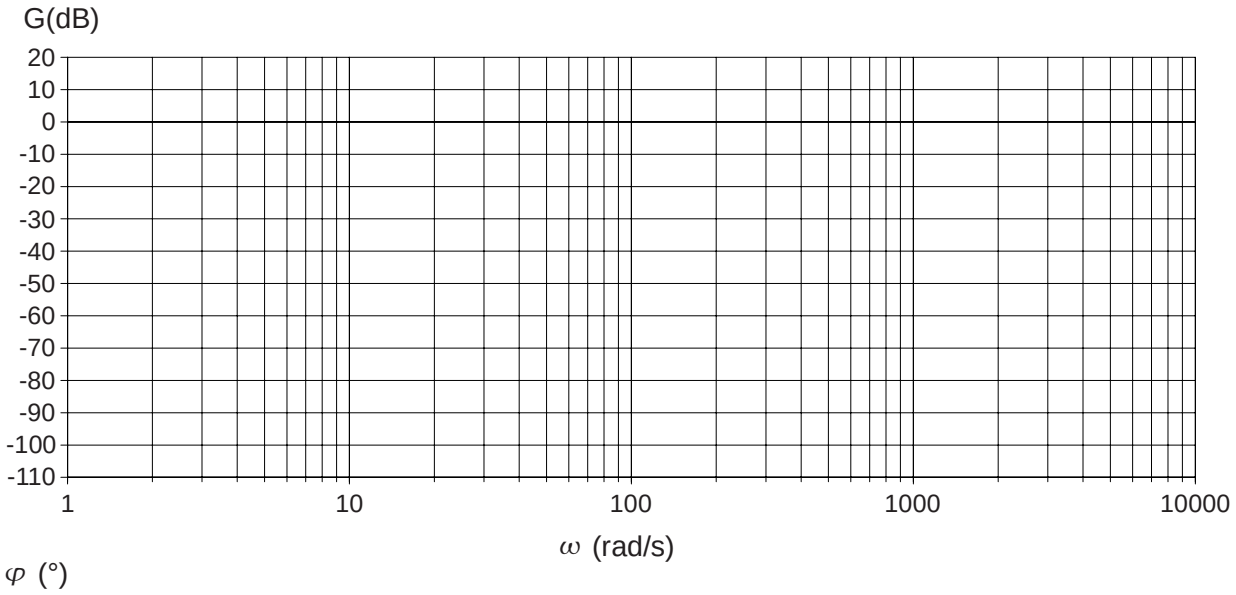
Note : /20

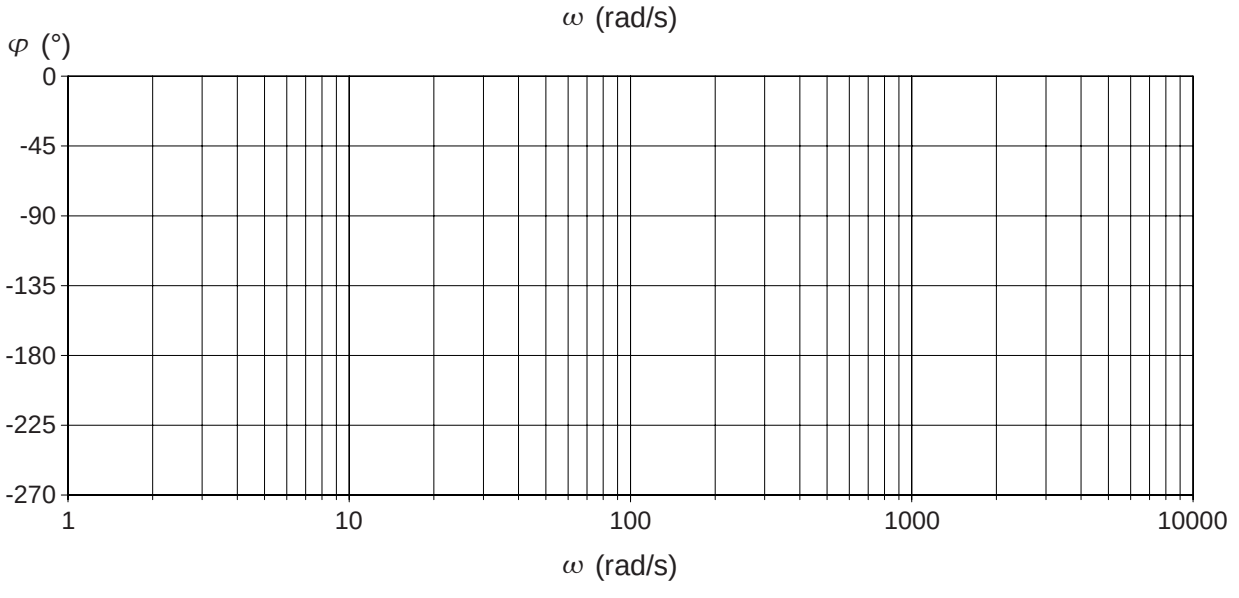
Appréciation du correcteur (uniquement s'il s'agit d'un examen) :

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

CX1614

Document réponse





Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Modélisation des liaisons, graphe des liaisons et schéma cinématique
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Géométrie des masses : centre d'inertie, matrice d'inertie, théorème de Huygens
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi