Concours d'admission de l'École polytechnique et des ENS (X-ENS), France

Session 2017, filière PSI

Sciences de l'ingénieur

Durée : 5 heures

Ce que traite le sujet

- Partie 1 : contexte et présentation du système
- Partie 2 : étude de la mobilité sur un sol plan
- Partie 3 : étude du comportement sur terrain accidenté
- Partie 4 : étude du bras manipulateur
- Partie 5 : étude de l'action de préhension

Sujet reproduit sans retouche à partir de la page suivante.

Résumé des parties, chapitres de cours liés et autres années :
prepahelp.com/annales/x-ens/psi/2017/si

Prepa Help ne revendique aucun droit sur le sujet, propriété de l'organisateur du concours.

CX7614

Banque commune Ecole Polytechnique – InterENS

PSI

Session 2017

Épreuve de Sciences Industrielles

Durée : 5 heures

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit.
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

ROBOVOLC : un robot mobile pour l'exploration volcanique



Le sujet est composé :

- de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé (page 1 à page 35). Des annexes (numérotées de 1 à 5) sont présentes à la fin du livret ;
- de documents réponse à joindre obligatoirement à la copie (numérotés de DR1 à DR4).

Il est recommandé au candidat :

- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler sur sa copie le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses ;
- de numéroter soigneusement les pages de sa copie.

Les différentes parties de ce sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins, il est recommandé de les traiter dans l'ordre proposé afin de tenir compte des différentes remarques et des notations.

Partie 1: Contexte et présentation du système

1.1 Contexte

Les éruptions volcaniques peuvent avoir un impact important sur l'activité humaine, provoquant à la fois des déplacements de population, des dégâts matériels, ainsi que des changements de topographie et de climat. On considère qu'actuellement 10% de la population terrestre vit sous la menace des volcans, et 1500 volcans potentiellement en activité sont répertoriés sur la planète. Par conséquent, une compréhension fine des phénomènes volcaniques et une meilleure maîtrise des risques associés constituent un enjeu scientifique majeur.

Les observations scientifiques réalisées pendant les phases éruptives sont aujourd'hui fondamentales pour l'étude des volcans. En effet, les prélèvements des gaz magmatiques et des échantillons rocheux rejetés lors de ces phases constituent des indicateurs fiables de l'activité interne des volcans ; ils sont donc une riche source d'informations pour les volcanologues. Cependant, les phases éruptives sont aussi des phases actives très dangereuses et il est primordial de limiter les risques humains lors d'observations et de prélèvements à proximité des cratères en éruption (Figure 1).

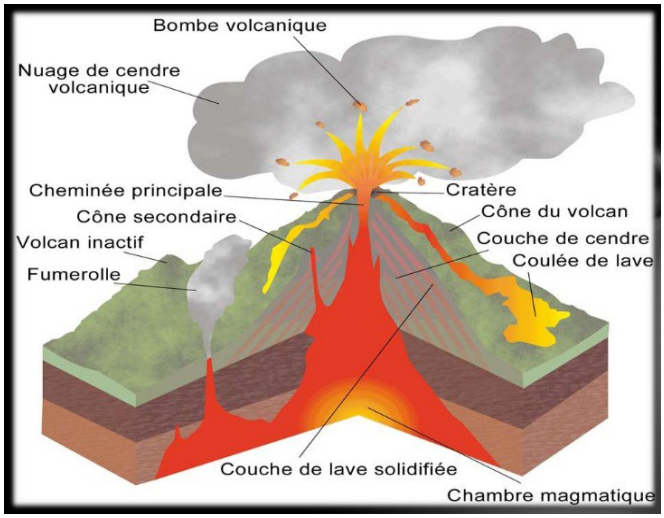


Figure 1 : schématisation d'un volcan en éruption

Avec ce constat, allié aux avancées technologiques dans le domaine de la robotique, la Communauté Européenne a financé le projet ROBOVOLC dont le but était la réalisation d'un robot mobile pour l'exploration volcanique. Ce robot devait être capable de :

- s'approcher d'un cratère actif ;
- collecter des échantillons rocheux issus de rejets éruptifs ;
- collecter des échantillons gazeux ;
- collecter d'autres données physiques et chimiques.

Le sujet propose d'étudier quelques parties structurelles du système ROBOVOLC et de valider plusieurs performances (liées à la mobilité et au prélèvement) de ce système.

1.2 Présentation du système

Le système ROBOVOLC est représenté sur la Figure 2. Il se divise en plusieurs sous-systèmes (liés à la navigation, au prélèvement et à la communication) qui sont détaillés dans les diagrammes SysML fournis dans l'Annexe 1.

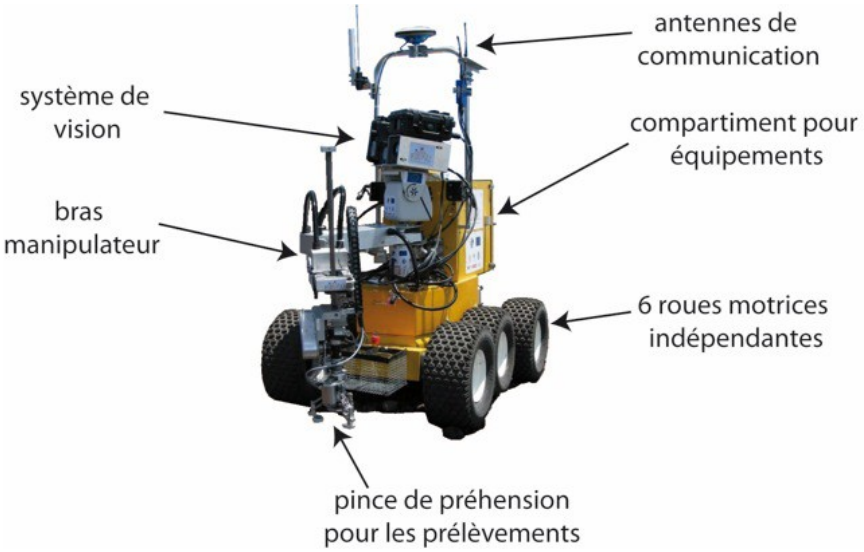


Figure 2 : représentation du système ROBOVOLC

La partie mécanique de ROBOVOLC est constituée de deux parties : (i) la plateforme (châssis, roues) servant à la locomotion ; (ii) l'équipement d'analyse (bras manipulateur, pince, sondes) pour le prélèvement et la mesure.
Une contrainte particulière dans la conception du système ROBOVOLC est qu'il est soumis à des conditions extérieures particulièrement difficiles : terrain volcanique non structuré avec obstacles et fortes pentes, températures très élevées près des zones éruptives (les gaz atteignent 600°C) mais basses ailleurs à cause de l'altitude, présence de poussières de cendre très fines, ambiance corrosive due aux composants acides, etc.

Q1.1 : Dans la phase de conception de ROBOVOLC, une alternative à un système de locomotion à roues était un système volant. Donner deux inconvénients d'un tel système remettant en cause son utilisation dans l'environnement volcanique considéré.

ROBOVOLC est piloté à distance depuis un poste de contrôle (Figure 3). La position géographique du robot est obtenue par un système GPS et est envoyée au poste de contrôle par liaison radio. De plus, l'opérateur peut visualiser en permanence les actions du système grâce aux images transmises par une caméra embarquée.

L'énergie électrique nécessaire au système est apportée par une unité de puissance avec quatre batteries couplées pour constituer deux unités de 24 V. La première est utilisée pour la plateforme, l'autre pour l'équipement d'analyse. Ces batteries sont positionnées sur la partie basse du châssis.

Q1.2 : Citer un intérêt à mettre les batteries en position basse sur le système.

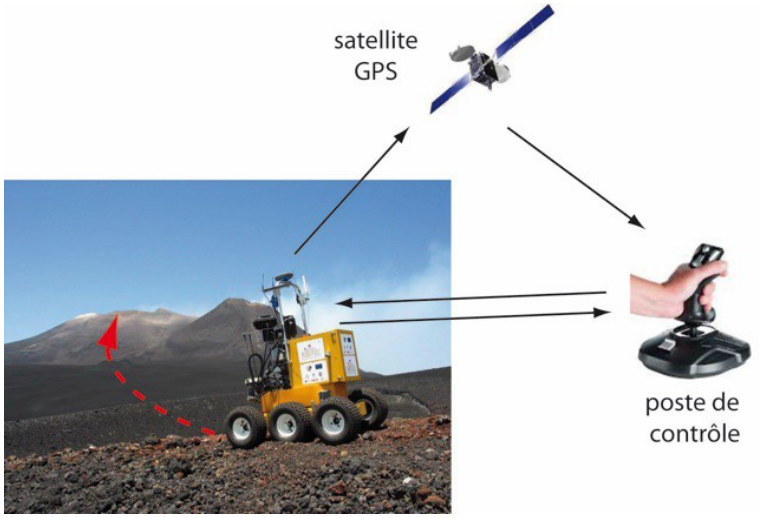


Figure 3 : illustration du pilotage à distance du système ROBOVOLC

Un cahier des charges partiel est donné ci-dessous :

CRITÈRE	VALEUR
distance maximale entre ROBOVOLC et le poste de contrôle	2 km
temps de trajet pour une mission de 24 heures	1,5 h
vitesse de déplacement atteignable	0,5 m/s
dimensions du système (longueur/largeur/hauteur)	1900 mm x 1200 mm x 800 mm
masse maximale des composants modulaires	200 kg
charge utile maximale (instruments, etc.)	30 kg
pente maximale du sol	40°
hauteur maximale d'un obstacle	400 mm
diamètre des objets à saisir	entre 40 mm et 300 mm
masse maximale des objets à saisir	2,5 kg

Q1.3 : Citer une phase de vie du système qui contraint sa taille maximale et son poids maximal.

La suite du sujet est composée de quatre parties qui étudient quelques particularités de la structure mécanique du système ROBOVOLC :

- les parties 2 et 3 étudient la phase de déplacement (roulage) du système : la **partie 2** vise à valider les performances de mobilité et de suivi de trajectoire du système sur un sol plan tandis que la **partie 3** vise à valider les performances de franchissement d'obstacle sur un terrain accidenté ;
- les parties 4 et 5 étudient la phase de préhension d'échantillon : la **partie 4** vise à valider les performances du bras manipulateur tandis que la **partie 5** vise à valider les performances de la pince.

Partie 2: Étude de la mobilité sur un sol plan

L'objectif de cette partie est de valider les performances de mobilité, de manoeuvrabilité et de contrôle du système de locomotion de ROBOVOLC. On cherche notamment à vérifier le critère suivant du cahier des charges :

CRITÈRE	VALEUR
vitesse de déplacement atteignable	0,5 m/s

2.1 Présentation du système de locomotion

Dans cette sous-partie, on présente l'architecture du système de locomotion de ROBOVOLC.

La plateforme de ROBOVOLC est équipée d'un châssis et de six roues motrices indépendantes et non directionnelles réparties symétriquement sur trois essieux (Figure 4).

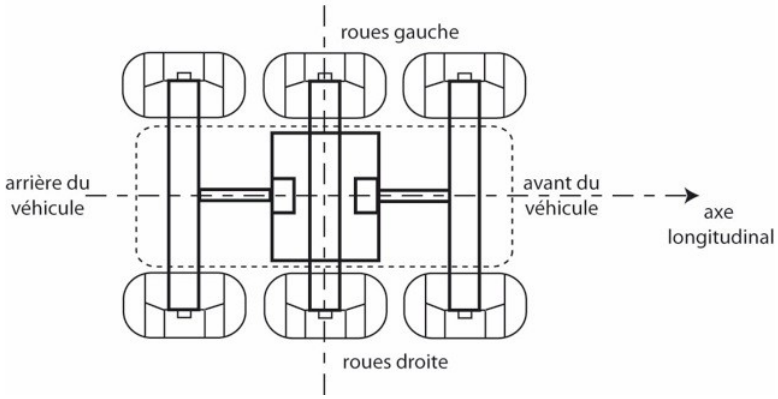


Figure 4 : schématisation de la plateforme de ROBOVOLC (vue de dessus)

Chaque roue représente un module autonome (Figure 5) dont la chaîne d'énergie est constituée d'une batterie, d'un variateur de vitesse, d'un moteur électrique à courant continu, d'un réducteur de vitesse (de rapport de réduction r=1/236, entouré sur la Figure 5), d'un capteur de vitesse et d'un micro-contrôleur .

Les roues sont équipées de pneumatiques spéciaux de diamètre extérieur D=300 mm.

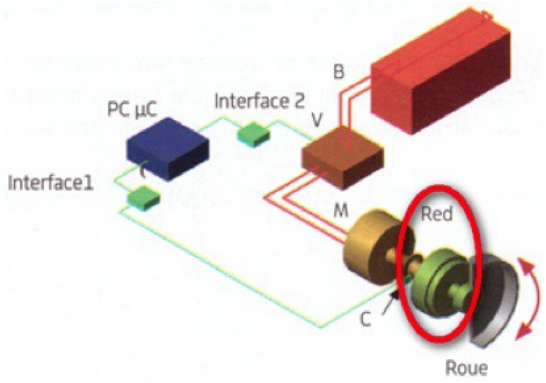


Figure 5 : schéma de transmission de puissance pour chaque roue

On introduit le nombre (adimensionnel) de Froude $Fr=\frac{v}{\sqrt{gl_c}}$ qui caractérise la vitesse de déplacement v de ROBOVOLC relativement à sa taille caractéristique l_c ; g est l'accélération de la pesanteur. Lorsque $Fr>1$, les effets dynamiques ont une influence importante sur la trajectoire.

Q2.1 : Montrer que les effets dynamiques peuvent être ici négligés.

Dans la suite de cette partie, on suppose un roulement sans glissement longitudinal au niveau du contact roue-sol. On suppose de plus que le sol est plan et horizontal, que le contact roue-sol est ponctuel, et que le châssis et les roues sont des solides indéformables.

2.2 Comportement en ligne droite

Dans cette sous-partie, on détermine la commande permettant d'assurer une vitesse de déplacement en ligne droite donnée.

Une modélisation de la plateforme est donnée sur la Figure 6. On définit un repère local $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié au châssis, $\vec{x}$ correspondant à l'axe longitudinal du châssis (appelé aussi ligne de foi) illustré sur la Figure 4, et $\vec{z}$ correspondant à l'axe vertical. Le point O est le centre géométrique et de masse de la plateforme dans le plan $(O,\vec{x},\vec{y})$ parallèle au sol.

Pour chaque roue notée $\boldsymbol{S_i}$ ($1\leq i\leq 6$), on définit :

- le point de contact P_i entre la roue et le sol ;
- le point O_i qui est la projection du point P_i sur l'axe de rotation de la roue.

La position de chaque point O_i est définie par $\overrightarrow{OO_i}=a_i\vec{x}+e_i\vec{y}$ avec $a_i=\pm a$ et $e_i=\pm e$.

Le châssis est noté $\boldsymbol{S_c}$ et le sol est noté $\boldsymbol{S_0}$.

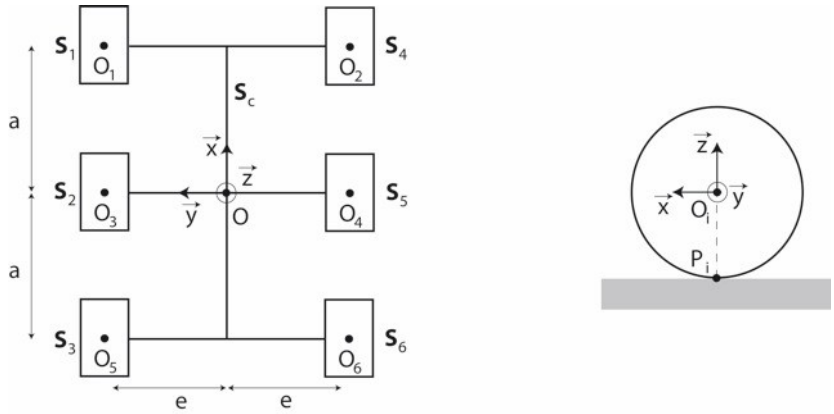


Figure 6 : configuration de la plateforme

On donne le torseur cinématique du châssis par rapport au sol, correspondant à une translation rectiligne suivant la direction longitudinale $\vec{x}$ à la vitesse constante v .

$$\{V(\boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0})\}=\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ v\vec{x}\end{Bmatrix}_O$$

Q2.2 : Exprimer la vitesse de rotation ω_r de chaque roue par rapport au châssis, ainsi que la vitesse de rotation ω_m du moteur correspondant. Faire l'application numérique pour une vitesse v =0,5 m/s.

2.3 Comportement en virage

Dans cette sous-partie, on analyse les glissements latéraux occasionnés au niveau des roues dans les phases de rotation du châssis.

Pour le système ROBOVOLC, un système à roues non directionnelles a été privilégié. Par conséquent, il n'y a pas de mécanisme de direction des roues et la rotation du châssis est obtenue par le mouvement différentiel des roues (comme sur un système à chenilles). Cette solution technique, même sans glissement longitudinal au contact roue-sol, engendre un glissement latéral des roues pendant une phase de virage ; c'est une condition nécessaire à la rotation. On note $v_{gi}=\vec{V}(P_i\in \boldsymbol{S_i}/\boldsymbol{S_0}).\vec{y}$ la vitesse de glissement latéral de la roue i au point P_i.

Q2.3 : Donner trois avantages et deux inconvénients d'un système à roues non directionnelles.

On définit le torseur cinématique du châssis par rapport au sol pendant une phase de virage :

$$\{V(\boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0})\}=\begin{Bmatrix} \omega_z \vec{z} \\ v_x \vec{x}+v_y \vec{y} \end{Bmatrix}_O$$

Pour les trois questions suivantes (2.4-2.6), on utilisera les notations génériques a_i et e_i afin de mener un calcul unique valable pour les 6 roues de la plateforme.

Q2.4 : Exprimer la vitesse $\vec{V}(P_i\in \boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0})$ du point P_i en fonction de ω_z, v_x, v_y et des données géométriques.

Q2.5 : Exprimer d'autre part cette même vitesse $\vec{V}(P_i\in \boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0})$ en fonction de la vitesse de glissement latéral v_{gi}, de la vitesse de rotation ω_{ri} de la roue i et des données géométriques.

Q2.6 : En déduire la vitesse de glissement latéral v_{gi} et la vitesse de rotation ω_{ri} de chaque roue en fonction de ω_z, v_x, v_y et des données géométriques.

Q2.7 : Pour un mouvement de rotation pure ($\omega_z>0$) autour du point O, indiquer sur le document réponse DR1 :

- le signe de la vitesse de rotation ω_{ri} de chaque roue ;
- le sens de la vitesse de glissement latéral v_{gi}.

Faire de même pour un mouvement de rotation pure autour du point O_1.
On précisera le raisonnement et on remplira les cases en utilisant les notations introduites sur le document réponse.

Q2.8 : Donner une conséquence du glissement latéral sur les roues et proposer une solution technologique pour prendre en compte cette conséquence.

2.4 Technologie et asservissement en vitesse

Dans cette sous-partie, on étudie l'asservissement en vitesse des roues en analysant la technologie des composants et en déterminant les propriétés de comportement.

Chacune des roues dispose d'une motorisation indépendante avec un asservissement en vitesse. Le contrôle de la vitesse de rotation de chaque roue permet de minimiser le glissement longitudinal, notamment en mode automatique lorsque ROBOVOLC doit suivre un cap de manière autonome.

Le système d'asservissement qui équipe chaque roue est destiné à contrôler sa vitesse de rotation et doit permettre au système embarqué de détecter un glissement (manque d'adhérence). Ce système est modélisé sur la Figure 7.

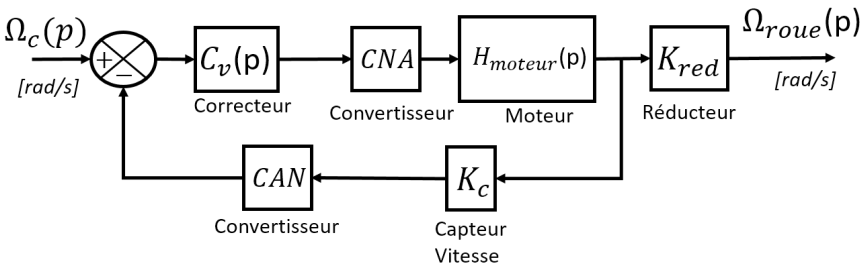


Figure 7 : structure d'asservissement

La fonction K_c représente un capteur de vitesse permettant de mesurer la vitesse de rotation du moteur.

Q2.9 : Citer deux composants permettant de réaliser la fonction K_c en précisant les avantages/inconvénients et le type de signal (analogique ou numérique) en entrée/sortie de chacun. Indiquer, en justifiant, la technologie la plus probablement retenue ici.

Étude du convertisseur numérique-analogique (CNA)

La valeur $U(t)$ en entrée du CNA est codée sous forme d'un entier non signé sur 16 bits. Elle est ensuite convertie en grandeur analogique U_{mot} entre -10V et +10V pour $U(t)$ évoluant en hexadécimal de 0000 à sa valeur maximale FFFF.

Q2.10 : Donner la valeur numérique de $U(t)$ à appliquer pour obtenir une valeur nulle en sortie du CNA. A quelle consigne correspond la valeur hexadécimale d'entrée $U(t)$ =A000?

Étude du convertisseur analogique-numérique (CAN)

Le capteur utilisé pour mesurer la vitesse de rotation est de type dynamo-tachymétrique, ce choix répondant aux exigences de tenue en température et robustesse. Le capteur fournit une tension directement proportionnelle à la vitesse de rotation de la roue, cette tension variant au maximum entre -610mV et +650mV. Le CAN employé possède plusieurs canaux de conversion A/N 12 bits d'une linéarité de +/-1 bit. Le temps de conversion par canal est de 25 micro-secondes.

Q2.11 : Calculer la résolution en mV du CAN.

Q2.12 : Donner les deux hypothèses principales qu'il faut faire pour pouvoir utiliser un modèle de système linéaire continu invariant.

Asservissement en vitesse

On suppose dans la suite que :

- $C_v(p) = K_v$ (constante) ;
- K_c =1 (gain de capteur) ;
- les blocs CAN et CNA sont modélisés par des blocs unitaires.

La Figure 8 représente la réponse mesurée du moteur lorsqu'un échelon unitaire de tension est envoyé en entrée.

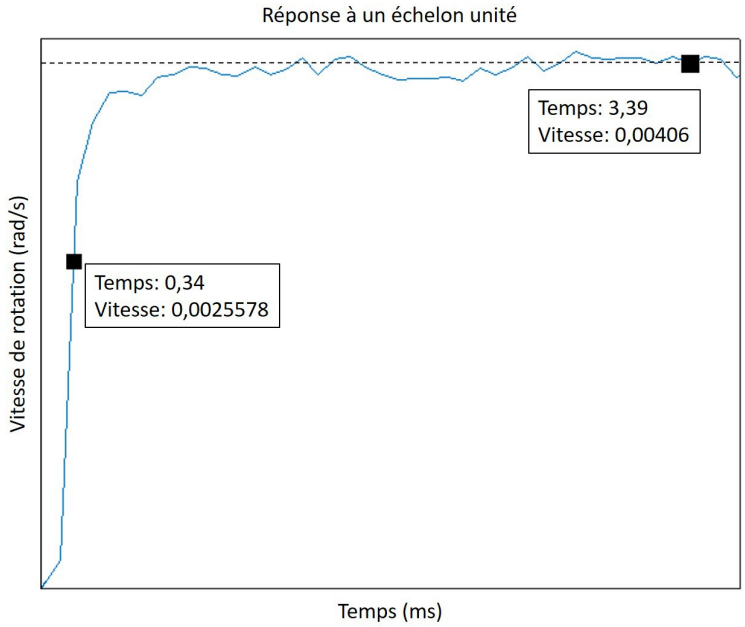


Figure 8 : courbe de réponse du moteur pour un échelon unité

Q2.13 : Exprimer par un modèle du premier ordre sous forme canonique la fonction de transfert $H_{moteur}(p)$ du moteur, et identifier ses paramètres.

Q2.14 : Calculer la fonction de transfert $\Omega_{roue}(p)/\Omega_c(p)$ sous forme canonique.

Q2.15 : Exprimer les conditions pour avoir des valeurs d'erreur statique en position et en vitesse inférieures à 1%. Proposer un moyen d'obtenir ces erreurs statiques nulles.

2.5 Maîtrise de trajectoire

Dans cette sous-partie, on met en place un processus de contrôle de trajectoire par l'intermédiaire du couple transmis à chacune des roues.

Dans le cadre d'un suivi de trajectoire, le contrôle de la plateforme est difficile à assurer

notamment à cause du glissement latéral des roues. Toujours en supposant un roulement sans glissement longitudinal, un choix de commande en virage est basé sur la stabilité de la plateforme et le contrôle du couple fourni aux roues.

On introduit un repère global $(O_0, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ fixe (lié au sol), avec $\vec{Z}_0 = \vec{z}$ (Figure 9). On définit l'angle $\theta = (\vec{X}_0, \vec{x})$ appelé angle de cap entre le repère local $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au châssis et le repère global. On a $\dot{\theta} = \omega_z$ en utilisant la notation de la partie 2.3, et on note $\overrightarrow{O_0O} = X_O \vec{X}_0 + Y_O \vec{Y}_0$. La vitesse au point O du châssis par rapport au sol s'écrit :

$\vec{V}(O \in \boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0}) = v_x \vec{x} + v_y \vec{y} = v_X^0 \vec{X}_0 + v_Y^0 \vec{Y}_0$ avec $v_X^0 = \dot{X}_O$ et $v_Y^0 = \dot{Y}_O$.

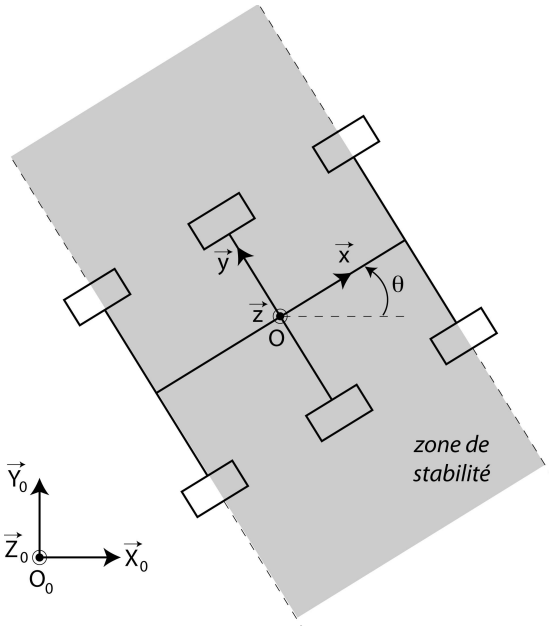


Figure 9 : schématisation du contrôle de stabilité

On introduit le centre instantané de rotation (CIR) noté $I(t)$ et tel que la cinématique du châssis à l'instant t revient à une rotation pure autour de ce point. On a ainsi la propriété :

$\vec{V}(I(t) \in \boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0}) = \vec{0}$.

L'idée du contrôle proposé est de spécifier la coordonnée longitudinale (selon $\vec{x}$) du CIR $I(t)$ afin de le forcer à rester dans la zone d'empattement du châssis (zone grisée sur la Figure 9).

Q2.16 : Expliquer qualitativement en quoi conserver la position du CIR dans la zone d'empattement du châssis favorise le contrôle.

Q2.17 : Exprimer les composantes (v_X^0, v_Y^0) de la vitesse $\vec{V}(O \in \boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0})$ dans le repère fixe en fonction de celles (v_x, v_y) dans le repère local lié au châssis. En déduire le lien entre les composantes d'accélération $(\dot{v}_X^0, \dot{v}_Y^0)$ et $(\dot{v}_x, \dot{v}_y)$. On pourra introduire les notations $\gamma_x = \dot{v}_x - \dot{\theta} v_y$ et $\gamma_y = \dot{v}_y + \dot{\theta} v_x$.

Q2.18 : Exprimer les coordonnées $(x_I(t), y_I(t))$ du CIR dans le repère local $(O, \vec{x}, \vec{y})$ en

fonction de v_x, v_y et $\dot{\theta}$. Que deviennent ces coordonnées pour un mouvement de translation ?

Pour le contrôle, on introduit un modèle de comportement dynamique de la plateforme prenant en compte les effets de dérapage des six roues. Le modèle s'écrit :

$$m_0 \gamma_x = \sum_{i=1}^{6} (F_{xi} - R_{xi})$$

$$m_0 \gamma_y = -\sum_{i=1}^{6} F_{yi}$$

$$I_0 \ddot{\theta} = e(F_{x2} + F_{x4} + F_{x6} - F_{x1} - F_{x3} - F_{x5}) - M_r(\{F_{yi}\}, \{R_{xi}\})$$

Q2.19 : Énoncer précisément l'origine de ce modèle, et donner la signification des termes m_0, F_{xi}, F_{yi}, R_{xi}, M_r et I_0.

On postule les relations suivantes :

$R_{xi} = f_r F_{zi} signe(v_{xi})$ (1)

$F_{yi} = \mu F_{zi} signe(v_{yi})$ (2)

où (v_{xi}, v_{yi}) sont les composantes, dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$, de la vitesse $\vec{V}(P_i \in \boldsymbol{S_c}/\boldsymbol{S_0})$ du point de contact P_i de chaque roue i avec le sol (v_{yi} correspond à la vitesse de glissement latéral v_{gi} introduite précédemment). On montre que $v_{xi} = v_x - \dot{\theta} e_i$ et $v_{yi} = v_y + \dot{\theta} a_i$ où (a_i, e_i) sont les données géométriques fixes introduites précédemment. F_{zi} est la charge verticale sur chaque roue.

Q2.20 : Expliquer la modélisation qui permet d'écrire les relations (1) et (2).

Q2.21 : Montrer que le modèle dynamique global de la plateforme se met alors sous la forme matricielle $\boldsymbol{M}\ddot{\vec{q}} + \vec{C}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = \vec{E}(\vec{q}, \{\tau_i\})$ dans laquelle :

- $\vec{q} = (X_O, Y_O, \theta)^T$ définit la configuration spatiale (position, orientation) du châssis dans le repère fixe $(O_0, \vec{X_0}, \vec{Y_0})$;
- $\boldsymbol{M}$ est une matrice de taille 3x3 diagonale ;
- $\vec{C}$ et $\vec{E}$ sont des vecteurs de taille 3x1 ;
- $\{\tau_i\}$ désigne l'ensemble des couples $\tau_i = \frac{D}{2} F_{xi}$ transmis à chaque roue i.

On précisera les expressions des termes $\boldsymbol{M}$, $\vec{C}$ et $\vec{E}$. Simplifier ce modèle en prenant en compte l'analyse faite à la question 2.1.

Q2.22 : En supposant $v_y \geq 0$ et $\dot{\theta} \geq 0$, montrer que la contrainte de contrôle se met sous la forme $\vec{A}(\vec{q}).\dot{\vec{q}} < 0$ où $\vec{A}$ est un vecteur de taille 3x1 à expliciter. Conclure sur la mise en place du contrôleur.

Partie 3: Étude du comportement sur terrain accidenté

Le terrain volcanique est en pratique très accidenté, avec la présence d'obstacles (roches) et de fortes pentes (Figure 10). Par conséquent, le système de locomotion de ROBOVOLC doit être adapté à ce type de terrain.
L'objectif de cette partie est de valider les performances d'agilité et de franchissement d'obstacle du système sur des terrains non structurés avec difficultés topologiques (pentes, obstacles). On souhaite vérifier les critères suivants du cahier des charges :

CRITÈRE	VALEUR
masse maximale des composants modulaires	200 kg
pente maximale du sol	40°
hauteur maximale d'un obstacle	400 mm

Dans toute cette partie, les effets dynamiques sont négligés et on se place en statique.



Figure 10 : illustration du comportement de ROBOVOLC sur terrain accidenté

3.1 Modélisation du châssis

Dans cette sous-partie, on établit un modèle statique du châssis de ROBOVOLC.

La mobilité sur terrain accidenté est obtenue, en plus de par la motorisation indépendante des roues, par l'utilisation d'un châssis articulé. Celui-ci a une structure tubulaire avec des articulations passives (non actionnées) permettant à ROBOVOLC de s'adapter à toute surface non plane. Une illustration des cinq mouvements indépendants permis par les articulations est donnée sur la Figure 11.

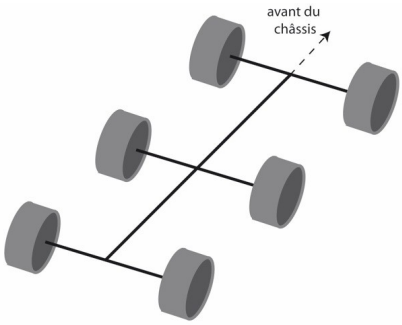
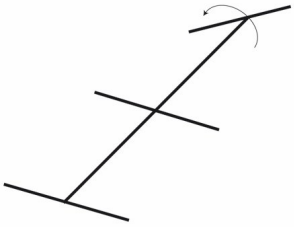
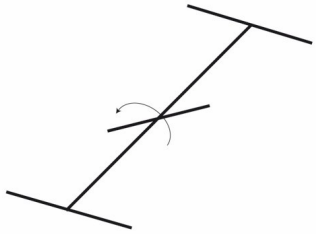
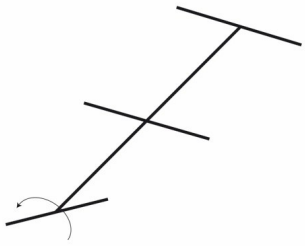
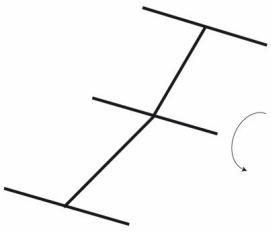
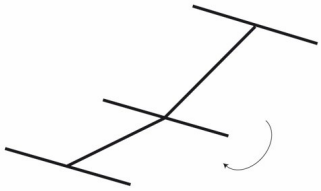
châssis au repos	**mouvement 1 :** rotation de l'essieu avant autour de l'axe longitudinal	**mouvement 2 :** rotation de l'essieu central autour de l'axe longitudinal
		
mouvement 3 : rotation de l'essieu arrière autour de l'axe longitudinal	**mouvement 4 :** rotation de l'arbre avant autour de l'axe transversal	**mouvement 5 :** rotation de l'arbre arrière autour de l'axe transversal
		

Figure 11 : illustration des mouvements de déformation du châssis

Le châssis est composé de cinq parties orientables les unes par rapport aux autres (Figure 12) :

- l'essieu avant, noté EAV, reliant les roues avant 1 et 2 ;
- l'essieu central, noté EC, reliant les roues centrales 3 et 4 ;
- l'essieu arrière, noté EAR, reliant les roues arrière 5 et 6 ;
- l'arbre avant, noté AAV, connectant les essieux EAV et EC ;
- l'arbre arrière, noté AAR, connectant les essieux EC et EAR.

On rappelle que l'empattement entre deux essieux successifs est noté a, et que la distance entre deux roues d'un même essieu est notée $2e$.

Les différentes parties sont reliées entre elles par des articulations possédant une raideur en rotation imposée. Par la suite, on supposera cette raideur négligeable devant les autres actions mécaniques mises en jeu.

Un schéma cinématique de la plateforme (châssis+roues) est présenté sur la Figure 12.

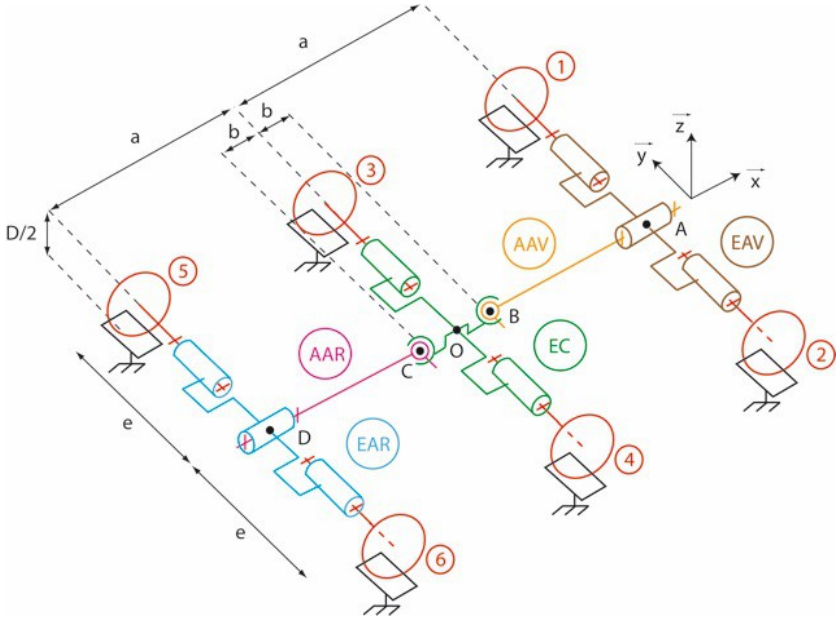


Figure 12 : schéma cinématique de la plateforme

Les deux articulations EC-AAV et EC-AAR, situées à une distance longitudinale $\pm b$ de l'essieu EC, autorisent une rotation selon les directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$; elles sont modélisées par des liaisons rotule à doigt de centres respectifs B et C. Les deux articulations EAV-AAV et EAR-AAR autorisent une rotation selon la direction $\vec{x}$ seulement ; elles sont modélisées par des liaisons pivot d'axe $(O,\vec{x})$.

D'autre part, les six liaisons essieu-roue sont modélisées par des liaisons pivot d'axe $(A,\vec{y})$ (roues avant), $(O,\vec{y})$ (roues centrales) ou $(D,\vec{y})$ (roues arrière). De plus, le contact de chaque roue i avec le sol est modélisé en première approche par une liaison ponctuelle de normale $(P_i,\vec{z})$.

On considère dans les questions 3.1 et 3.2 que les liaisons sont parfaites sans frottements.

Q3.1 : Déterminer le nombre de mobilités du modèle du système.

Q3.2 : Montrer que le modèle est isostatique. Conclure quant à la capacité du châssis à maintenir les roues au contact du sol en toute circonstance.

Q3.3 : Proposer un modèle de liaison parfaite pour le contact roue-sol qui permet de tenir compte, dans une étude de statique sans glissement, du frottement longitudinal et transversal. Peut-on calculer toutes les inconnues statiques de liaison dans ce cas ?

On considère par la suite que le sol est horizontal dans la direction $\vec{y}$; on se ramène alors à un problème dans le plan médian $(O,\vec{x},\vec{z})$. Dans cette configuration plane, la plateforme est constituée de trois ensembles articulés pour s'adapter au terrain accidenté (Figure 13) :

- l'ensemble avant (noté ENSAV) constitué des pièces EAV, AAV et des roues 1 et 2 ;
- l'ensemble central (noté ENSC) constitué de la pièce EC et des roues 3 et 4 ;
- l'ensemble arrière (noté ENSAR) constitué des pièces EAR, AAR et des roues 5 et 6.

On considère qu'il y a roulement sans glissement au contact roue-sol. Les actions mécaniques du sol sur chaque ensemble sont schématisées sur la Figure 13 ; elles sont modélisées par un effort normal (N_{AV} , N_C ou N_{AR}) et un effort tangentiel de traction (T_{AV} , T_C ou T_{AR}) appliqués aux points P_{AV} , P_C ou P_{AR} (projections des points de contact roue-sol P_i dans le plan médian $(O,\vec{x},\vec{z})$).

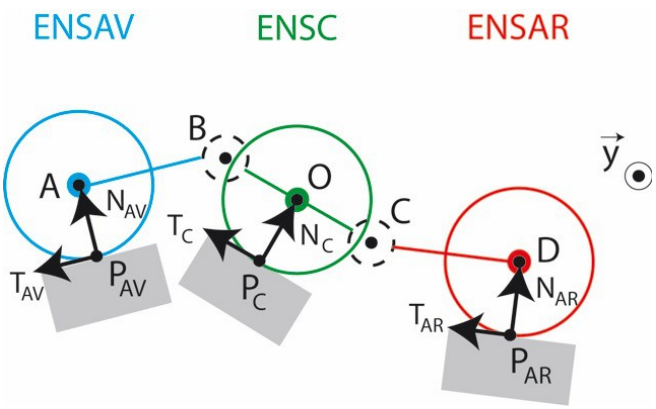


Figure 13 : configuration plane du châssis

Q3.4 : Indiquer s'il est possible de déterminer, par une analyse statique globale, les différentes actions N_{AV} , T_{AV} , N_C , T_C , N_{AR} , T_{AR} . Justifier la réponse.

La modélisation plane de la Figure 13 est considérée dans la suite de cette partie.

3.2 Comportement en pente et stabilité

Dans cette sous-partie, on analyse le comportement en pente et la stabilité statique de la plateforme.

On considère ici un sol plan dans le plan $(O,\vec{x},\vec{z})$ et incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale (Figure 14). La masse totale du système ROBOVOLC est répartie sur les trois ensembles de la plateforme ; les ensembles ENSAV et ENSAR ont la même masse $m_{AV}=m_{AR}=m$ tandis que l'ensemble ENSC a une masse $m_C=M$. Les centres de gravité des trois ensembles sont notés respectivement G_{AV} , G_C et G_{AR} ; ils sont indiqués sur la Figure 14. On a :

$\overrightarrow{AG_{AV}}=\overrightarrow{OG_C}=\overrightarrow{DG_{AR}}=h\vec{z}$

Toutes les roues ont le même diamètre noté D .

On donne D =300 mm, m =60 kg, M =80 kg, a =800 mm, b =200 mm, h =450 mm.

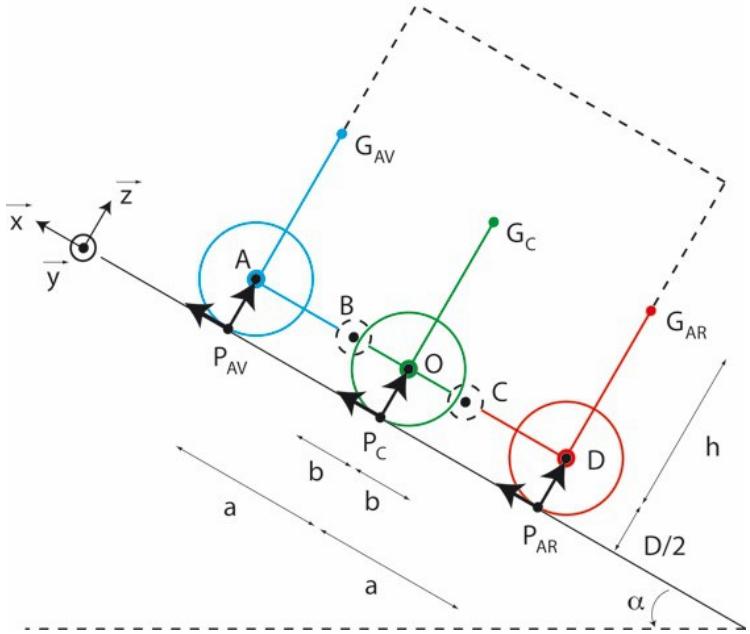


Figure 14 : configuration en pente

Q3.5 : Dans la configuration $\alpha = 0°$ (pente nulle), justifier la répartition des efforts normaux suivante : $N_{AV} = N_{AR} = mg$, $N_C = Mg$.

Q3.6 : Déterminer, en fonction des données géométriques, la hauteur h limite des centres de gravité avant basculement du système sur une pente inclinée d'un angle α . En déduire la valeur limite de h à respecter pour satisfaire le cahier des charges, puis faire l'application numérique et conclure. On donne $\tan(50°) \approx 1{,}2$.

Dans la question suivante, on fait l'hypothèse (notée HYP1) de **limite de glissement au contact entre le sol et la paire de roues de l'ensemble ENSC le plus chargé.** On note μ le coefficient de frottement.

Q3.7 : Montrer que l'hypothèse HYP1 permet de calculer l'ensemble des efforts de contact roue-sol dans la configuration $\alpha \neq 0$ (le calcul n'est pas demandé). Quelle équation permet de démontrer que $N_{AV} \neq N_{AR}$ dans cette configuration ?

3.3 Franchissement d'un obstacle

Dans cette sous-partie, on étudie le franchissement par ROBOVOLC d'un obstacle en analysant les différentes phases du franchissement en terme d'efforts sur les roues.

L'obstacle est matérialisé par une marche (pente verticale) de hauteur H dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{z})$, $\vec{z}$ correspondant à la verticale. (Figure 15).
On s'intéresse particulièrement aux trois phases représentées sur la Figure 15, correspondant à la montée de chacun des trois ensembles (respectivement ENSAV pour la phase 1, ENSC pour la phase 2 et ENSAR pour la phase 3) le long de l'obstacle.

Les notations utilisées (géométrie, actions mécaniques) sont similaires à celles de la sous-partie précédente.

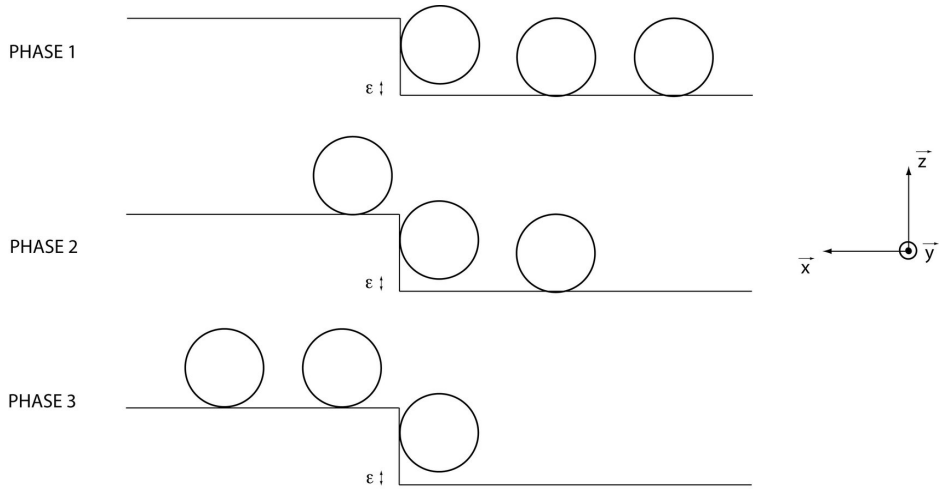


Figure 15 : schématisation de l'obstacle et des phases de son franchissement

Q3.8 : Pour chacune des trois phases, donner les deux équations obtenues par le théorème de la résultante statique selon $\vec{x}$ et $\vec{z}$. Les autres équations de statique ne sont pas demandées.

Sous l'hypothèse (notée HYP2) de **limite de glissement pour la paire de roues montant le long de l'obstacle**, l'ensemble des équations de statique donne accès aux valeurs des efforts de contact roue-sol. On représente dans l'Annexe 2 les diagrammes d'évolution simulée de ces efforts au cours du franchissement de l'obstacle, pour une hauteur de l'obstacle H =400 mm et un coefficient de frottement roue-sol μ =0,5 ou μ =2.

Q3.9 : Identifier les plages temporelles des diagrammes où ont lieu chacune des phases 1, 2 et 3. Indiquer également à quoi correspondent les autres phases des diagrammes, et préciser l'origine des sauts d'effort observés.

Q3.10 : Expliquer pourquoi, sous l'hypothèse HYP2, il n'est pas possible de franchir l'obstacle avec un coefficient de frottement μ =0,5.

3.4 Sélection des couples optimaux

Dans cette sous-partie, on met en place un algorithme de calcul des couples optimaux à appliquer à chaque roue.

Les actions extérieures exercées sur chaque roue (ou chaque paire de roues) sont représentées sur la Figure 16 :

- N est la composante d'effort normale au contact roue-sol ;
- T est la composante d'effort tangentielle au contact roue-sol ;
- C_m est le couple moteur ;
- $M_r = k\,N$ est le couple résistant de frottement (résistance au roulement) avec k un coefficient constant dépendant de la géométrie de la surface de contact roue-sol et des caractéristiques matériau de la roue et du sol.

Chaque roue est supposée rigide et est assimilée à un cylindre parfait.

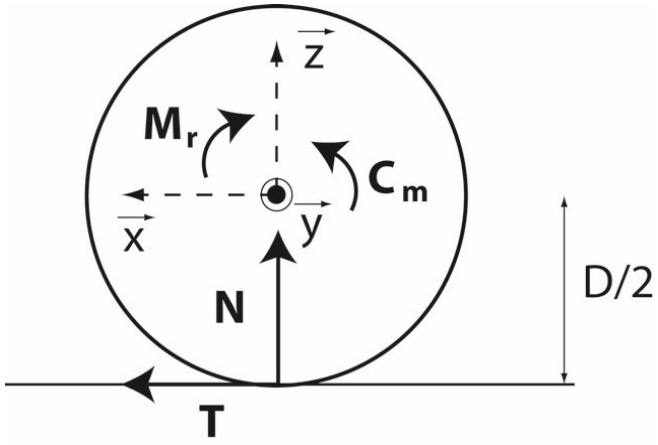


Figure 16 : schématisation des actions extérieures sur une roue

Q3.11 : Donner la relation entre le couple moteur C_m et les autres actions extérieures.

En lien avec l'évolution des efforts donnée dans l'Annexe 2, on trace sur la Figure 17 l'évolution des couples $C_{m,AV}$, $C_{m,C}$ et $C_{m,AR}$ sur chaque paire de roues en fonction du temps lors du franchissement d'un obstacle de hauteur H =400 mm et pour μ =2.

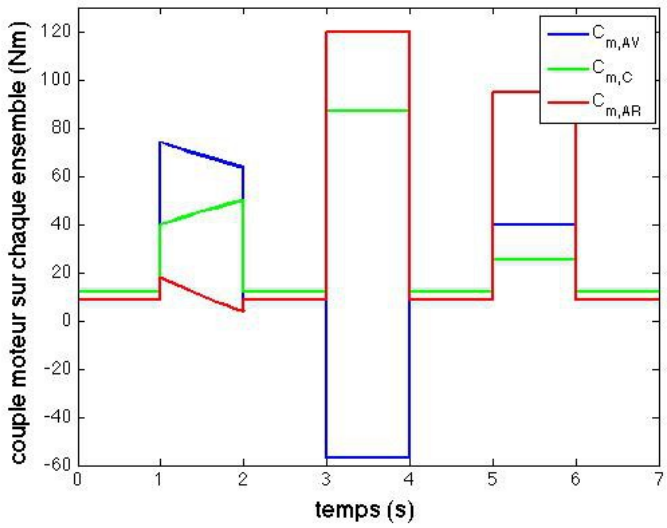


Figure 17 : évolution du couple sur chaque paire de roues

Q3.12 : Conclure sur la valeur de couple à retenir pour le dimensionnement des moteurs, et remettre en cause l'utilisation de l'hypothèse HYP2 pour ce dimensionnement.

On cherche à présent la meilleure répartition du couple sur chaque roue, minimisant la puissance motrice tout en évitant le glissement.

Q3.13 : Proposer un algorithme de répartition du couple sur chaque roue, qui serait une alternative à l'hypothèse HYP2 et permettrait de sélectionner des couples optimaux.

3.5 Asservissement en couple – contrôle de traction

Dans cette sous-partie, on étudie l'asservissement en couple des moteurs utilisé pour limiter le glissement. Le cahier des charges à respecter est le suivant :

CRITÈRE	VALEUR
dépassement autorisé	inférieur à 5 %
temps de réponse à 5 %	inférieur à 9 ms

La structure d'asservissement proposée est composée de deux correcteurs utilisés simultanément : un correcteur de boucle de retour (nommé $C_{fb}(p)$) et un correcteur de boucle d'anticipation (nommé $C_{ff}(p)$). L'étude menée ici concerne le comportement du système avec cette structure de correction.
Le schéma d'asservissement est donné sur la Figure 18.

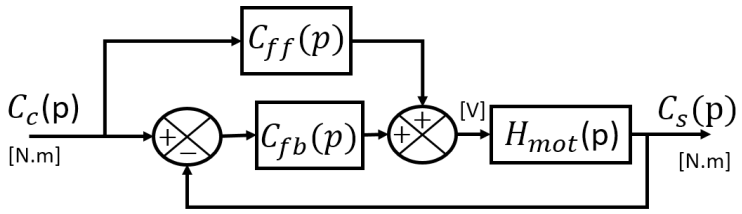


Figure 18 : schématisation de l'asservissement en couple

Le bloc $H_{mot}(p)$ représente un moteur ayant pour fonction de transfert $H_{mot}(p)=\frac{K_c}{K_c K_e+(R+Lp)(f+Jp)}$. Par identification, on trouve $H_{mot}=\frac{0{,}265}{0{,}4\,p+200}$.

Q3.14 : Énoncer, en justifiant, les hypothèses permettant de négliger les termes L et f pour cette modélisation du moteur par une fonction de transfert du premier ordre.

On néglige dans un premier temps la boucle d'anticipation (C_{ff} =0) et on prend $C_{fb}(p)=K_{fb}+\frac{I_{fb}}{p}$.

Q3.15 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

La Figure 19 représente l'évolution du dépassement et du temps de réponse à 5% en fonction du coefficient d'amortissement ζ.

Q3.16: En s'aidant de la Figure 19, exprimer les conditions sur les paramètres K_{fb} et I_{fb} permettant de respecter le cahier des charges.

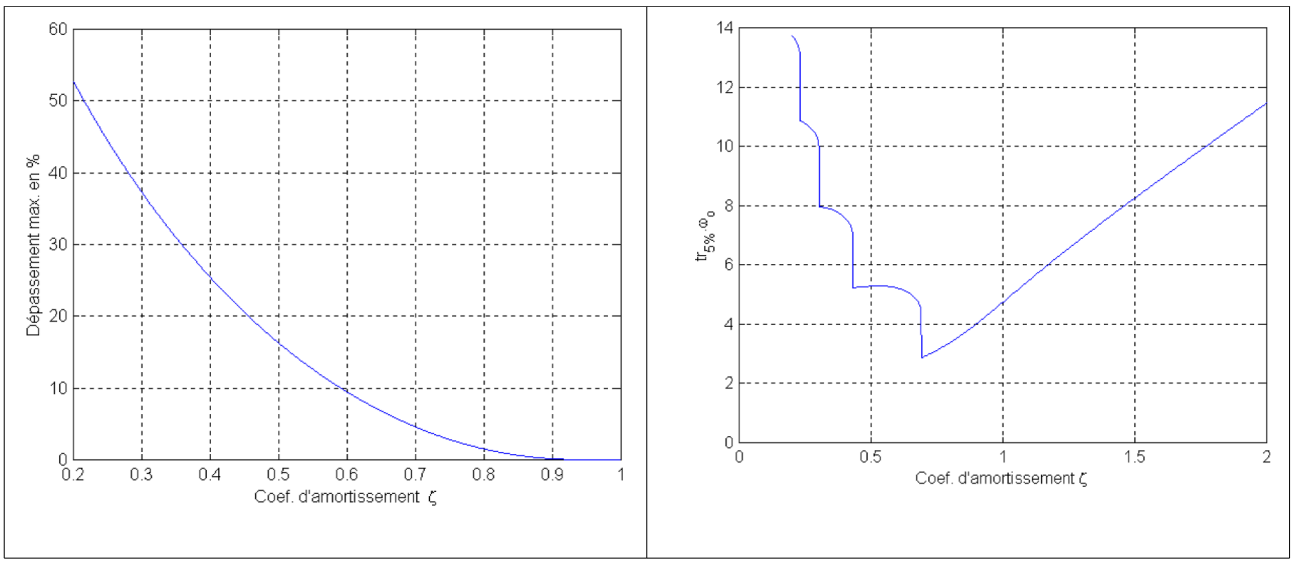


Figure 19 : dépassement et temps de réponse à 5% en fonction de ζ

Par une technique d'optimisation, un bon jeu de paramètres trouvé est : $K_{fb}=30$ et $I_{fb}=200.10^3$.

Q3.17 : Calculer la valeur du dépassement et le temps de réponse.

Q3.18 : Tracer sur le document réponse DR2 le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte. Discuter des marges de gain et de phase.

On considère à présent la structure d'asservissement complète, avec le correcteur $C_{ff}(p)$.

Q3.19 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée du système en fonction de $H_{mot}(p)$, $C_{fb}(p)$ et $C_{ff}(p)$.

Q3.20 : Que se passe-t-il si le correcteur vaut $C_{ff}(p)=\dfrac{1}{H_{mot}(p)}$? Quel est l'intérêt et le risque ?

Pour une fonction de transfert $C_{fb}(p)$ fixée, on considère le correcteur $C_{ff}(p)$ comme un gain proportionnel variable. Les courbes de réponse pour différentes valeurs de ce gain proportionnel sont données dans l'Annexe 3.

Q3.21 : Quelles conclusions peut-on en tirer sur l'effet du correcteur $C_{ff}(p)$?

Partie 4: Étude du bras manipulateur

Le package scientifique équipant ROBOVOLC est formé d'un bras manipulateur et d'une pince servant d'effecteur pour collecter des échantillons rocheux et poser/prendre des instruments sur le sol. Ces organes sont pilotés par des moteurs à courant continu contrôlés par des modules électroniques. Le système est en outre constitué d'un système d'échantillonnage des gaz (avec sonde) qui ne sera pas étudié ici.

L'objectif de cette partie est de valider les performances de déplacement multidirectionnel du bras manipulateur et de vérifier leur compatibilité avec le critère suivant du cahier des charges :

CRITÈRE	VALEUR
masse maximale des objets à saisir	2,5 kg

4.1 Modélisation cinématique

Dans cette sous-partie, on établit le lien entre la cinématique des liaisons et la cinématique de la pince située au bout du bras.

Le bras manipulateur est de type SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) ; c'est un système mécanique poly-articulé avec trois axes parallèles et une architecture en série (Figure 20). Il présente plusieurs avantages, notamment sa précision, sa rapidité, et sa très grande rigidité verticale.
L'ensemble est constitué de trois pièces assimilées à des solides indéformables :
- le bras 1, de masse m_1 , auquel on associe un repère $(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$;
- le bras 2, de masse m_2 , auquel on associe un repère $(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$;
- la tige 3 au bout de laquelle se situe la pince et éventuellement l'objet saisi. La masse m_3 de ce sous-ensemble est supposée ponctuelle au point P correspondant à la position de la pince.

Dans cette étude, le châssis de ROBOVOLC constitue le bâti 0 auquel on associe un repère (fixe) $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. On suppose par la suite que le sol est plan et horizontal ; la direction $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$ correspond donc à la verticale. On suppose également que le référentiel lié au bâti est galiléen.

Le positionnement horizontal de la pince dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ est obtenu par deux rotations indépendantes :
- celle du bras 1 en liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{z}_0)$ par rapport au bâti 0, on note $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ l'angle correspondant ;
- celle du bras 2 en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z}_0)$ par rapport au bras 1, on note $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ l'angle correspondant.

Le positionnement vertical de la pince est quant à lui obtenu par une liaison glissière de direction $\vec{z}_0$ entre la tige 3 et le bras 2.
Toutes les liaisons sont supposées parfaites.
On note : $\overrightarrow{O_0O_1} = d_1\vec{z}_0$, $\overrightarrow{O_1O_2} = l_1\vec{x}_1 + d_2\vec{z}_0$, $\overrightarrow{O_2P} = l_2\vec{x}_2 - \lambda_3\vec{z}_0$.
Les 3 degrés de liberté du bras sont donc θ_1 , θ_2 et λ_3 . Le débattement permis pour les deux

liaisons pivot est $\pm 150°$ (limitation par des butées).
Un schéma cinématique du système est proposé sur la Figure 20.

On donne de plus :
d_1 =500 mm, d_2 =30 mm, l_1 =500 mm, l_2 =500 mm,
m_1 =2 kg, m_2 =2 kg, m_3 =6 kg (incluant un objet saisi de masse 2,5 kg).

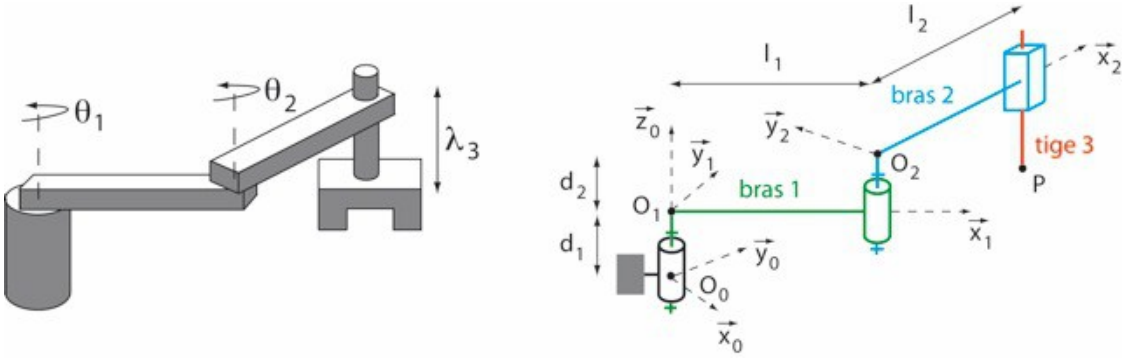


Figure 20 : schématisation et paramétrage du système SCARA

Dans un **modèle cinématique direct**, les données d'entrée sont les valeurs des angles de rotation θ_1 et θ_2 (appelés variables articulaires) et de la position verticale λ_3 de la pince. On cherche alors la configuration du système à partir de ces variables.

Q4.1 : En représentant sur le document réponse DR3 la base du cylindre, montrer que le volume accessible par le point P (enveloppe de travail) est un cylindre à base non-circulaire.

Q4.2 : Donner l'expression des coordonnées (x_P, y_P, z_P) et de la vitesse $\vec{V}(P \in 3/0)$ du point P dans le repère fixe $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ en fonction des variables θ_1, θ_2, λ_3 et des dimensions constantes du problème.

Q4.3 : Montrer que la vitesse maximale V_{max} (en norme) que peut atteindre le point P dans le plan $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0})$ est obtenue pour $\theta_2 = 0°$. Exprimer V_{max} en fonction de la vitesse de rotation maximale ω_{max} des moteurs et des dimensions constantes.

Dans un **modèle cinématique inverse**, les données d'entrée sont la position (x_P, y_P, z_P) et la vitesse (V_P^x, V_P^y, V_P^z) de la pince située en P dans le repère fixe $(O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$. On cherche alors les lois à appliquer au niveau des liaisons (variables θ_1, θ_2 et λ_3) pour obtenir ces données.

Q4.4 : Donner l'expression de λ_3 et $\dot{\lambda}_3$ en fonction de z_P, V_P^z et des dimensions constantes.

Q4.5 : Pour une même position (x_P, y_P, z_P) du point P, montrer schématiquement qu'il y a deux configurations possibles des angles θ_1 et θ_2. Par un raisonnement graphique, donner sur le

document DR4 la configuration complémentaire de celle dessinée correspondant à $\theta_1 = 90°$ et $\theta_2 = -60°$.

Q4.6 : Montrer que quelle que soit la configuration, la valeur de l'angle θ_2 est entièrement déterminée par $x_P^2 + y_P^2$, et donner l'expression de θ_2 en fonction de $x_P^2 + y_P^2$ et des dimensions constantes.

4.2 Modélisation dynamique

Dans cette sous-partie, on construit un modèle dynamique du bras manipulateur.

On suppose que chaque bras i peut être modélisé géométriquement par un parallélépipède rectangle de génératrice $\vec{x}_i$ et à base carrée dans les directions $\vec{y}_i$ et $\vec{z}_i$ (Figure 21). On suppose de plus que le bras est homogène ; son centre de gravité G_i correspond donc au centre géométrique avec $\overrightarrow{O_i G_i} = (l_i/2)\vec{x}_i$.

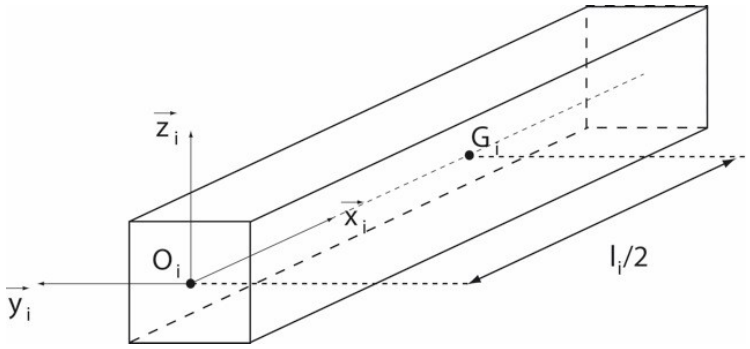


Figure 21 : modèle géométrique d'un bras

On donne l'écriture générale de la matrice d'inertie du bras i au point G_i :

$$\boldsymbol{I}(i, G_i) = \begin{bmatrix} A_i & -D_i & -E_i \\ -D_i & B_i & -F_i \\ -E_i & -F_i & C_i \end{bmatrix}_{(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)}$$

Q4.7 : A partir de l'expression générale précédente, préciser et justifier la forme simplifiée de la matrice d'inertie $\boldsymbol{I}(i, G_i)$ du bras i prenant en compte sa modélisation géométrique.

Q4.8 : Déterminer l'hyperstatisme du modèle du système (Figure 20). Conclure sur la possibilité d'obtenir les différentes actions de liaison (leur calcul n'est pas demandé).

Q4.9 : Calculer les vitesses $\vec{V}(G_i \in i/0)$ et accélérations $\vec{\Gamma}(G_i \in i/0)$ des points G_1 et G_2 dans leur mouvement par rapport au bâti 0, ainsi que $\vec{V}(P \in i/0)$ et $\vec{\Gamma}(P \in i/0)$, en fonction des paramètres variables (θ_1 , θ_2 , λ_3) et des dimensions constantes.

Q4.10 : A partir du théorème du moment dynamique, donner l'expression du couple moteur τ_2 dans la liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z_0})$ en fonction de θ_1 , θ_2 , $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$, $\ddot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_2$ et des données du problème. Faire de même pour le couple moteur τ_1 dans la liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{z_0})$. On simplifiera les expressions en introduisant les notations $a_i = l_i/2$, $\alpha = C_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2 + m_3 l_1^2$, $\beta = C_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2$ et $\gamma = m_2 l_1 a_2 + m_3 l_1 l_2$.

Q4.11 : Montrer alors que la dynamique du système peut être décrite par un système d'équations différentielles du 2nd ordre non-linéaires et couplées, de la forme : $\boldsymbol{M}(\vec{\theta})\ddot{\vec{\theta}} + \boldsymbol{C}(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}})\dot{\vec{\theta}} + \vec{N}(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}}) = \vec{\tau}$ avec :

$\vec{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \lambda_3]^T$;

$\boldsymbol{M}(\vec{\theta})$: matrice d'inertie ;

$\boldsymbol{C}(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}})$: matrice de Coriolis ;

$\vec{N}(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}})$: vecteur de forces de pesanteur ;

$\vec{\tau} = [\tau_1, \tau_2, F_3]^T$: actions transmises par les moteurs au niveau des liaisons (F_3 est l'effort dans la liaison glissière).

Préciser l'expression des grandeurs $\boldsymbol{M}(\vec{\theta})$, $\boldsymbol{C}(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}})$ et $\vec{N}(\vec{\theta}, \dot{\vec{\theta}})$ en fonction des données.

Q4.12 : Montrer que les effets dynamiques dans le plan horizontal sont découplés de ceux dans la direction verticale.

Q4.13 : Donner trois éléments qui pourraient faire sortir le modèle dynamique précédent de son domaine de validité.

4.3 Dimensionnement des moteurs

Dans cette sous-partie, on calcule les couples qui doivent être transmis par les moteurs équipant le bras manipulateur.

On limite l'accélération verticale $\ddot{\lambda}_3$ de la pince à une valeur donnée $\ddot{\lambda}_3^{max}$. Le mouvement de translation verticale de cette pince est assuré par un système vis-écrou à billes de pas p à un filet.

Q4.14 : A partir d'hypothèses à formuler, déterminer le couple minimal que doit fournir le moteur à courant continu qui assure le mouvement vertical de la pince.

On souhaite déplacer la pince du point P_0 (correspondant à $\theta_1 = \theta_2 = 0°$, $\lambda_3 = 0$) au point P_1 (correspondant à $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = -60°$, $\lambda_3 = 0$). Le temps de déplacement souhaité dans le cahier des charges pour ce mouvement horizontal est de 2 secondes.

On contraint les vitesses $\dot{\theta}_i$ et accélérations $\ddot{\theta}_i$ de rotation à être nulles en début et fin de trajectoire pour les deux moteurs faisant tourner les bras 1 et 2.

Q4.15 : Expliquer l'intérêt de cette contrainte.

Q4.16 : Montrer que choisir une évolution temporelle des angles θ_1 et θ_2 sous la forme polynomiale $A_i t^5 + B_i t^4 + C_i t^3$ permet d'assurer la contrainte précédente. Donner la méthode permettant de fixer les constantes A_i , B_i et C_i (aucun calcul n'est demandé).

On représente dans l'Annexe 4, pour les deux configurations angulaires (notées 1 et 2) exhibées à la question 4.5 et permettant d'arriver au point P_1 :

- l'évolution temporelle simulée de l'angle de rotation dans chaque liaison pivot ;
- l'évolution temporelle simulée du couple et de la puissance développés dans chaque moteur.

On donne également sur la Figure 22 les trajectoires simulées (confondues) de la pince pour les configurations 1 et 2.

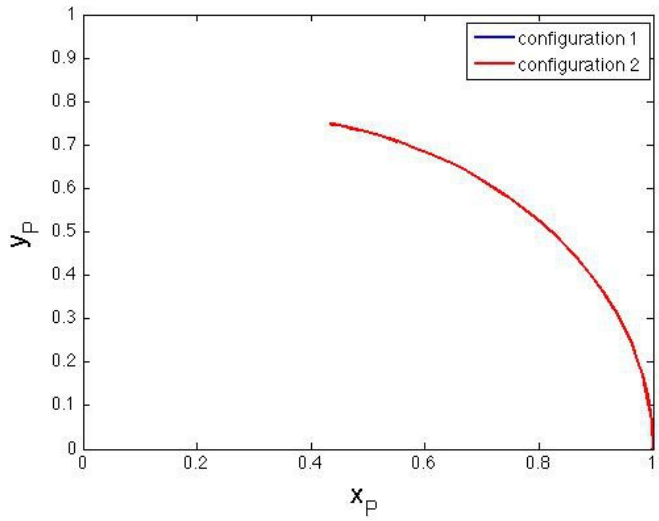


Figure 22 : trajectoire du point P dans le plan horizontal

Q4.17 : A la vue des évolutions décrites dans l'Annexe 4, indiquer (en justifiant) la configuration la plus favorable pour le dimensionnement des moteurs.

Q4.18 : Choisir alors dans la documentation constructeur fournie dans l'Annexe 5 un moto-réducteur à courant continu (identique pour les deux axes de rotation) convenable vis-à-vis du cahier des charges.

Partie 5: Étude de l'action de préhension

L'objectif de cette partie est de valider les performances de serrage de la pince et de vérifier les critères suivants du cahier des charges :

CRITÈRE	VALEUR
diamètre des objets à saisir	entre 40 mm et 300 mm
masse maximale des objets à saisir	2,5 kg

5.1 Actions mécaniques dans la pince

Dans cette sous-partie, on établit la transmission des actions mécaniques entre l'actionneur et l'effecteur et on quantifie les actions à fournir par l'actionneur pour respecter le cahier des charges.

La pince de préhension, servant à collecter les échantillons de roche ou à poser/prendre des instruments sur le sol, est une pince à trois doigts (préhenseur tridigital, voir Figure 23). **Par symétrie, on restreint l'étude à un seul doigt.**
La chaîne cinématique correspondante est schématisée (modélisation plane) sur la Figure 23 ; elle est constituée :

- du bâti 0 lié au bras manipulateur du système ROBOVOLC, auquel on associe le repère $(P, \vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P)$ avec $\vec{x}_P$ la verticale descendante ;
- d'un vérin 1 en liaison glissière de direction $\vec{x}_P$ avec le bâti 0 ;
- d'une tige 2 en liaison pivot d'axe $(H, \vec{z}_P)$ avec le vérin 1 ;
- de deux biellettes 3 et 4 parallèles et en liaisons pivot d'axes respectifs $(A, \vec{z}_P)$ et $(C, \vec{z}_P)$ avec le bâti 0. La biellette 3 est également en liaison pivot d'axe $(E, \vec{z}_P)$ avec la tige 2 ;
- d'un mors 5 en liaisons pivot d'axes $(B, \vec{z}_P)$ et $(D, \vec{z}_P)$ avec les biellettes 3 et 4 ;
- d'un galet 6 en liaison rotule de centre Q avec le mors 5 et en contact avec l'objet à saisir.

Les points A , B , C , D forment un parallélogramme. On introduit le paramétrage suivant :

$d = \overrightarrow{HP} . \vec{y}_P = \overrightarrow{AP} . \vec{y}_P = \overrightarrow{CP} . \vec{y}_P$

$CE = EH = l_2$, $AC = BD = l_3$, $AB = CD = l_4$, $\overrightarrow{DQ} = L_5 \vec{x}_P + l_5 \vec{y}_P$, $\overrightarrow{QS} = l_6 \vec{y}_P$

ainsi que les angles $\alpha = (\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HE})$ et $\beta = (\vec{y}_P, \overrightarrow{EC})$.

On donne d =50 mm, l_2 =100 mm, l_4 =150 mm, l_5 =20 mm, l_6 =15 mm.

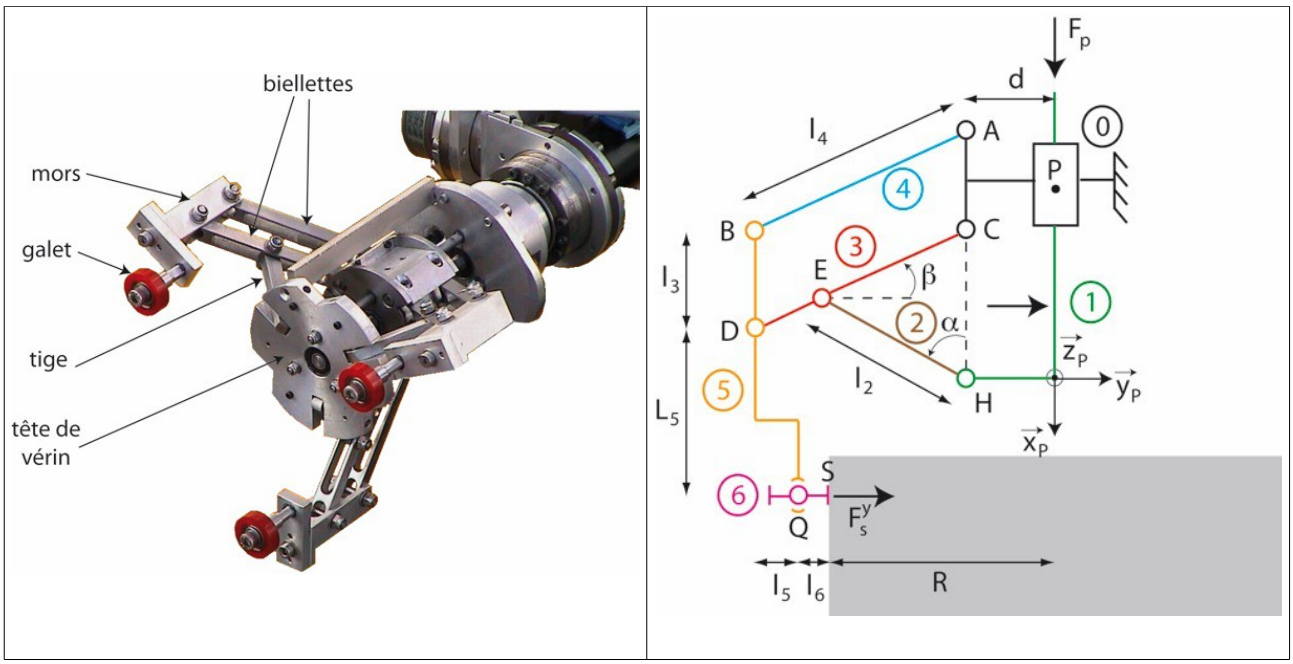


Figure 23 : pince utilisée sur le système ROBOVOLC et schéma cinématique associé

Le contact entre le galet 6 et l'objet est modélisé par une liaison linéaire rectiligne d'axe $(S, \vec{x}_P)$ et de normale $\vec{y}_P$.
Dans une première approche, on considère que toutes les liaisons sont parfaites. De plus, le poids des pièces composant la pince est négligé.
L'objet à saisir est modélisé par un cylindre à base circulaire de rayon R.

Q5.1 : Donner le lien entre les angles α et β, ainsi que l'expression de ces angles en fonction du rayon R de l'objet et des données géométriques.

Q5.2 : Déterminer la liaison équivalente entre le mors 5 et l'objet à saisir. Cette liaison équivalente sera utilisée dans la suite de cette partie.

Q5.3 : Calculer l'hyperstatisme du modèle plan du mécanisme global de la pince (Figure 23).

Q5.4 : Donner l'orientation de l'effort dans les liaisons pivot situées en B et en E.

L'ouverture/fermeture de la pince est réalisée par un moteur électrique et un système vis-écrou fournissant un effort de poussée $\vec{F}_p = F_p \vec{x}_P$ sur le vérin 1 en amont de la pince. D'autre part, on introduit à présent un modèle de frottement au contact entre le galet 6 et l'objet à saisir. Ce modèle se traduit au niveau de la liaison équivalente entre le mors 5 et l'objet à saisir par un torseur statique de la forme :

$$\{T_{5\to objet}\} = \begin{Bmatrix} -F_s^x \vec{x}_P + F_s^y \vec{y}_P \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_S$$

où F_s^x est l'effort tangentiel et F_s^y est l'effort normal (ou de serrage) au contact.

Q5.5 : Par une étude statique, montrer que les efforts F_p, F_s^x et F_s^y sont liés par la relation $F_p = K\left(\tan\beta F_s^y - F_s^x\right)$ où l'expression de la constante K est à préciser en fonction de l_2 et l_4. Montrer également que cette relation est indépendante de la longueur L_5 et expliquer l'avantage technique de ce résultat.

On représente sur la Figure 24 l'évolution de $\tan\beta$ en fonction du rayon R de l'objet à saisir sur la plage R =[20 mm, 165 mm].

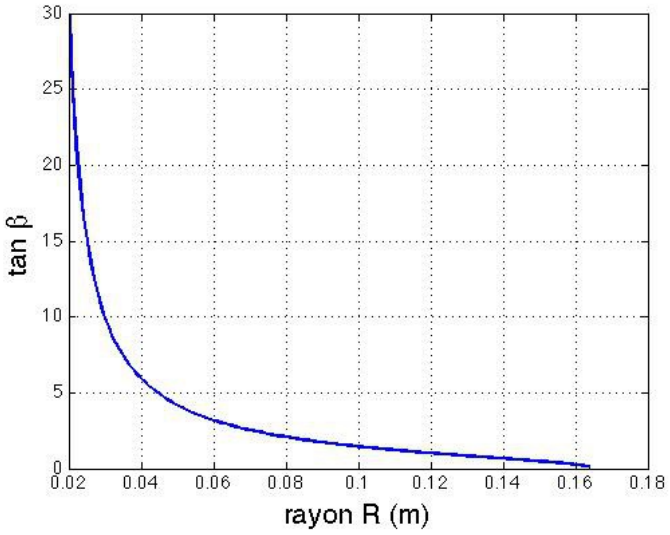


Figure 24 : évolution de $\tan\beta$ en fonction de R

Q5.6 : Commenter ce graphe, en particulier pour les valeurs extrêmes du rayon R.

Q5.7 : En supposant un modèle de frottement de Coulomb (le coefficient de frottement est noté f), montrer que l'objet peut être saisi et soulevé sans aucune action de poussée F_p du moteur lorsque le rayon de l'objet est tel que $R \geq R_{min}$. On précisera l'expression de R_{min}, on donnera sa valeur pour f =2, et on commentera ce caractère particulier de la pince en donnant un avantage et un inconvénient.

Q5.8 : Pour $R < R_{min}$, donner la relation entre l'effort de poussée F_p et la masse m_{objet} de l'objet à saisir, ainsi qu'entre l'effort de poussée F_p et l'effort de serrage F_s^y. En déduire la valeur de l'effort de poussée maximal à fournir pour respecter le cahier des charges avec f =2.

5.2 Asservissement en effort

Dans cette sous-partie, on étudie l'asservissement en effort de la pince. En lien avec la sous-partie précédente, on se place dans la configuration $R < R_{min}$ et on donne la relation $F_s^y = K_\beta F_p$.

La pince a un capteur d'effort pour mesurer et contrôler la force de serrage. Pour l'asservissement de la pince, une régulation en effort est faite. Le schéma bloc de la Figure 25 présente la structure de contrôle de la pince.

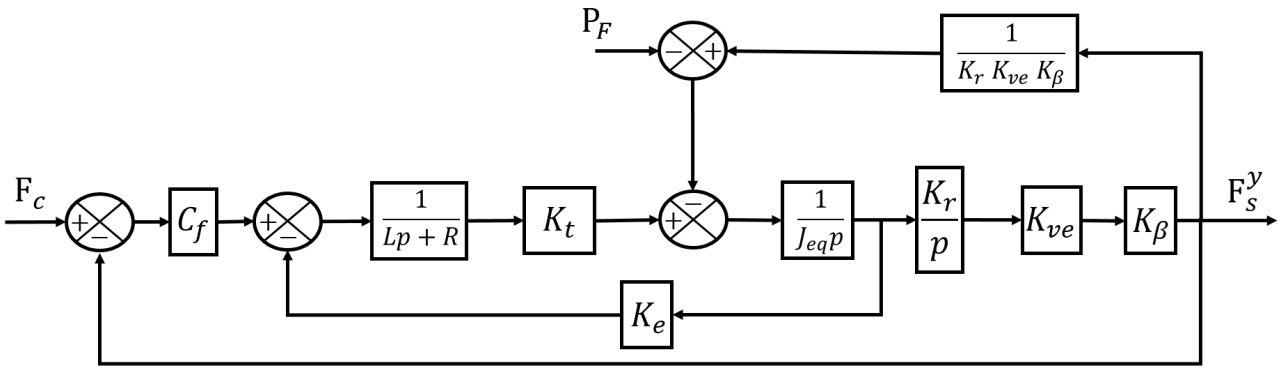


Figure 25 : schéma d'asservissement

Q5.9 : Quel est l'intérêt pratique de la régulation mise en place ?

Pour l'étude en asservissement de la pince, on fixe K_β = 2,2.

On donne les caractéristiques du système :

R	résistance d'induit	7,2 Ohm
L	inductance d'induit	2,56 mH
K_t	constante de couple	0,82 Nm/A
K_e	constante de fcem	86 V/1000tr/min
J_{eq}	moment d'inertie	$3{,}45.10^{-4}\, kg\, m^2$
K_r	rapport du réducteur	54/33=1,636
K_{ve}	pas du système vis-écrou	4 mm

Q5.10 : En considérant $P_F = 0$ (perturbation nulle) et $L = 0$ (inductance nulle), calculer la fonction de transfert $\frac{F_s^y}{F_c}$ et la mettre sous la forme canonique $\frac{K}{1 + Ap + Bp^2}$. Identifier les paramètres K, A et B.

On souhaite une erreur de position inférieure à 1%.

Q5.11 : Calculer la valeur de C_f permettant de respecter cette contrainte.

Q5.12: Bien qu'il y ait un intégrateur dans la chaîne directe, indiquer pourquoi l'erreur statique est non-nulle.

Q5.13: En considérant une valeur du correcteur permettant de valider le critère d'erreur de position, ce critère sera-t-il toujours validé si on ne néglige plus les perturbations ? Comment le démontrer ?

Q5.14: Le coefficient K_β a-t-il une influence sur l'asservissement ? Pourquoi ne peut-on pas considérer K_β comme une constante ?

Pour des raisons techniques, il n'est pas possible d'utiliser un capteur d'effort en bout de pince.

Q5.15 : Est-il techniquement possible d'asservir le système sans ce capteur d'effort ? Expliquer le raisonnement.

Dans l'étude précédente, la masse de l'objet et le coefficient de frottement entre la pince et l'objet sont supposés connus. Cependant, ce n'est pas le cas en pratique et il peut en résulter un glissement possible de l'objet si ces paramètres sont mal évalués.

Q5.16 : Quel moyen peut-on imaginer afin de limiter le glissement de l'objet ? Expliquer le raisonnement.

****FIN DE L'ÉPREUVE****

Annexe 1: Diagrammes SYSML

Diagramme des cas d'utilisation

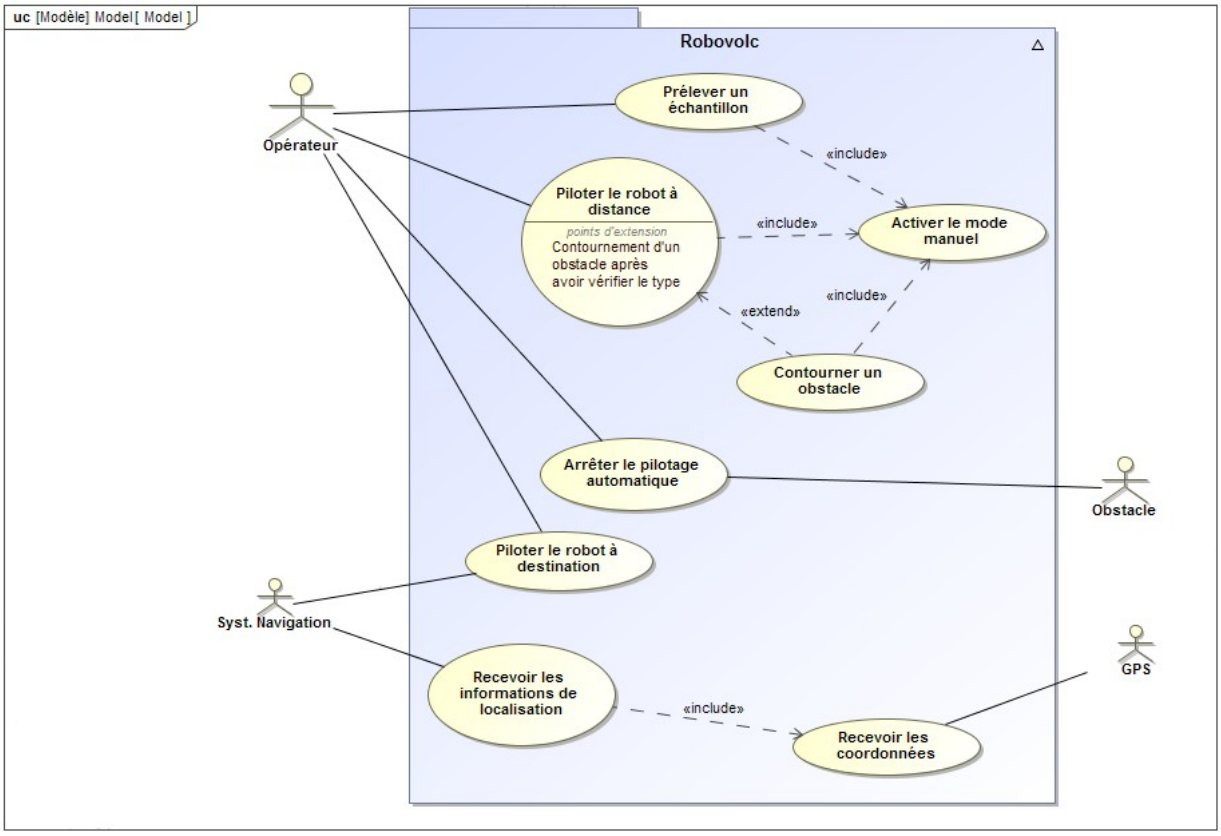
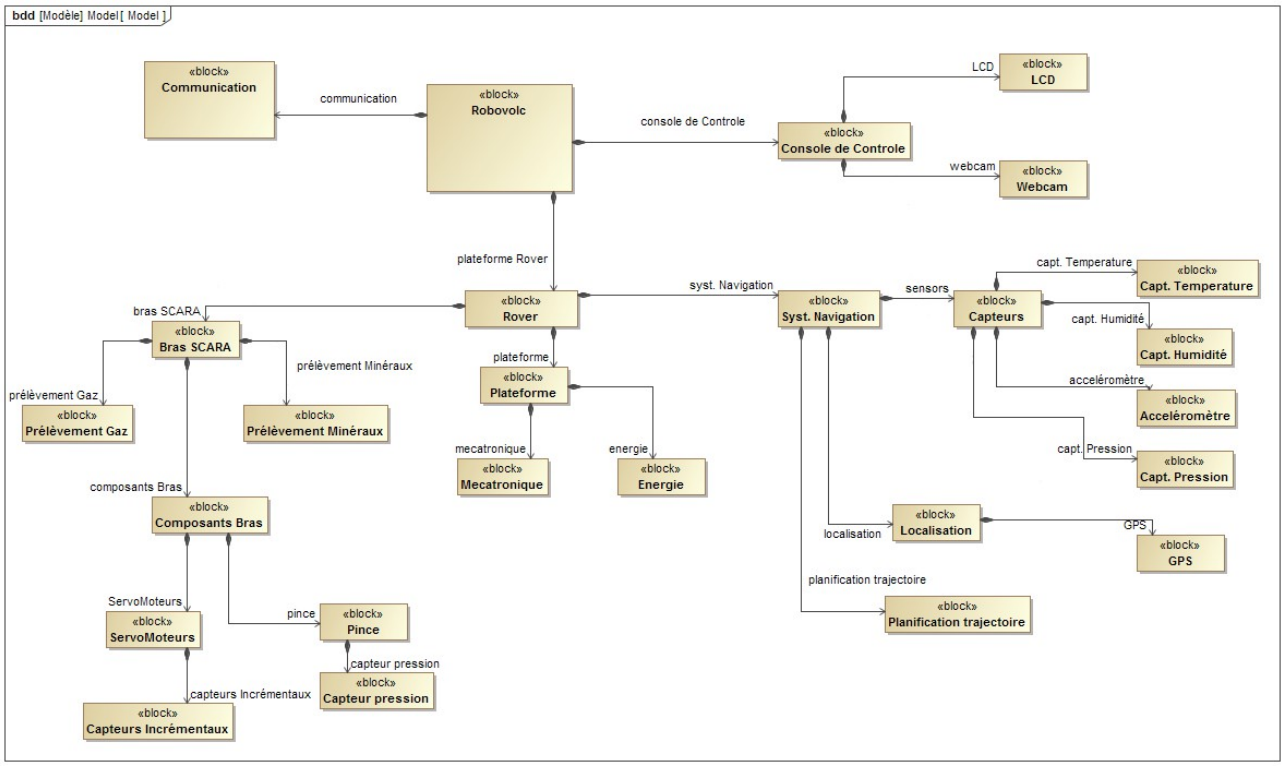
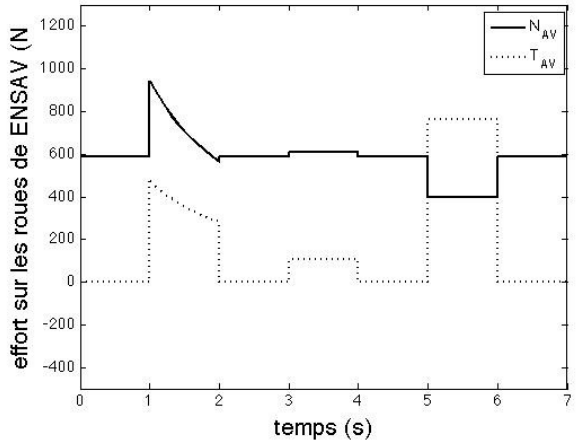
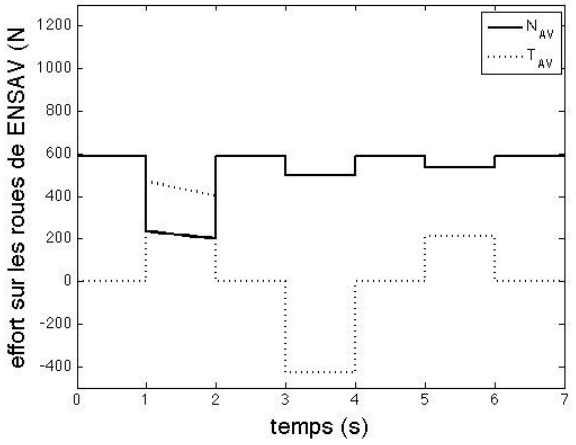
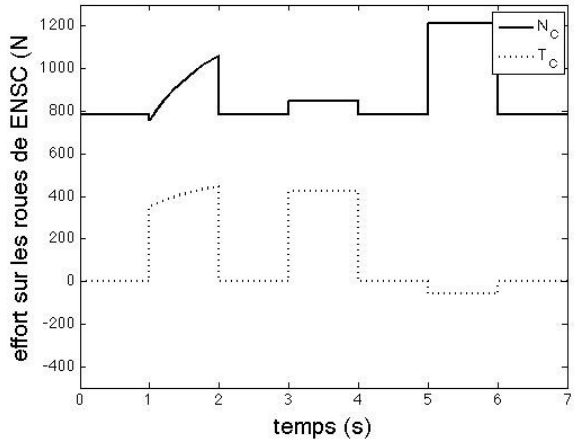
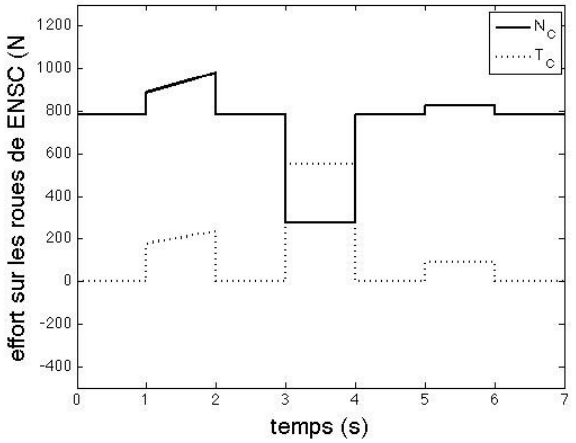
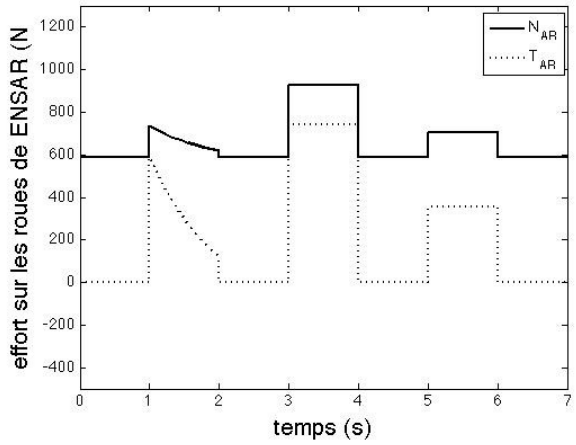
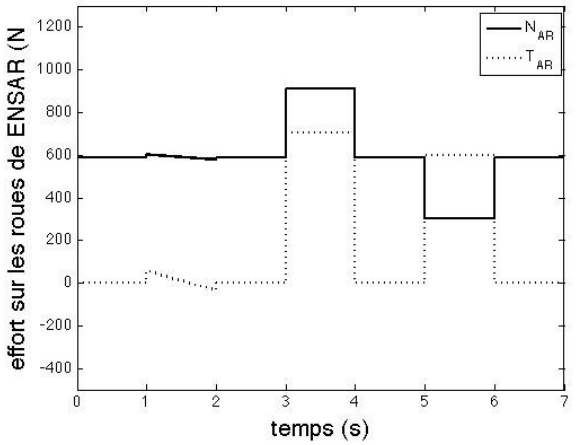


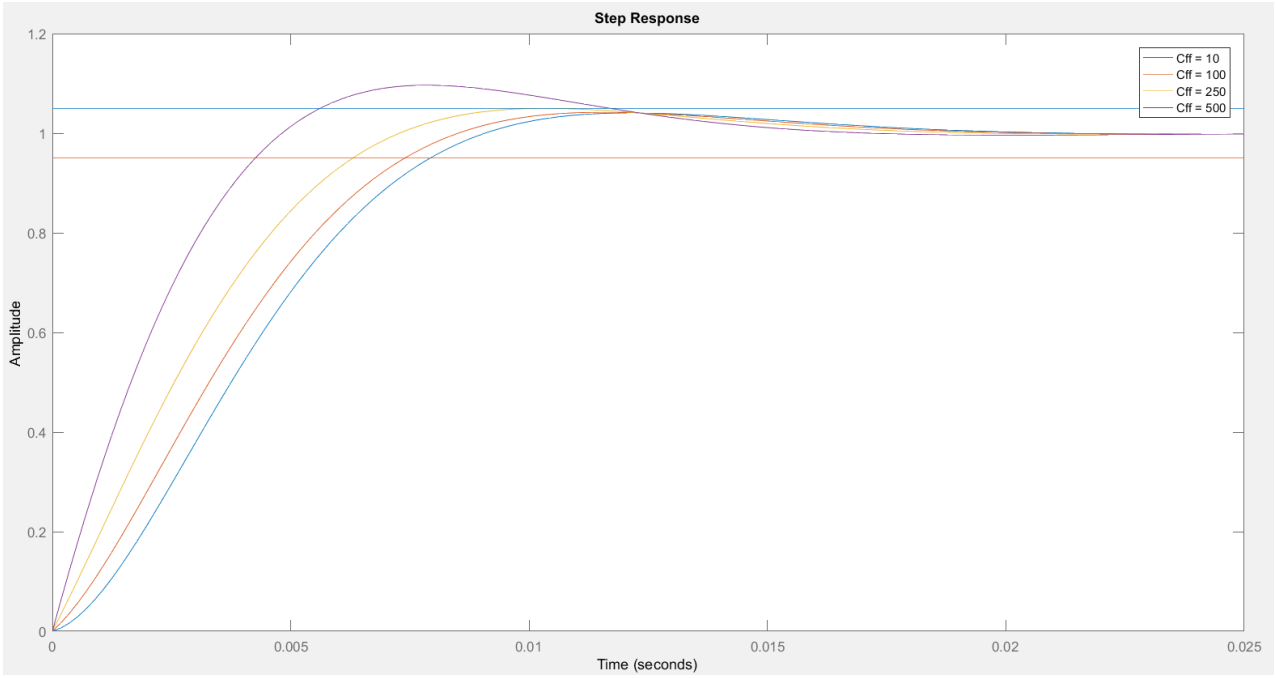
Diagramme de définition de blocs



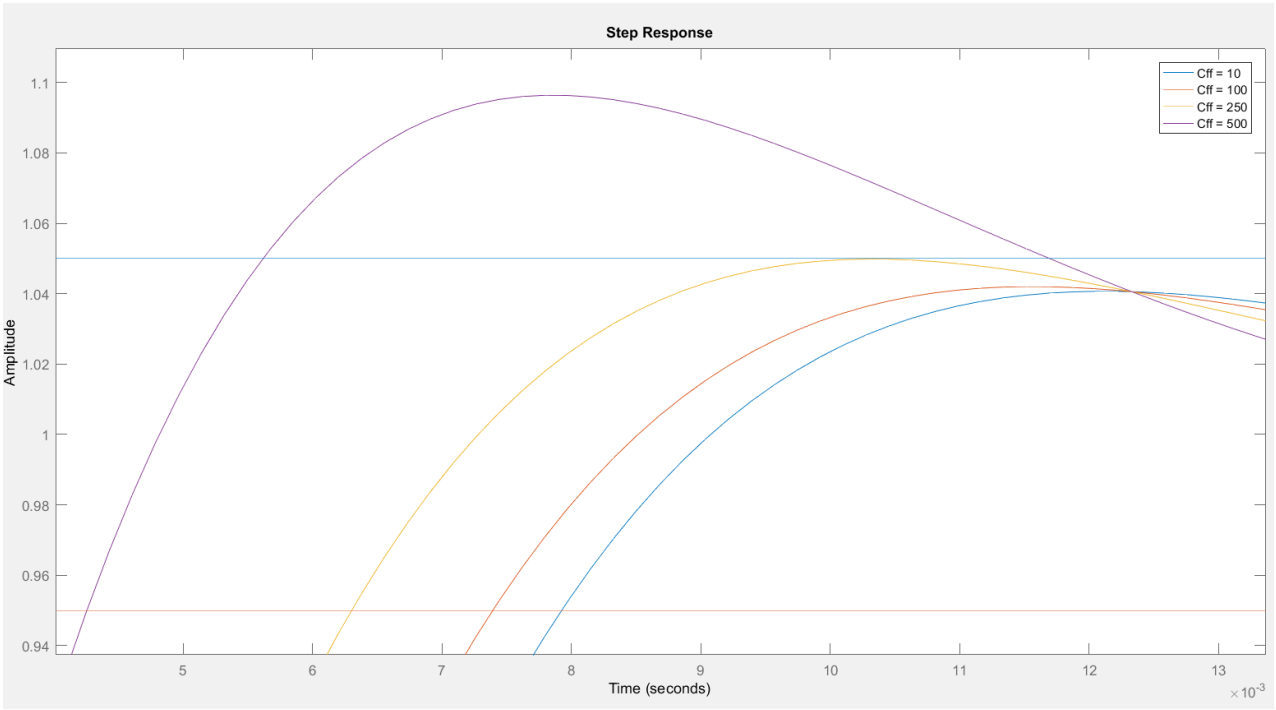
Annexe 2: Évolution simulée des efforts sur les roues

Cas μ =0,5	Cas μ =0,2
	
	
	

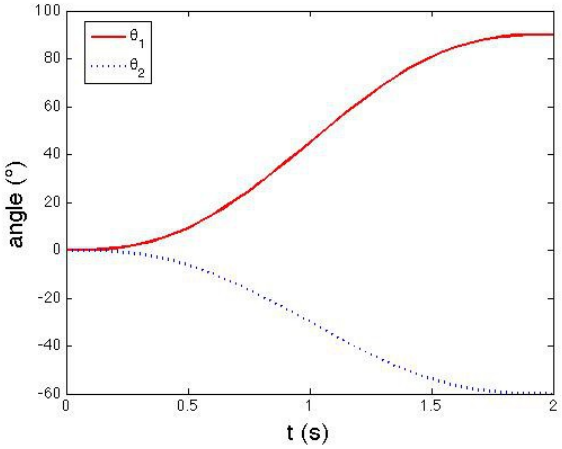
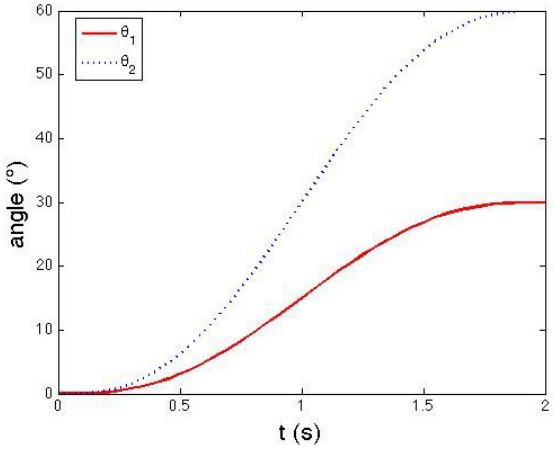
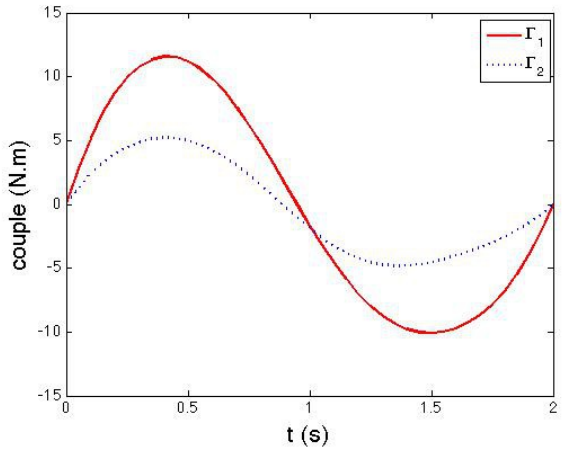
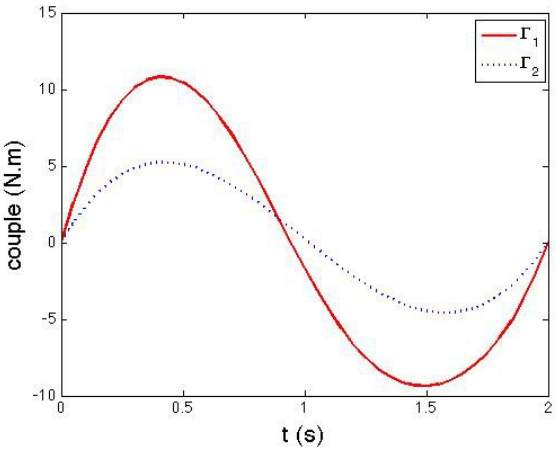
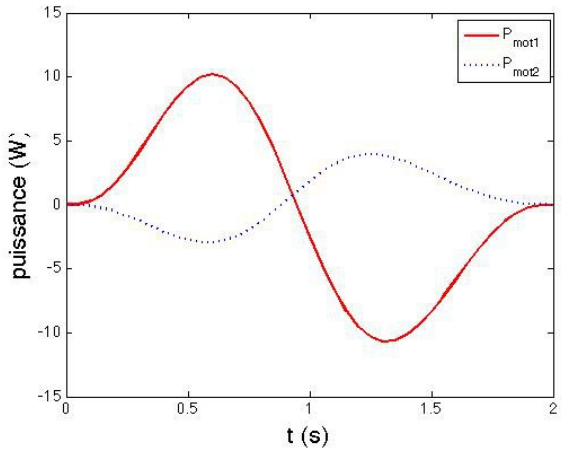
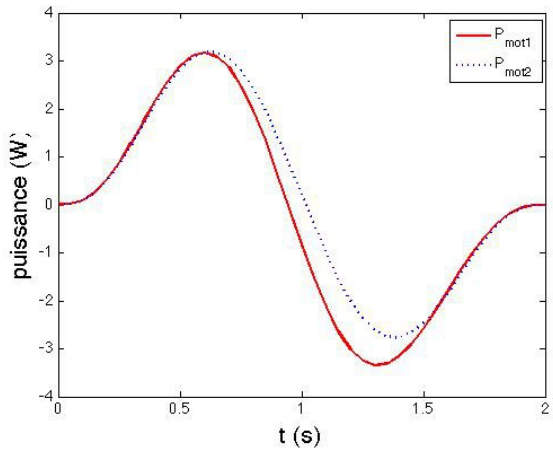
Annexe 3: Évolution simulée de la réponse de l'asservissement



ZOOM



Annexe 4: Évolution simulée des grandeurs du bras

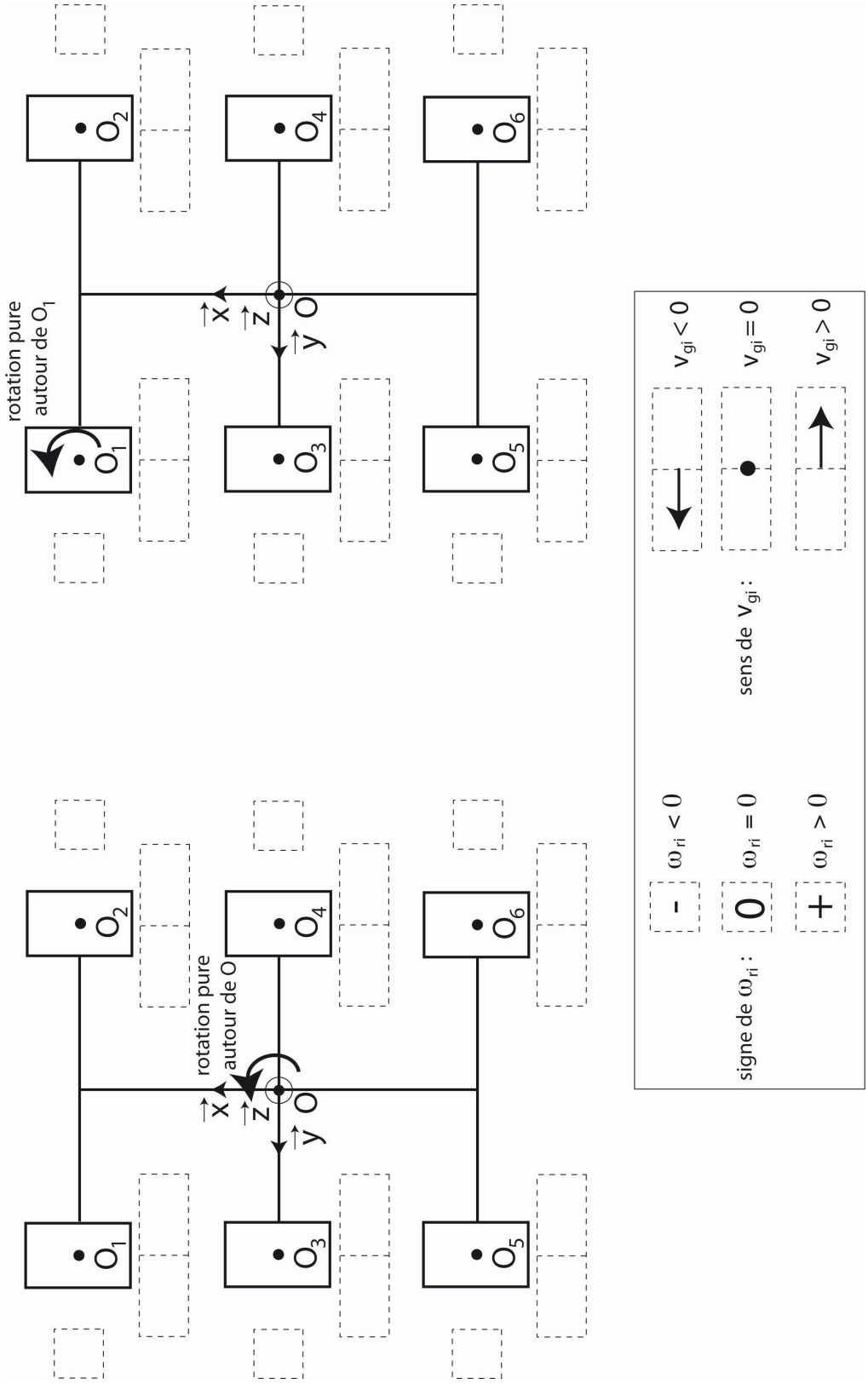
Configuration 1	Configuration 2
	
	
	

Annexe 5: Catalogue de moto-réducteurs



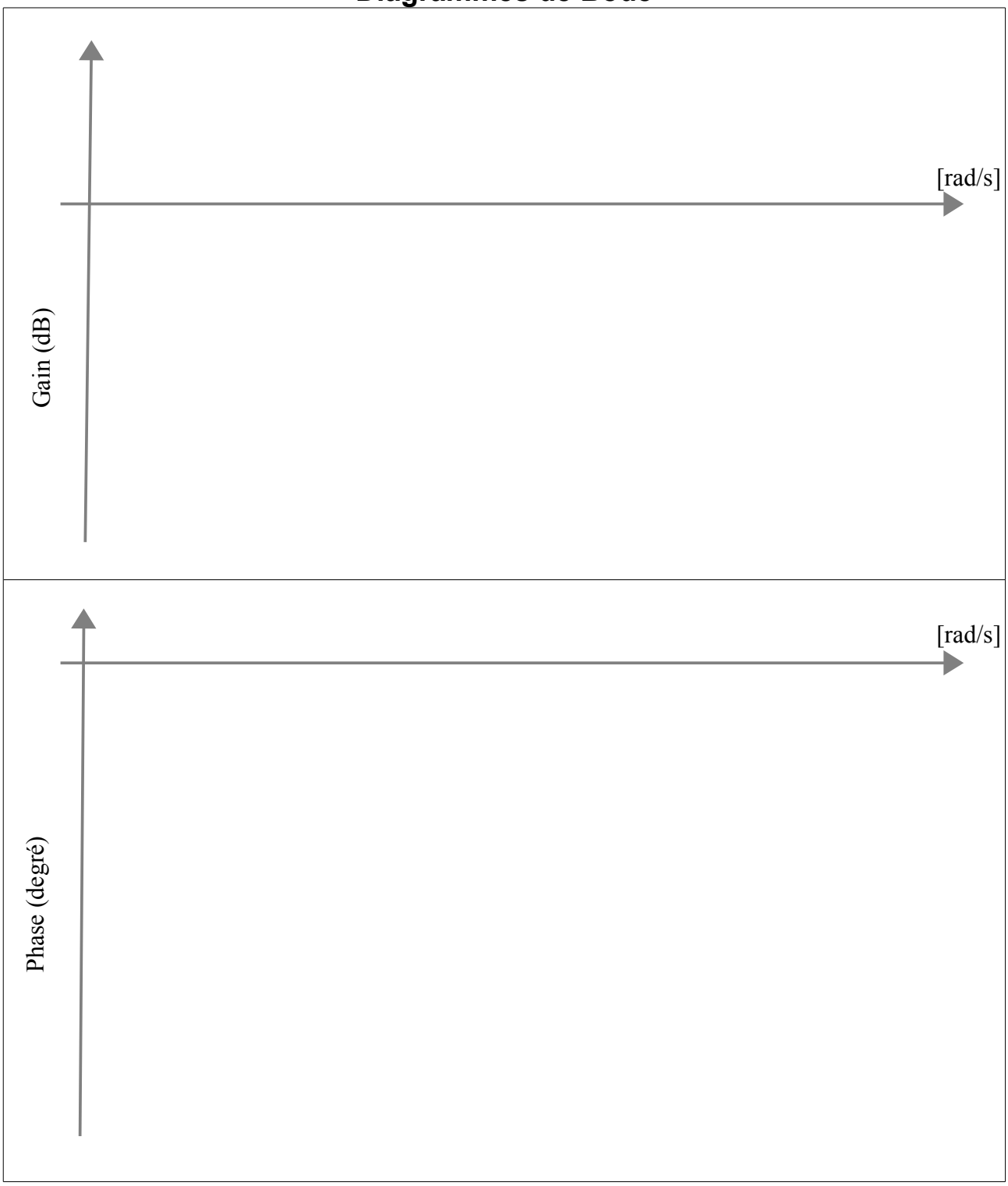
Version	Rapport de réduction	Nombre d'étages	Rendement	Vitesse à vide en tr/mn	Vitesse en charge en tr/mn	Couple nominal en Nm	Courant nominal en mA
TRI/0004	3.70	1	0.80	811	716	0.43	103
TRI/0016	15.88	2	0.75	189	167	1.70	103
TRI/0025	25.01	2	0.75	120	106	2.70	103
TRI/0051	50.89	3	0.70	59	52	5.10	103
TRI/0093	92.70	3	0.70	32	29	9.30	103
TRI/0169	168.84	3	0.70	18	16	17.00	103
TRI/0219	218.12	4	0.65	14	12	20.40	103
TRI/0292	291.71	4	0.65	10	9	25.00	103
TRI/0398	397.29	4	0.65	8	7	25.00	103

Document Réponse DR1

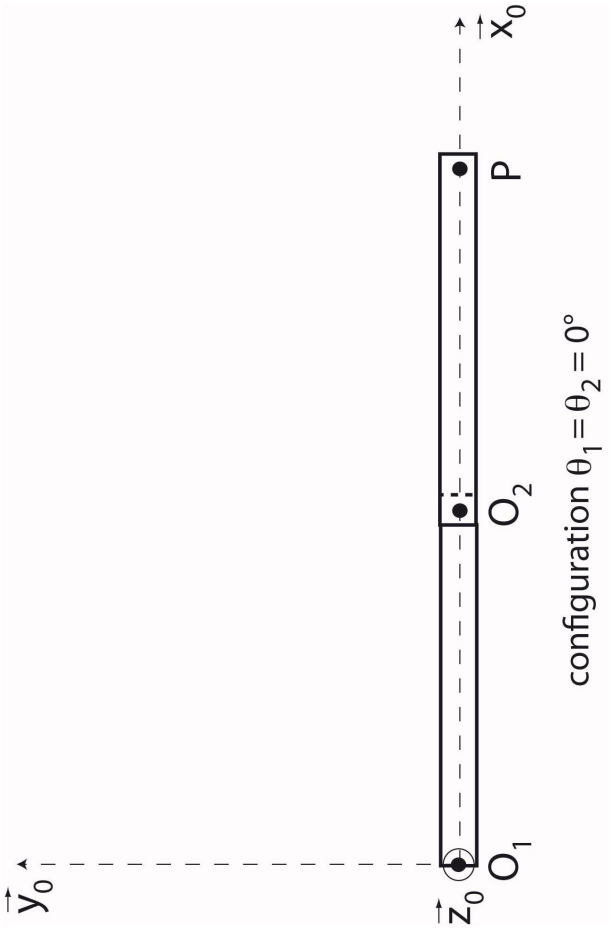


Document Réponse DR2

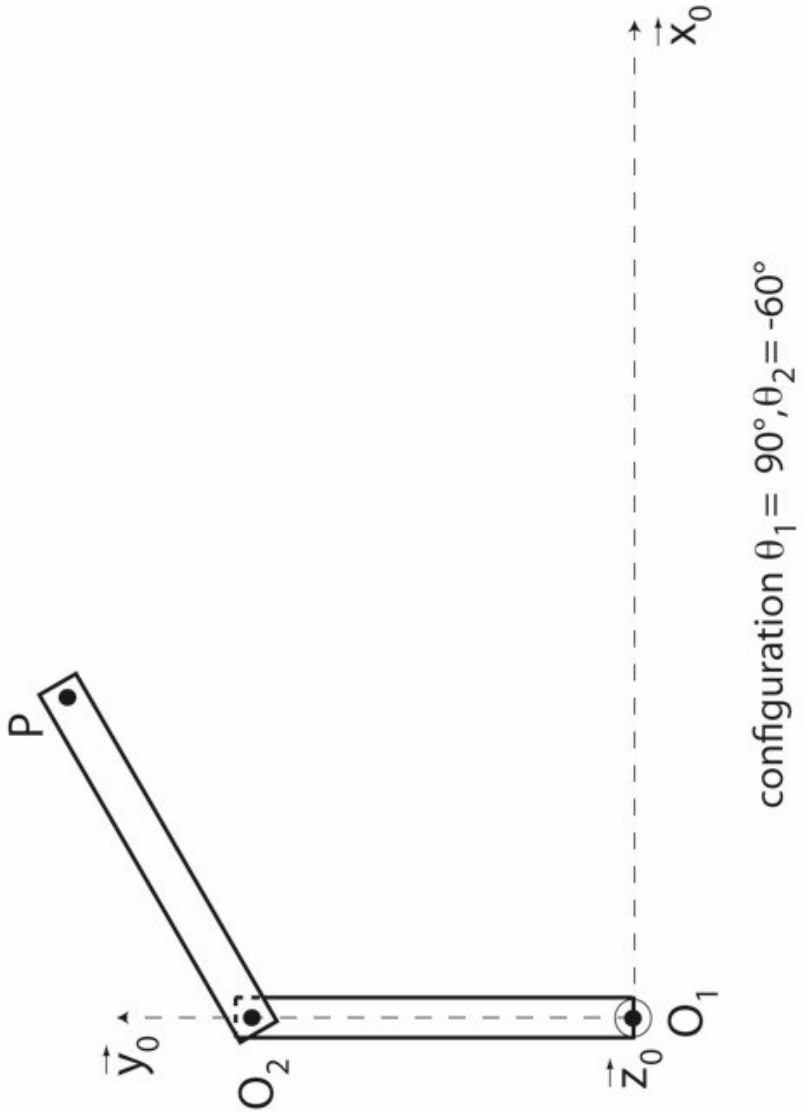
Diagrammes de Bode



Document Réponse DR3



Document Réponse DR4



Travailler les chapitres de ce sujet

Prepa Help suit le programme de PSI chapitre par chapitre : cours détaillé, méthodes, pièges, exercices et problèmes corrigés pas à pas, tirés des concours. L'essai gratuit donne accès aux chapitres offerts de ta filière, sans carte bancaire.

Chapitres liés à ce sujet

- Ingénierie système : besoin, exigences et diagrammes SysML
- Cinématique des mécanismes : composition des mouvements, contact ponctuel, lois entrée-sortie et fermetures
- Cinématique du solide : paramétrage, vitesse, taux de rotation et torseur cinématique
- Modèles de comportement et réponse temporelle : premier ordre, second ordre, identification
- Performances des systèmes asservis : stabilité, précision, rapidité
- Mobilité, hyperstatisme et petits déplacements
- Statique des solides : principe fondamental et stratégie d'isolement
- Modélisation des actions mécaniques : modèles local et global, frottement, torseurs des liaisons

Ouvrir l'essai gratuit

Scanne le code ou clique sur le bouton.

prepahelp.com/#essai

Une question sur le concours ou sur ta filière :
écrire sur WhatsApp

Les autres années et épreuves : prepahelp.com/annales/x-ens/psi