Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2017, filière PSI

Modélisation

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- A. Mise en situation, B. Puissance hydraulique et C. Puissance mécanique
- D. I et II : transformée de Park et modèle de l'alternateur synchrone
- D. III à V : modélisation numérique et identification de l'alternateur
- E. Régulation de l'alternateur
- F. Équilibrage de la turbine et G. Conclusion

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2017/modelisation

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX7612

Banque commune École Polytechnique – interENS

PSI

Session 2017

Épreuve de Modélisation

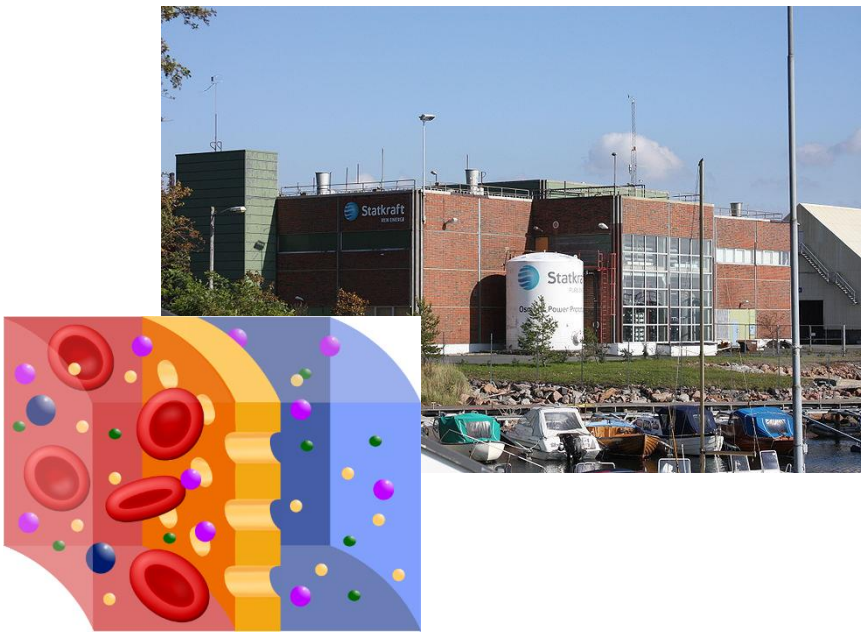
Durée : 5 heures

Aucun document n'est autorisé

Aucune calculatrice n'est autorisée

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il et amené à prendre.

Etude du fonctionnement d'une centrale osmotique



Etude du fonctionnement d'une centrale osmotique

Après la mise en situation, le sujet est composé de quatre parties que l'on peut traiter indépendamment.

A.MISE EN SITUATION

Depuis le protocole de Kyoto (1990), les efforts de réduction d'émission de carbone se sont intensifiés.

Entre autres mesures, l'Union Européenne a adopté en 2014 un plan climat ayant comme objectifs pour 2030 :

- 40% de réduction des émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990 ;
- 27% d'énergies renouvelables dans le mix énergétique ;
- 27 % d'économies d'énergie.

En souhaitant maintenir le réchauffement climatique en dessous de 2°C, la conférence des Nations Unies sur les changements climatiques, qui s'est déroulée en décembre 2015 à Paris (COP21), a mis une nouvelle fois en évidence la nécessité de développer de toute urgence les énergies propres (non ou peu polluantes).

Dans ce contexte, de nombreuses recherches s'orientent vers un nouveau domaine : l'énergie osmotique.



En effet, le mélange d'eau douce et d'eau salée, par exemple un fleuve se jetant dans l'océan, libère de l'énergie. Le défi est de pouvoir exploiter cette énergie pour la convertir en énergie électrique.

Le potentiel de cette énergie est important puisqu'il est estimé à $1{,}7.10^{12}$ Wh par an au niveau mondial, ce qui représente environ la moitié de la consommation européenne.

I. Osmose et puissance osmotique

L'osmose est le passage de molécules de solvant, en général de l'eau, à travers une membrane semi-perméable, depuis le milieu le moins concentré en solutés (hypotonique) vers celui le plus concentré (hypertonique). Cette membrane laisse passer les petites molécules du solvant mais pas les grosses du soluté.

Ce phénomène s'arrête lorsque les deux liquides séparés par la membrane ont atteint la même concentration. On parle alors de milieux isotoniques. La pression hydrostatique due à la différence de hauteur d'eau entre ces deux milieux compense alors la pression osmotique (cf. figure 1).

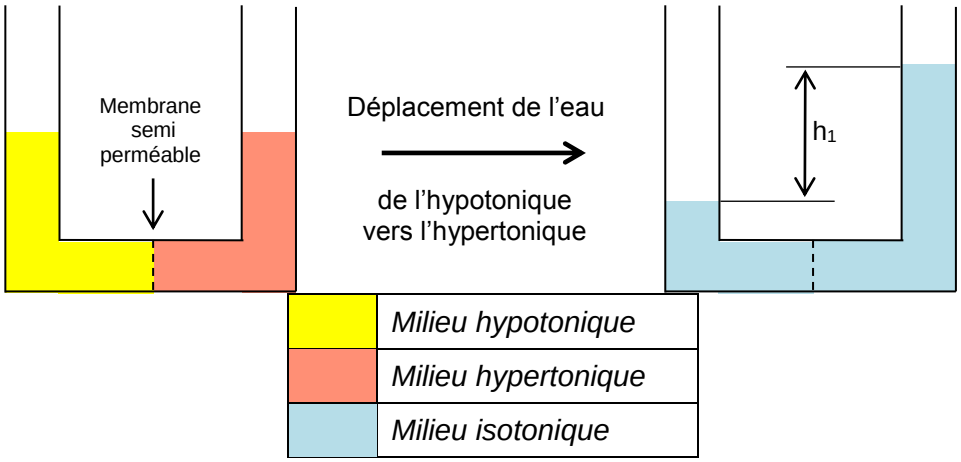
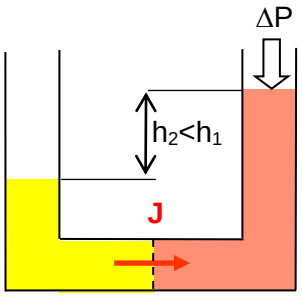


Figure 1 : Schéma de l'illustration expérimentale de l'osmose

L'expression de la pression osmotique, notée π, est : $\pi = i.c.R.T$ (1)

avec : π pression osmotique (kPa)
i nombre de particules formées par dissociation du soluté (2 pour le NaCl)
c concentration molaire totale en ions (mol·L^{-1})
R constante des gaz parfaits (8,3 N·m·mol^{-1}·K^{-1})
T température (K)

Une des technologies permettant d'obtenir une énergie hydraulique à partir de ce phénomène physique se nomme PRO (Pressure Retarded Osmosis), également connue sous le nom d'énergie osmotique.



$0 < \Delta P < \Delta\pi$

Figure 2 : Représentation schématique du processus PRO

Le principe est d'appliquer un différentiel de pression hydraulique ΔP sur le milieu hypertonique tel que $\Delta P < \Delta\pi$, $\Delta\pi$ étant le différentiel de pression osmotique.

On obtient alors un débit par unité de surface (ou flux), noté J, tel que : $J = A(\Delta\pi - \Delta P)$ (2)

avec : J débit volumique par unité de surface ($L \cdot m^{-2} \cdot h^{-1}$)
A coefficient de la perméabilité de la membrane ($L \cdot m^{-2} \cdot h^{-1} \cdot bar^{-1}$)
ΔP différentiel de pression hydraulique (bar)
$\Delta\pi$ différentiel de pression osmotique (bar)

On en déduit la densité de puissance (puissance par unité de surface) : $W = J.\Delta P$ (3)

II. La centrale osmotique de Tofte

La Centrale osmotique de Tofte est le premier prototype de centrale osmotique au monde. Elle a été construite par Statkraft en 2009, dans la commune d'Hurum en Norvège.



Figure 3 : Centrale osmotique de Tofte © Statkraft

Une centrale osmotique a pour objectif d'exploiter la différence de salinité là où l'eau salée et l'eau douce se rencontrent naturellement, c'est-à-dire aux embouchures des fleuves.

Les principaux éléments composant cette centrale sont :

- 2000 m² de membrane semi-perméable séparant les réservoirs d'eau salée et d'eau douce. La membrane utilisée par le prototype norvégien est fabriquée en acétate de cellulose et présente un coefficient de perméabilité A de 0,5 $L \cdot m^{-2} \cdot h^{-1} \cdot bar^{-1}$;
- les pompes et les conduites acheminant l'eau dans les réservoirs ;
- un échangeur de pression pressurisant l'eau salée en amont ;
- une station d'épuration et des équipements de lavage des membranes ;
- la turbine productrice d'électricité.

Deux types d'eau arrivent dans la centrale : de l'eau douce pompée dans le fleuve et de l'eau salée prélevée dans la mer, filtrée puis pressurisée dans un échangeur de pression.

La pression osmotique de l'eau douce est négligeable.

Une grande partie de l'eau douce puisée traverse la membrane de la centrale osmotique. Ce débit provoque une surpression dans le réservoir d'eau salée et augmente le débit d'eau.
Une partie de cette eau est acheminée vers la turbine pour produire de l'électricité tandis que l'autre partie est réacheminée vers l'échangeur de pression pour pressuriser l'eau de mer entrante.

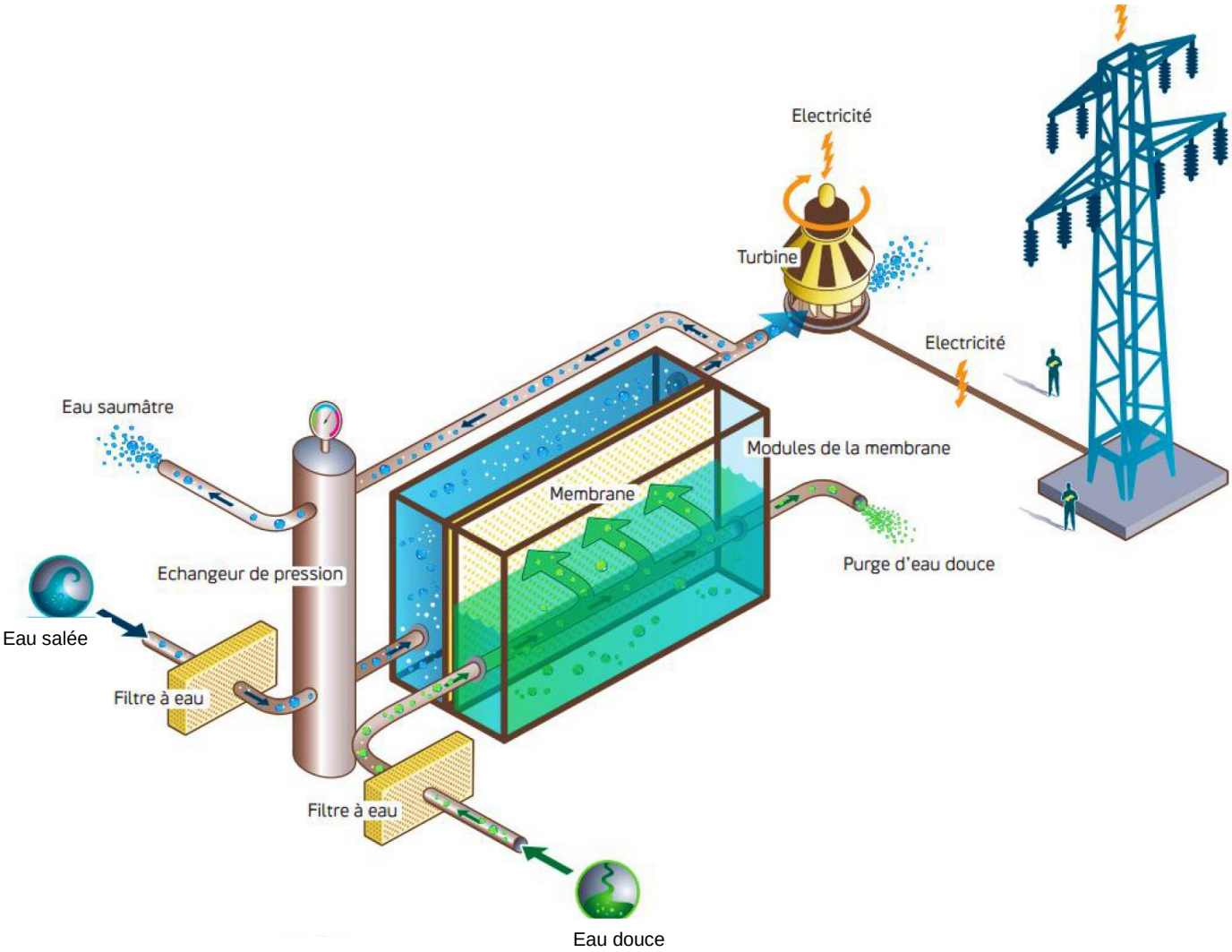
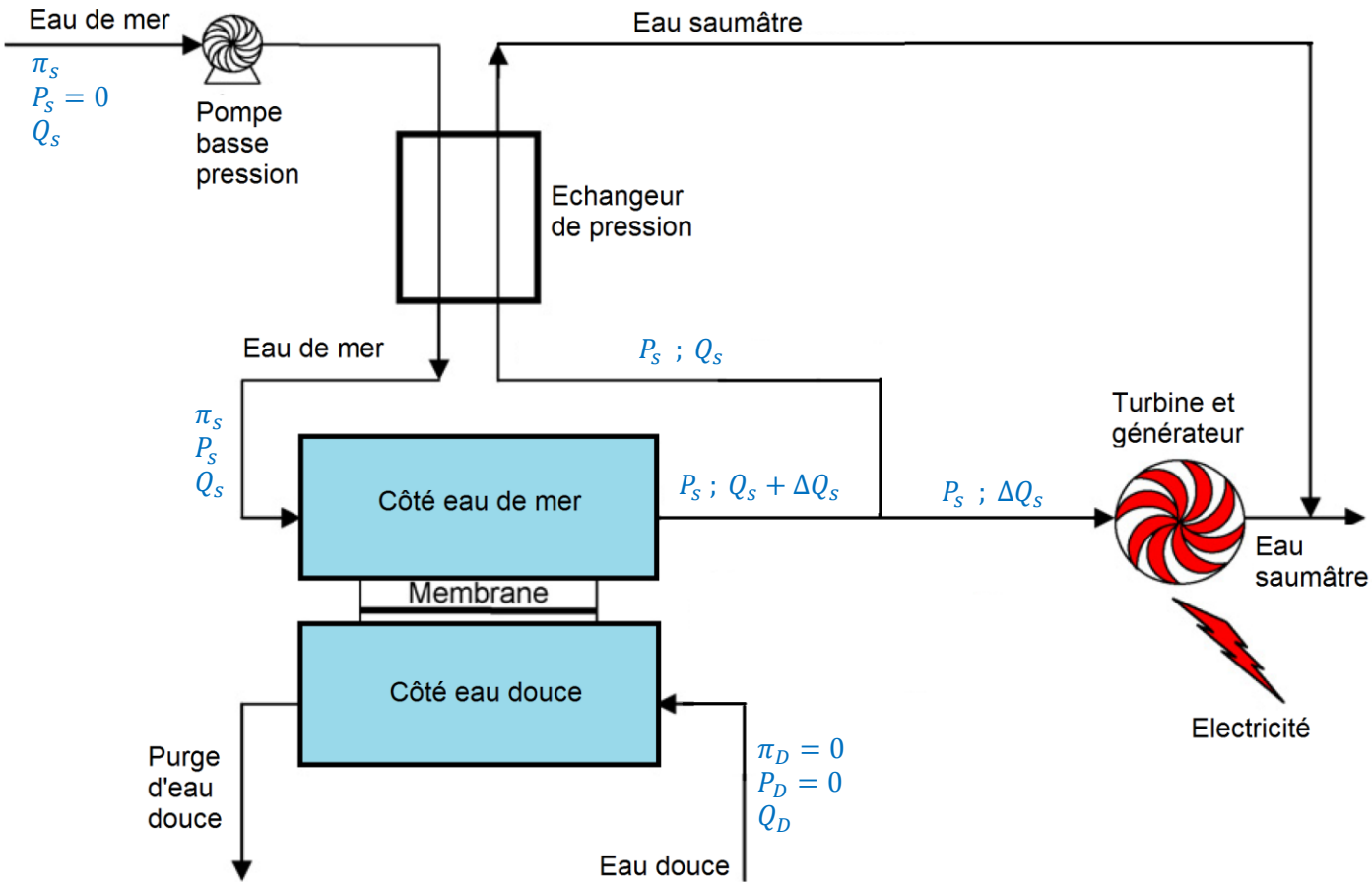


Figure 4 : Modèle de fonctionnement simplifié d'une centrale osmotique © Statkraft

À partir de ce modèle de fonctionnement, on peut établir un schéma de principe simplifié suivant :



π_S	pression osmotique de l'eau salée	π_D	pression osmotique de l'eau douce
P_S	pression hydraulique de l'eau salée	P_D	pression hydraulique de l'eau douce
Q_S	débit de l'eau salée	Q_D	débit de l'eau douce

Figure 5 : Schéma simplifié d'une centrale osmotique
Figure adaptée de : S. Loeb, Large-scale power production by pressure-retarded osmosis, using river water and sea water passing through spiral modules, Desalination 143 (2002) 115–122

Question 1 : Citer 3 types d'énergies propres autres que les énergies osmotique, éolienne et solaire.

B.DETERMINATION DE LA PUISSANCE HYDRAULIQUE

L'objectif de cette partie est de déterminer la puissance hydraulique obtenue par le phénomène d'osmose.

Les sels dissous dans l'eau de mer sont majoritairement du sodium et du chlorure que l'on retrouve dans l'eau sous forme ionique Na^+ et Cl^-. Ils sont responsables du phénomène d'osmose.

La masse molaire de la molécule de NaCl est de 60 g/mol.
L'eau de mer a un taux de concentration en NaCl de 3 %.

Question 2 : Déterminer la pression osmotique de l'eau salée π_s à une température de 27°C.

Question 3 : Exprimer W en fonction de A, ΔP et $\Delta\pi$. En déduire la relation entre ΔP et $\Delta\pi$ pour que la puissance surfacique W de la membrane soit maximale. Déterminer alors la valeur de la pression P_s à la sortie de l'échangeur de pression.

Question 4 : En déduire l'expression littérale de la puissance surfacique maximale W_{max} de la membrane en fonction de A et $\Delta\pi$ uniquement. Déterminer sa valeur numérique.

Question 5 : Déterminer l'augmentation du débit obtenu à la sortie de la membrane.

Question 6 : Sachant que 80% de la puissance maximale obtenue par le phénomène d'osmose en sortie de membrane est transmise à la turbine, déterminer la puissance hydraulique maximale en entrée de turbine.

La turbine a pour fonction de convertir l'énergie hydraulique en énergie mécanique.

C.DETERMINATION DE LA PUISSANCE MECANIQUE

L'objectif de cette partie est de déterminer la puissance fournie par la turbine à l'alternateur.

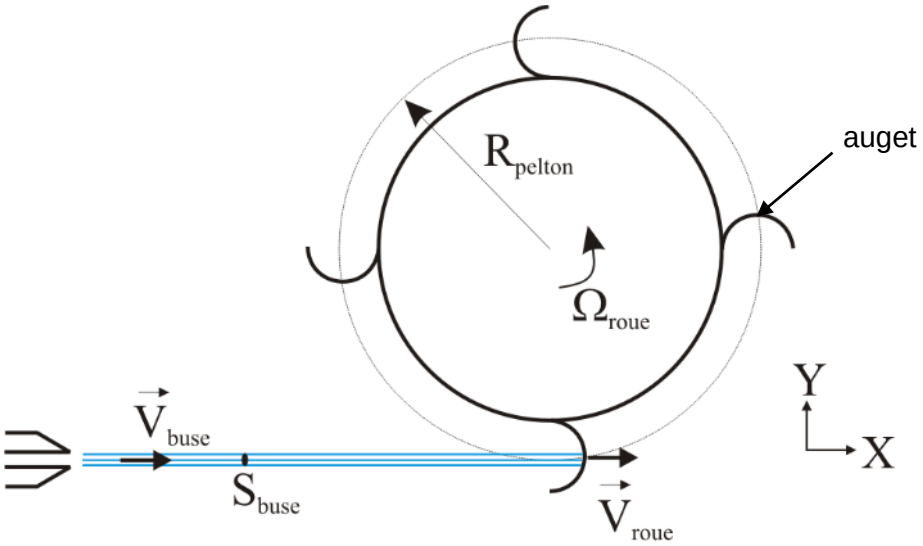


Figure 6 : Principe schématique de la roue Pelton

V_{buse}	vitesse du fluide en sortie de buse
S_{buse}	section du fluide en sortie de buse
V_{roue}	vitesse périphérique de la roue
Ω_{roue}	vitesse de rotation de la roue
R_{pelton}	rayon moyen d'un auget
V_{auget}	vitesse du fluide en sortie d'auget
Q_{fluide}	débit du fluide
ρ_{fluide}	masse volumique du fluide

Dans la suite, on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de pertes au niveau de l'auget. Ainsi, la vitesse d'entrée dans l'auget est équivalente à la vitesse de sortie de l'auget (i.e. $V_{auget} = V'_{auget} = V''_{auget}$ cf. figure 7).

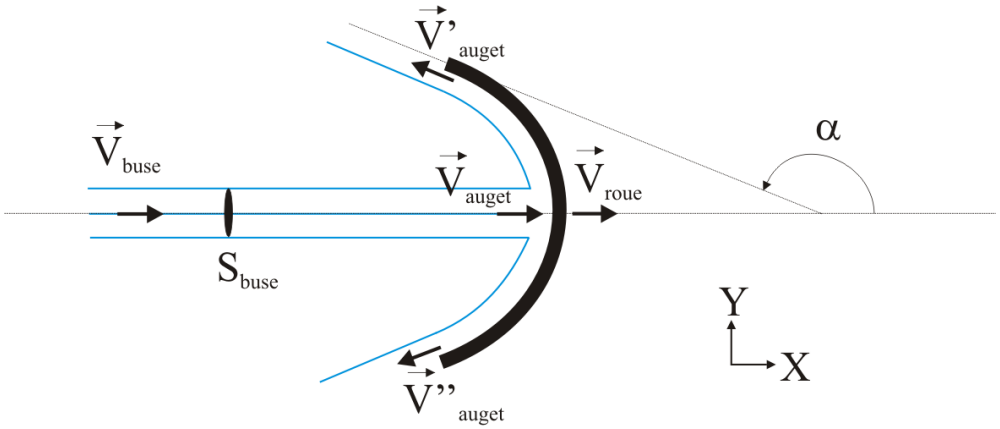


Figure 7 : Veine d'eau au niveau de l'auget

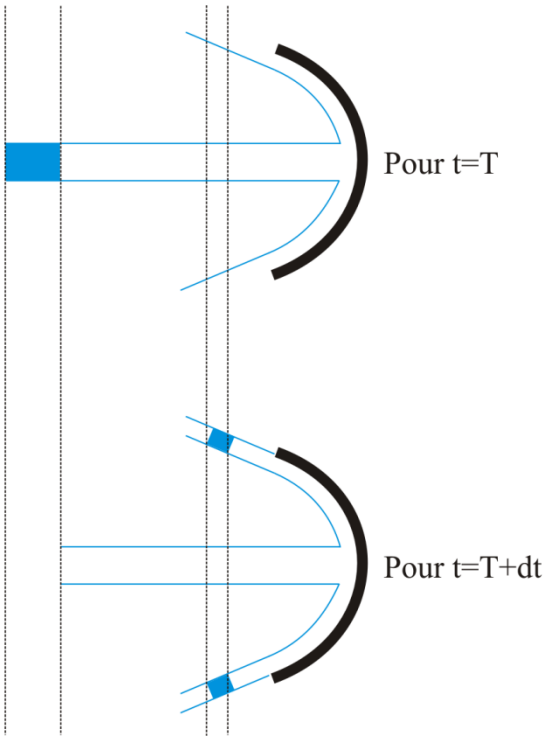


Figure 8 : Evolution de la veine d'eau au niveau de l'auget entre T et T+dt

Question 7 : À partir du théorème de la quantité de mouvement, exprimer la force $\overrightarrow{F_{ext}}$ dans le repère de l'auget entre les temps T et T+dt en fonction des vitesses de fluide dans l'auget et des débits correspondants (cf. figure 8).

Question 8 : En projection sur l'axe X et en utilisant la conservation du débit dans l'auget, montrer que la force exercée sur l'auget par le fluide $\overrightarrow{F_{fluide}} = -\overrightarrow{F_{ext}}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{F_{fluide}} = \rho_{fluide} Q_{fluide} V_{auget} (1 - \cos(\alpha)) \vec{X}$$

Question 9 : Justifier la relation liant V_{buse}, V_{roue} et V_{auget} :

$$V_{auget} = V_{buse} - R_{pelton}\Omega_{\text{roue}}$$

En déduire la valeur de la puissance fournie par la turbine.
Déterminer la valeur de α pour laquelle la puissance est maximale.

Question 10 : Déterminer la valeur de Ω_{roue} pour laquelle la puissance est maximale. Exprimer littéralement cette puissance.

Question 11 : En déduire la valeur du couple maximum fourni par la turbine $C_{méca}$ à l'arbre de l'alternateur**.**

La turbine transmet la puissance mécanique $C_{méca}.\Omega_{roue}$ à l'alternateur. Ce dernier a pour fonction de la transformer en puissance électrique.

D.ETUDE DE LA GENERATRICE DE PRODUCTION D'ENERGIE

L'objectif de cette partie est d'établir puis de résoudre numériquement le modèle de l'alternateur synchrone. On détermine ensuite expérimentalement les paramètres d'une machine donnée.

I. Transformée de Park : présentation

Dans la suite, le sujet traite d'un convertisseur électromécanique (alternateur synchrone, cf. figure 9). Aucune connaissance spécifique à l'alternateur synchrone n'est requise pour traiter le sujet. Les équations de l'alternateur synchrone sont précisées et ne résultent que des lois d'Ohm et de de Lenz-Faraday.

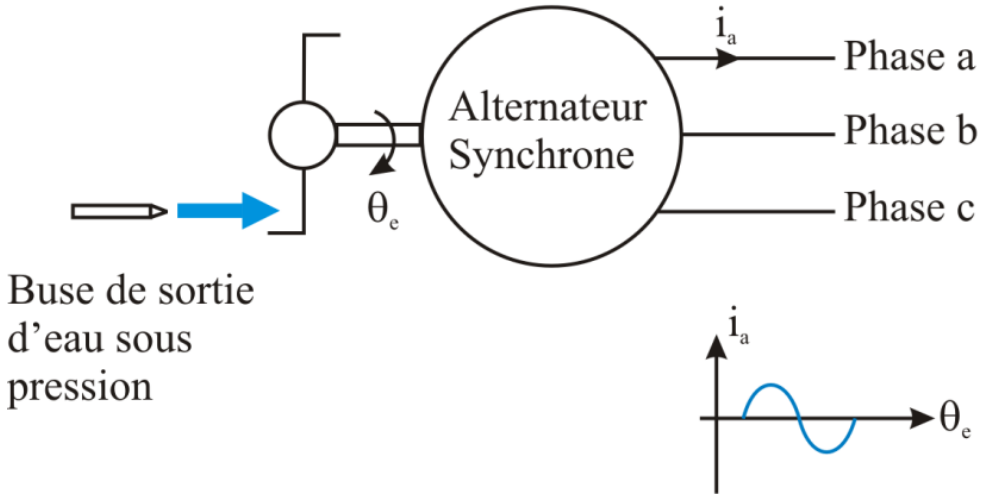


Figure 9 : Représentation schématique de la turbine et de l'alternateur

Soit un système de 3 tensions, courants ou flux, de somme nulle, représenté par :

$$x_{abc} = \begin{pmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_m \cos(\theta_e) \\ X_m \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ X_m \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix}$$

où X_m est l'amplitude maximale, θ_e l'angle électrique et ω la pulsation électrique définie selon :

$$\omega = \frac{d\theta_e}{dt}$$

Au système triphasé précédent, nous pouvons lui associer des projections sur une seconde base (nommée base « dq ») telles que les grandeurs soient indépendantes de θ_e :

$$x_{dq} = \begin{pmatrix} X_d \\ X_q \end{pmatrix}$$

La matrice de changement de base $P(\theta_e)$ (matrice de Park) est définie suivant la relation :

$$x_{dq} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} x_{abc} = P(\theta_e) x_{abc}$$

La transformation inverse s'écrit :

$$x_{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) \\ \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} x_{dq} = P^t(\theta_e) x_{dq}$$

La matrice de changement de base possède la propriété suivante :

$$P(\theta_e) P^t(\theta_e) = I_{dq}$$

avec I_{dq} la matrice identité dans la base dq et P^t la transposée de P.

Par définition, nous définissons deux matrices à partir de la matrice de Park inverse :

$$P^t(\theta_e) = \mathrm{C}.\mathrm{R}(\theta_e)$$

où C est la matrice de Clarke et $R(\theta_e)$ la matrice de rotation :

$$C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \cos(\frac{2\pi}{3}) & \sin(\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{4\pi}{3}) & \sin(\frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \qquad \mathrm{R}(\theta_e) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{pmatrix}$$

Question 12 : Montrer que $\mathrm{R}^t(\theta_e) = \mathrm{R}(-\theta_e)$. Montrer que $\frac{d\mathrm{R}(\theta_e)}{dt} = \omega . R(\theta_e + \frac{\pi}{2})$

La propriété ci-dessus va maintenant être exploitée dans le traitement du modèle de l'alternateur synchrone.

II. Modèle de l'alternateur synchrone

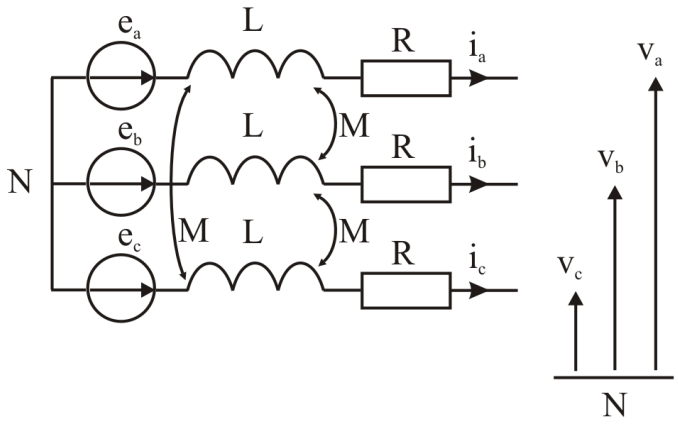


Figure 10 : Schéma équivalent de l'alternateur synchrone

L'équation aux tensions de l'alternateur synchrone peut être écrite comme :

$$v_{abc} = -R_{abc} i_{abc} - L_{abc} \frac{di_{abc}}{dt} + \frac{d\varphi_{abc}}{dt}$$

avec :

i_{abc}	courant dans les phases a, b et c
v_{abc}	tension des phases a, b et c
φ_{abc}	flux magnétique des phases a, b et c
e_{abc}	force contre-électromotrice des phases a, b et c avec $\mathrm{e}_{abc} = \frac{d\varphi_{abc}}{dt}$
R_{abc}	matrice des résistances des phases a, b et c
L_{abc}	matrice des inductances et des mutuelles inductances des phases a, b et c.

La matrice des résistances et la matrice des inductances sont définies par :

$$R_{abc} = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad L_{abc} = \begin{pmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{pmatrix}$$

R est exprimée en Ohm et L et M sont exprimées en Henry.

Le flux magnétique à vide des phases est défini par :

$$\varphi_{abc} = \begin{pmatrix} \Phi_m \cos(\theta_\mathrm{e}) \\ \Phi_m \cos\left(\theta_\mathrm{e} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \Phi_m \cos\left(\theta_\mathrm{e} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix}$$

Question 13 : Montrer que le vecteur φ_{dq} peut s'écrire :

$$\varphi_{dq} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}}\Phi_m \\ 0 \end{pmatrix}$$

On peut montrer que : $C^t\, L_{abc}\, C = \begin{pmatrix} \mathrm{L} - \mathrm{M} & 0 \\ 0 & \mathrm{L} - \mathrm{M} \end{pmatrix}$

Question 14 : Montrer que l'équation aux tensions peut s'écrire dans la base "dq" sous la forme :

$$v_{dq} = -\begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} i_{dq} - \begin{pmatrix} \mathrm{L} - \mathrm{M} & 0 \\ 0 & \mathrm{L} - \mathrm{M} \end{pmatrix} \frac{di_{dq}}{dt} - \begin{pmatrix} 0 & -(\mathrm{L} - \mathrm{M})\omega \\ (\mathrm{L} - \mathrm{M})\omega & 0 \end{pmatrix} i_{dq} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix} \varphi_{dq}$$

Question 15 : La variation d'énergie électrique est définie par $\delta W_{elec} = {v_{dq}}^t . i_{dq} . dt$. Expliciter les termes de cette variation d'énergie.

Question 16 : Montrer que le premier principe de la thermodynamique appliqué au système constitué par l'alternateur s'écrit :

$$dU_{cinétique} + dU_{magnétique} = \delta W_{méca} - (\delta W_{elec} + \delta Q_{Joule})$$

Donner l'interprétation de tous les termes intervenants dans le premier principe.

Dans la suite nous considérons que la pulsation électrique ω et la vitesse de rotation Ω sont égales.

On nomme J_{eq} l'inertie totale de l'alternateur, $C_{méca}$ le couple externe exercé sur le rotor de l'alternateur et C_m le couple électromagnétique de l'alternateur.

Question 17 : Donner l'expression de l'énergie interne cinétique $dU_{cinétique}$ en fonction de J_{eq} et Ω.

Question 18 : Donner l'expression de l'énergie due aux pertes par effet Joule δQ_{Joule} en fonction de R, i_{dq} et dt.

Question 19 : Donner l'expression de la variation d'énergie mécanique entrante sur l'alternateur δW_{meca} en fonction de $C_{méca}$, Ω et dt. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'alternateur en fonction de $C_{méca}$, C_m et Ω. Réécrire, avec cette dernière équation, l'expression de la variation d'énergie mécanique entrante.

Question 20 : Déterminer ${i^t}_{dq}\begin{pmatrix} 0 & (\mathrm{L}-\mathrm{M})\omega \\ -(\mathrm{L}-\mathrm{M})\omega & 0 \end{pmatrix} i_{dq}$.

La variation d'énergie magnétique interne dans un circuit d'inductance L_x s'écrit :
$dU_{magnétique} = L_x i_x di_x$.

Question 21 : Écrire la variation d'énergie magnétique interne dans le cas de l'alternateur en fonction de i_{dq}.

Question 22 : Montrer que le couple électromagnétique s'écrit :

$$\mathrm{C_m} = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\Phi_m\, i_q$$

Les résultats précédents permettent d'établir les équations caractérisant le comportement de l'alternateur. On va maintenant les résoudre par une approche numérique.

III. Modélisation numérique des équations de l'alternateur

On rassemble ici les équations électriques et mécaniques de l'alternateur synchrone :

$$\begin{cases} v_{dq} = -\begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} i_{dq} - \begin{pmatrix} \mathrm{L}-\mathrm{M} & 0 \\ 0 & \mathrm{L}-\mathrm{M} \end{pmatrix} \dfrac{di_{dq}}{dt} - \begin{pmatrix} 0 & -(\mathrm{L}-\mathrm{M})\omega \\ (\mathrm{L}-\mathrm{M})\omega & 0 \end{pmatrix} i_{dq} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix} \varphi_{dq} \\ \mathrm{J_{eq}} \dfrac{d\omega}{dt} = \mathrm{C_{méca}} - \sqrt{\dfrac{3}{2}}\,\Phi_m\, i_q \end{cases}$$

L'alternateur est chargé par trois résistances R_c identiques.

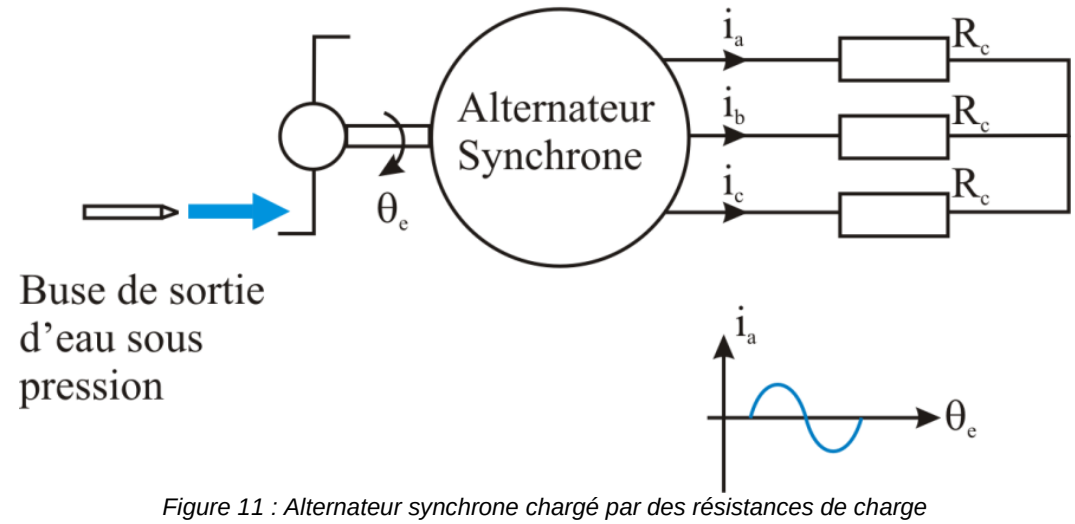


Figure 11 : Alternateur synchrone chargé par des résistances de charge

Après changement de base, cela se traduit par la relation suivante entre les tensions v_{dq} de l'alternateur et ses courants i_{dq} :

$$v_{dq} = \begin{pmatrix} R_c & 0 \\ 0 & R_c \end{pmatrix} i_{dq}$$

Question 23 : Écrire les équations de l'alternateur et de sa charge sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} &= K_{dd} i_d + & K_{dq} i_q\, \omega + & K_{d\omega}\omega + & 0 \\ \frac{di_q}{dt} &= K_{qd} i_d\, \omega + & K_{qq} i_q + & K_{q\omega}\omega + & 0 \\ \frac{d\omega}{dt} &= K_{\omega d} i_d + & K_{\omega q} i_q + & K_{\omega\omega}\omega + & H_{d\tau} \mathrm{C}_{\mathrm{méca}} \end{cases}$$

Afin de résoudre ces équations différentielles couplées entre les instants 0 et T_e, nous proposons d'utiliser la méthode d'Euler explicite.

Soit T_e la période d'échantillonnage.

Question 24 : Quelle est l'influence de T_e sur la qualité de l'approximation de la dérivée. Quelle est l'influence de Te sur le rejet du bruit ?

Le couple électromagnétique ne dépendant pas de la valeur de i_d, nous prendrons dans la suite : $i_d = 0\ \forall t$.

⇨ On s'intéresse dans un premier temps à la seconde équation : $\frac{di_q}{dt} = K_{qd} i_d\, \omega + K_{qq} i_q + K_{q\omega}\omega$

Comme la constante de temps mécanique est bien plus importante que la constante de temps électrique, on considère en première approximation ω constant :
$\omega = \omega_0\ \forall\ t$.

On obtient alors l'équation : $\frac{di_q}{dt} = K_{qq} i_q + K_{q\omega}\omega_0$ avec $i_q(0) = I_0$.

On suppose K_{qq}, $K_{q\omega}$, $K_{\omega q}$, $K_{\omega\omega}$, T_e, T, ω_0, I_0, C_{meca} et $H_{d\tau}$ définis comme variables globales.

Question 25 : En Python ou Scilab, écrire une fonction **Intensite()** qui renvoie la liste des temps et celle des i_q correspondants.

Question 26 : Déterminer, en fonction de T_e et K_{qq}, la limite de stabilité de la méthode.

⇨ On s'intéresse dans un second temps à la troisième équation : $\frac{d\omega}{dt} = K_{\omega q} i_q + K_{\omega\omega}\omega + H_{d\tau} \mathrm{C}_{\mathrm{méca}}$
$\omega(0) = \omega_0$. L'hypothèse ω constant n'est évidemment plus valable.

Question 27 : En Python ou Scilab, écrire une fonction **Vitesse()** qui renvoie la liste des vitesses ω.

Avec l'obtention de l'intensité et de la vitesse, il est alors possible de déterminer la puissance électrique transmise. Néanmoins, pour pouvoir simuler le comportement de la machine, il est nécessaire d'identifier auparavant ses paramètres.

IV. Identification des paramètres de la machine

Dans cette partie, nous proposons d'identifier les différents éléments électriques de la machine $\mathrm{R, L, M}$ et Φ_m. Pour cela, différents essais sont réalisés sur une turbine Pelton.

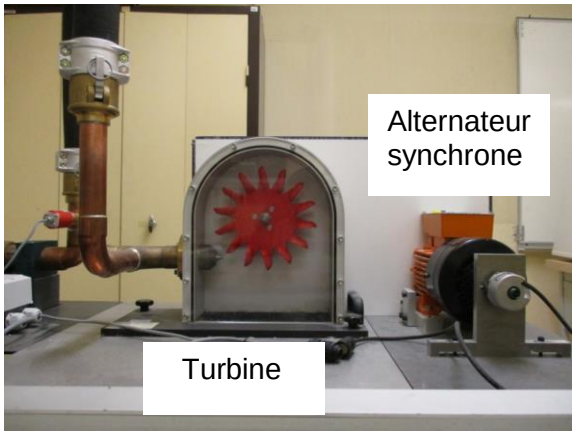


Figure 12 : Turbine Pelton avec l'alternateur synchrone

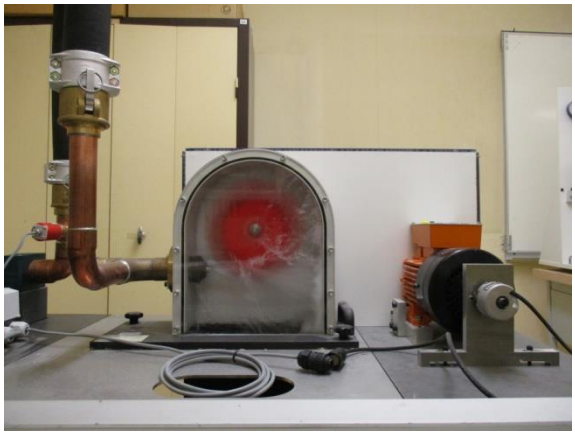


Figure 13 : Fonctionnement de la turbine Pelton

On rappelle que les équations de l'alternateur ont été définies au début de la partie D-II.

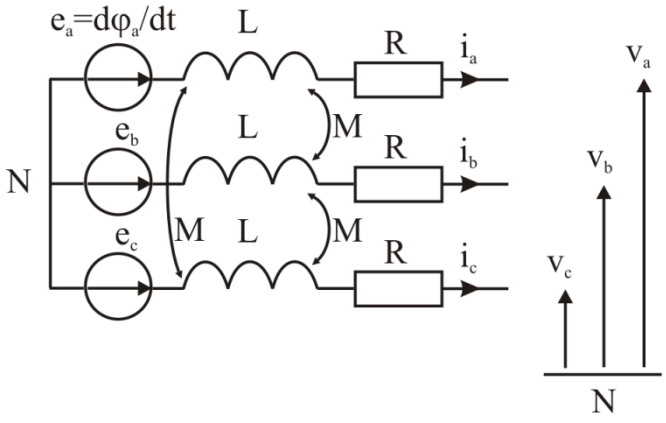
Afin d'identifier les différents éléments, nous proposons de réaliser quatre essais (voir résultats tableau 1) :

Question 28 : Essai à vide (i_a=i_b=i_c=0) **:** l'alternateur tourne à la vitesse Ω_{22}. La tension sinusoïdale v_a est mesurée et son amplitude maximale vaut V_{22}. Dessiner le schéma de cablage avec les appareils de mesure. En déduire le paramètre Φ_m.

Question 29 : Essai en courant continu : l'alternateur ne tourne pas, Ω = 0 (rd/s). La tension v_a est une tension constante d'amplitude V_{23} et le courant i_a est un courant constant d'amplitude I_{23}. Dessiner le schéma de cablage avec les appareils de mesure. En déduire le paramètre R.

Question 30 : Essai en alternatif : l'alternateur ne tourne pas, Ω = 0 (rd/s). La tension v_a est une sinusoïde de fréquence 50 Hz et d'amplitude maximale V_{24}. Le courant i_a est une sinusoïde de fréquence 50 Hz et d'amplitude maximale I_{24}. Dessiner le schéma de cablage avec les appareils de mesure. En déduire le paramètre L.

Question 31 : Essai en alternatif couplé : l'alternateur ne tourne pas, Ω = 0 (rd/s). Le courant i_a est une sinusoïde de fréquence 50 Hz et d'amplitude maximale I_{25}. La tension aux bornes de la phase b est mesurée. La tension v_b est une sinusoïde de fréquence 50 Hz et d'amplitude maximale V_{25}. Dessiner le schéma de cablage avec les appareils de mesure. En déduire le paramètre M.



Rappel : Schéma équivalent de l'alternateur synchrone

Ω_{22}	314 rad/s
V_{22}	330 V
V_{23}	20 V
I_{23}	1 A
V_{24}	120 V
I_{24}	0.5 A
I_{25}	0.5 A
V_{25}	50 V

Tableau 1 : Résultats des mesures

V. Bilan

L'amplitude et la fréquence des courants de l'alternateur synchrone permettent d'asservir la vitesse de rotation de la turbine pour maximiser la puissance transmise de la turbine à l'alternateur. La vitesse du fluide étant variable, la vitesse de rotation de la turbine doit s'ajuster en conséquence. Le raccordement de l'alternateur synchrone au réseau d'énergie (RTE-EDF pour la France) dont la fréquence et l'amplitude des tensions sont fixes nécessite deux convertisseurs en cascade qui permettent de réaliser une conversion alternatif de fréquence variable vers alternatif de fréquence fixe.

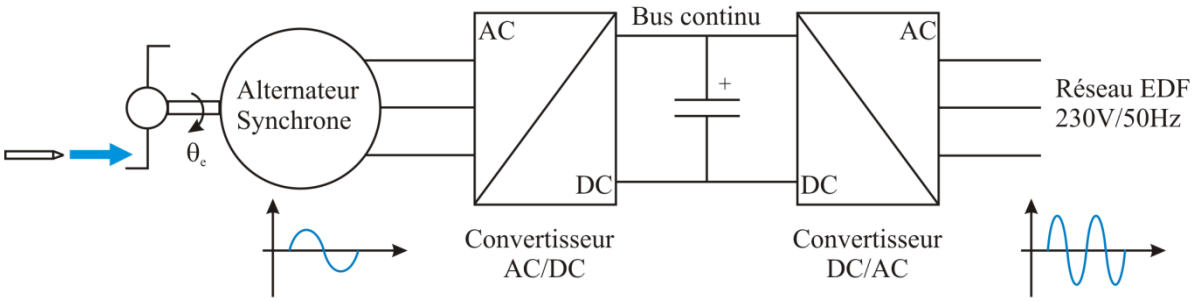


Figure 14 : Schéma de fonctionnement de la connexion de l'alternateur synchrone au réseau de transport

Du point de vue du dimensionnement de l'asservissement, l'ensemble alternateur synchrone et convertisseur de fréquence est équivalent au dimensionnement de l'asservissement en vitesse d'un système machine à courant continu et hacheur utilisé en moteur.

Dans la suite, c'est sous cette forme que la régulation en vitesse sera étudiée.

E. REGULATION DE L'ALTERNATEUR

La régulation de vitesse de l'alternateur est nécessaire afin de répondre aux exigences du réseau électrique. L'objectif de cette partie est de corriger le comportement de l'alternateur.

I. Modélisation de la machine à courant continu

Le cahier des charges est le suivant :

Précision	Erreur statique nulle pour une entrée en échelon Rejet d'une perturbation en échelon
Rapidité	$t_{r5\%}$ = 3 s
Stabilité	Marge de gain : 10 dB Marge de phase : 45°
Courant	Inférieur à 5 A

La synthèse des correcteurs est la même que la machine soit en génératrice (mode alternateur) ou moteur (mode moteur à courant continu).

Pour plus de facilité, on se place dans le mode moteur à courant continu.

Dans ce cas, les équations caractérisant le fonctionnement de la machine sont les suivantes :

Equation mécanique : $C_m(t) - C_r(t) - f.\omega(t) = J_{eq}.\frac{d\omega(t)}{dt}$

Equation électrique : $v(t) - e(t) = R.i(t) + L_c.\frac{di(t)}{dt}$

Equations de couplage : $e(t) = k_e.\omega(t)$ et $C_m(t) = k_t.i(t)$

où :

$C_m(t)$	couple moteur	$i(t)$	courant traversant le rotor
$C_r(t)$	couple résistant extérieur	$v(t)$	tension d'alimentation
$\omega(t)$	fréquence de rotation du rotor	R	résistance de l'induit
J_{eq}	inertie de l'ensemble ramené sur l'arbre moteur	L_c	inductance de l'induit
f	facteur de frottement visqueux	$e(t)$	force contre-électromotrice
k_e	constante de force contre-électromotrice	k_t	constante de couple

On suppose les conditions de Heaviside vérifiées.

On peut en déduire le schéma-bloc suivant :

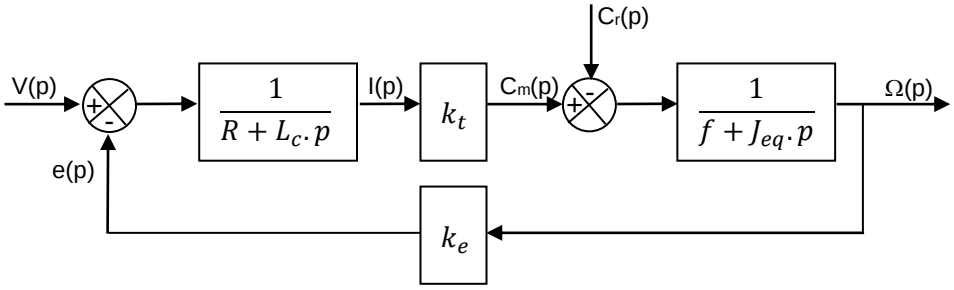


Figure 15 : Schéma-bloc de la machine à courant continu

Question 32 : La chaîne de retour signifie-t-elle que le système est asservi ? Justifier.

L'identification des paramètres de la machine, effectuée dans la partie D.IV, participent à la détermination des constantes de temps électrique et mécanique du moteur, respectivement τ_e et τ_m :

$$\tau_e = 0.02\ s\ et\ \tau_m = 0.2\ s$$

En supposant $C_r(p) = 0$ et $\tau_m \gg \tau_e$, on peut alors montrer que : $\frac{\Omega(p)}{V(p)} \approx \frac{K}{(1+\tau_m p)(1+\tau_e p)}$, avec K constant.

La fonction de transfert du variateur qui pilote la machine s'écrit sous la forme : $H_v(p) = \frac{k_v}{1+\tau_v.p}$.
La constante de temps de l'appareil est de 50 µs et son gain est de 20.

Question 33 : Justifier pourquoi $H_v(p)$ peut être assimilée au gain pur k_v.

II. Régulation en vitesse

Pour réguler la machine en vitesse, il est nécessaire de mesurer la fréquence de rotation de l'arbre.

Question 34 : Donner un exemple de capteur analogique permettant d'obtenir directement une image de la fréquence de rotation de l'arbre de la machine.

La fonction de transfert du capteur est assimilée à un simple gain k_c.

On propose le schéma-bloc suivant :

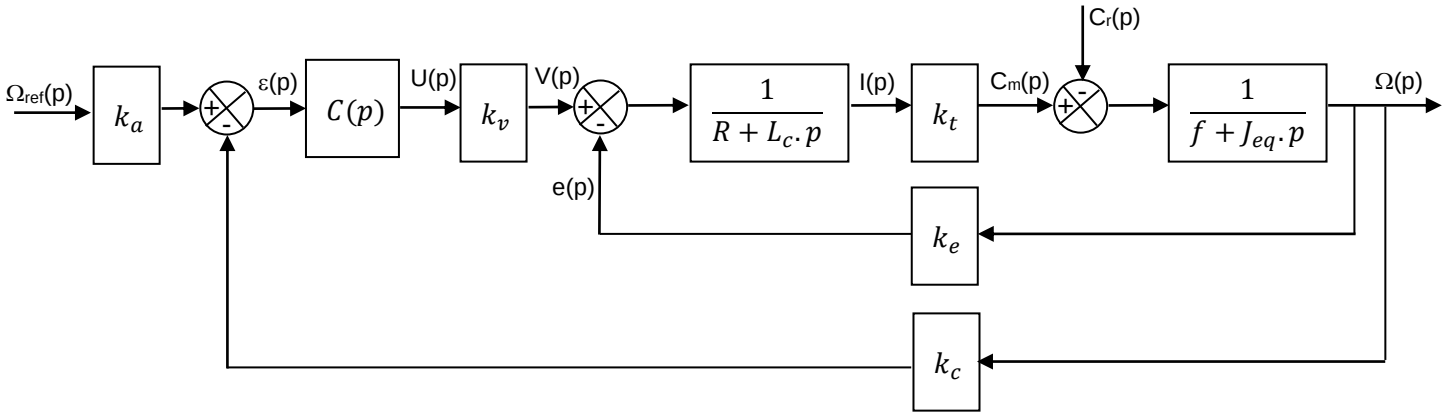


Figure 16 : Schéma-bloc de la machine à courant continu régulée en vitesse

k_a représente le gain d'un adaptateur.

C(p) est un correcteur.

Question 35 : Déterminer k_a pour obtenir un écart nul avec un système précis.

Question 36 : Exprimer $\Omega(p)$ sous la forme : $\Omega(p) = H_1(p).\Omega_{ref}(p) + H_2(p).C_r(p)$. Donner les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

Le correcteur choisi est de type proportionnel – intégral : $C(p) = C_0.\left(1 + \frac{1}{T_i.p}\right)$.

Question 37 : Les critères de précision exigés par le cahier des charges sont-ils vérifiés ?

Les diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée $\frac{\Omega(p)}{U(p)}$, avec une perturbation nulle, sont fournis ci-dessous :

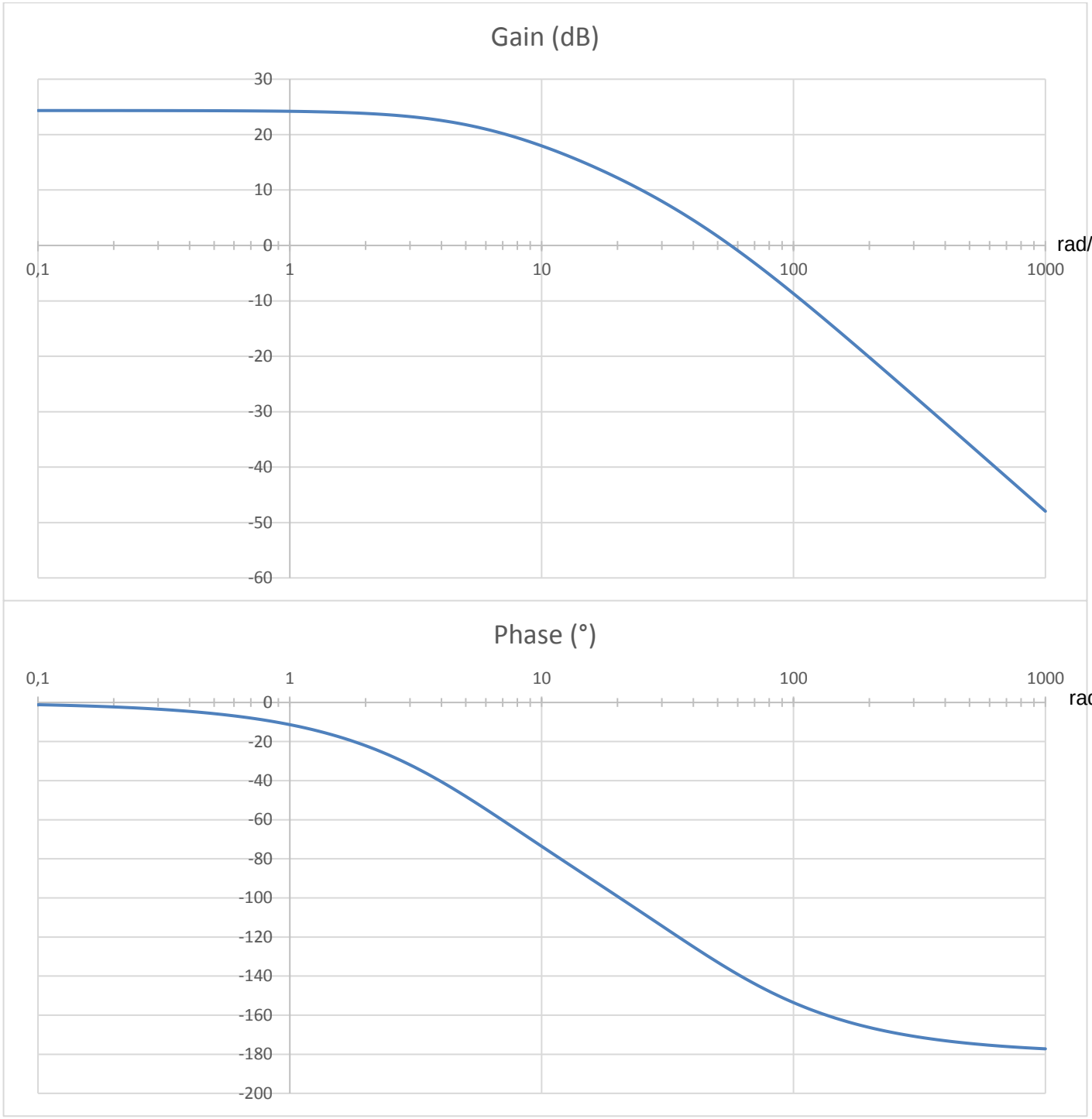


Figure 17 : Diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée

Pour des raisons de rapidité, on impose une pulsation de coupure du système corrigé en boucle ouverte de 40 rad/s.

Question 38 : Déterminer graphiquement les valeurs de C_O et T_i en s'assurant que la marge de phase est respectée.

Avec ce nouveau correcteur, en boucle fermée, les allures des réponses temporelles de la vitesse de sortie et du courant moteur sont les suivantes :

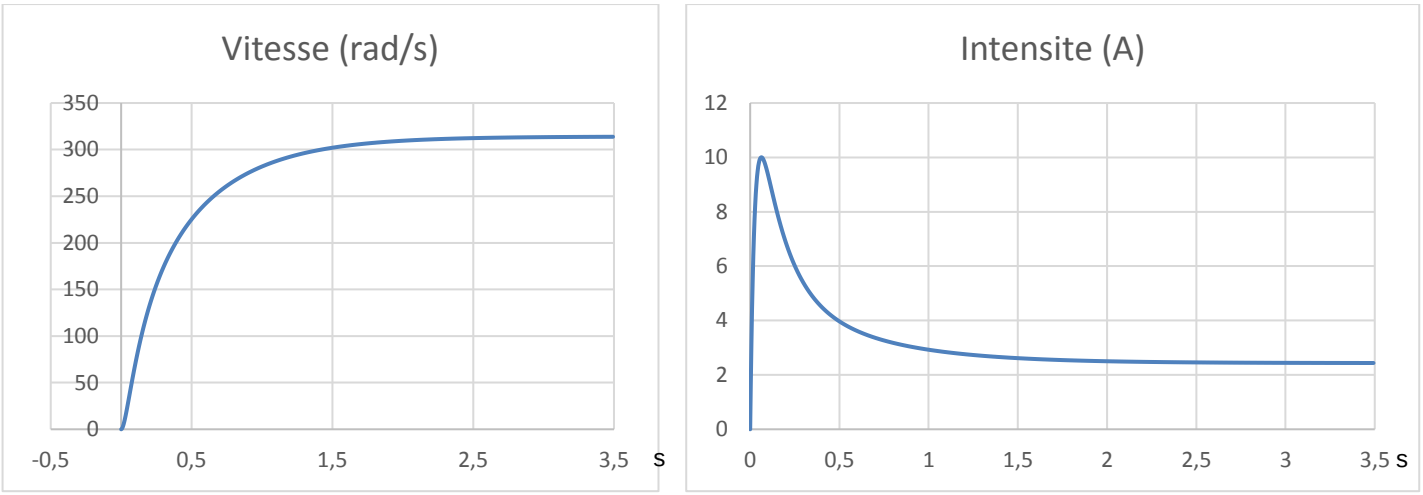


Figure 18 : Réponses temporelles de la vitesse et de l'intensité en FTBF

Si le critère de rapidité est respecté, on constate que le pic de courant est trop important par rapport au critère du cahier des charges.

III. Correction du phénomène de surintensité

Pour remédier à ce problème, une solution consiste à mettre en place une boucle de courant à l'intérieur de la boucle de vitesse.

Question 39 : Proposer un schéma-bloc de cet asservissement.

Question 40 : Préciser le critère de performance que doit remplir la boucle de courant par rapport à la boucle de vitesse pour que ce nouvel asservissement soit efficace.

Question 41 : Cette boucle aura-t-elle un impact sur le temps de réponse ? Justifier.

IV. Protection du matériel en cas de surtension

Afin de protéger le matériel d'une surtension, on peut introduire une saturation entre le correcteur et le variateur, afin que la tension de sortie du bloc saturation u_S soit comprise entre $\pm V_{max}$ (cf. figure 16).

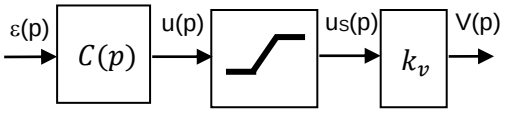


Figure 19 : insertion du bloc Saturation

Comme le correcteur, cette saturation peut être définie de manière numérique.

Question 42 : En Python ou Scilab, écrire une fonction **Saturation(u,Vmax)** prenant comme arguments d'entrée les flottants **u** et **Vmax** qui renvoie la tension **us** sous forme de flottant.

F. EQUILIBRAGE DE LA TURBINE

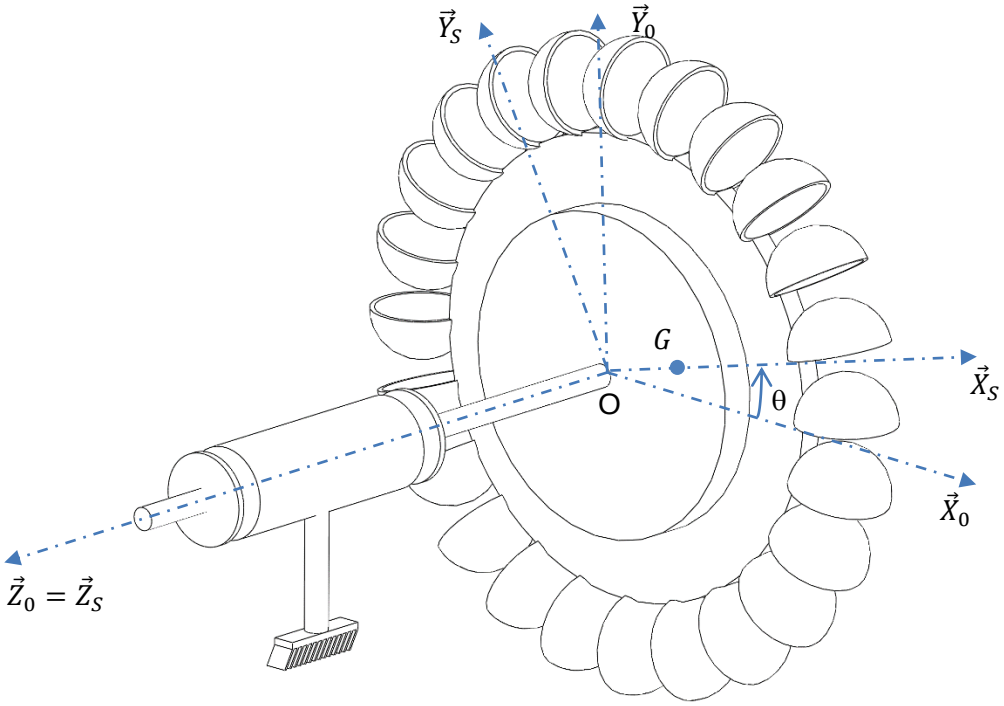
L'objectif de cette partie est d'étudier l'équilibrage dynamique de la turbine.

Il est nécessaire d'équilibrer statiquement puis dynamiquement la roue Pelton ainsi que son arbre. Cette étape est indispensable afin d'éviter toute vibration au cours du fonctionnement. Les vibrations ont deux conséquences néfastes : elles entraînent des nuisances sonores et participent à l'usure prématurée des roulements.

La technologie d'équilibrage s'approche de celle utilisée pour équilibrer les roues de voiture mais au lieu de rajouter des masselottes (petites masses), on enlève de la matière par usinage.

I. Conditions d'équilibrage de la turbine

On assimile la turbine et son arbre à un solide (S) de masse m en rotation autour d'un axe fixe, à vitesse de rotation constante, le centre d'inertie G du solide ne se trouvant pas sur cet axe.



Notations :

$R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$:
repère galiléen lié au bâti.

$R_S(O, \vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)$:
repère lié au solide (S)

$(\vec{X}_0, \vec{X}_S) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_S) = \theta$

Figure 20 : Schématisation de la turbine et du guidage en rotation

Le centre d'inertie de (S) est situé en G tel que $\overrightarrow{OG} = a.\vec{X}_S$.

La matrice d'inertie du solide (S) au point O dans le repère R_S est : $[I_{O,S}] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{X_S},\vec{Y_S},\vec{Z_S})}$

Le torseur des actions mécaniques du bâti exercées sur (S) par l'intermédiaire de la liaison pivot est :

$$\{T_{bâti \to S}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{X_S},\vec{Y_S},\vec{Z_S})}$$

On regroupe le reste des actions mécaniques extérieures exercées sur S, supposées connues, sous la forme :

$$\{T_{\bar{S} \to S}\} = \begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}_{(\vec{X_S},\vec{Y_S},\vec{Z_S})}$$ (les composantes de ce torseur peuvent éventuellement dépendre de θ)

Question 43 : Déterminer l'accélération du point G appartenant à S par rapport à R_O : $\overrightarrow{\Gamma_{G\in S/R_0}}$.

Question 44 : Déterminer le moment dynamique du point O appartenant à S par rapport à R_O : $\overrightarrow{\delta_{O\in S/R_0}}$.

Question 45 : Déterminer $\{T_{bâti\to S}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{X_S},\overrightarrow{Y_S},\overrightarrow{Z_S})}$

La turbine est équilibrée si les composantes de $\{T_{bâti\to S}\}$ sont indépendantes des effets dynamiques.

Question 46 : En déduire les conditions, propres à la répartition des masses de la turbine, nécessaires à l'équilibrage.

Équilibrer la turbine consiste, par enlèvement de matière (soit une masselotte de masse négative), à réaliser les conditions précédentes.

II. Equilibrage avec une masselotte

On retranche une masse ponctuelle (S_1) au solide (S).
On obtient ainsi un nouveau système (S') = (S) ∪ (S_1).
Soit G' le centre d'inertie de (S') et D' et E' ses produits d'inertie.
La masse de (S_1) est m_1, les coordonnées de (S_1) sont M_1 (x_1,y_1,z_1) dans R_S.

Question 47 : Montrer que l'équilibrage à 1 masselotte n'est possible que si D = 0.

Cette solution n'étant pas satisfaisante, on se propose d'utiliser deux masselottes.

III. Equilibrage avec deux masselottes

On retranche deux masses ponctuelles (S_1) et (S_2) au solide (S).
On obtient ainsi un nouveau système (S') = (S) ∪ (S_1) ∪ (S_2).
Soit G' le centre d'inertie de (S') et D' et E' ses produits d'inertie.
Les masses de (S_1) et (S_2) sont m_1 et m_2, les coordonnées de (S_1) sont M_1 (x_1,y_1,z_1) et celles de (S_2) sont M_2 (x_2,y_2,z_2) dans R_S.

Les deux usinages (masselottes négatives) sont nécessairement situés à des emplacements spécifiques sur la turbine, ce qui signifie que les paramètres r_1, r_2, z_1, z_2 sont imposés tels que :
$r_1 = r_2 = r$ et $z_2 = 0$ et $z_1 = e$.

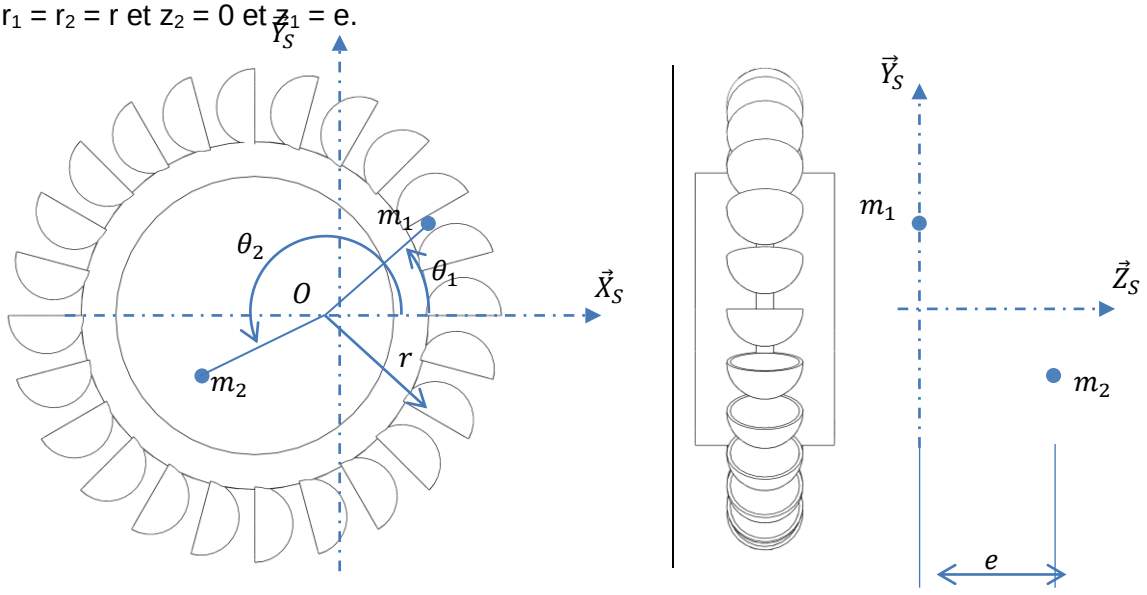


Figure 21 : Paramétrage du positionnement des masselottes

Question 48 : Déterminer m_1, m_2, θ_1 et θ_2 pour que l'ensemble turbine + masselottes soit équilibré dynamiquement.

G. Conclusion

La centrale expérimentale de Tofte ne développe pour l'instant que quelques kW. Le frein technologique se situe essentiellement au niveau du coefficient de perméabilité de la membrane.
Des équipes de recherche ont développé des nanotubes qui permettent d'obtenir en laboratoire une puissance électrique par unité de surface 100 fois supérieure à celle que l'on obtient avec des membranes traditionnelles.
Il reste à juxtaposer des millions de ces nanotubes pour créer une membrane plus performante à notre échelle et peut-être trouver le moyen de rendre économiquement viable cette énergie propre.

Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Bilans macroscopiques et relation de Bernoulli
- Second principe : enthalpie libre, potentiel chimique et équilibre chimique
- Espaces préhilbertiens réels et endomorphismes des espaces euclidiens
- Énergétique : puissances, théorème de l'énergie cinétique, rendement
- Équations différentielles linéaires du premier ordre
- Bases de Python : expressions, types, instructions, fonctions
- Régime sinusoïdal forcé
- Correction des systèmes asservis : correcteurs P, PI et à avance de phase

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière : **écrire sur WhatsApp**

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi