Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2015, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- II Conception : élaboration des consignes de pilotage des axes
- II Conception : modèle cinématique et estimation de l'effort à fournir au chariot
- II Conception : validation du modèle de l'axe X
- III Codage, implémentation et IV Intégration, vérification
- V Validation

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2015/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX5614

Banque commune École Polytechnique – InterENS

PSI

Session 2015

Épreuve de Sciences Industrielles

Durée: 5 heures

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit.
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Télescope constitué de deux satellites

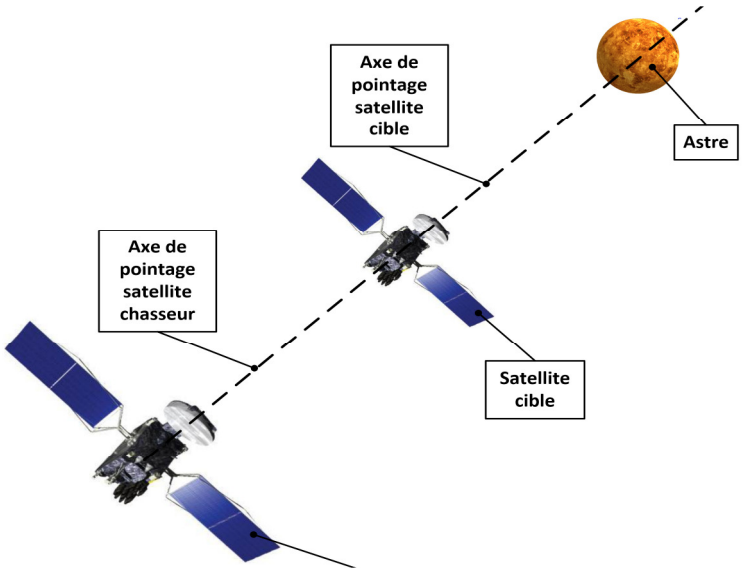


Figure 1 : pointage d'un astre par le couple de satellites

Le sujet est composé :

- de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé (page 1 à page 28) ;
- de trois documents réponse à joindre obligatoirement à la copie (documents DR1, DR2 et DR3).

Il est recommandé au candidat :

- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les différentes parties de ce sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins, il est recommandé de les traiter dans l'ordre proposé afin de tenir compte des différentes remarques et des notations.

La perspective de concevoir des systèmes d'observation de l'espace de plus en plus performants amène les industriels à envisager la conception de télescopes constitués de deux satellites, un satellite cible et un satellite chasseur. Cette innovation permet de disposer de distances focales très grandes tout en bénéficiant des conditions privilégiées d'observation depuis l'espace. Elle impose de maitriser parfaitement le positionnement relatif de deux satellites en attitude[1] et en position.

Pour effectuer le pointage et l'observation d'un astre, l'axe de pointage du satellite cible, l'axe de pointage du satellite chasseur et l'axe de pointage de l'astre doivent être confondus comme le montre la Figure 1. Des manœuvres d'alignement très précises des deux satellites doivent donc être réalisées dans l'espace

Lorsque le satellite chasseur et le satellite cible doivent pointer sur un nouvel astre, les axes de pointage des deux satellites sont initialement confondus avec l'axe de pointage de l'ancien astre. Une première manœuvre permet de faire coïncider les axes de pointage des deux satellites avec l'axe de pointage du nouvel astre (Figure 2)..
La manœuvre débute par une modification d'attitude simultanée des deux satellites réalisée à l'aide de la **même loi de commande** (Figure 2). L'attitude des satellites est connue avec une très grande précision grâce à des « stars trackers »[2]. Les corrections d'attitude sont obtenues à l'aide des tuyères.
La Figure 2 montre que la modification de l'attitude des satellites entraîne un désalignement des axes de pointage qui doit être compensé tout au long de la manœuvre. Il faut alors que le satellite chasseur se déplace continuellement en translation pour assurer l'alignement des axes de pointage des deux satellites. Le déplacement du satellite chasseur se fera toujours perpendiculairement à son axe de pointage.
A la fin de la manœuvre, la Figure 3 montre la coïncidence obtenue entre les deux axes de pointage des deux satellites et le nouvel axe de pointage de l'astre. La phase d'observation peut commencer.

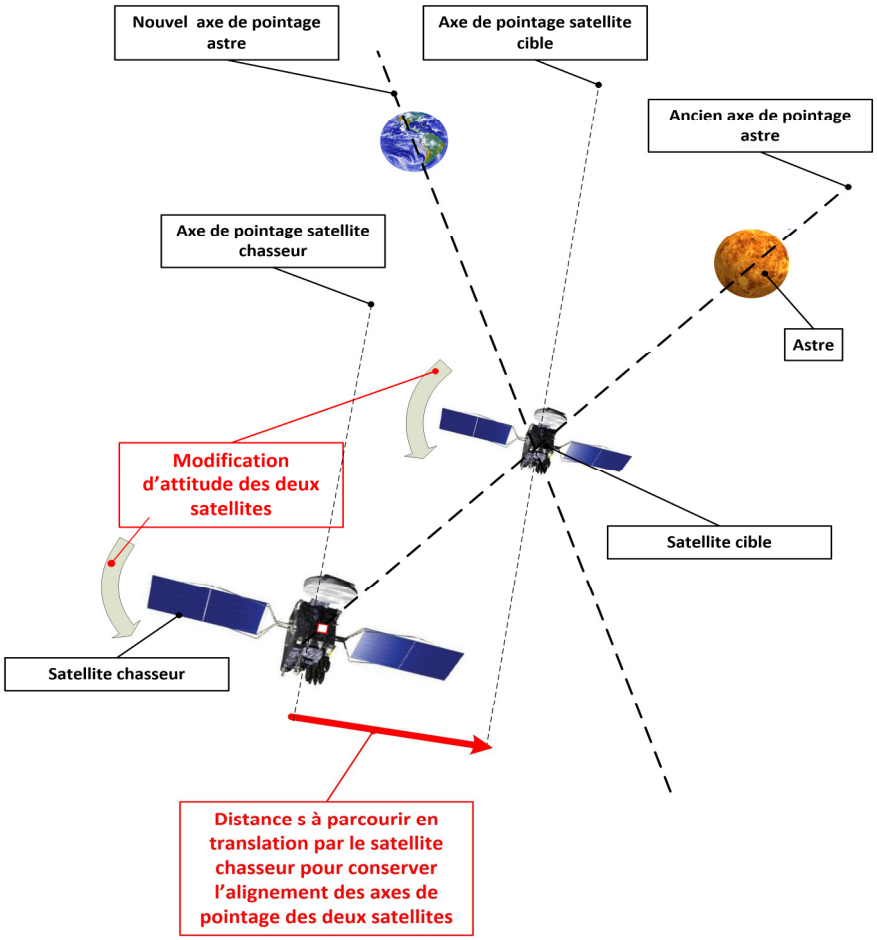


Figure 2 : déplacement en translation du satellite chasseur pour assurer le réalignement

[1] Orientation d'un repère lié au satellite par rapport à un repère de référence
[2] Capteurs qui donnent l'attitude du satellite à partir d'une cartographie des étoiles préenregistrée

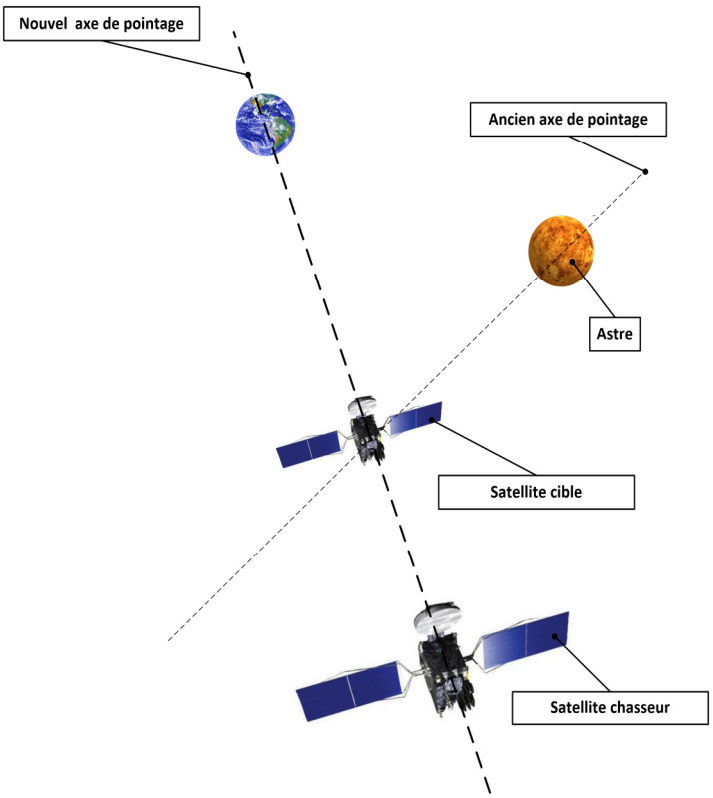


Figure 3 : coïncidence obtenue des trois axes de pointage

Afin de valider par des essais au sol cette manœuvre, un banc de test doit être conçu et validé afin de reproduire le déplacement du satellite chasseur en fonction du désalignement mesuré par rapport au satellite cible. La Figure 4 présente un diagramme partiel des cas d'utilisation du banc de test.

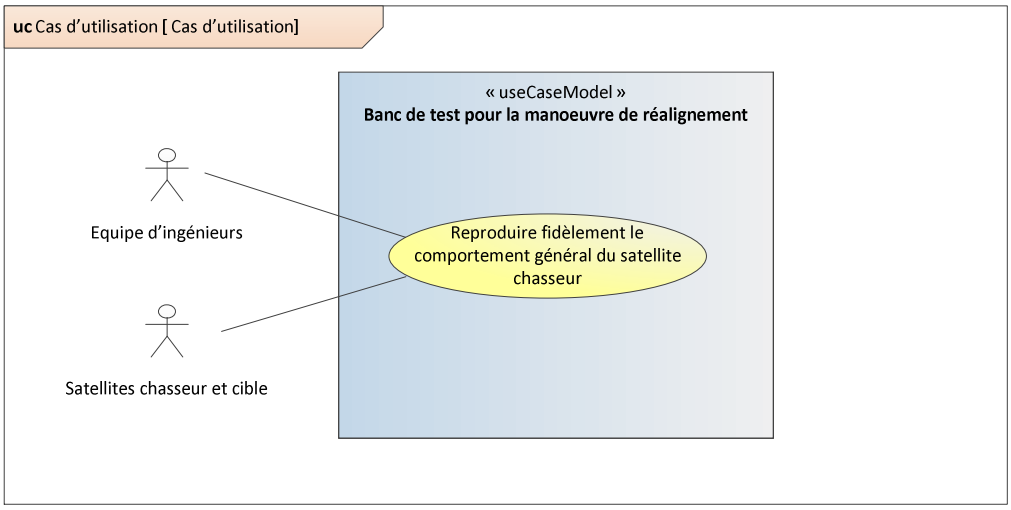


Figure 4 : diagramme des cas d'utilisation du banc de test

La démarche mise en place par les équipes d'ingénieurs pour concevoir le banc de test respectera le cycle en V représenté sur la Figure 5. Le candidat sera amené à reproduire cette démarche en parcourant les différentes parties du sujet.

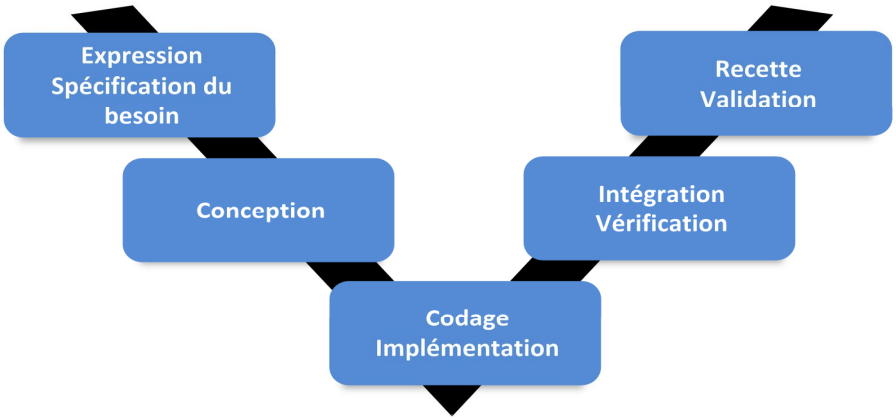


Figure 5 : cycle en V

I Expression et spécification du besoin

L'architecture du banc de test est représentée sur la Figure 6. Il est constitué de deux robots qui se font face, le robot chasseur qui porte le satellite chasseur et le robot cible qui porte le satellite cible. Dans la configuration de la Figure 6, les deux satellites présentent un alignement satisfaisant (début de manœuvre).
Lors de la manœuvre, l'attitude des deux satellites est pilotée avec la même loi de commande. Un capteur optique placé sur le satellite chasseur relève en permanence la distance *s*, mesurée selon $\overrightarrow{y_4}$ (Figure 7), correspondant au désalignement des axes de pointage des deux satellites. Au fur et à mesure de la manœuvre, le robot chasseur doit corriger ce désalignement en le maintenant à zéro, simultanément à la modification d'attitude des deux satellites. Le robot chasseur est piloté de manière à asservir la distance s à la valeur 0.

Le robot chasseur est monté sur un rail lui permettant de se déplacer sur des distances importantes selon l'axe $\overrightarrow{x_0}$ pour se rapprocher du robot cible si cela est nécessaire.
L'objectif est de valider le choix du capteur et des algorithmes permettant d'assurer la commande en translation du satellite chasseur.

- Le déplacement Δx du satellite chasseur selon $\overrightarrow{x_0}$ est obtenu **exclusivement** à l'aide du déplacement du robot chasseur sur le rail (paramètre λ). L'axe associé à ce déplacement en translation sera appelé axe X.
- Le déplacement Δy du satellite chasseur selon $\overrightarrow{y_0}$ est obtenu **exclusivement** à l'aide de deux articulations du robot chasseur (paramètres θ_1 et θ_2). La commande combinée de ces deux articulations permet d'obtenir un déplacement purement vertical. Les axes associés aux paramètres θ_1 et θ_2 seront appelés respectivement axe 1 et axe 2.
- La correction de l'attitude est obtenue à l'aide de l'articulation du robot permettant le mouvement de 4 par rapport à 3 (paramètre α). L'axe associé à cette rotation sera appelé axe A.

Les exigences de conception du banc de test sont regroupées dans le diagramme des exigences en ANNEXE 1. Le diagramme de définition des blocs du banc de test est donné en ANNEXE 2. La désignation des différents axes est rappelée sur ce diagramme.

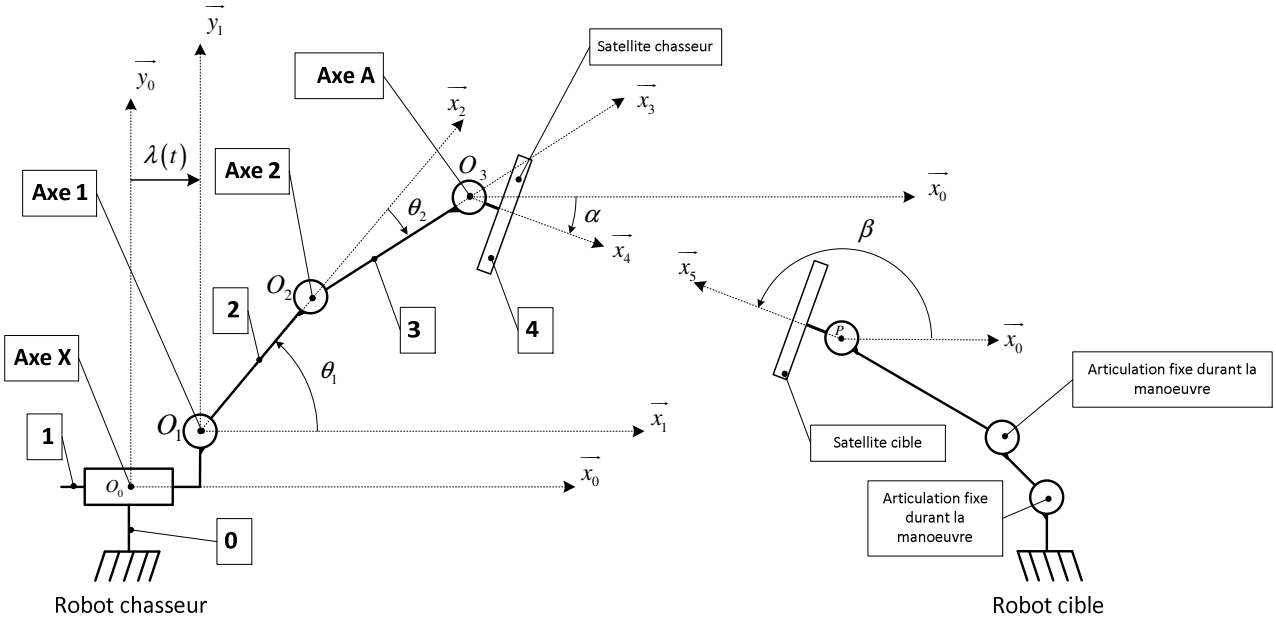


Figure 6 : banc de test avec les deux satellites alignés, début de la manœuvre

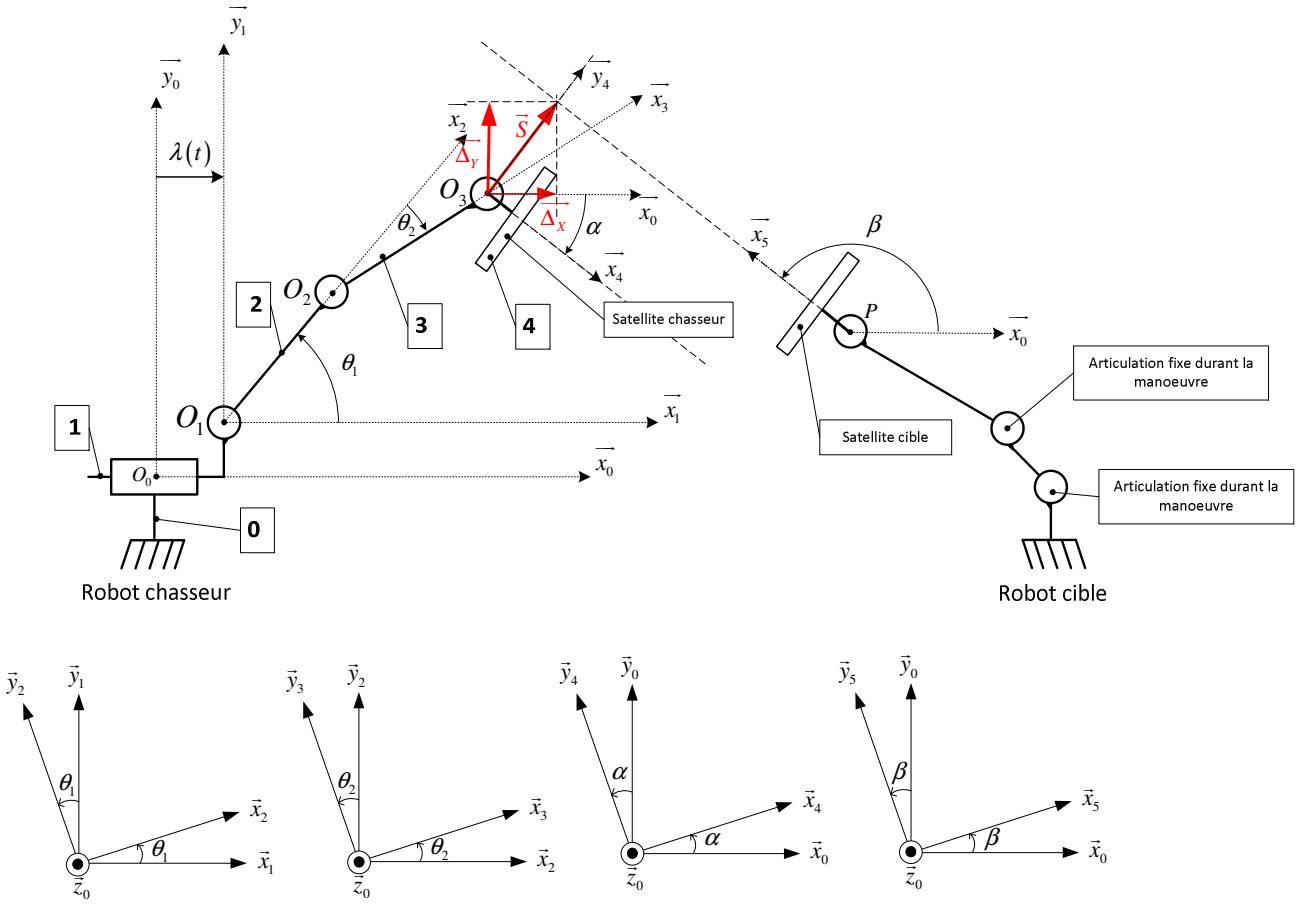


Figure 7 : réalignement des deux satellites par translation selon $\overrightarrow{y_4}$

II Conception

Le banc de test doit reproduire fidèlement les mouvements du satellite chasseur. En condition réelle (dans l'espace) la correction de l'attitude et le déplacement du satellite sont obtenus grâce à des tuyères commandées en tension, qui exercent des actions mécaniques durant des intervalles de temps très courts. Ces impulsions exercées par les tuyères provoquent le déplacement du satellite. Pour reproduire les mouvements du satellite chasseur sur le banc de test, le choix a été fait de simuler la dynamique de la tuyère et celle du satellite afin d'élaborer les lois de commande des moteurs du robot chasseur.
Le schéma bloc de la Figure 8 présente l'architecture globale des boucles de correction d'attitude et de désalignement retenues. La Figure 9 représente une structure détaillée de la boucle de correction de désalignement.

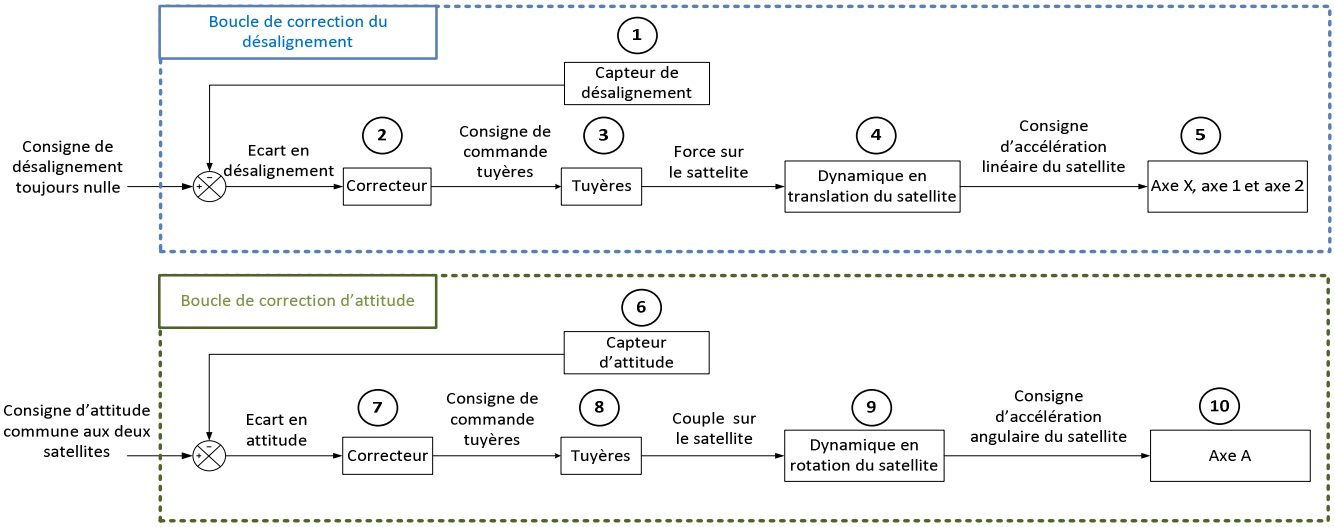


Figure 8 : structure de la commande des axes du robot chasseur

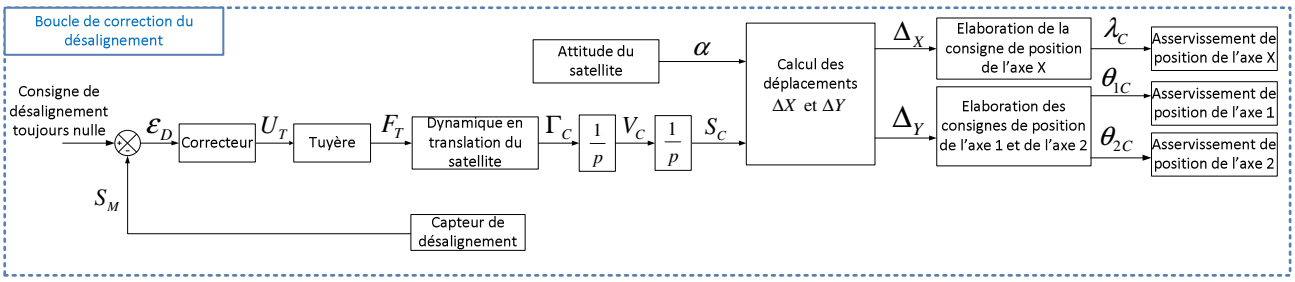


Figure 9 : structure détaillée de la boucle de correction du désalignement

ε_D : écart de désalignement
U_T : tension de commande de la tuyère
F_T : effort généré par la tuyère
Γ_C : accélération calculée du satellite
V_C : vitesse calculée du satellite
S_C : déplacement calculé du satellite

Δ_X : déplacement calculé du satellite selon l'axe $\overrightarrow{x_0}$
Δ_Y : déplacement calculé du satellite selon l'axe $\overrightarrow{y_0}$
λ_C : consigne de position calculée de l'axe X
θ_{1C} : consigne de position calculée de l'axe 1
θ_{2C} : consigne de position calculée de l'axe 2

II.1 Indiquer par leurs numéros (Figure 8) les blocs qui représentent des éléments matériels et les blocs qui représentent des modèles ou des opérations mathématiques.

Elaboration des consignes de pilotage des axes

Lors d'une phase de pointage (Figure 7), un capteur appréhende la distance *s* de désalignement des axes de pointage. Il faut alors que le satellite chasseur se déplace pour obtenir un alignement satisfaisant. L'objectif de cette partie est de déterminer les consignes λ_C, θ_{1C} et θ_{2C} qui doivent être imposées aux trois axes du robot chasseur pour assurer un positionnement satisfaisant du satellite.

Paramétrage : $\overrightarrow{O_0O_1} = \lambda\vec{x}_0 + a\vec{y}_0 \qquad \overrightarrow{O_1O_2} = L\vec{x}_2 \qquad \overrightarrow{O_2O_3} = L\vec{x}_3$

La position courante du point O_3 durant la manœuvre est définie par : $\overrightarrow{O_0O_3} = X\vec{x}_0 + Y\vec{y}_0$.

Pour assurer l'alignement des axes, et optimiser la rapidité, le point O_3 doit se déplacer selon le vecteur $\vec{S} = s\vec{y}_4 = \overrightarrow{\Delta_X} + \overrightarrow{\Delta_Y} = \Delta_X\,\vec{x}_0 + \Delta_Y\,\vec{y}_0$ (Figure 7).

Au départ de la manœuvre à t=0 :

- la position du point O_3 est définie par : $\overrightarrow{O_0O_3} = X_{ref}\,\vec{x}_0 + Y_{ref}\,\vec{y}_0$
- la position du point O_1 est définie par : $\overrightarrow{O_0O_1} = \lambda_{ref}\,\vec{x}_0 + a\vec{y}_0$
- $\theta_1 = \theta_{1ref}$ et $\theta_2 = \theta_{2ref}$

Le déplacement Δ_X est obtenu à l'aide de l'axe de translation du robot (paramètre λ). Le déplacement Δ_Y est obtenu à l'aide des articulations du robot (paramètres θ_1 et θ_2). La variation des paramètres θ_1 et θ_2 ne doit pas entraîner de déplacement selon l'axe $\vec{x}_0$. Les attitudes des deux satellites sont gérées à partir d'un processus de commande indépendant qui impose la valeur des paramètres α et β.

II.2 Donner la relation entre α et β permettant de maintenir les deux satellites à la même attitude durant toute la manœuvre conformément à la configuration illustrée sur la Figure 7.

II.3 Donner les expressions des déplacements Δ_X et Δ_Y en fonction de s et α.

II.4 Ecrire les relations géométriques directes liant les paramètres L, a, X, Y, λ, θ_1 et θ_2.

II.5 Donner les expressions de Δ_X et Δ_Y permettant de rétablir l'alignement entre les deux axes de pointage en fonction des paramètres L, a, X_{ref}, Y_{ref}, λ, θ_1 et θ_2.

On note : $\overrightarrow{V_{O_3\in 3/0}} = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{O_0O_3}\right]_0 = V_X\vec{x}_0 + V_Y\vec{y}_0 = \dot{X}\vec{x}_0 + \dot{Y}\vec{y}_0$

II.6 Déterminer les expressions de V_X et de V_Y en fonction des paramètres cinématiques et géométriques.

On fait l'hypothèse que lors de la manœuvre $\dot{\theta}_1 = -\frac{\dot{\theta}_2}{2}$.

II.7 *Donner la relation qui doit lier* θ_{1ref} *et* θ_{2ref} *pour être compatible avec l'hypothèse formulée sur les vitesses angulaires et sur le déplacement vertical. En déduire une relation liant* θ_1 *et* θ_2 *permettant d'éviter qu'une variation de ces paramètres entraîne un déplacement selon* $\overrightarrow{x_0}$.

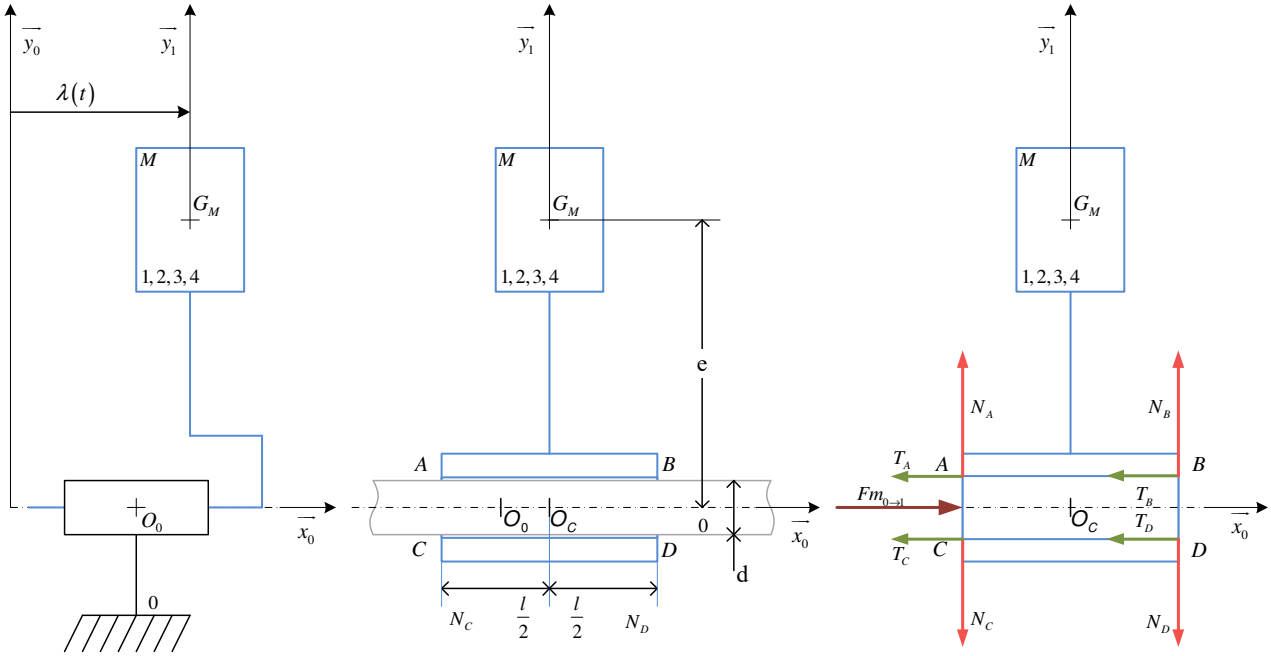
II.8 *Exprimer les consignes* θ_{1C} *et* θ_{2C} *en fonction de* Δ_Y, a, Y_{ref} *et L.*

II.9 *Exprimer* X_{ref} *en fonction de L,* θ_{1ref}, θ_{2ref} *et* λ_{ref} *et donner l'expression de* λ_C.

Gestion du risque d'arc-boutement dynamique

Lorsqu'une consigne de déplacement de l'axe X est imposée, les efforts générés dans la liaison glissière entre le chariot et le bâti (Figure 10) peuvent entraîner un coincement par arc-boutement. L'arc-boutement est un phénomène de blocage, par frottement entre les surfaces, sans obstacle, qui ne dépend pas de l'intensité des actions mécaniques en jeu. Le guidage en translation présente des actions dynamiques excentrées importantes en raison de l'intensité des accélérations imposées. L'étude proposée permet d'évaluer ce risque d'arc-boutement et de prendre les dispositions permettant de l'éviter.

Le modèle d'étude choisi est le suivant :



Modèle cinématique

Géométrie du guide (0) et du coulisseau (1,2,3,4)

Définition des actions mécaniques exercées sur le coulisseau isolé

Figure 10 : représentation de la liaison chariot/rails

Le centre de gravité G_Σ de l'ensemble $\Sigma=\{1,2,3,4\}$, de masse M, considéré comme classe d'équivalence dans cette étude, est tel que $\overrightarrow{O_0G_\Sigma}=\left(\lambda(t)+\delta\right)\overrightarrow{x_0}+e\overrightarrow{y_0}$.

L'ensemble $\Sigma=\{1,2,3,4\}$ subit une action motrice modélisée par un glisseur $\left\{\begin{array}{c} Fm_{0\to1}\,\overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{array}\right\}_{O_0}$.

La longueur du guidage est l et sa largeur d.

Le facteur de frottement sec entre $\{0\}$ et $\{1\}$ est noté f_s.

Dans cette étude, le problème est supposé plan et les actions mécaniques en jeu permettent de négliger les actions de la pesanteur.

Les actions mécaniques exercées par le bâti sur l'ensemble Σ, $N_A, T_A, N_B, T_B, N_C, T_C, N_D$ et T_D sont représentées sur la Figure 10. Compte tenu des actions mécaniques mises en place les valeurs des N_i et des T_i sont positives.
En raison de la présence d'un jeu j (j<<d) dans le guidage, certaines actions mécaniques recensées $N_A, T_A, N_B, T_B, N_C, T_C, N_D$ et T_D peuvent être nulles.

II.10 Par un raisonnement qualitatif, en considérant $\ddot{\lambda} > 0$, préciser parmi les points A, B C et D ceux qui seront en contact. En déduire parmi les actions mécaniques recensées, celles qui seront non nulles.

On considèrera que les contacts aux points identifiés peuvent être modélisés par des liaisons ponctuelles avec frottement.

II.11 Ecrire les trois équations scalaires issues du principe fondamental de la dynamique appliqué à $\{1,2,3,4\}$ dans son mouvement par rapport à $\{0\}$ galiléen, exprimé en O_c, en utilisant les notations définies sur la Figure 10.

Dans la suite de l'étude, on fera l'hypothèse que les actions tangentielles (T_A, T_B, T_C et T_D) non nulles sont d'égales normes.

II.12 Par analyse de ces trois équations et par application du modèle de Coulomb aux contacts entre $\{0\}$ et $\{1\}$, discuter des risques d'apparition du phénomène d'arc-boutement, et des dispositions géométriques et cinématiques à respecter.

Dans la suite, ces dispositions seront supposées être vérifiées.

Estimation de l'effort à fournir au chariot

La transformation du mouvement de rotation du moteur de l'axe X en mouvement de translation est réalisée par un système pignon-crémaillère (Figure 11). L'objectif est d'estimer le couple C_r qui modélise l'action exercée par la crémaillère sur l'axe de sortie du motoréducteur. Il s'agit, en particulier, d'estimer l'influence respective de la masse de l'ensemble mobile et des mouvements du robot dans la valeur de C_r. Les résultats issus de cette étude permettront de quantifier la perturbation de l'asservissement de position de l'axe X qui sera étudié par la suite.
Le couple C_r et l'effort $Fm_{0\to1}$ sont liés par le transformateur de mouvement pignon-crémaillère, dont le rendement est supposé unitaire.

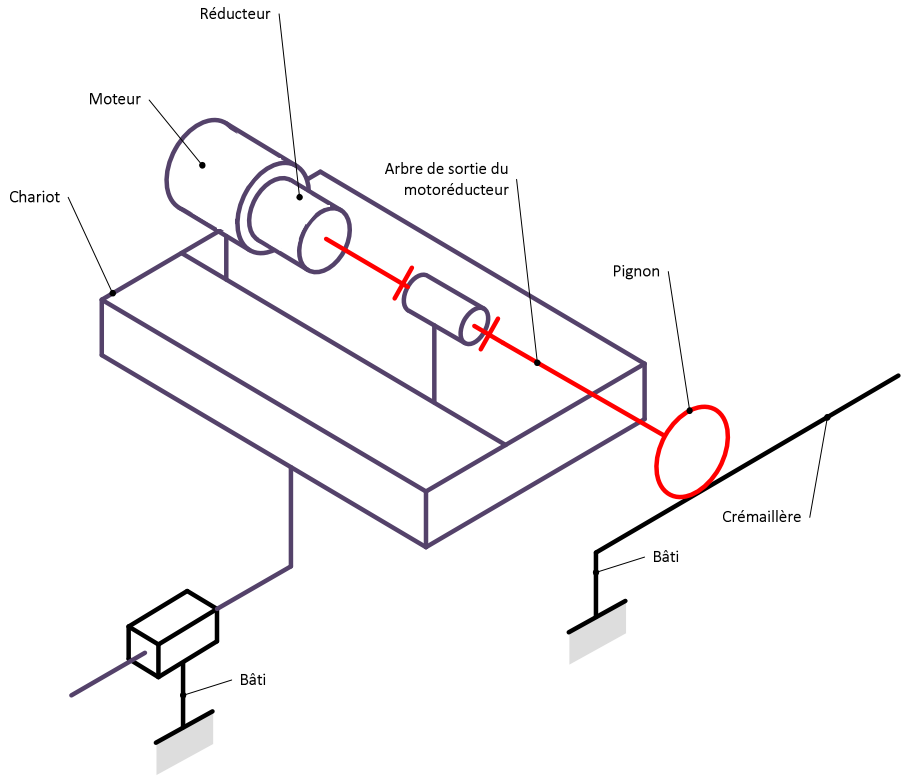


Figure 11 : schématisation de l'axe X

La Figure 12 regroupe l'ensemble des données nécessaires à l'étude proposée.

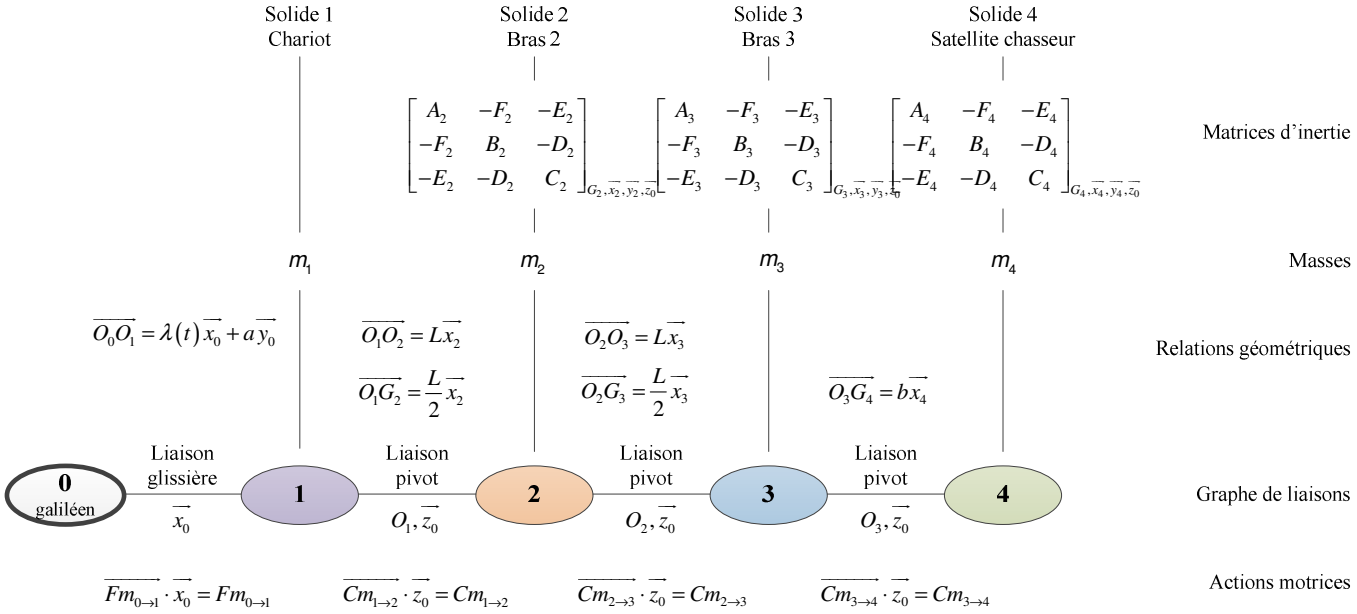


Figure 12 : modèles nécessaires à l'étude proposée

L'action de la gravité ne sera pas considérée dans cette partie.
Les dispositions annulant les risques d'arc-boutement étant vérifiées, le guidage entre le bâti et le chariot sera à présent modélisé par une liaison glissière parfaite.

➢ Influence de l'accélération du chariot sur le mouvement du satellite chasseur

II.13 En isolant le satellite chasseur 4, et en lui appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer la relation qui permet de lier le couple $Cm_{3\to4}$ exercé par le moteur électrique présent dans l'articulation entre le solide 3 et le solide 4 aux paramètres cinématiques, de dimensions, de masse et d'inertie du système étudié.

II.14 Montrer qu'il est nécessaire d'imposer un couple $Cm_{3\to4}$ non nul au moteur de l'articulation entre 3 et 4 pour maintenir l'orientation α constante en présence d'une accélération $\ddot{\lambda}$, même si le bras du robot n'est soumis à aucun mouvement par rapport au châssis (θ_1 et θ_2 constants).

II.15 Dans ces conditions, décrire la situation particulière pour laquelle ce couple est nul.

➢ Influence du mouvement du bras sur l'accélération du chariot

L'étude est menée pour une orientation du satellite chasseur 4 constante ($\alpha = \alpha_0$) et pour des conditions initiales telles que $\theta_1(0) = 180°$ et $\theta_2(0) = -180°$ (rappel : les angles sont paramétrés sur la Figure 6). La commande combinée de l'évolution des paramètres θ_1 et θ_2 permet d'obtenir un déplacement uniquement selon $\overrightarrow{y_0}$.

II.16 Par une étude dynamique, exprimer $Fm_{0\to1}$, l'effort à appliquer au chariot 1 par la crémaillère, sous la forme $Fm_{0\to1} = F_1(\ddot{\lambda}) + F_2(\theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1)$, expression dans laquelle $F_1(\ddot{\lambda})$ et $F_2(\theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1)$ désignent des fonctions des paramètres cinématiques cités en argument, ainsi que les grandeurs géométriques et d'inertie utiles.

II.17 Dans la situation étudiée, et par des considérations géométriques, exprimer Y en fonction des paramètres cinématiques et géométriques.

Pour une cinématique de référence (choisie pour tester le banc), et avec les conditions initiales $\theta_1(0) = 180°$ et $\dot{\theta}_1(0) = 0$, l'évolution de Y et de ses dérivées est donnée sur la Figure 13:

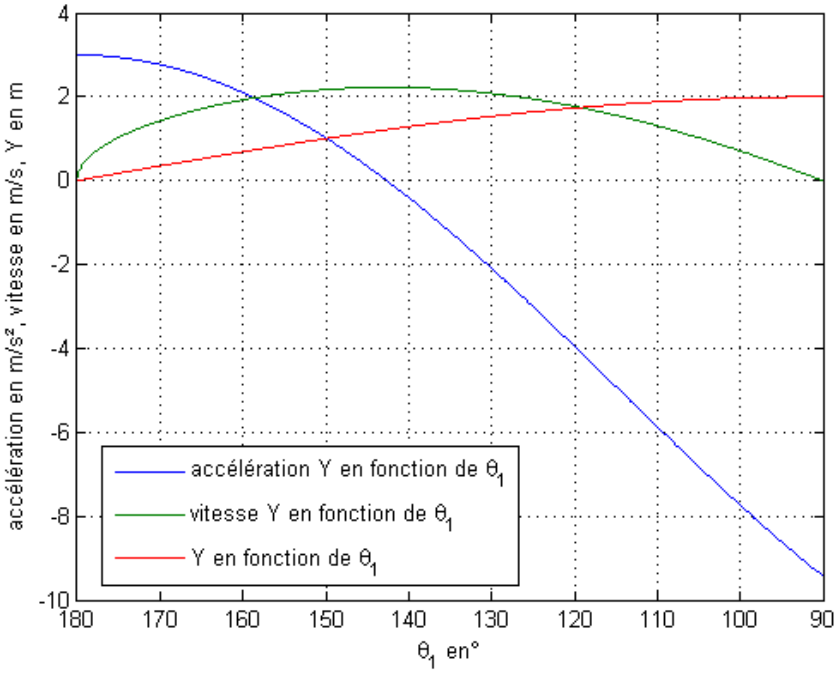


Figure 13 : évolution de Y et de ses dérivées

Le cahier des charges impose une accélération minimale de $2,7\ \mathrm{m/s^2}$ selon l'axe $\overrightarrow{y_0}$.

II.18 Dans ces conditions particulières, conclure sur la plage de variation de θ_1 permettant de respecter ce critère du cahier des charges.

Dans ces conditions cinématiques, on note $In = \dfrac{F_2(\theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1)}{F_1(\ddot{\lambda})}$ l'influence relative du mouvement du bras sur l'effort nécessaire au mouvement de translation du chariot.
La Figure 14 montre l'évolution de In en fonction de θ_1.

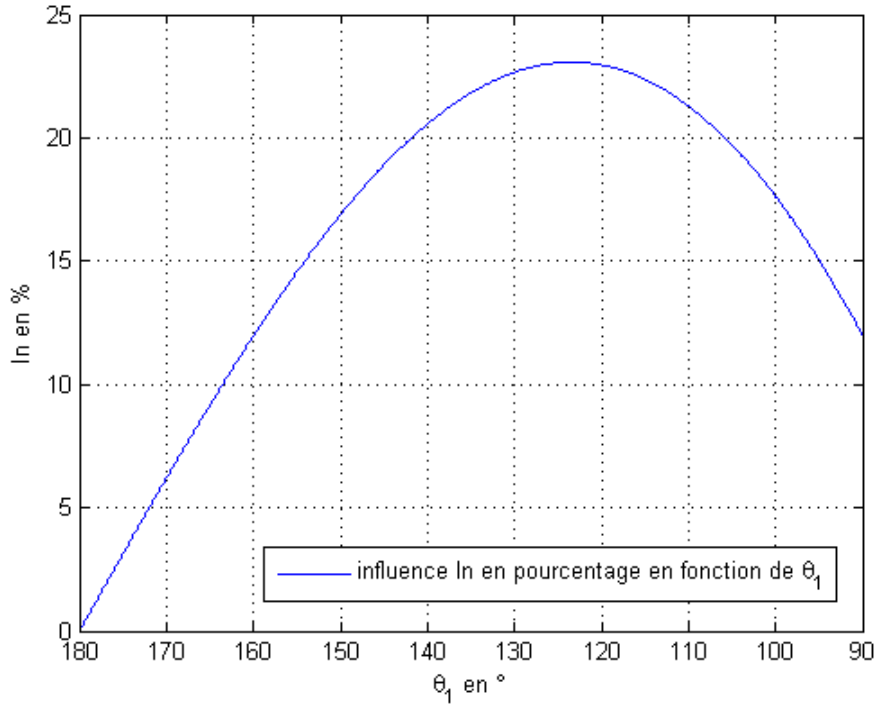


Figure 14 : influence In en % en fonction de θ_1

Exemple de lecture : à la position angulaire $\theta_1 = 160°$ et pour la cinématique de référence de mouvement du bras, l'effort nécessaire pour créer l'accélération est modifié de 12% par rapport à l'effort qu'il faudrait pour la même accélération $\ddot{\lambda}$ et un bras immobile.

II.19 Sur la Figure 14 parcourue dans le sens gauche-droite, décrire le mouvement du bras (se plie-t-il ou se déplie-t-il?). En déduire, par une étude qualitative et pour $\ddot{\lambda} > 0$, une justification du signe de In.

Pour approcher les résultats de l'étude, la quantification de l'effort permettant de mouvoir le chariot sera majorée de la valeur maximale de l'influence relative du mouvement du bras.

II.20 Conclure sur cette influence en proposant une forme simplifiée d'expression de l'effort $Fm_{0\to 1}$ permettant de créer une accélération $\ddot{\lambda}$, en s'affranchissant de la présence éventuelle du mouvement du bras.

Validation du modèle de l'axe X

Afin d'obtenir un positionnement précis du satellite selon l'axe $\overrightarrow{X_0}$, il est nécessaire d'asservir en position la motorisation de cet axe. Les performances souhaitées pour cet asservissement de position sont regroupées dans le diagramme des exigences en ANNEXE 1 et rappelées sur la Figure 15.

Exigences	**Critères**	
Précision	Ecart statique	<1 mm pour une consigne de 10 mm
Rapidité	$T_{r5\%}$	<1.2 s pour une consigne de 10 mm
Amortissement	Dépassement	<20%
Stabilité	Marge de gain Marge de phase	>15dB >50°

Figure 15 : performances souhaitées pour l'asservissement de position de l'axe X

Compte tenu de l'ordre de grandeur des efforts et des accélérations qui interviennent, les déformations en torsion de l'arbre de sortie du motoréducteur ne peuvent être négligées. Afin de tenir compte de ces déformations, la Figure 16 propose une modélisation permettant de prendre en compte ce phénomène. Le modèle de l'arbre de sortie du motoréducteur est constitué de deux solides indéformables (2 et 3) reliés par un ressort de torsion.

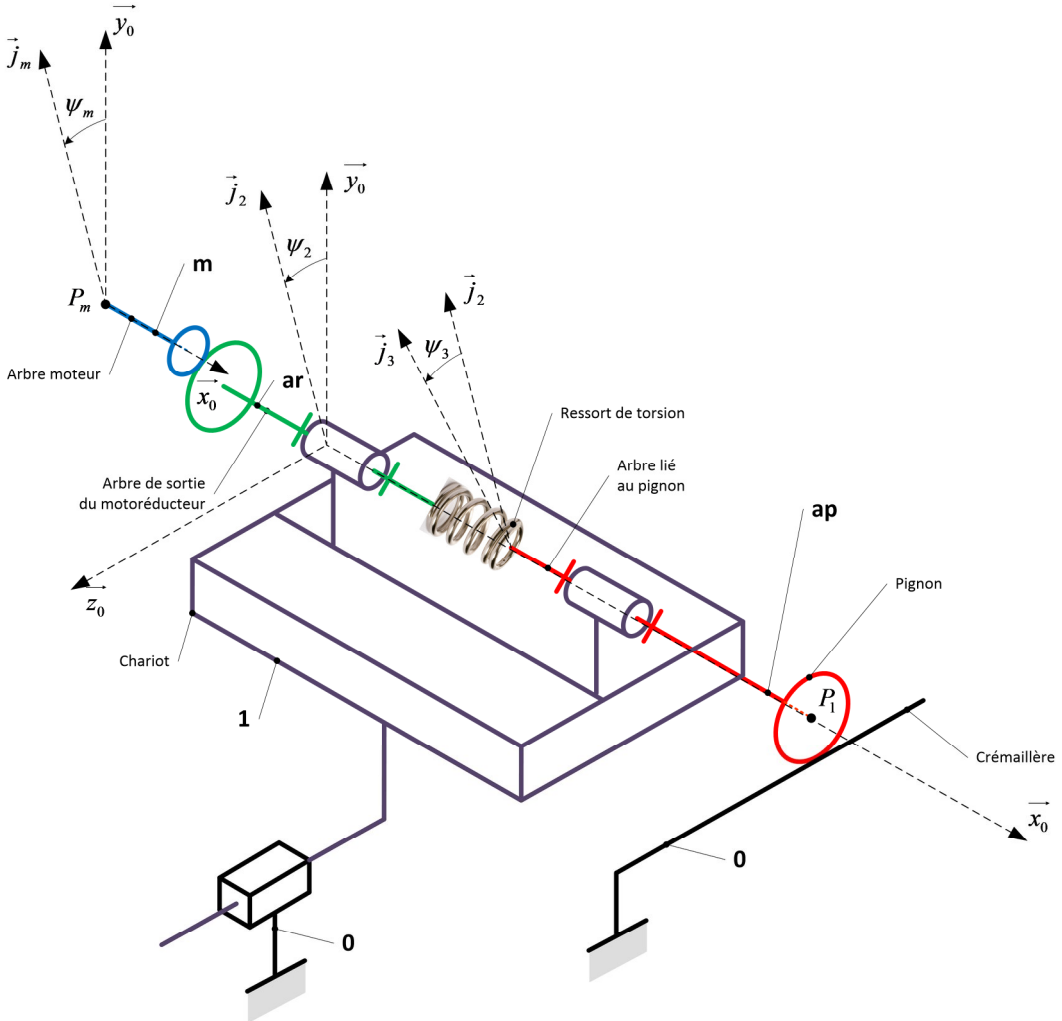


Figure 16 : modélisation de l'axe X avec prise en compte des déformations en torsion

Le repère $\left(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ est considéré comme galiléen.

Le repère $\left(P_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ est lié au chariot 1.

Le repère $\left(P_m, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{j_m}, \overrightarrow{k_m}\right)$ est lié à l'arbre m, $\psi_m = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{j_m}\right) = \left(\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{k_m}\right)$.

Le repère $\left(P_1, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_2}\right)$ est lié à l'arbre ar, $\psi_2 = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{j_2}\right) = \left(\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{k_2}\right)$.

Le repère $\left(P_m, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{j_3}, \overrightarrow{k_3}\right)$ est lié à l'arbre ap, $\psi_3 = \left(\overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{j_3}\right) = \left(\overrightarrow{k_2}, \overrightarrow{k_3}\right)$.

Les centres de masse des axes m, ar et ap sont situés sur leurs axes de rotation respectifs.

- $\overrightarrow{C_m} = C_m \overrightarrow{x_0}$: couple exercé par le moteur sur l'arbre moteur
- $\overrightarrow{C_{m\to ar}} = C_{m\to ar} \overrightarrow{x_0}$: couple exercé par l'arbre moteur sur l'arbre ar
- J_m, J_{ar} et J_{ap} : moments d'inertie respectifs des arbres m, ar et ap autour de leurs axes de rotation.
- $\overrightarrow{C_{far}} = -b\dot{\psi}_2 \overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{C_{fap}} = -b\dot{\psi}_3 \overrightarrow{x_0}$: couples résistants exercés respectivement sur les arbres ar et ap par le solide 1 au niveau des liaisons pivots
- k : raideur du ressort de torsion. Le ressort ne subit aucune déformation dans la position correspondant à $\psi_2 = \psi_3$. La masse du ressort est négligée.
- $\overrightarrow{C_r} = -C_r \vec{i}$: couple résistant exercé sur l'arbre ap
- $r = \frac{\dot{\psi}_2}{\dot{\psi}_m}$: rapport de réduction du réducteur du moteur (rendement unitaire)
- R_p : rayon du pignon de l'arbre ap.

Afin d'évaluer les performances de l'axe, il est nécessaire d'élaborer un modèle représentatif de son comportement dynamique.

II.21 En isolant successivement l'arbre m, l'arbre ar et l'arbre ap, exprimer les 3 équations issues de l'application du théorème du moment dynamique.

II.22 En supposant que les conditions initiales sont nulles, exprimer $\psi_2(p)$ et $\psi_3(p)$ sous la forme :

$$\begin{cases} \psi_2(p) = G_1(p)\psi_3(p) + G_2(p)C_m(p) \\ \psi_3(p) = G_3(p)\psi_2(p) - G_4(p)C_r(p) \end{cases}$$

Les fonctions de transfert $G_i(p)$ seront exprimées sous forme canonique.

II.23 Sur le document réponse DR 1, proposer une modélisation sous forme de schémas blocs du comportement de l'axe. Les entrées sont $C_m(p)$ et $C_r(p)$, les sorties sont $\psi_2(p)$ et $\psi_3(p)$ et les fonctions de transfert intervenant sont $G_1(p), G_2(p), G_3(p)$ et $G_4(p)$.

Afin de valider la première approche de modélisation de l'axe X, une démarche de modélisation multi-physique par composants est mise en place. Cette modélisation incomplète est proposée sur le document réponse DR 1 avec tous les éléments permettant d'interpréter cette modélisation.

II.24 Quel modèle peut-on associer aux connexions du domaine « mécanique de rotation » ?

II.25 Sur le document réponse DR 1 compléter le modèle de l'axe par composants en ajoutant les connexions du domaine « mécanique de rotation » nécessaires :

- *pour prendre en compte la perturbation due au couple résistant Cr*
- *pour implanter les capteurs de position angulaire permettant de relever les angles* $\psi_2(p)$ *et* $\psi_3(p)$

Afin de valider le modèle, une comparaison avec le comportement réel de l'axe est mise en œuvre. Le robot chasseur n'est pas encore fixé sur le chariot. Un essai en boucle ouverte est réalisé sur l'axe réel en alimentant le moteur avec une tension de 40 V appliquée à t=0. La vitesse linéaire de l'axe est relevée en fonction du temps et comparée à la réponse du modèle (Figure 17).

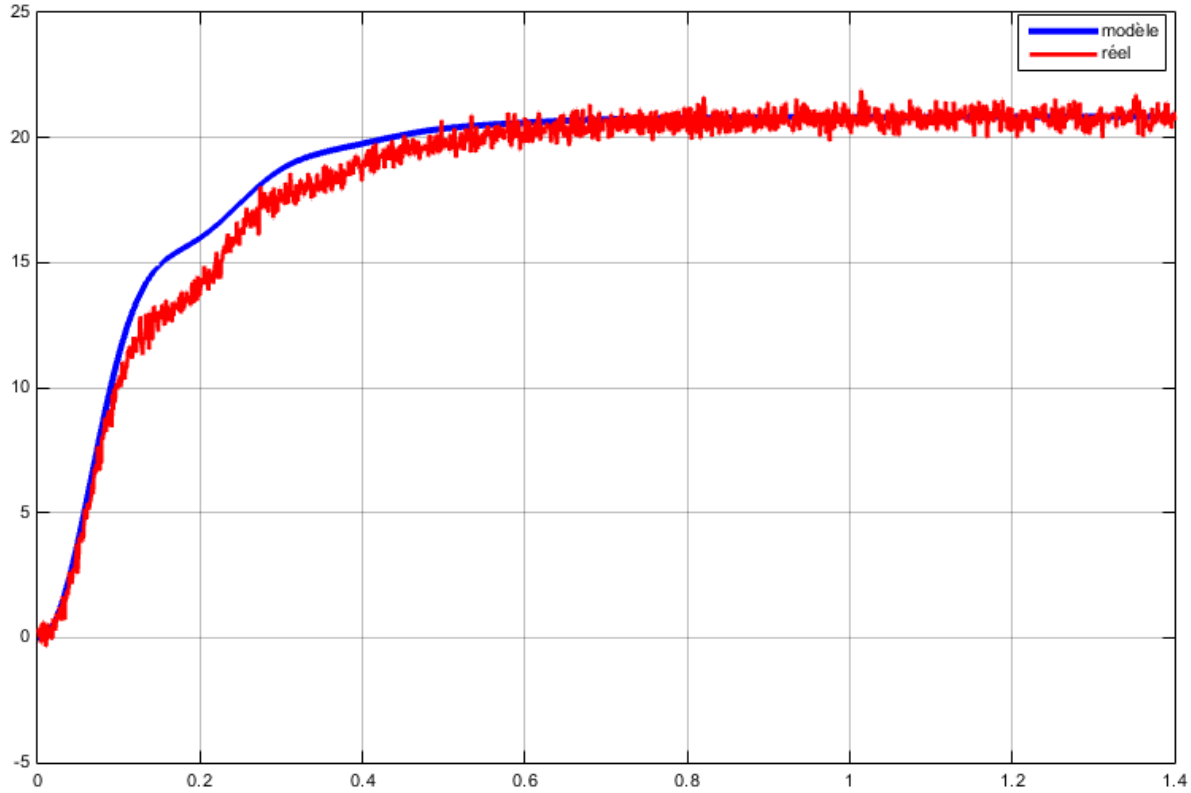


Figure 17 : vitesse en m/s en fonction du temps en s de l'axe modélisé et de l'axe réel

II.26 Caractériser les écarts entre les performances mesurées et les performances modélisées en analysant séparément le régime transitoire et le régime permanent. Préciser les paramètres du modèle qui pourraient être remis en cause.

Pour la suite de l'étude, le modèle en boucle ouverte de l'axe sera considéré comme validé au regard de la comparaison avec les résultats expérimentaux.
Le robot chasseur est maintenant fixé sur le chariot.

L'axe X doit être asservi en position. Un capteur de position linéaire de gain K_{capt} permet de connaître directement la position λ de l'axe X.
Les paramètres de la motorisation sont donnés :

- L : inductance de l'induit du moteur à courant continu
- R : résistance de l'induit du moteur à courant continu
- K_t : constante de couple du moteur
- K_e : constante de force contre électromotrice du moteur

Le schéma bloc partiel de cet asservissement est représenté sur le document réponse DR 2.

II.27 Donner les expressions des fonctions de transfert K_1, K_2, K_3 et K_4 qui apparaissent dans le schéma bloc partiel du document réponse DR 2 (ce document réponse sera complété en V.2)

Afin de valider le modèle de l'asservissement de position, une comparaison entre les performances modélisées et les performances mesurées est mise en œuvre. Pour effectuer cette comparaison la perturbation issue du couple résistant est neutralisée sur le modèle. Pour la mesure et pour l'expérimentation, l'asservissement réel et le modèle ne seront pas corrigés ($H_{cor}(p)=1$).

II.28 Préciser l'opération à effectuer sur le banc de test pour que le couple résistant neutralisé sur le moteur n'agisse pas sur le système réel ?

Les réponses du système réel et les réponses du modèle sont relevées (Figure 18 et Figure 19). Il est rappelé que le modèle de comportement de l'axe en boucle ouverte est considéré comme validé.
Les paramètres suivants sont donnés :

V_{sat} : tension maximale disponible en sortie de la carte de puissance alimentant le moteur.

V_{seuil} : tension de seuil du moteur (non nulle).

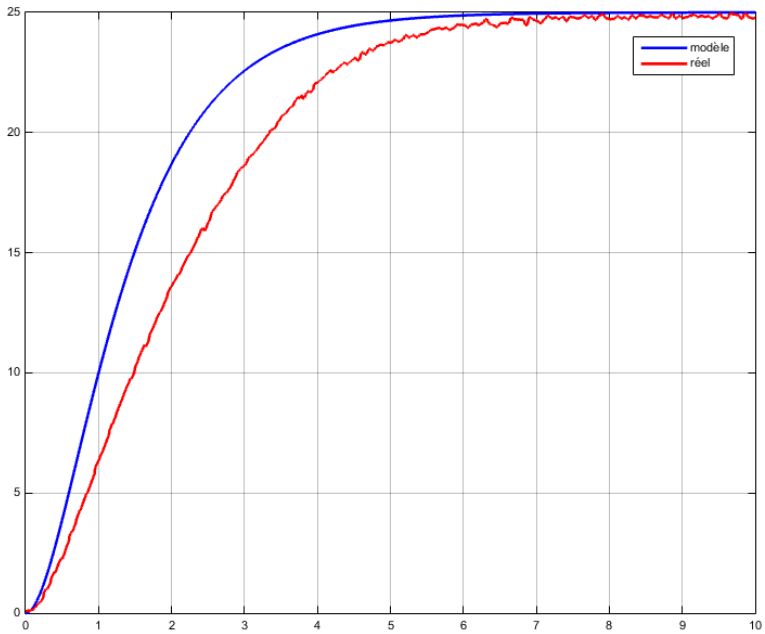


Figure 18 : position en mm de l'axe en fonction du temps en s, consigne 25 mm

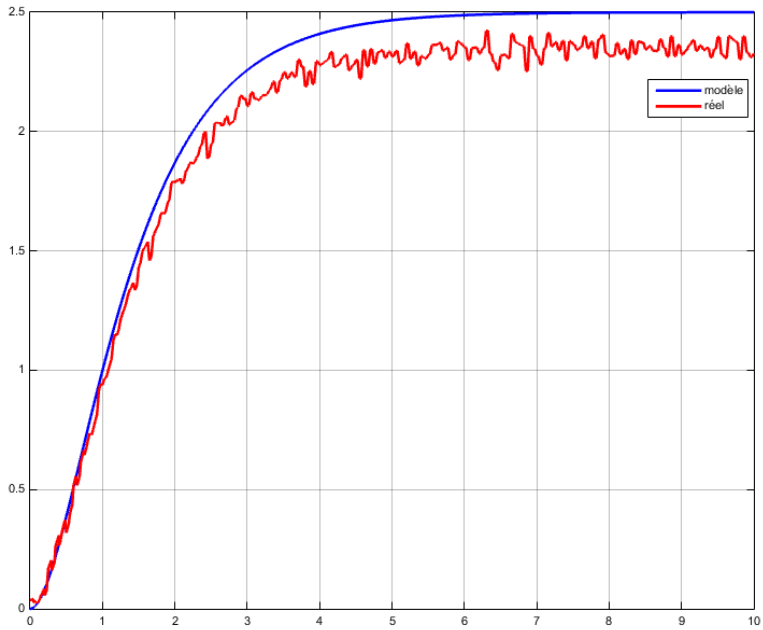


Figure 19 : position en mm de l'axe en fonction du temps en s, consigne 2.5 mm

II.29 Pour les réponses de la Figure 18, évaluer les écarts relevés entre les temps de réponse à 5% du modèle et du système réel. Quel phénomène est à l'origine des écarts constatés ? Justifier.

II.30 Pour les réponses de la Figure 19, évaluer les écarts entre la précision du système réel et celle du modèle. Identifier le phénomène qui est à l'origine des écarts constatés ? Justifier.

II.31 Donner les pistes d'amélioration du modèle de l'asservissement pour diminuer les écarts constatés.

Afin de mener une démarche de contrôle commande sur le modèle, l'analyse qui suit se fera à partir du modèle présenté sur le document réponse DR 2.
Afin de valider les performances du modèle de l'asservissement de position, le diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_{BO}(p)=\frac{m(p)}{\varepsilon(p)}$ est représenté sur la Figure 20 avec $H_{cor}(p)=1$.

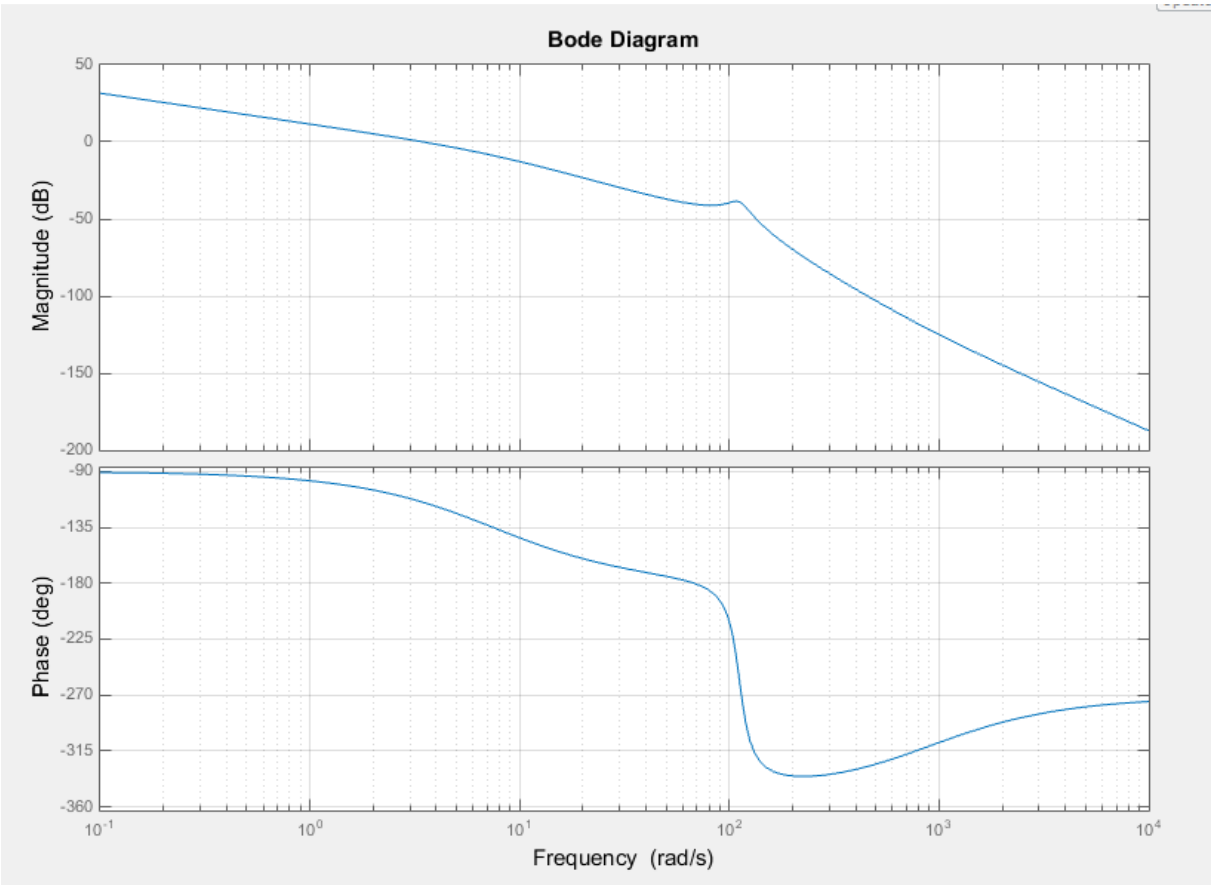


Figure 20 : diagramme de Bode de $H_{BO}(p)=\frac{m(p)}{\varepsilon(p)}$ *avec* $H_{cor}(p)=1$

II.32 Relever les marges de gain et de phase sur le diagramme de Bode de la Figure 20. Conclure sur la performance de rapidité du modèle de l'asservissement ?

Correction proportionnelle

Afin d'améliorer les performances du modèle, un correcteur de fonction de transfert $H_{cor}(p)=K_{cor}$ est implanté.

II.33 Quelle expression doit vérifier K_{cor} afin de régler la marge de gain à exactement 15dB ? Préciser alors la marge de phase obtenue.

II.34 Une simple correction proportionnelle est-elle envisageable compte tenu des performances préconisées par le cahier des charges en termes de précision ? Justifier.

Correction proportionnelle et intégrale

Afin de respecter les exigences du cahier des charges, un correcteur proportionnel-intégral de fonction de transfert $H_{cor}(p) = \dfrac{T_a(1+T_b p)}{p}$ est implanté dans le modèle.

II.35 Justifier le choix de ce type de correcteur. Tracer le diagramme asymptotique de Bode de gain et de phase du correcteur, esquisser le diagramme réel. Le diagramme sera tracé en prenant $T_a > \dfrac{1}{T_b}$. L'axe correspondant à la valeur 0dB du gain sera visible et les pulsations T_a et $\dfrac{1}{T_b}$ seront placées sur cet axe.

II.36 Proposer une démarche permettant de choisir les valeurs de T_a et T_b afin de satisfaire les exigences du cahier des charges en termes de précision, rapidité et stabilité. Les valeurs numériques de T_a et T_b ne sont pas demandées.

Après réglage des paramètres du correcteur, la réponse en position du modèle à une consigne de 10 mm est relevée (Figure 21). Une perturbation en échelon a été introduite à l'instant t=8 s.

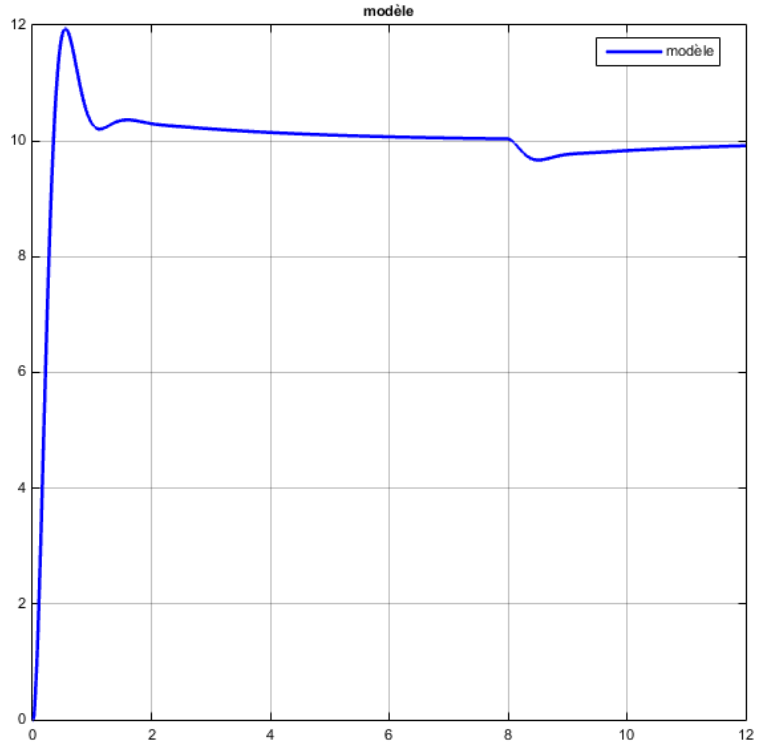


Figure 21 : réponse indicielle en position (mm) du modèle corrigé avec perturbation (temps en s)

II.37 Analyser la réponse du modèle et évaluer les écarts entre les performances spécifiées et les performances modélisées. Conclure.

III Codage, implémentation

La phase de codage et d'implémentation consiste à implanter dans la cible réelle les algorithmes de correction élaborés sur le modèle. Cette phase du cycle en V inclut une conversion automatique des algorithmes en code C et ne sera pas étudiée dans le sujet. L'hypothèse sera faite que la génération du code C ne contient pas d'erreur.

IV Intégration, vérification

Dans cette phase les algorithmes de correction sont testés sur le système réel. Le correcteur réglé est maintenant implanté dans le système réel. Une consigne de 10 mm est imposée. Les réponses en position de l'asservissement réel et du modèle sont relevées (Figure 22).

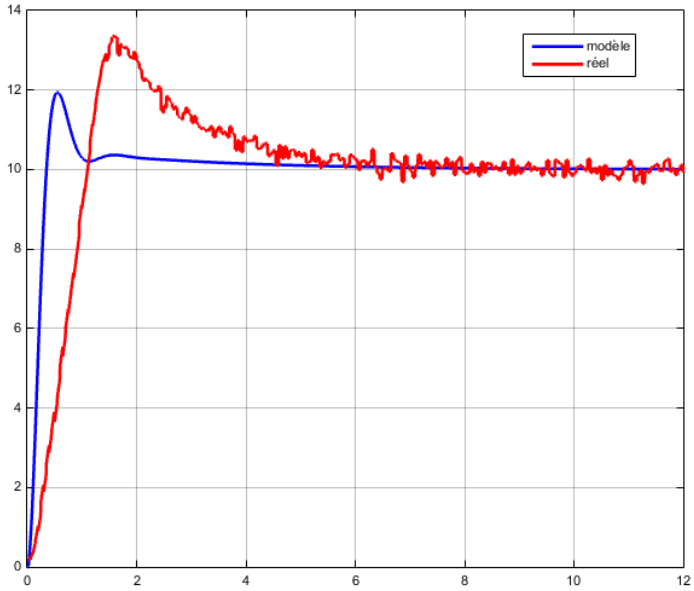


Figure 22 : comparaison des réponses (mm) de l'asservissement réel et du modèle (temps en s)

La réponse du système réel présente un dépassement excessif et met ensuite beaucoup de temps à atteindre la consigne. Si la sortie du correcteur est supérieure à la tension Vsat, la carte de commande limite la tension d'alimentation du moteur à Vsat. L'évolution de la sortie du correcteur et de la commande du moteur, pour une consigne de 10 mm, est représentée sur la Figure 23.

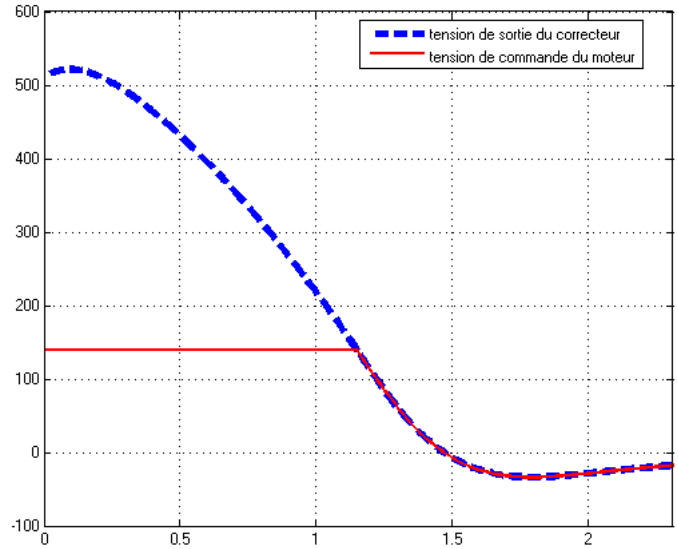


Figure 23 : sortie du correcteur et tension de commande (en V) du moteur en fonction du temps (en s)

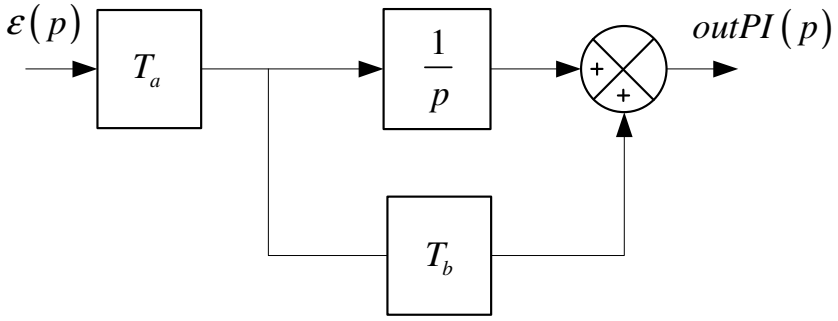


Figure 24 : structure de correcteur PI classique

IV.1 Compte tenu de la structure du correcteur utilisé représenté sur la Figure 24, expliquer comment évolue la variable $outPI(t)$, durant la période $t \in [0;1,15]s$. On fera l'hypothèse que l'erreur $\varepsilon(t) = e_0$ est constante pendant cet intervalle. Expliquer alors les écarts constatés entre les performances modélisées et les performances mesurées observables sur la Figure 22.

Pour atténuer les effets de ce phénomène, une amélioration de la correction est envisagée en utilisant une méthode de correction « anti windup ». La structure du correcteur est représentée sur la Figure 25. Le saturateur qui fait partie du correcteur est paramétré avec les seuils de saturation de la carte de commande du moteur réel.

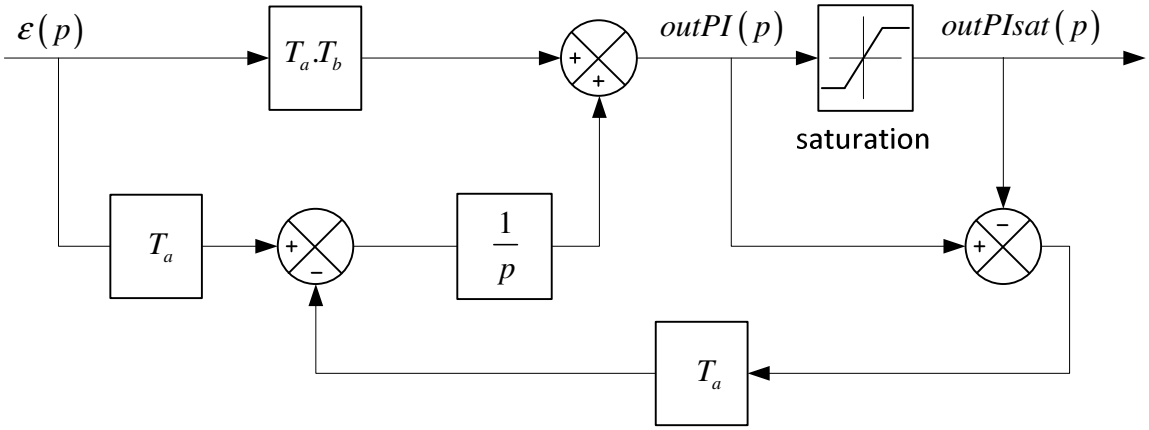


Figure 25 : structure de correcteur PI avec anti windup

IV.2 Donner l'expression de $outPI(p)$ en fonction de $\varepsilon(p)$ et de $outPIsat(p)$. En faisant l'hypothèse que durant la période de saturation, l'erreur $\varepsilon(t) = e_0$ est constante et $outPIsat(t) = V_{sat}$, conclure quant à l'intérêt d'utiliser cette méthode de correction.

Une fois la correction anti windup implantée dans le correcteur réel, la réponse à une consigne de 10 mm est relevée sur la Figure 26.

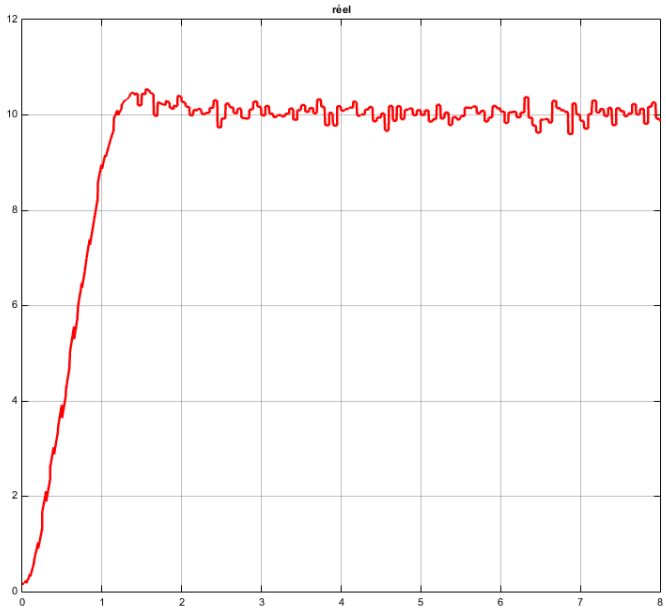


Figure 26 : réponse de l'asservissement réel (en mm) avec correction anti windup (temps en s)

IV.3 Evaluer les écarts entre les performances spécifiées et les performances mesurées. Conclure.

Fiabilisation de la mesure

Lors de cette phase d'intégration, des défaillances du capteur permettant de détecter la position linéaire du chariot ont perturbé la phase de test. Afin de résoudre ce problème, le choix a été fait de doubler ce capteur. Un module doit être programmé afin d'accroître la fiabilité de la mesure. Le bilan des entrées et des sorties de ce module est représenté sur la Figure 27.

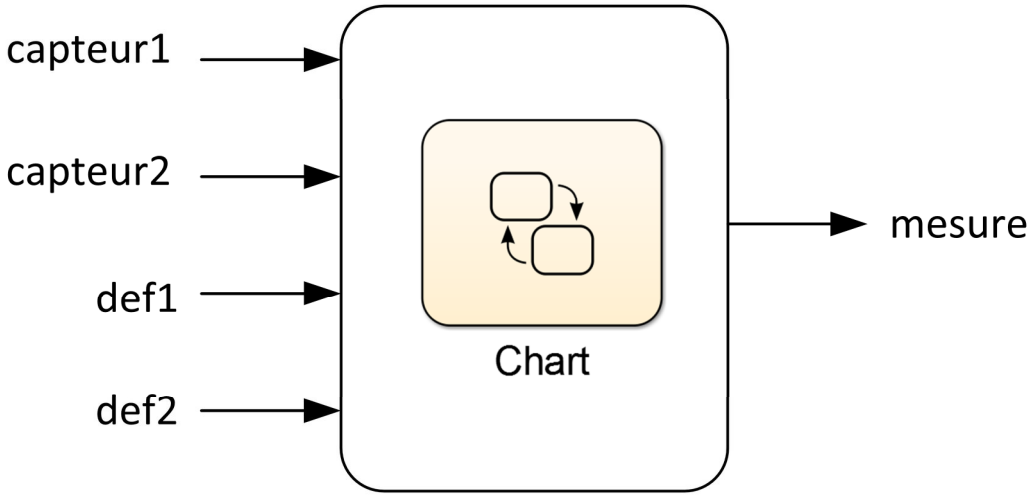


Figure 27 : bilan des entrées et des sorties du système de fiabilisation de la mesure

Entrées

capteur1	Signal de mesure issu du capteur 1
capteur2	Signal de mesure issu du capteur 2
def1	Signal logique indiquant que le capteur 1 est en défaut. Si def1=1 le signal présente un défaut. Si def1=0 le signal est correct.
def2	Signal logique indiquant que le capteur 2 est en défaut. Si def2=1 le signal présente un défaut. Si def2=0 le signal est correct.

Sortie

mesure	Signal de mesure calculé en vue de l'exploitation par le processus

La nécessité d'implanter ce graphe d'état dans une cible impose de prendre en compte le pas de calcul choisi pour la programmation.

- Le logiciel met à jour les variables du graphe d'état à chaque pas de calcul, réglé ici à 0,01s.
- Une mesure est effectuée tous les centièmes de seconde.

La Figure 28 présente la programmation de cette logique à l'aide d'une machine à états.

Eléments de syntaxe :
entry / var=0 : l'affectation var=0 s'effectue à l'activation de l'état
do / var=var+1 : l'incrémentation de var s'effectue à chaque pas de calcul, tant que l'état est actif

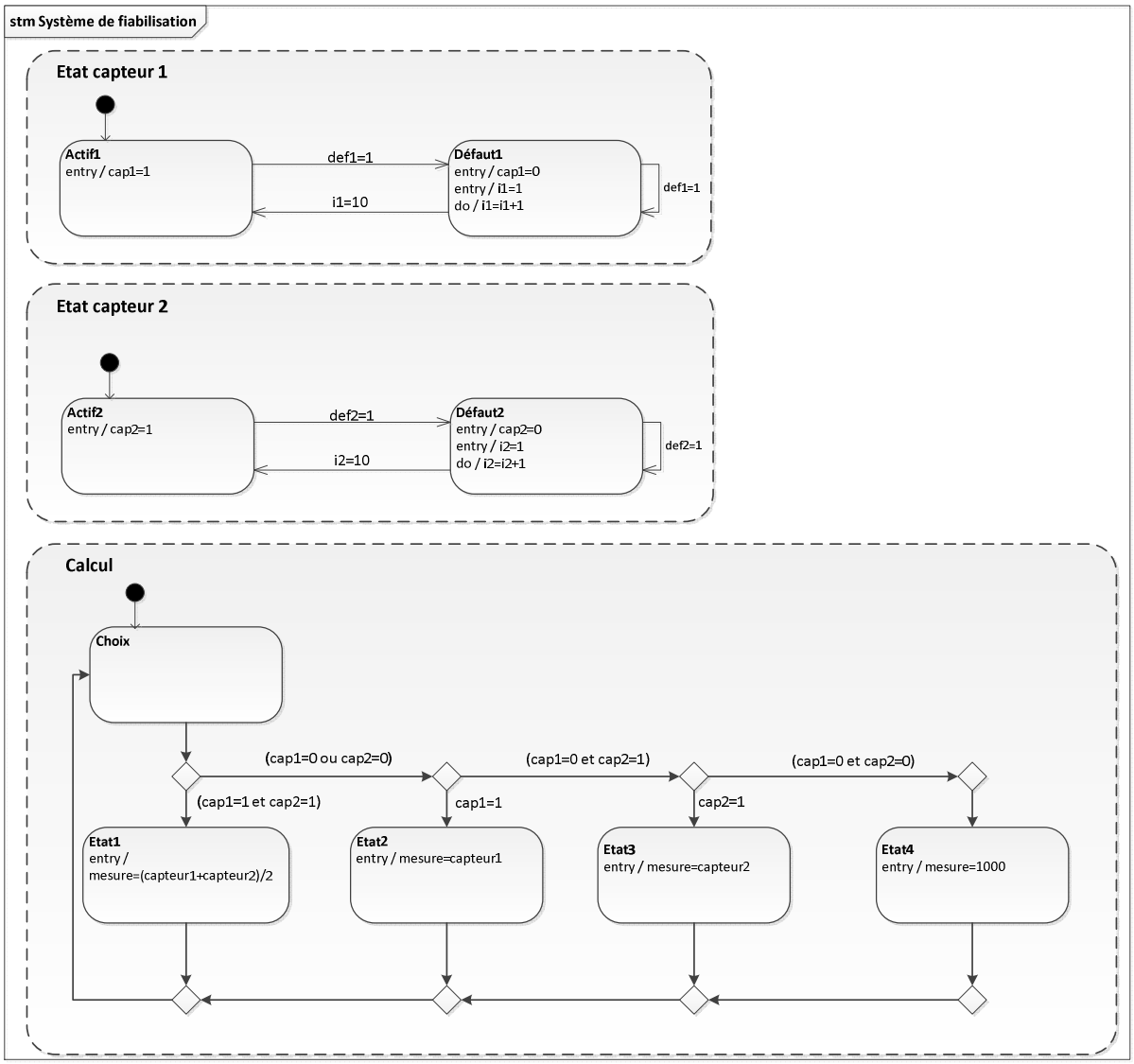


Figure 28 : machine à états du système de fiabilisation

IV.4 Que représentent les valeurs 0 et 1 que peuvent prendre les variables internes cap1 et cap2 ?

IV.5 Préciser le rôle des variables internes i_1 et i_2 ?

IV.6 Donner l'expression de la variable « mesure » dans les cas suivants :

- *Si les deux capteurs ne sont pas en défaut*
- *Si le capteur 1 présente un défaut*
- *Si le capteur 2 présente un défaut*
- *Si les deux capteurs sont en défaut*

IV.7 Quelle durée s'écoule entre l'instant où def1 passe de la valeur 1 à la valeur 0 et l'instant où la mesure issue du capteur 1 est exploitée ?

V Validation

La phase d'intégration et de vérification étant terminée, les performances globales du banc de test peuvent être évaluées vis-à-vis des exigences du cahier des charges de l'ANNEXE 1. Une étude menée sur les conditions réelles de déplacement du satellite dans l'espace montre que le déplacement se fait à très faible vitesse. Le mouvement est obtenu grâce à des tuyères qui transmettent au satellite des impulsions d'efforts de durée T_i. Une impulsion est envoyée toutes les 3 secondes au satellite chasseur pour rétablir l'alignement des axes de pointage. L'attitude du satellite est gérée de manière indépendante de l'étude menée. Seules les tuyères permettant le déplacement en translation seront considérées. La somme des actions mécaniques gravitationnelles agissant sur les satellites est négligée. Une étude dynamique a montré que le déplacement du satellite chasseur dans l'espace peut être assimilé à une succession de translations rectilignes uniformes dans un plan $\left(\vec{x_e}, \vec{y_e}\right)$ entre deux impulsions des tuyères (Figure 29). Ces impulsions seront considérées de très courte durée.

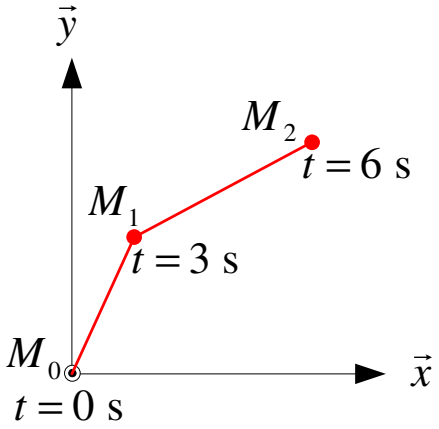


Figure 29 : déplacement du satellite en conditions réelles pour 2 impulsions de tuyères

Un essai est réalisé pour valider le déplacement du satellite chasseur sur le banc de test. Une consigne de position est imposée toutes les trois secondes pour reproduire les conditions de déplacement réelles du satellite. Les déplacements Δ_X et Δ_Y du satellite chasseur sur le banc de test doivent reproduire la trajectoire du satellite dans l'espace (Figure 29).
A t=0 s, une consigne de position est envoyée au banc de test. Les déplacements Δ_X (déplacement selon $\overrightarrow{x_0}$ du satellite chasseur obtenu avec l'axe X) et Δ_Y (déplacement selon $\overrightarrow{y_0}$ du satellite chasseur obtenu par la combinaison des mouvements du robot) sont relevés en fonction du temps sur la Figure 30 et sur la Figure 31.

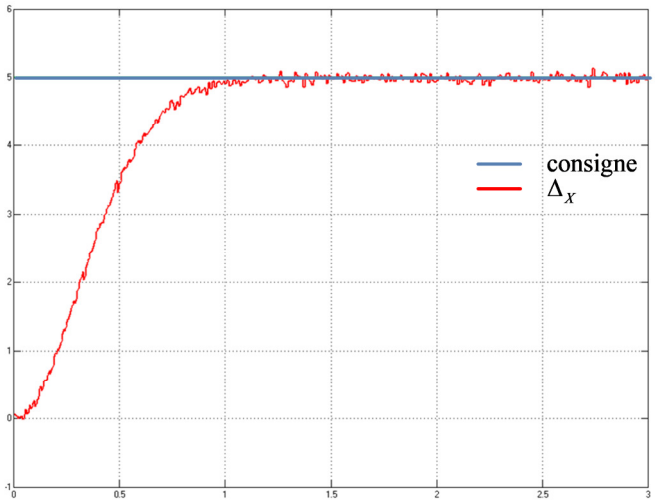


Figure 30 : Δ_X en mm en fonction du temps en s, pour une consigne de position de 5 mm

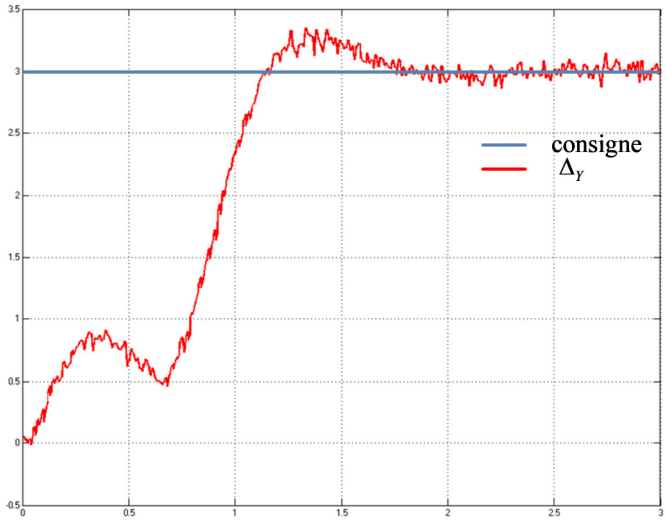


Figure 31 : Δ_Y en mm en fonction du temps en s, pour une consigne de position de 3 mm

Le cahier des charges impose que le satellite chasseur sur le banc de test ne s'éloigne pas de plus de 1 mm de la trajectoire rectiligne théorique.

V.1 Sur le document réponse DR 3 (partie 1), tracer la trajectoire effective du satellite chasseur. Un point sera représenté toutes les 0,5 s. Indiquer sur chaque point représenté l'instant correspondant. Déterminer l'éloignement maximal par rapport à la trajectoire théorique. Le cahier des charges est-il validé ? Justifier.

Afin que le déplacement du chariot reproduise exactement la dynamique de déplacement du satellite, il est nécessaire de contrôler la vitesse de déplacement de l'axe. Pour cela on ajoute une boucle de retour tachymétrique dans l'asservissement de position des trois axes du banc de test. Un saturateur piloté

permettra de limiter la vitesse de déplacement des axes. La consigne envoyée aux saturateurs sera déterminée à partir de la dynamique simulée du satellite.

V.2 Sur le document DR 2, mettre en place la boucle de retour tachymétrique et le saturateur piloté. Le gain de la boucle de retour tachymétrique sera noté K_5.

Afin d'élaborer la consigne de pilotage des saturateurs, le choix est fait d'élaborer une loi de commande simulée qui va reproduire la dynamique du satellite. A partir de cette loi de commande, il sera possible d'élaborer une consigne de vitesse pour les saturateurs et une consigne de position pour chacun des axes.
La commande en translation du satellite est modélisée sur la Figure 32.

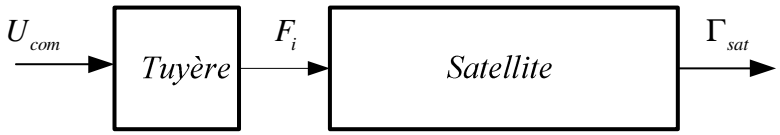


Figure 32 : schéma bloc de commande du satellite

$M_s = 800$ kg : masse du satellite chasseur

F_i : effort généré par les tuyères

Afin de modéliser le comportement de la tuyère, un essai est réalisé en alimentant la tuyère avec une tension de 12 V pendant une durée de 0,7 s. L'effort généré par la tuyère est relevé en fonction du temps (Figure 33).

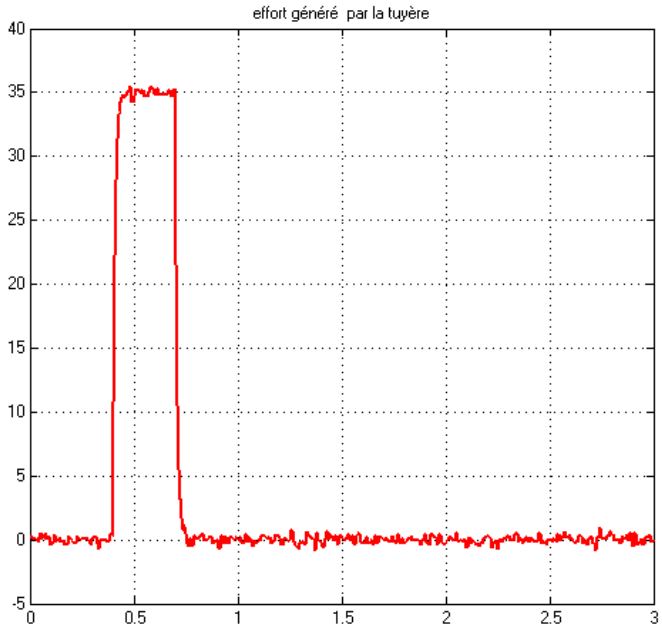


Figure 33 : effort généré par la tuyère en N en fonction du temps en s

V.3 Calculer la valeur maximale V_{max} *de la vitesse atteinte par le satellite. En déduire l'expression de la consigne à implanter dans le saturateur de l'axe X.*

Afin d'évaluer l'influence des saturateurs implantés dans les boucles tachymétriques des asservissements des 3 axes, le même essai que précédemment est réalisé. A t=0 s, une consigne de position est envoyée au banc de test. Les déplacements Δ_X et Δ_Y sont relevés en fonction du temps sur la Figure 34 et sur la Figure 35.

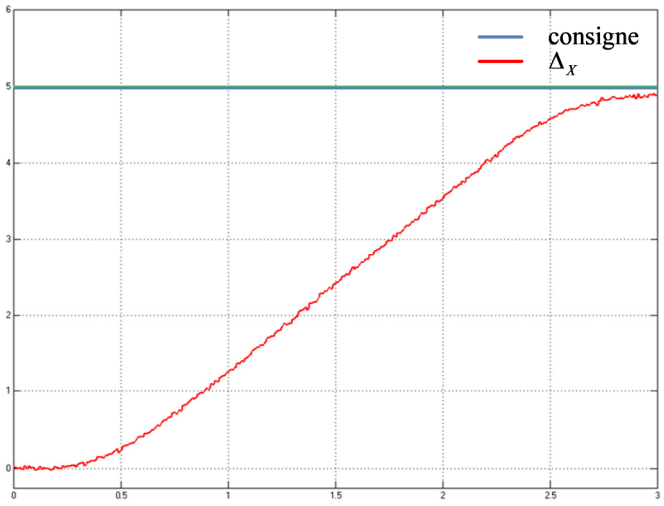


Figure 34 : Δ_X en mm en fonction du temps en s

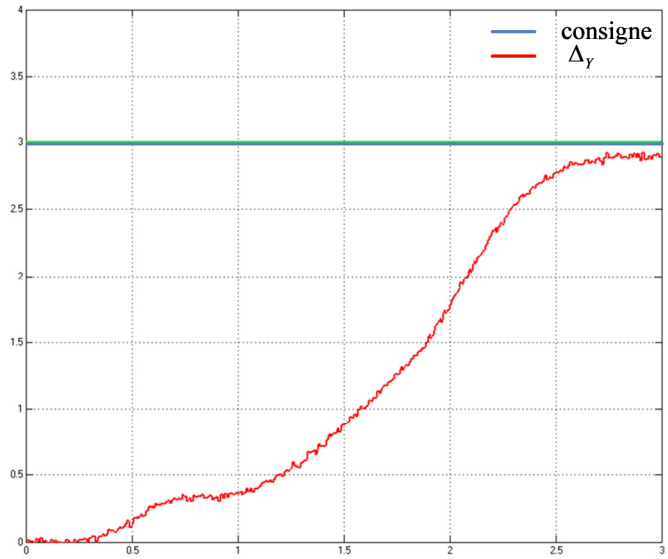
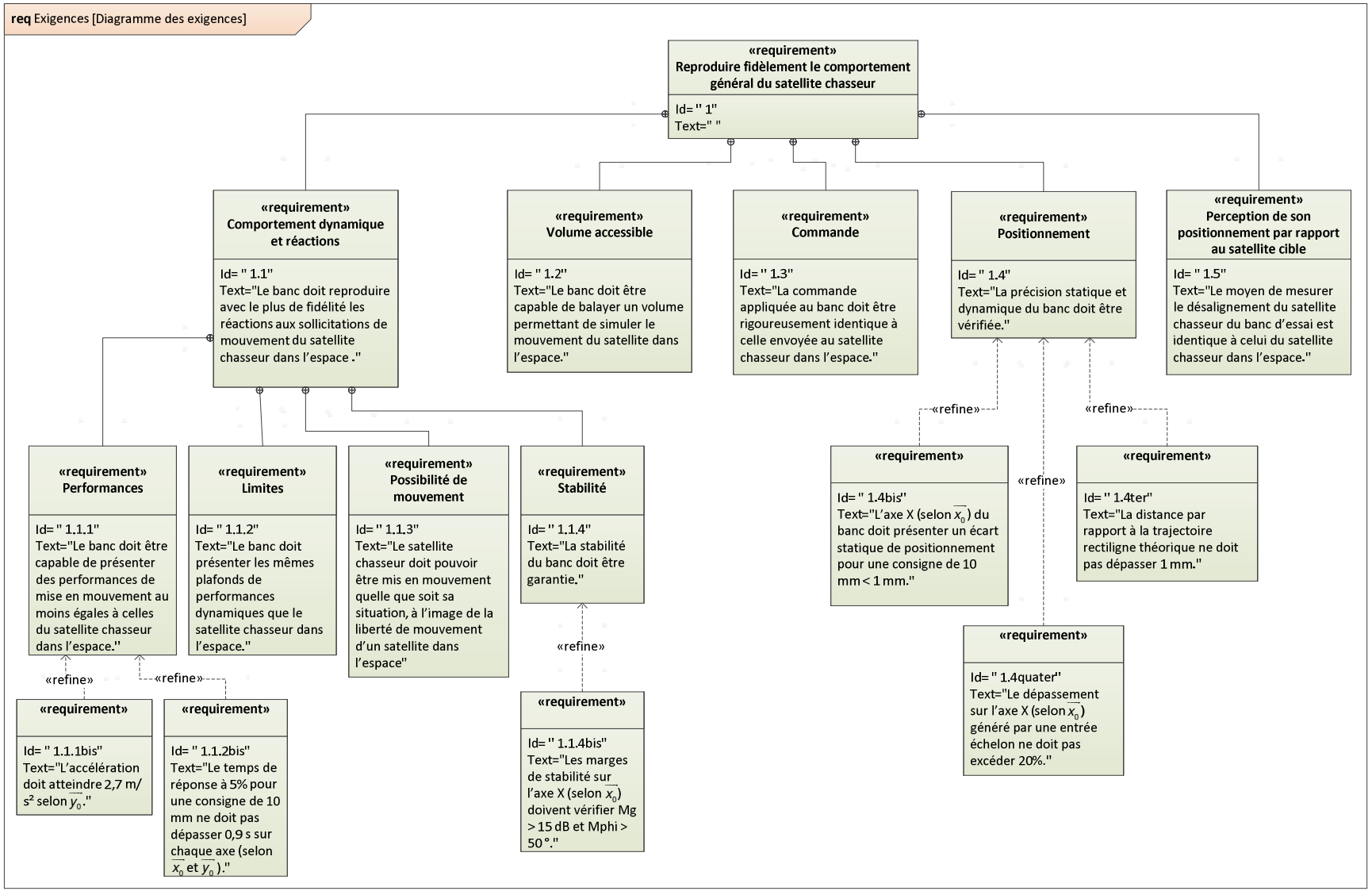


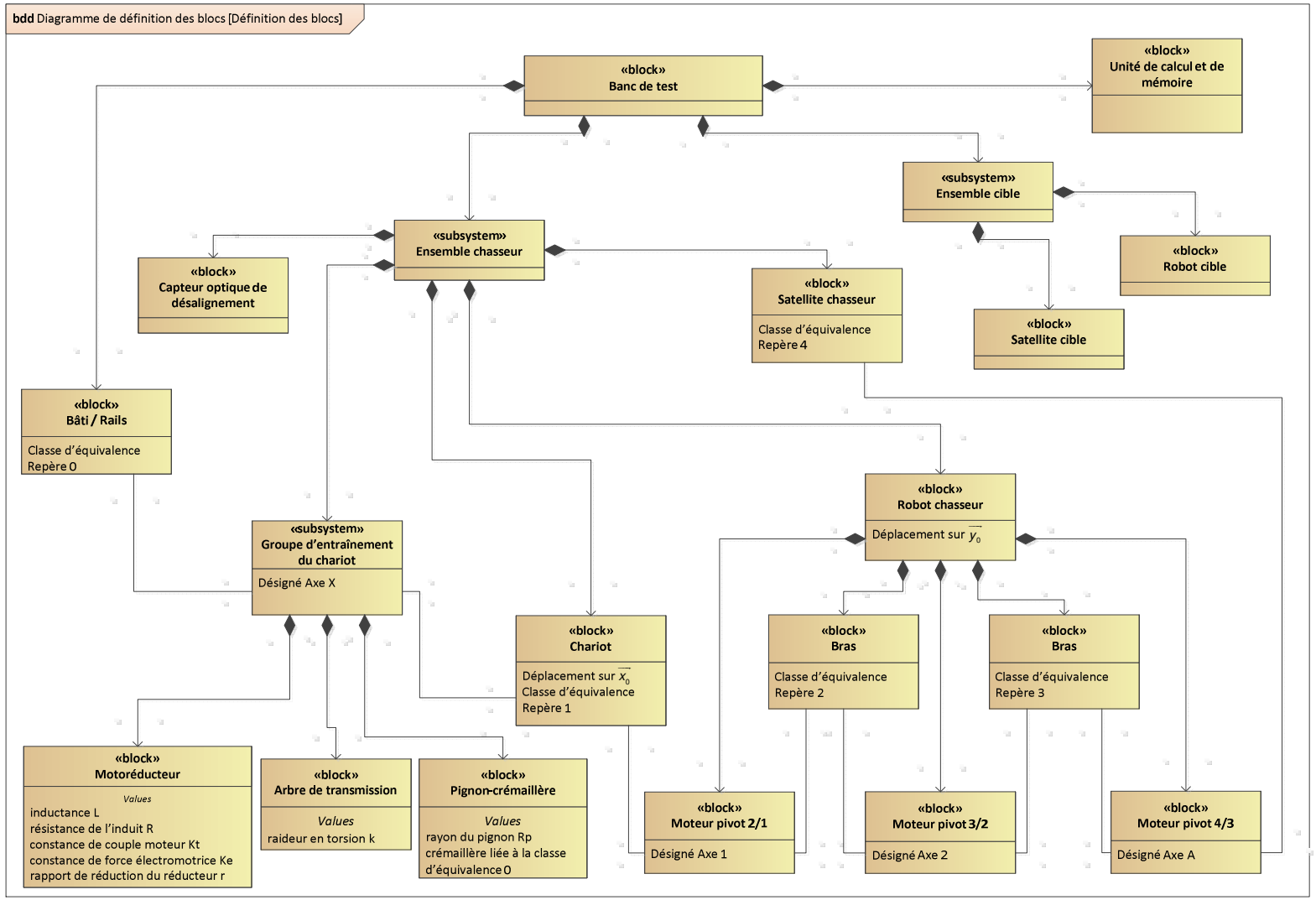
Figure 35 : Δ_Y en mm en fonction du temps en s

V.4 Sur le document réponse DR 3 (partie 2), tracer la trajectoire effective du satellite chasseur. Un point sera représenté toutes les 0,5 s. Indiquer sur chaque point représenté l'instant correspondant. L'exigence de positionnement est-elle validée ? Justifier.

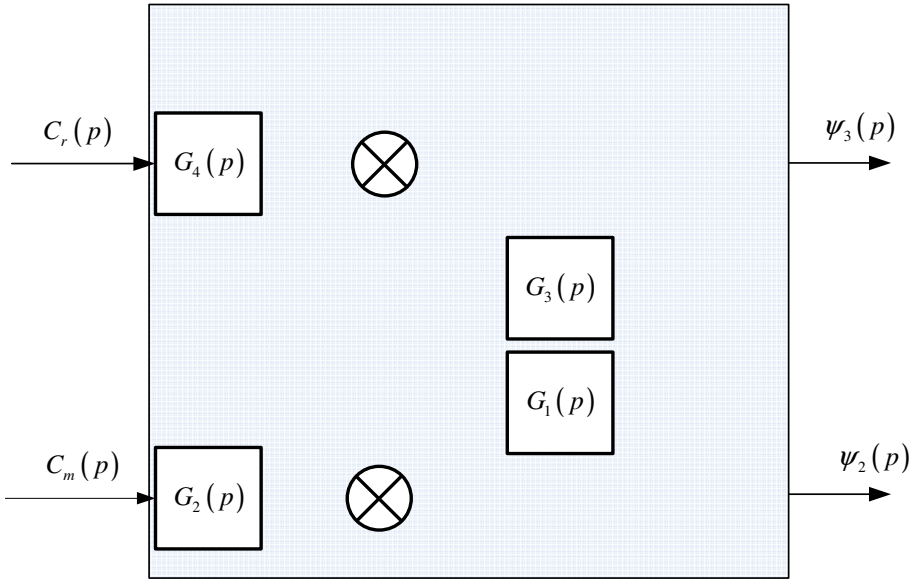
ANNEXE 1


req Exigences [Diagramme des exigences]
«requirement»
Reproduire fidèlement le comportement général du satellite chasseur
Id= " 1"
Text= " "
«requirement»
Comportement dynamique et réactions
Id= " 1.1"
Text="Le banc doit reproduire avec le plus de fidélité les réactions aux sollicitations de mouvement du satellite chasseur dans l'espace ."
«requirement»
Volume accessible
Id= " 1.2"
Text="Le banc doit être capable de balayer un volume permettant de simuler le mouvement du satellite dans l'espace."
«requirement»
Commande
Id= " 1.3"
Text="La commande appliquée au banc doit être rigoureusement identique à celle envoyée au satellite chasseur dans l'espace."
«requirement»
Positionnement
Id= " 1.4"
Text="La précision statique et dynamique du banc doit être vérifiée."
«requirement»
Perception de son positionnement par rapport au satellite cible
Id= " 1.5"
Text="Le moyen de mesurer le désalignement du satellite chasseur du banc d'essai est identique à celui du satellite chasseur dans l'espace."
«requirement»
Performances
Id= " 1.1.1"
Text="Le banc doit être capable de présenter des performances de mise en mouvement au moins égales à celles du satellite chasseur dans l'espace."
«requirement»
Limites
Id= " 1.1.2"
Text="Le banc doit présenter les mêmes plafonds de performances dynamiques que le satellite chasseur dans l'espace."
«requirement»
Possibilité de mouvement
Id= " 1.1.3"
Text="Le satellite chasseur doit pouvoir être mis en mouvement quelle que soit sa situation, à l'image de la liberté de mouvement d'un satellite dans l'espace"
«requirement»
Stabilité
Id= " 1.1.4"
Text="La stabilité du banc doit être garantie."
«refine»
«requirement»
Id= " 1.1.1bis"
Text="L'accélération doit atteindre 2,7 m/s² selon $\overrightarrow{y_0}$."
«refine»
«requirement»
Id= " 1.1.2bis"
Text="Le temps de réponse à 5% pour une consigne de 10 mm ne doit pas dépasser 0,9 s sur chaque axe (selon $\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{y_0}$)."
«refine»
«requirement»
Id= " 1.1.4bis"
Text="Les marges de stabilité sur l'axe X (selon $\overrightarrow{x_0}$) doivent vérifier Mg > 15 dB et Mphi > 50 °."
«refine»
«requirement»
Id= " 1.4bis"
Text="L'axe X (selon $\overrightarrow{x_0}$) du banc doit présenter un écart statique de positionnement pour une consigne de 10 mm < 1 mm."
«refine»
«requirement»
Id= " 1.4ter"
Text="La distance par rapport à la trajectoire rectiligne théorique ne doit pas dépasser 1 mm."
«refine»
«requirement»
Id= " 1.4quater"
Text="Le dépassement sur l'axe X (selon $\overrightarrow{x_0}$) généré par une entrée échelon ne doit pas excéder 20%."
«refine»

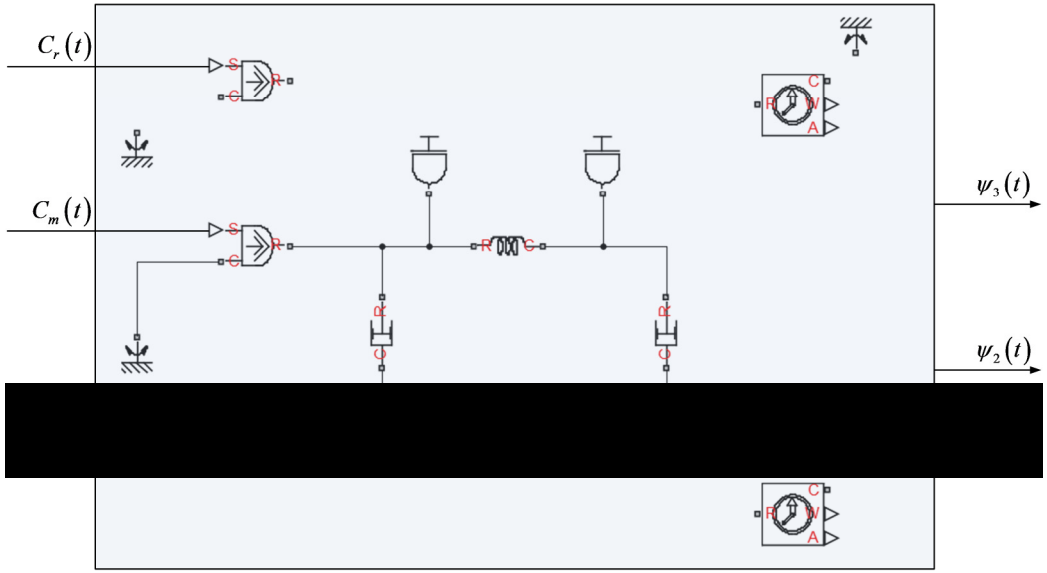
ANNEXE 2


bdd Diagramme de définition des blocs [Définition des blocs]
«block»
Banc de test
«block»
Unité de calcul et de mémoire
«subsystem»
Ensemble cible
«subsystem»
Ensemble chasseur
«block»
Capteur optique de désalignement
«block»
Satellite chasseur
Classe d'équivalence
Repère 4
«block»
Robot cible
«block»
Satellite cible
«block»
Bâti / Rails
Classe d'équivalence
Repère 0
«block»
Robot chasseur
Déplacement sur $\overrightarrow{y_0}$
«subsystem»
Groupe d'entraînement du chariot
Désigné Axe X
«block»
Chariot
Déplacement sur $\overrightarrow{x_0}$
Classe d'équivalence
Repère 1
«block»
Bras
Classe d'équivalence
Repère 2
«block»
Bras
Classe d'équivalence
Repère 3
«block»
Motoréducteur
Values
inductance L
résistance de l'induit R
constance de couple moteur Kt
constance de force électromotrice Ke
rapport de réduction du réducteur r
«block»
Arbre de transmission
Values
raideur en torsion k
«block»
Pignon-crémaillère
Values
rayon du pignon Rp
crémaillère liée à la classe d'équivalence 0
«block»
Moteur pivot 2/1
Désigné Axe 1
«block»
Moteur pivot 3/2
Désigné Axe 2
«block»
Moteur pivot 4/3
Désigné Axe A

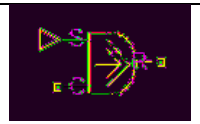
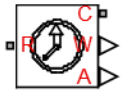
DR 1



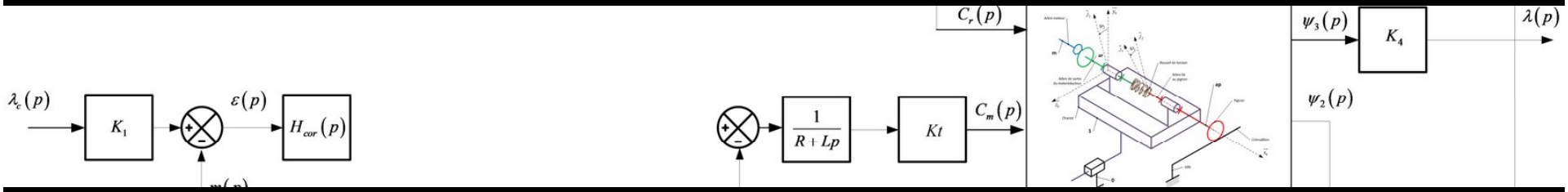
Modélisation de l'axe sous forme de schéma bloc



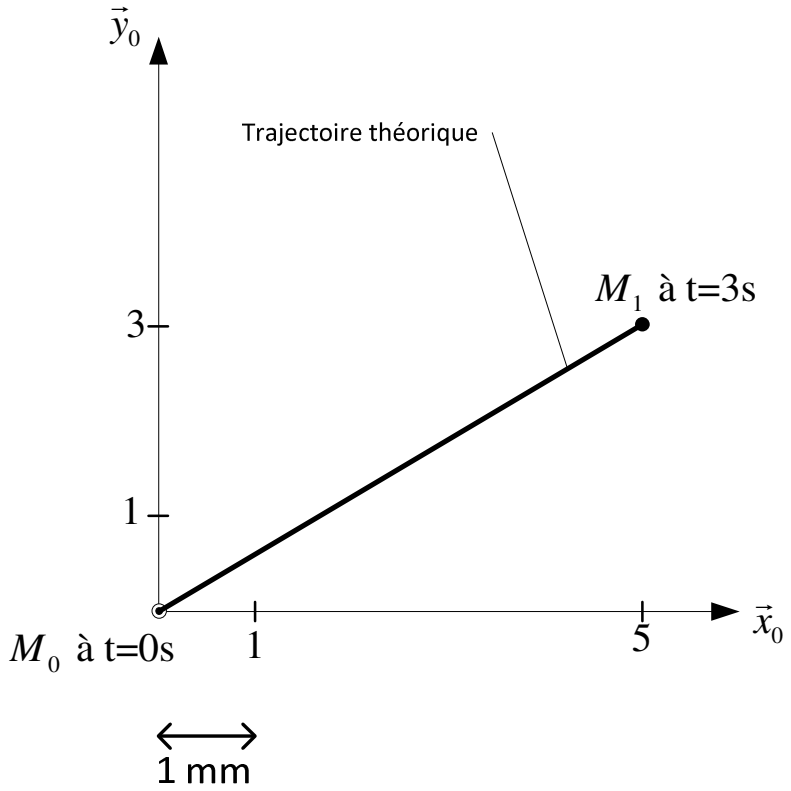
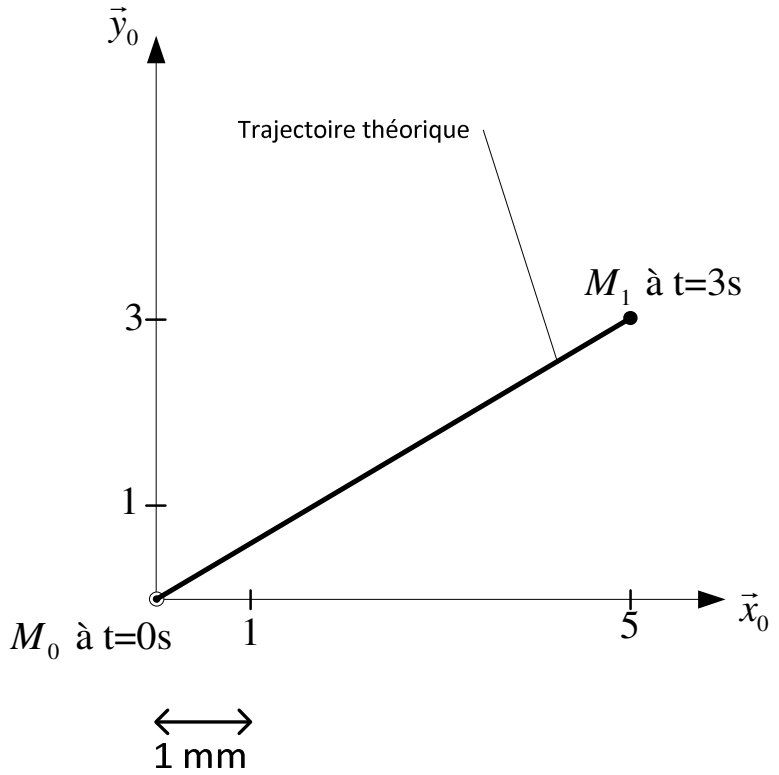
Modélisation de l'axe par composants

	Référence du domaine mécanique de rotation : ce composant correspond à un point fixe du mécanisme.		Ressort : exerce une action mécanique de type moment de C sur R, proportionnelle à l'angle entre C et R.
	Inertie : ce composant permet d'associer une inertie à une connexion du domaine physique.		Amortisseur : exerce une action mécanique de type moment de C sur R, proportionnelle à la vitesse relative de C par rapport à R.
	Source de moment : exerce une action mécanique de type moment de C sur R. Le port S indique la valeur du moment.		Capteur de vitesse de rotation et de position angulaire : ce capteur permet de mesurer la vitesse relative (port W) ou la position relative (port A) entre les ports R et C.

DR 2


$\lambda_c(p)$
K_1
$\varepsilon(p)$
$H_{cor}(p)$
$C_r(p)$
$\frac{1}{R+Lp}$
Kt
$C_m(p)$
$\psi_3(p)$
K_4
$\lambda(p)$
$\psi_2(p)$

DR 3

Partie 1 : sans saturateurs	**Partie 2 : avec ajout des saturateurs dans les boucles tachymétriques**
	

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Architecture fonctionnelle et structurelle : chaînes d'information et de puissance
- Dynamique des systèmes de solides : principe fondamental, stratégie d'isolement, équilibrage
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons
- Cinétique : torseurs cinétique et dynamique, énergie cinétique, inertie équivalente
- Modélisation des systèmes asservis : structure, SLCI, transformée de Laplace, schéma-blocs
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi